F 1812

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul V (IX)

FASC. 1 – 2

1959

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul V (IX)

FASC. 1 – 2

1959

1989

F

1812

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ATANASIU D., prof. FĂRCAȘ TOMA, conf. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R. P. R., prof. ONU C., prof RUSU D.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL V (IX), fasc. 1—2 1959

SUMAR

	Pag.
REDACŢIONALE	XV
* * * Editorial	XVII
EDUARD ČECH, Clasa diferenţială a curbelor. Cercuri osculatoare şi sfere osculatoare	1
FROIM MARCUS, Asupra transformării T a congruenţelor şi definiţiei stratificabilităţii unei perechi de congruenţe	5
ŞTEFANIA RUSCIOR, Varietăţi biriglate în S_4	13
VIOREL MURGESCU, Invarianţi la transport paralel în spaţii cu conexiune afină	19
MAURICE FRÉCHET, Spaţiul curbelor este un spaţiu Banach ?	31
D. F. HARAZOV, Asupra convergenţei metodei gradientului pentru operatori depinzînd patratic de un parametru	35
L. E. DUNDUCENKO şi S. A. KASIANIUK, Despre funcţii C într-un inel circular	41
D. D. STANCU, Asupra unei demonstraţii a teoremei lui Weierstrass	47
V. M. STARJINSKI, Asupra stabilităţii mişcărilor periodice (II)	51
D. MANGERON şi L. E. KRIVOŞEIN, Asupra unei probleme pe contur pentru o clasă de ecuaţii integro-diferenţiale ponderate	101
B. V. GNEDENKO, Unele observaţii cu privire la două articole ale lui D. Y. Barrer	111
I. ŢENOV, Noi ecuaţii ale dinamicii analitice	119
G. K. MIHAILOV, Asupra clasificării problemelor de teoria scurgerii permanente a apelor subterane într-un plan vertical	125
ALFRED BRAIER, Asupra calculului aproximativ al pulsaţiei oscilaţiilor sistemelor neliniare conservative	135
C. G. BEDREAG, Structura nucleară a $_{10}Ne$ şi $_{12}Mg$	143
LL. G. CHAMBERS, Interpretarea geometrică a principiului lui Rayleigh şi a principiului variaţional al lui Schwinger	151

Pag.

ŞT. PROCOPIU şi C. PĂPUŞOI, Hărţile magnetice ale Romîniei de la 1895 la 1954. Elementele magnetice la Bucureşti de la 1772 la 1954 şi la Iaşi de la 1823 la 1954. Variaţiile ciclice seculare ale Romîniei 161

V. D. KUCIN, Studiul influenţei temperaturii asupra rigidităţii dielectrice a cristalilor ionici (I) 177

M. ŞCHIOPU, VIORICA ONU şi MARIANA PĂSTRĂVANU, Construcţia unui criometru de precizie cu termometru de mercur . 181

N. S. NIKOLAEV, A. A. OPALOVSKI şi N. D. MALÎGHINA, Studiul sistemului KF-MoO_3-H_2O. Izoterma 25 °C . . . 189

OREST NICHITA, Studiul geologic, petrografic şi chimic al regiunii Chiuzbaia (reg. Baia Mare) 193

OREST NICHITA şi CORNELIA BOTEZ, Asupra geologiei şi mineralizaţiei de pe Izvorul Colbului — Regiunea Colibiţa — Munţii Călimani 205

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, VALERIU MĂNESCU şi I. MAIOR, Studiul tăbăcirii combinate formol-crom-tanin (III) . . 217

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ şi GH. CHIRIŢĂ, Caracterizarea chimico-tehnologică a extrasului tanant din coajă de salcie (*Salix Capreae* L.) 231

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ şi GH. CHIRIŢĂ, Asupra sedimentării extractului de lemn de stejar 241

MIŞILIM GRINDEA şi TANIA FORST, Contribuţii la cunoaşterea modificărilor structurale ale vîrfurilor fibrelor de lînă . . 253

C. ONU, Asupra utilizării unor tuburi electronice în montaje electrometrice 261

N. I. CERNOPEATOV, Simetrizarea unei maşini asincrone trifazate într-o reţea monofazată de tensiune $2\,U_f$ 265

N.V. BOŢAN, V. PRISĂCARU şi BORIS PONOMAREV, Consideraţiuni asupra comportării unui motor asincron trifazat, funcţionînd cu rezistenţe nesimetrice în circuitul statoric . . . 271

V. CORLĂŢEANU şi ZAIRA MURGU, Comportarea motorului de curent continuu cu excitaţie serie, la alimentarea sa cu tensiune mărită 277

ALFRED BRAIER şi HUGO ROSMAN, Contribuţiuni la studiul general al circuitelor defazoare 291

D. S. TAVHELIDZE şi D. MANGERON, O nouă clasă de acceleraţii spaţiale reduse de ordin oarecare interesînd teoria mecanismelor şi maşinilor 303

D. MANGERON şi A. I. IASIULIONIS, Asupra unor proprietăţi extremale ale acceleraţiilor reduse spaţiale de ordin oarecare interesînd teoria mecanismelor şi maşinilor 307

W. MEYER ZUR CAPELLEN, Serii Fourier pentru unghiul balansierului unui mecanism cu culisă neexcentric şi unele serii Fourier înrudite 311

Pag.

V. I. BELEȚKI, Asupra determinării dimensiunilor fundamentale ale mecanismelor cu came și levier oscilant 321

S. N. KOJEVNIKOV și A. N. SILICI, Studiul mecanismului translator . 325

D. MANGERON și CORNELIU DRĂGAN, Sinteza unei clase de came spațiale cu două grade de mobilitate 331

N. G. POPINCEANU și M. D. GAFIȚEANU, Legătura dintre rugozitate, mod de prelucrare, dimensiuni, clasă de precizie și funcțiune în construcția organelor de mașini 339

I. CURIEVICI, AURELIAN SIMIONESCU, FLORIN VĂLU și DINU URSESCU, Cercetări experimentale asupra coeficientului de trecere a căldurii la țevi orizontale stropite, suprapuse . 361

C. PICOȘ, Influența injecției cu apă asupra unor parametri ai diagramei indicate la motoarele cu electroaprindere 369

V. N. GANȘIN, Soluția generală a problemelor fundamentale de geodezie 377

GH. URSESCU, FLORIN CONSTANTINESCU și LUCREȚIA CONSTANTINESCU, Asupra unei bolți cu caracteristici speciale 381

AUREL CERNĂTESCU, GH. DIMA, VIOLETA ROTARU, FLORICA VASILESCU și SIMA AVRAM, Contribuțiuni la studiul folosirii leșiilor bisulfitice reziduale la stabilizarea pământurilor 385

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, ELISABETA PĂUNEL, ANATOLIE MIHUL, VLADIMIR BOGHIAN, EUGEN FLOREA, ARIADNA BOGHIAN, FLORIN CONSTANTINESCU, ELISABETA ARDELEANU, I. DUMITRESCU și LUIZA TĂNĂSACHE, Posibilități de valorificare în construcții a rocilor din masivul Repedea-Iași 393

E. D. EFREMOV, Asupra influenței frecării din canelura elicoidală a alimentatorului de fir asupra tensiunii firului de depănare . 405

V. N. ȚVETKOV, Studiul distribuției sarcinii la care se supune partea de jos a încălțămintei în timpul mersului 409

I. LAZARU, Controlul calității producției prin metode statistice . . 415

D. RUSU, I. ȘANDRU, M. TODOSIA, TEODOSIE ȘTIRBU, N. DAVIDEANU și AL. TACU, Aspecte privind dezvoltarea economică a regiunii Iași în cei 15 ani de la eliberarea Romîniei de sub jugul fascist (1944..1959) 423

D. RUSU, TEODOR NEAGU și GHIDU BRUCMAIER, Cum se reflectă îndeplinirea planului prețului de cost al producției în metoda „Jurnal-Order“ 435

GH. ALEXA, I. CURIEVICI și M. MARINESCU, Apariția și dezvoltarea învățămîntului chimic aplicat, în cadrul Universității din Iași 443

RECENZII 461

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ

Том V (IX), выпуск 1—2 1959 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ОТ РЕДАКЦИИ	XV
* * * Передовая статья	XVII
ЭДУАРД ЧЕХ, Дифференциальный класс кривых. Соприкасающиеся окружности и соприкасающиеся сферы	1
ФРОЙМ МАРКУС, О преобразовании T конгруэнций и об определении расслоения пары конгруэнций	5
ШТЕФАНИЯ РУСЧОР, Двулинейчатые многообразия в S_4	13
ВИОРЕЛ МУРДЖЕСКУ, Инварианты при параллельном переносе в пространствах аффинной связности	19
МОРИС ФРЕШЕ, Пространство кривых есть ли пространство Банаха ?	31
Д. Ф. ХАРАЗОВ, О сходимости метода наискорейшего спуска для операторов, квадратично зависящих от параметра	35
Л. Е. ДУНДУЧЕНКО и С. А. КАСЬЯНЮК, О C-функциях в круговом кольце	41
Д. Д. СТАНКУ, О доказательстве теоремы Вейерштрасса	47
В. М. СТАРЖИНСКИЙ, Об устойчивости периодических движений (II)	51
Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН, К решению краевой задачи для одного класса нагруженных интегро-дифференциальных уравнений	101
Б. В. ГНЕДЕНКО, Несколько замечаний к двум работам Д. И. Баррера	111
И. ЦЕНОВ, Новые уравнения аналитической динамики	119
Г. К. МИХАЙЛОВ, К классификации задач теории установившегося движения грунтовых вод в вертикальной плоскости	125
АЛЬФРЕД БРАЙЕР, О приближенном расчёте пульсаций колебаний нелинейных консервативных систем	135
К. Г. БЕДРЯГ, Строение ядра $_{10}Ne$ и $_{12}Mg$	143
ЛЛ. Г. ЧЕМБЕРС, Геометрическая интерпретация принципа Рели и вариационного принципа Швингера	150

Стр.

ШТ ПРОКОПИУ и К. ПЭПУШОЙ, Магнитные карты Румынии от 1895 до 1954 гг. Магнитные элементы Бухареста от 1772 до 1954 гг. и г. Ясс от 1828 до 1954 гг. Вековые циклические вариации в Румынии 161

В. Д. КУЧИН, Исследование влияния температуры на электрическую прочность ионных кристаллов (I) 177

М. ШКИОПУ, ВИОРИКА ОНУ и МАРИЯНА ПЭСТРЭВАНУ, Прецизионный криометр с ртутным термометром 181

Н. С. НИКОЛАЕВ, А. А. ОПАЛОВСКИЙ и Н. Д. МАЛЫГИНА, Исследование системы $KF-MoO_3-H_2O$. Изотерма 25° С . . . 189

ОРЕСТ НИКИТА, Геологическое, петрографическое и химическое исследование области Кюзбая (админ. обл. Бая Маре) . . 193

ОРЕСТ НИКИТА и КОРНЕЛИЯ БОТЕЗ, О геологии и минерализации района ручья Изворул Колбулуй (Колибица-Кэлиманские горы) 205

Г. АЛЕКСА, Г. КИРИЦЭ, ВАЛЕРИУ НЭНЕСКУ и И. МАЙОР, Изучение формальдегид-хром-краснодубного дубления (III) . 217

Г. АЛЕКСА, АГЛ Я КИРИЦЭ и Г. КИРИЦЭ, Химико-технологическая характеристика таннидных экстрактов ивовой коры (*Salix Capreae* L.) 231

Г. АЛЕКСА, АГЛАЯ КИРИЦЭ и Г. КИРИЦЭ, К вопросу седиментации экстракта дубовой древесины 241

МИШИЛИМ ГРИНДЯ и ТАНЯ ФОРСТ, К определению структуральных изменений верхов шерстяных волокон 253

К. ОНУ, Использование электронных трубок в электрометрических установках 261

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ, Симметрирование трехфазной асинхронной машины в однофазной сети напряжением $2U_{фн}$ 265

Н. В. БОЦАН, В. ПРИСЭКАРУ и БОРИС ПОНОМАРЕВ, Относительно поведения трехфазного асинхронного двигателя, работающего с несиметричными сопротивлениями в статорной цепи . . 271

В. КОРЛЭЦЯНУ и ЗАИРА МУРГУ, Работа сериесного двигателя постоянного тока при возрастании напряжения питания . . 277

АЛЬФРЕД БРАЙЕР и ГУГО РОСМАН, К общему изучению фазовращающих цепей 291

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН, Новый класс пространственных приведенных ускорений любого порядка применяемых в теории машин и механизмов 303

Д. МАНЖЕРОН и А. И. ЯСЮЛЁНИС, О некоторых экстремальных свойствах пространственных приведенных ускорений любого порядка используемых в теории машин и механизмов . . 307

В. МАЙЕР ЦУР КАПЕЛЛЕН, Ряды Фурье для угла шатуна центрического кулисного механизма и родственные им ряды Фурье . . 311

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ, К определению основных размеров коромысловых кулачковых механизмов 321

Стр.

С. Н. КОЖЕВНИКОВ и А. Н. СИЛИЧ, Исследование механизма транслятора 325

Д. МАНЖЕРОН и КОРНЕЛЮ ДРЭГАН, Синтез некоторого класса пространственных кулачков с двумя степенями свободы . . 331

Н. Г. ПОПИНЧЯНУ и М. Д. ГАФИЦЯНУ, Связь между шероховатостью, способом обработки, размером, классом точности и назначением в конструкции деталей машин 339

И. КУРЬЕВИЧ, АУРЕЛИАН СИМИОНЕСКУ, ФЛОРИН ВЭЛУ и ДИНУ УРСЕСКУ, Экспериментальные исследования коэффициентов перехода тепла у горизонтальных во взаимно-наложенном положении, обрызгиваемых труб 361

К. ПИКОШ, Влияние впрыска воды на некоторые параметры индикаторной диаграммы двигателей с принудительным зажиганием . 369

В. Н. ГАНЬШИН, Общее решение главных геодезических задач относительно элементов нормального сечения 377

Г. УРСЕСКУ, ФЛОРИН КОНСТАНТИНЕСКУ и ЛУКРЕЦИЯ КОНСТАНТИНЕСКУ, О своде со специальными характеристиками . 381

АУРЕЛ ЧЕРНЭТЕСКУ, Г. ДИМА, ВИОЛЕТА РОТАРУ, ФЛОРИКА ВАСИЛЕСКУ и СИМА АВРАМ, К изучению использования в стабилизации грунтов отходов бисульфитных щелочей . 385

АЛ. КЕЛЭРЕСКУ, ОРЕСТ НИКИТА, ЕЛИСАБЕТА ПЭУНЕЛ, АНАТОЛИЕ МИХУЛ, ВЛАДИМИР БОГЯН, ФЛОРИН КОНСТАНТИНЕСКУ, ЕЛИСАБЕТА АРДЕЛЯНУ, И. ДУМИТРЕСКУ и ЛУИЗА ТЭНЭСАКЕ, Возможность использования в ясском строительстве, горных пород массива Репедя-Яссы . 393

Е. Д. ЕФРЕМОВ, О влиянии на натяжение нити при перемотке трения в винтовой канавке нитераскладчика 405

В. Н. ЦВЕТКОВ, Схема нагружения низа обуви при ходьбе . . 409

И. ЛАЗАРУ, Контроль качества производства статистическим методом . 415

Д. РУСУ, И. ШАНДРУ, М. ТОДОСИЯ, ТЕОДОСИЕ ШТИРБУ, Н. ДАВИДЯНУ и АЛ. ТАКУ, Некоторые стороны экономического развития Ясской области за 15 лет со дня освобождения Румынии от фашистского ига (1944...1959) 423

Д. РУСУ, ТЕОДОР НЯГУ и ГИДУ БРУКМАЙЕР, К вопросу об отражении выполнения плана себестоимости производства в бухгалтерском методе „Журнал-Заказ“ 435

Г. АЛЕКСА, И. КУРЬЕВИЧ и М. МАРИНЕСКУ, Начало и развитие прикладного химического образования при Ясском Университете (1903....1937) 443

РЕЦЕНЗИИ 461

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. V (IX), Fasc. 1—2 1959

CONTENTS

	Pag.
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT	XV
* * * Editorial	XVII
EDUARD ČECH, Classe différentielle des courbes. Circles osculateurs et sphères osculatrices	1
FROIM MARCUS, On the transformations T of congruences and the definition of a stratifiability of a pair of congruences	5
ŞTEFANIA RUSCIOR, Variétés doublement réglées dans S_4	13
VIOREL MURGESCU, Invariants au transport parallèle dans les espaces à connexion affine	19
MAURICE FRÉCHET, L'espace des courbes est-il un espace de Banach?	31
D. F. HARAZOV, On the convergence of the gradient method for operators quadratic on a parameter	35
L. E. DUNDUCENCO e S. A. CASJANIUC, Sulle funzioni C in un annello circolare	41
D. D. STANCU, Sulla dimostrazione del teorema di Weierstrass	47
V. M. STARJYNSKY, Sur la stabilité des mouvements périodiques (II)	51
D. MANGERON e L. E. KRIVOSCEIN, Sopra un problema al contorno per una classe di equazioni integro-differenziali ponderate	101
B. V. GNEDENCO, Alcune osservazioni concernenti due articoli del D. Y. Barrer	111
I. TZÉNOV, Nouvelles équations de la dynamique analytique	119
G. K. MIKHAÏLOV, Sur la classification des problèmes de la théorie de l'écoulement permanent des eaux souterraines dans un plan vertical	125
ALFRED BRAIER, Sur la détermination aproximative de la pulsation des oscillations des systèmes non-linéaires conservatives	135
C. G. BEDREAG, Structure nucléaire du $_{10}Ne$ et $_{12}Mg$	143

Pag.

LL. G. CHAMBERS, The geometrical interpretation of Rayleigh's principle and Schwinger's variational principle 151

ŞT. PROCOPIU et C. PĂPUŞOI, Les cartes magnétiques de la Roumanie de 1895 à 1954. Les éléments magnétiques de Bucarest de 1772 à 1954 et de Jassy de 1828 à 1954. Les variations cycliques séculaires de la Roumanie 161

V. D. KUCHIN, The investigation of the temperature influence on electric strength of ionic crystals (I) 177

M. ŞCHIOPU, VIORICA ONU und MARIANA PĂSTRĂVANU, Die Konstruktion eines Präzisionskryometers mit Quecksilberthermometer 181

N. S. NIKOLAEV, A. A. OPALOVSKY and N. D. MALYGUINA, The investigation of the system $KF-MoO_3-H_2O$. The 25° isotherm 189

OREST NICHITA, Étude géologique, pétrographique et chimique de la région de Chiuzbaia (reg. adm. de Baia Mare) . . . 193

OREST NICHITA et CORNELIA BOTEZ, Sur la géologie et la minéralization de „Isvorul Colbului"-region Colibiţa-Monts Călimani 205

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, VALERIU NĂNESCU et I. MAIOR, Contribution à l'étude du tannage formol-chrome-tanin (III) . 217

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ et GH. CHIRIŢĂ, Caractérisation chimico-technologique de l'extrait d'écorce de saule (*Salix Capreae* L.) 231

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ et GH. CHIRIŢĂ, Sur la détermination quantitative des sédiments dans l'extrait de bois de chêne . 241

MIŞILIM GRINDEA et I ANIA FORST, Contributions à la détermination des modifications structurales des sommets des fibres de laine 253

C. ONU, Sur l'utilisation des tubes électroniques en montages électromètriques 261

N. I. TCHERNOPJATOV, The method of symmetrical components in the study of the action of the three-phase asynchronous machine in the single-phase net 265

N. V. BOŢAN, V. PRISĂCARU et BORIS PONOMAREV, Sur le comportement d'un moteur asynchrone triphasé ayant des résistances asymétriques dans le circuit du stateur 271

V. CORLĂŢEANU et ZAIRA MURGU, Le fonctionnement d'un moteur à courant continu excité en série, lorsqu'on augmente la tension d'alimentation 277

ALFRED BRAIER et HUGO ROSMAN, Contributions à l'étude générale des circuits déphaseurs 291

D. S. TAVKHELIDZE and D. MANGERON, A new class of reduced accelerations of any order applied in the theory of space mechanisms 303

D. MANGERON e A. I. IASIULIONIS, Sopra alcune proprietà estremali delle accelerazioni ridotte spaziali d'ordine qualunque concernenti la teoria dei meccanismi 307

Pag.

W. MEYER ZUR CAPELLEN, Die Fourierreihe für den Schleifenwinkel der zentrischen Kurbelschleife und verwandte Fourierreihen . 311

V. I. BELETSKY, Sur la détermination des dimensions fondamentales des mécanismes aux cames et balancier 321

S. N. KOZHEVNIKOV and A. I. SILITCH, A study concerning the translator mechanism 325

D. MANGERON and CORNELIU DRĂGAN, A new tensor method in the synthesis of three-dimensional cams with two degree of mobility 331

N. G. POPINCEANU and M. D. GAFIŢEANU, Correlations between roughness, machining process, dimension, quality (IT) and function in the engine parts construction . . . 339

I. CURIEVICI, AURELIAN SIMIONESCU, FLORIN VĂLU et DINU URSESCU, Études expérimentales concernant le coefficient de passage de la chaleur pour les tuyaux horizontaux, arrosés, superposés 361

C. PICOŞ, Einfluss der Wassereinspritzung auf einigen Parametern des Indikatordiagramms bei Funkzündungsmotoren . . 369

V. N. GANSCHIN, Allgemeine Lösung der geodätischen Hauptaufgaben . 377

GH. URSESCU, FLORIN CONSTANTINESCU et LUCREŢIA CONSTANTINESCU, Sur une voûte à caractéristiques spéciales . 381

AUREL CERNĂTESCU, GH. DIMA, VIOLETA ROTARU, FLORICA VASILESCU et SIMA AVRAM, Contributions à l'étude de l'utilisation des lessives bisulfitiques résiduelles pour la stabilisation des terres 385

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, ELISABETA PĂUNEL, ANATOLIE MIHUL, VLADIMIR BOGHIAN, EUGEN FLOREA ARIADNA BOGHIAN, FLORIN CONSTANTINESCU, ELISABETA ARDELEANU, I. DUMITRESCU et LUIZA TĂNĂSACHE, Possibilité de valorifier, pour les constructions, les roches du massif de Repedea-Jassy 393

E. D. EFREMOV, Contribution to the study of the yarn tension in winding cone bobbins at the winding machines . . . 405

V. N. TZVETKOV, The scheme of the load of the bottom of footwear when walking 409

I. LAZARU, Die Aufsicht über die Qualität der Produktion durch statistische Methoden 415

D. RUSU, I. ŞANDRU, M. TODOSIA, TEODOSIE ŞTIRBU, N. DAVIDEANU et AL. TACU, Sur l'essor économique de la région de Jassy depuis l'éliberation de la Roumanie du joug fasciste (1944...1959) 423

D. RUSU, TEODOR NEAGU e GHIDU BRUCMAIER, Come si rifletta nel metodo „Giornale-Ordine" la realizzazione del piano del prezzo di costo della produzione 435

GH. ALEXA, I. CURIEVICI et M. MARINESCU, L'essor de l'enseignement chimique appliqué à l'Université de Jassy (1903...1937) . 443

BOOKS REVIEWS 461

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

REDACŢIONALE [1]) ОТ РЕДАКЦИИ [2])

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT [3])

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia *Buletinului Institutului Politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией *Известий Ясского Политехнического Института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

HIONG KING-LAI, (Academia Sinica, Institute of Mathematics, Peking, P. R. China), *On the limitation of a meromorphic function addmitting exceptional values* B.

ВОТТЕМА О., (Polytechnic Institute, Delft, Holland), *On the stabilization of an equilibrium by rotation.*

SAUER R., (Technische Hochschule, München, Deutsche Bundesrepublik), *Numerische Mathematik beim Einsatz von Rechenautomaten.*

ПОВАРОВ Г. Н., (Академия Наук СССР, Москва), *Основные положения теории кумулятивных сетей.*

BAGEMIHL F., PIRANIAN G. and YOUNG S., (The University of Notre Dame-Indiana and the University of Ann Arbour-Michigan, USA), *Intersections of cluster sets.*

MILTZLAFF G., (Hochschule für Schwermaschinenbau, Magdeburg, Deutsche Demokratische Republik), *Über eine Klasse von nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung und ihre Lösung durch allgemeine Integrale.*

НОВОСЕЛОВ В. С., (Ленинградский Государственный университет им. А. А. Жданова, СССР), *Исследование устойчивости качения одноколесного реактивного экипажа.*

ЦВЕТКОВ В. Н., (Московский Технологический Институт Легкой Промышленности, СССР), *Расчет нагрузок в соединениях элементов низа обуви.*

БЕРГ Л. Г. и СИДОРОВА Е. Е., (Казанский Филиал Академии Наук, СССР), *Определение температуропроводности термографическим методом и ее применение в физико-химическом анализе.*

СОЛОВЬЕВ А. И., (Радиотехнический Институт, Таганрог, СССР), *Новые модификации замкнутых дифференциальных механизмов.*

---

[1]) Listele în continuare a cărţilor şi noilor articole originale primite la redacţia *Buletinului Institutului Politehnic din Iaşi*, precum şi noile serii de recenzii, vor fi publicate în fasciculele imediat următoare ale revistei.

[2]) Продолжение списков книг и новых оригинальных статей поступивших в редакцию *Известий Ясского Политехнического Института*, а также и ряда рецензий на полученные книги будет помещено в следующих выпусках нашего журнала.

[3]) A new list of books and original articles just received by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy* as well as a new series of book reviews will be published in the next issues of our periodical.

СЛЕЗИНГЕР И. Н., (Одесский Электротехнический Институт Связи, Одесса, СССР), *О вариационных теоремах нелинейной теории упругости.*

САФРОНОВ Ю. В., (Ростовский Государственный Университет, Ростов н/Д, СССР), *Об устойчивости пластинки со ступенчато меняющейся жесткостью.*

LAKSHMIKANTH V., (Osmania University, Hyderabad, India), *On the asymptotic connections between the solutions of the differential systems.*

VISWANATHAM B., (Osmania University, Hyderabad, India), *On the continuation of nonlinear differential equations.*

KUNTZMANN JEAN et GASTINEL NOËL, (Faculté des Sciences, Grenoble, France), *Structure des organigrammes.*

RONCHI VASCO, (Istituto Nazionale di Ottica, Firenze-Arcetri, Italia), *Does the telescope enlarge or approach ?*

СПИЦИН Н. А., (Научно-Исследовательский и Экспериментальный Институт Подшипниковой Промышленности, Москва, СССР), *Классификация высокоскоростных шлифовальных шпинделей и анализ их конструктивных схем.*

НАРОДЕЦКИЙ М. З., (Научно-Исследовательский и Экспериментальный Институт Подшипниковой Промышленности, Москва, СССР), *О концентрации напряжений при кручении круглого вала, ослабленного некоторыми криволинейными полостями.*

ЧЕРКАСОВ И. Д., (Мурманский Педагогический Институт, СССР), *О нестационарных процессах в турбулентном движении жидкости.*

БАЦАНОВ С. С., (Сибирское Отделение Академии Наук СССР, Новосибирск, СССР), *Влияние водородной связи на строение и свойства неорганических веществ.*

ЛЕБЕДЕВ П. А., (Ленинградский Текстильный Институт, Ленинград, СССР), *Алгоритм составления алгебраических уравнений шатунных кривых сложных плоских механизмов.*

SIEKER K.-H., (Berlin), *Extremwerte der Winkelgeschwindigkeite in symmetrischen Doppelkurbeln.*

КРИВОШЕЙН Л. Е., (Киргизский Государственный Университет, Фрунзе, СССР), *Приближенное решение некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений.*

ВАЙНАУСКАС В. В., (Каунасский Политехнический Институт, СССР), *К вопросу урав новешивания полигонометрии.*

RAMAKANTH J., (Osmania University, Hyderabad, India), *Finite deformation of aelotropic and composite bodies.* (4).

ПОНОМАРЕВ К. К., (Москва, СССР), *Развитие матричного метода расчета статически неопределимых систем.*

СЛУГИН С. Н., (Казанский Государственный Университет, СССР), *Полуортогонализация и метод Галеркина.*

ЧЕРНОПЯТОВ Н. И., (Челябинский Институт Механизации и Электрификации Сельского Хозяйства, СССР), *Симметрирование трехфазных машин в однофазных трехпроводных сетях.*

САПА В. А., (Казахстанский Государственный Университет им. С. М. Кирова, Алма Ата, СССР), *Движение материальной точки переменной массы с трением и сопротивлением пропорциональным квадрату скорости.*

STANIŠIĆ M. M., (Purdue University, Lafayette, Indiana, USA), *On the formulation of the integral equation for the non-steady flow around a delta-wing in supersonic flight.*

ВЕНИКОВ В. А., (Московский Энергетический Институт, СССР), *Устойчивость нагрузки электрических систем.*

ВЕНИКОВ В. А., (Московский Энергетический Институт, СССР), *Современные проблемы динамической устойчивости.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

LA A 15-a ANIVERSARE A ELIBERĂRII PATRIEI

Cea de a cincisprezecea aniversare a Eliberării găseşte ţara şi poporul nostru pe o treaptă de dezvoltare unică în istoria patriei noastre, în plină ascensiune şi într-un ritm de dezvoltare încă necunoscut şi care nu era posibil decît în condiţiile create de regimul democrat popular.

A intrat în tradiţia poporului nostru ziua de 23 August ca cea mai mare sărbătoare din istoria ţării. Insurecţia armată de la 23 August 1944 a fost înfăptuită sub conducerea PCR, prin lupta forţelor patriotice populare, a soldaţilor, ofiţerilor şi generalilor patrioţi, în condiţiile favorabile create de ofensiva victorioasă a glorioaselor armate sovietice eliberatoare.

Poporul a luat în mîinile sale puterea şi a trecut la construirea vieţii noi, socialiste, în frunte cu clasa muncitoare condusă de partidul ei marxist-leninist.

În aceşti ani de luptă entuziastă, masele populare, sub înţeleapta conducere a comuniştilor, au schimbat în mare măsură faţa întregii ţări.

Păşind cu fermitate pe drumul deschis de 23 August, oamenii muncii din Republica Populară Romînă, călăuziţi de Partid, în prima etapă a revoluţiei populare au lichidat rămăşiţele feudale la sate şi moşierimea ca clasă, au înfăptuit reforme democratice, au zdrobit forţele politice reacţionare care reprezentau interesele burgheziei şi moşierimii, în frunte cu monarhia.

Trecînd în etapa revoluţiei socialiste, stăpîni ai ţării eliberate au devenit muncitorii şi ţăranii care împreună cu intelectualii legaţi de popor au păşit spre construirea unei vieţi noi.

S-a înfăptuit naţionalizarea principalelor mijloace de producţie: industria, băncile, transporturile, societăţile de asigurare, etc.

Drept urmare a actului naţionalizării, burghezia industrială şi financiară a fost desfiinţată ca clasă şi astfel în ramurile naţionalizate ale economiei s-a stabilit o concordanţă deplină între relaţiile de producţie şi forţele de producţie.

Drumul străbătut de economia naţională a ţării noastre în toţi aceşti ani oglindeşte justeţea politicii economice a partidului clasei muncitoare.

Întemeindu-se pe cunoaşterea şi folosirea legilor economice obiective în interesul construcţiei socialiste, pe folosirea statului dictaturii proletariatului ca instrument principal în făurirea măreţei opere de înălţare a unei noi orînduiri, Partidul Muncitoresc Romîn conduce masele muncitoare spre marele ţel al construirii depline a societăţii socialiste.

Au trecut 15 ani de la memorabila zi de 23 August 1944.

Aceștia au fost anii unor mari realizări, ai unor progrese uriașe, fără seamăn în întreaga istorie a Romîniei, în toate domeniile vieții politice, economice și sociale, anii unor succese hotărîtoare în construirea societății noi.

Datorită eforturilor pline de abnegație ale clasei muncitoare, ale țărănimii muncitoare și ale intelectualității legate de popor, care urmează cu încredere și aplică politica Partidului, Romînia, ținută în trecut într-o adîncă înapoiere economică, s-a transformat, într-o perioadă istorică scurtă, într-o țară cu industrie puternic dezvoltată și cu agricultura în plin progres, pe calea transformării socialiste.

„Succesele obținute de țara noastră, ca și de celelalte țări de democrație populară — *arată tov. Gh. Gheorghiu-Dej* — sînt înlesnite în mod deosebit de faptul că ne putem sprijini în construirea noii orînduiri sociale pe înaltul nivel de dezvoltare atins în URSS, pe ajutorul multilateral și frățesc pe care URSS, îndeplinind cu cinste învățăturile lui Lenin despre rolul primului stat al muncitorilor și țăranilor, îl acordă țărilor lagărului socialist“ [1])

Romînia, dintr-o țară „eminamente agricolă“, aservită din punct de vedere economic și politic capitalului monopolist, a devenit astăzi o țară industrial-agrară dezvoltată.

Elaborînd programul dezvoltării economice a țării, PMR a așezat la temelia lui teza leninistă după care baza materială a socialismului poate fi numai marea industrie mecanizată. Ceea ce caracterizează dezvoltarea economiei noastre naționale în anii puterii populare este linia sa mereu ascendentă. La sfîrșitul anului 1959 volumul producției industriale globale va fi de 4,5 ori mai mare decît în anul 1958 iar într-o serie de ramuri de importanță hotărîtoare pentru crearea bazei tehnico-materiale a socialismului s-a înregistrat o creștere și mai mare. Planul de electrificare se îndeplinește cu succes iar creșterea productivității muncii, factorul cel mai important pentru victoria noii orînduiri sociale, a înregistrat în cursul celor două cincinale cifra de 90%.

Paralel cu industrializarea țării, Partidul rezolvă cu succes una din cele mai complexe sarcini ale perioadei de construire a economiei socialiste și anume, crearea relațiilor socialiste în agricultură. Sectorul socialist al agriculturii cuprinde peste 70% din suprafața arabilă a țării și circa 70% din numărul total al gospodăriilor țărănești. Sprijinindu-se pe succesele obținute în construcția socialismului la orașe și sate, puterea populară a trecut în martie 1959 la desființarea completă a rămășițelor oricăror forme de exploatare la sate. Acest lucru constituie un pas înainte în dezvoltarea social-economică a țării noastre pe drumul victoriei depline a relațiilor de producție socialiste. Cel mai important rezultat al dezvoltării economiei și culturii socialiste este îmbunătățirea sistematică a condițiilor de viață ale oamenilor muncii. Din 1948 și pînă astăzi venitul național a crescut de peste 3 ori, ceea ce a permis Partidului și Guvernului să ia măsuri sistematice pentru sporirea salariului real al muncitorilor și a tuturor salariaților, pentru creșterea veniturilor țărănimii muncitoare, pentru construcții de locuințe, ocrotirea sănătății poporului, dezvoltarea învățămîntului, artei și culturii și pentru alte scopuri social-culturale.

[1]) Din expunerea tov. Gh. Gheorghiu-Dej cu privire la lucrările celui de al XXI-lea Congres extraordinar al PCUS.

Aceasta arată că esența orînduirii socialiste constă în satisfacerea tot mai deplină a necesităților de viață ale oamenilor muncii, creatorii tuturor valorilor materiale și spirituale ale societății. Hotărîrea recentei plenare a Comitetului Central al PMR din 13—14 iulie crt. asigură o sporire substanțială a veniturilor reale ale oamenilor muncii atît prin creșterea salariilor nominale cît și prin reducerea prețurilor de vînzare la peste 2600 sortimente.

În anii regimului nostru democrat popular s-au obținut importante realizări și în domeniul revoluției culturale, parte integrantă a revoluției socialiste. Știința și cultura, accesibile în trecut, aproape în exclusivitate, claselor și păturilor avute, au devenit un bun de neprețuit al celor ce muncesc, o armă puternică în construirea societății noi, socialiste.

Învățămîntul superior, alături de celelalte sectoare ale economiei și culturii, se bucură de atenția și îndrumarea permanentă a Partidului și Guvernului. Reforma învățămîntului din 1948, realizată din inițiativa și sub conducerea PMR, a însemnat un pas hotărît înainte pe drumul revoluției noastre culturale. Învățămîntul de toate gradele a fost reorganizat pe temelii democratice și a dobîndit un caracter realist-științific. Legătura dintre teorie și practică, dintre școală și producție, a devenit un principiu fundamental al întregului proces instructiv-educativ.

Conținutul învățămîntului a fost orientat pe baza ideologiei marxist-leniniste, singura concepție științifică despre lume, unica metodologie în măsură să călăuzească spre rezultate rodnice orice știință.

În anii puterii populare învățămîntul superior a fost mult dezvoltat prin înființarea de institute noi și lărgirea celor existente. În prezent funcționează în țară 34 de institute de învățămînt superior cu 90 de facultăți.

Industrializarea socialistă a țării și transformarea socialistă a agriculturii solicită neîntrerupt cadre cu pregătire tehnică superioară. Au luat ființă noi facultăți cu secții de specializare menite să satisfacă necesitățile de cadre superioare cerute de dezvoltarea economiei naționale. Față de anul 1938/1939 cînd existau în țară un număr de 3 institute tehnice cu 9 facultăți, în anul universitar 1958/1959 existau în țară 11 institute tehnice cu 35 de facultăți și 74 secții de specializare. Institutul politehnic din Iași funcționează astăzi cu 5 facultăți și 12 secții de specializare.

Pentru buna desfășurare a activității practice a studenților și pentru dezvoltarea activității de cercetare științifică, Institutul politehnic din Iași, ca și alte numeroase institute din țară, a fost asigurat cu laboratoare și înzestrat cu aparatură modernă. Laboratoarele de celuloză și hîrtie, tehnologia pieii, a blănurilor și a extractelor tanante, laboratorul de fibre, laboratorul de țesătorie, etc., oferă studenților posibilitatea să aplice în practică cunoștințele teoretice căpătate la cursuri și seminarii.

Un salt calitativ corespunzător s-a efectuat și în domeniul cercetărilor științifice. Momentul eliberării, de epocală importanță în istoria țării, a deschis științei domenii noi de cercetare și interpretare. Sprijinită puternic de Partid și de Guvern cercetarea științifică se dezvoltă impetuos în toate domeniile.

La Institutul politehnic din Iași tematica științifică a fost orientată spre dezvoltarea activității de cercetare, după specificul facultăților, în direcția rezolvării unor numeroase probleme ridicate de practica construirii socialismului în patria noastră.

În ultimii șase ani au fost organizate la Institutul politehnic din Iași patru sesiuni științifice ale cadrelor didactice, la care s-au prezentat un număr de 492 comunicări din diferite domenii de activitate.

Asemenea rezultate au fost posibile ca urmare directă a creerii și dotării laboratoarelor cu utilaj și aparatură, preocupare de bază a regimului nostru democrat popular.

În rezolvarea unor teme importante legate de dezvoltarea industriei noastre naționale au fost antrenați specialiști din producție cu înaltă calificare. Participarea lor se concretizează în cele 31 de colaborări și 40 de teme rezolvate în cadrul întreprinderilor.

Cadrele didactice din Institutul politehnic din Iași sînt recunoscătoare Partidului și Guvernului pentru acest sprijin care le îngăduie să-și valorifice cunoștințele lor pentru făurirea vieții noi, socialiste, în scumpa noastră patrie, Republica Populară Romînă.

REDACȚIA

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

CLASSE DIFFÉRENTIELLE DES COURBES. CIRCLES OSCULATEURS ET SPHÈRES OSCULATRICES

PAR

EDUARD ČECH

Une courbe C de l'espace ordinaire soit dite *régulière* si les deux courbures k_1, k_2 sont des fonctions continues de l'arc s qui ne s'annulent jamais. C possède en chaque point X une tangente T et un plan osculateur P. Le paramètre t du point mobile de C est dit *régulier* si $dt/ds \neq 0$ partout. Outre s, les quantités $\sigma_1 = \int k_1 \, ds$, $\sigma_2 = \int k_2 \, ds$ sont des paramètres réguliers. En posant $\mathrm{cl}\, f(t) \geqq r$ si la fonction f possède une dérivée r-ième continue, le nombre $\min [k_1(t), k_2(t)]$ a la même valeur r pour $t = s, \sigma_1, \sigma_2$. Dans ce qui suit on suppose que $r < \infty$. J'ai déterminé [1] les nombres $\mathrm{cl}\, X(t)$, $\mathrm{cl}\, T(t)$, $\mathrm{cl}\, P(t)$ pour $t = s$, σ_1, σ_2; d'ailleurs si t parcourt tous les paramètres réguliers on a toujours

$$\max \mathrm{cl}\, X(t) = \mathrm{cl}\, X(s), \quad \max \mathrm{cl}\, T(t) = \mathrm{cl}\, T(\sigma_1), \quad \max \mathrm{cl}\, P(t) = \mathrm{cl}\, P(\sigma_2).$$

Pour la commodité du lecteur je repète ci-dessous les valeurs de $X(s)$, $X(\sigma_1)$, $X(\sigma_2)$. La courbe C possède en chaque point un cercle osculateur g. Outre g je considère aussi la sphère osculatrice h; les résultats que je vais énoncer pour h supposent que $r \geqq 2$ et que $\mathrm{cl}\, [\varrho(\sigma_2) + \mathrm{d}^2 \varrho(\sigma_2) / \mathrm{d}\, \sigma_2^2] \neq 0$ partout, où $\varrho = 1/k_1$, ce qui implique que le centre de h décrit une courbe régulière. Notons que

$$\varrho(\sigma_2) + \mathrm{d}^2 \varrho(\sigma_2) / \mathrm{d}\, \sigma_2^2 \equiv 0$$

pour les courbes sphériques.

Après ces préliminaires je vais énoncer mes résultats relatifs aux nombres $\mathrm{cl}\, g(t)$ et $\mathrm{cl}\, h(t)$; les démonstrations seront données au *Czechoslovak Mathematical Journal*. On voit sans peine que les résultats énoncés ici impliquent ceux de la Note [2].

I. Soit $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) = r$. Alors

$$\max \mathrm{cl}\, X(t) = \mathrm{cl}\, X(s) = r+2,\ \mathrm{cl}\, X(\sigma_1) = r+1,$$

$$\mathrm{cl}\, X(\sigma_2) = \begin{cases} r+1 \text{ pour } k_2(\sigma_2) = r, \\ r+2 \text{ pour } k_2(\sigma_2) \geqq r+1; \end{cases}$$

$$\max \mathrm{cl}\ g(t) = \mathrm{cl}\, g(s) = \mathrm{cl}\, g(\sigma_1) = \mathrm{cl}\, g(\sigma_2) = r;$$

$$\max \mathrm{cl}\ h(t) = r,\ \mathrm{cl}\, h(s) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_1) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_2) = r-1.$$

II. Soit $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) = r+1$. Alors

$$\max \mathrm{cl}\, X(t) = \mathrm{cl}\, X(s) = r+3,\ \mathrm{cl}\, X(\sigma_2) = r+1,$$

$$\mathrm{cl}\, X(\sigma_1) = \begin{cases} r+2 \text{ pour } k_1(\sigma_1) = r+1, \\ r+3 \text{ pour } k_1(\sigma_1) \geqq r+2; \end{cases}$$

$$\max \mathrm{cl}\, g(t) = \mathrm{cl}\, g(s) = \mathrm{cl}\, g(\sigma_1) = \mathrm{cl}\, g(\sigma_2) = r+1,$$

$$\max \mathrm{cl}\, h(t) = r+1,\ \mathrm{cl}\, h(s) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_1) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_2) = r.$$

III. Soit $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) \geqq r+2$. Alors

$$\max \mathrm{cl}\, X(t) = \mathrm{cl}\, X(s) = r+3,\ \mathrm{cl}\, X(\sigma_1) = r+2,\ \mathrm{cl}\, X(\sigma_2) = r+1;$$

$$\max \mathrm{cl}\, g(t) = \mathrm{cl}\, g(\sigma_2) = r+2,\ \mathrm{cl}\, g(s) = \mathrm{cl}\, g(\sigma_1) = r+1.$$

Quant à la sphère osculatrice, on doit distinguer trois cas:

III a. Si $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) = r+2$, alors

$$\max \mathrm{cl}\, h(t) = r+2,\ \mathrm{cl}\, h(\sigma_2) = r+1,$$

$$\mathrm{cl}\, h(s) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_1) = \begin{cases} r+1 \text{ pour } \mathrm{cl}\, f(\sigma_2) = r, \\ r+2 \text{ pour } \mathrm{cl}\, f(\sigma_2) \geqq r+1, \end{cases}$$

où

$$f(\sigma_2) = k_2(\sigma_2)\,[1 + \varrho(\sigma_2) + \mathrm{d}^2 \varrho(\sigma_2)/\mathrm{d}\,\sigma_2^2],\ \varrho = 1/k_1.$$

III b. Si $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) = r+3$, alors

$$\max \mathrm{cl}\, h(t) = r+3,\ \mathrm{cl}\, h(\sigma_2) = r+2,\ \mathrm{cl}\, h(s) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_1) = r+1.$$

III c. Si $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) \geqq r+4$ (il se peut que $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) = \infty$ ou même que $k_1 = \text{const.}$) alors

$$\max \mathrm{cl}\, h(t) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_2) = r+3, \quad \mathrm{cl}\, h(s) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_1) = r+1.$$

Reçu le 14 IV 1959

Académie des Sciences, Prague, Tchécoslovaquie

BIBLIOGRAPHIE

1. Čech E., Czech. Math. Journal, 1957, **7** (**82**), pp. 599 — 631.
2. — Colloquium Mathematicum, 1958, **6**, pp. 141 — 143.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ КЛАСС КРИВЫХ. СОПРИКАСАЮЩИЕСЯ ОКРУЖНОСТИ И СОПРИКАСАЮЩИЕСЯ СФЕРЫ

(Резюме)

Пополняя результаты заметки [1], автор устанавливает, на основании нижеизложенного, порядок дифференцируемости соприкасающихся окружностей и соприкасающихся сфер пространственной кривой определяемой её формулами Френе.

Пусть C — пространственная кривая, s — дуга C, k_1 — кривизна, k_2 — кручение, g — соприкасающаяся окружность C, h — соприкасающаяся сфера, $\sigma_1 = \int k_1\, ds$, $\sigma_2 = \int k_2\, ds$.

Предполагается, что всюду $k_1 k_2 \neq 0$ и что g и h не стационарны ни в одной точке C. Пусть символ cl обозначает порядок непрерывной дифференцируемости. Если

$$r = \min [\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2),\ \mathrm{cl}\, k_2(\sigma_2)],$$

(где σ_2 может быть заменено s или же σ_1) и если $r < \infty$, вычисляются числа $\mathrm{cl}\, g(t)$ $\mathrm{cl}\, h(t)$ для $t = s, \sigma_1, \sigma_2$ а так же и для t, при котором эти числа приннмают максимальные значения. Устанавливается, что вообще достаточно знать, кроме r, число $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2)$. Исключение имеет место когда $\mathrm{cl}\, h(s) = \mathrm{cl}\, h(\sigma_1)$ в случае $\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2) = r+2$.

CLASA DIFERENŢIALĂ A CURBELOR. CERCURI OSCULATOARE ŞI SFERE OSCULATOARE

(Rezumat)

Completînd rezultatele notei [1] autorul descrie — după cum urmează din cele de mai jos — ordinul de diferenţiabilitate a cercurilor osculatoare şi a sferelor osculatoare ale unei curbe strîmbe, determinată prin formulele sale Frenet.

Fie C o curbă strîmbă, s arcul lui C, k_1 — curbura, k_2 — torsiunea, g — cercul osculator la C, h — sfera osculatoare, $\sigma_1 = \int k_1\, ds$, $\sigma_2 = \int k_2\, ds$. Se presupune că $k_1 k_2 \neq 0$

peste tot şi că g şi h nu sînt staţionare în nici un punct al lui C. Notînd prin cl ordinul de diferenţiabilitate continuă şi punînd

$$r = \min [\mathrm{cl}\, k_1(\sigma_2),\ \mathrm{cl}\, k_2(\sigma_2)]$$

(în care σ_2 poate fi înlocuit prin s sau prin σ_1) şi presupunînd $r < \infty$, se calculează numerele cl $g(t)$, cl $h(t)$, pentru $t = s, \sigma_1, \sigma_2$ precum şi pentru t astfel ca aceste numere să aibă valori maxime. Se stabileşte că este suficient să se cunoască în general, în afară de r, numărul cl $k_1(\sigma_2)$. Excepţie face cazul în care numărul cl $h(s) =$ cl $h(\sigma_1)$ în ipoteza că cl $k_1(\sigma_2) = r + 2$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

513.814

ON THE TRANSFORMATION T OF CONGRUENCES AND THE DEFINITION OF A STRATIFIABILITY OF A PAIR OF CONGRUENCES

BY

FROIM MARCUS

In a paper, V. G. Grove [1] studies a certain relationship between two congruences in a projective space of three dimensions. According to his definition, two congruences Γ and $\overline{\Gamma}$ are related to each other by a transformation T, if the congruences are in one-to-one correspondence, such that:

a) corresponding lines are not coplanar;

b) the developables of the congruences correspond to each other, and

c) there exist at least three transversal surfaces of each congruence whose tangent planes at their points of intersection with the line of that congruence, pass through the corresponding line of the other congruence.

He finds that the transformation T is of two types, one of which he calls the asymptotic type, and the other the conjugate type. He studies the W congruences in both cases. In the asymptotic case, he find that, if one of the two congruences related by a transformation T is a W congruence, the other is also a W congruence. In the conjugate case, he considers not only the congruence Γ and $\overline{\Gamma}$, but the quadrilaterals formed by the focal points of one of the lines of the congruence Γ and by two points x, y, on the corresponding line of the congruence $\overline{\Gamma}$, finding the following result:

If any three of the sides of these quadrilaterals generates a W *congruence, so does the fourth.*

In a short note in *Annals of Mathematics* [2] I have enonced, but without any proof, the following result:

A transformation T *of congruences is only of one type, namely the conjugate type, and in this case not only the congruences* Γ, $\overline{\Gamma}$ *are* W *congruences, but likewise the congruences of lines formed by the sides of the quadrilaterals above considered.*

The purpose of this paper is to give the proofs of the results from [2], namely, *that the definition of a transformation* T *of two congruences* Γ *and* $\overline{\Gamma}$ *can be simplified, that the transformation* T *is only of one type in accordance with a theorem of Fubini, and not only the two congruences* Γ, $\overline{\Gamma}$ *are* W *congruences, but likewise the congruences* Γ_{ik} $(i,k=1,2)$ *where* Γ_{11}, Γ_{12}, Γ_{21}, Γ_{22} *are respectively the congruences of lines generated by the sides of the quadrilaterals formed by the two focal points of one of the lines of the congruence* Γ *and by two points* x, y *on the corresponding lines of the congruence* $\overline{\Gamma}$.

In the demonstration of these results, we shall use the notations of Grove's paper.

Let the curves wich correspond to the developables of the congruences Γ and $\bar{\Gamma}$ be chosen as parametric curves on the focal surfaces S_z, S_ω, $S_{\bar{z}}$, $S_{\bar{\omega}}$ of Γ and $\bar{\Gamma}$. For simplifying, we shall normalize the coordinates of the focal points of the lines of the congruences Γ and $\bar{\Gamma}$ so that the homogeneous projective coordinates $z_i, \omega_i, \bar{z}_i, \bar{\omega}_i$ $(i = 1, 2, 3, 4)$, satisfy a differential system of equations of the following form:

$$(1)\quad \begin{cases} z_u = f\bar{z} + g\bar{\omega} + rz + s\omega, & \bar{z}_u = \bar{f}z + \bar{g}\omega + \bar{r}\bar{z} + \bar{s}\bar{\omega}, \\ z_v = n\omega, & \bar{z}_v = \bar{n}\bar{\omega} \\ \omega_u = Nz, & \bar{\omega}_u = \bar{N}\bar{z}, \\ \omega_v = G\bar{z} + F\bar{\omega} + Sz + R\omega, & \bar{\omega}_v = \bar{G}z + \bar{F}\omega + \bar{S}\bar{z} + \bar{R}\bar{\omega}. \end{cases}$$

The integrability conditions of the system (1) are

$$(2a)\quad \begin{cases} -r_v - sS + nN = g\bar{G}, \\ s_v - n_u + sR + nr = -g\bar{F}, \\ g_v + g\bar{R} + f\bar{n} + sF = 0, \\ f_v + g\bar{S} + sG = 0, \end{cases} \qquad (2b)\quad \begin{cases} -R_u + Nn - sS = \bar{g}G, \\ S_u - N_v + NR + Sr = -\bar{f}G, \\ G_u + G\bar{r} + fS + F\bar{N} = 0, \\ F_u + G\bar{s} + Sg = 0, \end{cases}$$

and two other sets (2'a), (2'b) obtained from these by placing bars above the letters where they do not occur, and removing those wich do occur.

Let use denote by x, y, etc. the points whose homogeneous projective coordinates are x_i, y_i, etc. $(i = 1, 2, 3, 4)$. By using the conditions (2a), (2b), (2'a), (2'b) we find that the tangent plane to a transversal surface S_x of Γ generated by the point x whose coordinates x_i are of the form $x = \omega + \lambda z$, pases through the line $\bar{g}$ of $\bar{\Gamma}$ if

$$(3)\qquad g\bar{F}\lambda^2 - (\bar{g}G + g\bar{G})\lambda + \bar{f}G = 0,$$

where

$$(3')\qquad \lambda_u = \lambda^2 s - \lambda r - N, \quad \lambda_v = \lambda^2 n + \lambda R - S.$$

If there exist three surfaces S_x with the tangent planes passing through the line $\bar{g}$ of $\bar{\Gamma}$, then from (3) we have

$$(3'')\qquad g\bar{F} = \bar{g}G + g\bar{G} = \bar{f}G = 0.$$

Let $S_{\bar{x}}$ be a transversal surface of $\bar{\Gamma}$ generated by the point $\bar{x} = \bar{\omega} + \bar{\lambda}\bar{z}$.

By using $(3''_2)$ we find that the condition that the tangent plane at $S_{\bar{x}}$ at $\bar{x}$ passes through the corresponding line g of Γ is

$$(4)\qquad F\bar{g}\bar{\lambda}^2 + f\bar{G} = 0,$$

with

(4′) $$\bar{\lambda}_u = \bar{\lambda}^2 \bar{s} - \bar{\lambda}\,\bar{r} - \bar{N},\ \bar{\lambda}_v = \bar{\lambda}^2 \bar{n} + \bar{\lambda}\,\bar{R} - \bar{S}.$$

By using (3″) and (4) we see, that it is sufficient that there existe only two tranversal surfaces of Γ and not three like is supposed in [1], in orden that the congruence Γ and $\bar{\Gamma}$ be related by a transformation T.

In effect that two surfaces be such as their tangent planes in the points $\bar{x}$ of the line $\bar{g}$ pass through the corresponding line g of Γ, it is necessary that

(4″) $$F\bar{g}\,\bar{\lambda}_1^2 + f\bar{G} = 0,\ F\bar{g}\,\bar{\lambda}_2^2 + f\bar{G} = 0,\ \bar{\lambda}_1 \neq \bar{\lambda}_2.$$

Because the determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} \bar{\lambda}_1^2 & 1 \\ \bar{\lambda}_2^2 & 1 \end{vmatrix} \neq 0,$$

it results

(4‴) $$F\bar{g} = f\bar{G} = 0.$$

Consequently, two congruences Γ and $\bar{\Gamma}$ are related to each other by a transformation T, *if the conditions* a) *and* b) *are satisfied, and if* c) *there exist at least three transversal surfaces of a congruence, and two transversal surfaces of the other congruence, whose tangent planes at their points of intersection with the line of a congruence pass through the corresponding line of the other congruence.* According to the definition of a couple of stratifiable congruences, it follows that this class of congruences forms a particular couple of stratifiable congruences of Fubini [4].

According to a former result [5] we can define in general the relation of stratifiability of a pair of congruences K and K' as folows.

Two congruences K *and* K′ *will be said to be in the relation of stratifiability, if the lines of the congruences are in one-to-one correspondence such that:* a) *corresponding lines are not coplanar;* b) *there existe three transversal surfaces of a congruence and two transversal surfaces of the other congruence whose tangent planes at their points of intersection with the line of that congruence pass through the corresponding line of the other congruence.*

In effect if we denote with $x^i = \omega + \mu_i z$, $(i = 1, 2, 3)$, (where ω and z are the focal points of the congruence K), three points who generates three transversal surfaces of the congruence K whose tangent planes at their points of intersection with the line of that congruence pass through the corresponding line of the other congruence K' than we have [1]

1) To sow [5].

(a) $$\mu_{iu} = -q_1\mu_i^2 + p_1\mu_i - \varrho,\ \mu_{iv} = -\sigma\mu_i^2 - p\mu_i + q,$$

with $\omega_u = \varrho z$, $z_v = \sigma\omega$ and $\Omega = p\omega + qz + \omega_v$, $Z = q_1\omega + p_1 z + z_u$, where Ω, Z are two points of the corresponding congruence K'. The integrability conditions of (a) are $\mu_i^2 A + \mu_i B + C = 0$, $(i = 1, 2, 3)$, where

$$A = -q_{1v} + q_1 p - \sigma p_1 - \sigma_u;\ B = p_{1v} + p_u - 2qq_1 + 2\sigma\varrho;\ C = p_1 q - \varrho_v - p\varrho - q_u$$

If A, B, C, are different from zero, than the determinant

$$D = (\mu_i^2,\ \mu_i,\ 1) = 0.$$

But $D = (\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_2)$ with $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq 0$. Consequently $A = B = C = 0$ and the system (a) is identically satisfied According to Fubini [4] the congruences K and K' are stratifiable in one sense. If there exist two transversal surfaces of the other congruence K' whose tangent planes at their points of intersection with the line of that congruence, pass through the corresponding line of the congruence K, than according to our result [5], the congruences K and K' are stratifiable in the sense K' to K, and the couple K, K' are stratifiable.

The tangent planes at z and ω to S_z and S_ω do not coincide, hence

(5) $$f\bar{F} - \bar{g}G \neq 0,\ fF - gG \neq 0.$$

Discussing (5) V. Grove [1] finds two types of transformation T. He calls these types respectively the asymptotic type, if

(6) $$f = \bar{f} = F = \bar{F} = g\bar{G} + \bar{g}G = 0,$$

and the conjugate type, if

(6′) $$g = \bar{g} = G = \bar{G} = 0.$$

Let us consider the asymptotic type. From (2a), (2b) we obtain

(6″) $$s = \bar{s} = S = \bar{S} = 0.$$

The fundamental quadratic form of a transversal surface S_x is proportional as known, to the determinant $D = (x, x_u, x_v, \mathrm{d}^2 x)$.

From (1), (2), (6), (6″) it result that D is proportional to

(7) $$A\,\mathrm{d}u^2 + \lambda^2 g^2 G\bar{G}\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}v + B\,\mathrm{d}v^2,$$

where the expresion of A, B are for the present without interest to us.

The asymptotic type of the transformation T, as we saw above, is a couple of stratifiable congruences, with the correspondence of the developables. But according to a theorem of Fubini [4], if the developables of a pair of stratifiable congruences correspond to each

other, than the developables cut all the transversal surfaces in conjugate nets. Then

$$\lambda g^2 G\bar{G} = 0 \tag{7'}$$

and because $\lambda \neq 0$ we obtain

$$g^2 G\bar{G} = 0. \tag{7''}$$

Consequently the cases of V. Grove, are reduced only to one, namely, the conjugate type. From (2a), (2b), (2'a), (2'b) we have

$$f\bar{n} + sF + 0,\ \bar{f}n + \bar{s}\bar{F} = 0,\ fS + \bar{N}F = 0,\ \bar{f}\bar{S} + N\bar{F} = 0. \tag{8}$$

Because $f, \bar{f}, F, \bar{F}$ are different from zero, we obtain

$$n\bar{N} = sS,\ nN = \bar{s}\bar{S}. \tag{9}$$

The asymptotics of the focal surfaces S_z, S_ω are, in according with (1), (6') and (9)

$$f\bar{s}\,du^2 + nF\,dv^2 = 0,\ Nf\,du^2 + F\bar{S}\,dv^2 = 0. \tag{10}$$

According (9) the congruence Γ is a W congruence.

Out of direct calculation, or according to a known theorem [4], the congruence $\bar{\Gamma}$ is also a W congruence. Moreover the congruences $\Gamma, \bar{\Gamma}$ are R congruences [4].

Some transformations of the parametres u, v, and factors for the coordinates of the focal points of the lines of the congruences Γ can still be performed on the equations (1) where $g = \bar{g} = G = \bar{G} = 0$. Denoting by $u_1 = u_1\,(u,v)$, $v_1 = v_1\,(u,v)$ the new parametres, and multiplying respectively the coordinates of z, ω, with a function $U(u)$ and $V(v)$, multiplying in the same time the coordinates of the points z, ω respectively by $U\,du/du_1$ and $V\,dv/dv_1$ and indicating the new coefficients by f', r', s', etc. we have

$$\left\{\begin{aligned}
&f' = f, F' = F, S' = S\frac{V}{U}\frac{dv}{dv_1}, s' = s\frac{U}{V}\frac{du}{du_1}, n' = n\frac{U}{V}\frac{dv}{dv_1},\\
&R' = R\frac{dv}{dv_1} + \frac{d\log V}{dv_1}, r' = r\frac{du}{du_1} + \frac{d\log U}{du_1}, N' = N\frac{V}{U}\frac{du}{du_1},\\
&\bar{f}' = \bar{f}\left(\frac{du}{du_1}\right)^2, \bar{F}' = \bar{F}\left(\frac{dv}{dv_1}\right)^2, \bar{S}' = S\frac{V}{U}\left(\frac{dv}{dv_1}\right)^2\frac{du_1}{du}, \bar{n}' = \bar{n}\frac{U}{V}\frac{du}{du_1},\\
&\bar{R}' = R\frac{dv}{dv_1} + \frac{d}{dv_1}\left(\log V\frac{dv}{dv_1}\right), \bar{r}' = \bar{r}\frac{du}{du_1} + \frac{d}{du_1}\left(\log U\frac{du}{du_1}\right),\\
&\bar{s}' = \bar{s}\frac{U}{V}\left(\frac{du}{du_1}\right)^2\frac{dv_1}{dv}, \bar{N}' = \frac{V}{U}\left(\frac{dv}{dv_1}\right)\bar{N}.
\end{aligned}\right. \tag{11}$$

According to (2), (6'), (9)

$$(10') \qquad (R+\bar{R})_u = 0,\ (r+\bar{r})_v = 0.$$

Therefore $R+\bar{R} = \Phi(v)$, $r+\bar{r} = \Psi(u)$.
If we take

$$(12) \quad (R+\bar{R})\frac{dv}{dv_1} = -\frac{d}{dv_1}\left(\log V^2\frac{dv}{dv_1}\right),\ (r+\bar{r})\frac{du}{du_1} = -\frac{d}{du_1}\left(\log U^2\frac{du}{du_1}\right),$$

we can have

$$(12') \qquad \bar{R}' = -R';\ \bar{r}' = -r'.$$

One can choose without restriction of generality $f' = F' = 1$ and from $\bar{f}_v = \bar{F}_u = 0$ and (11) we can have

$$(12'') \qquad \bar{f}' = \bar{F}' = -1.$$

Writing the letters without primes, we have according to (9), (12'), (12'')

$$(13) \quad \begin{cases} z_u = \bar{z} + rz - \bar{n}\omega, & \bar{z}_u = -z - r\bar{z} + \bar{s}\bar{\omega}, \\ z_v = n\omega, & \bar{z}_v = \bar{n}\bar{\omega}, \\ \omega_u = Nz, & \bar{\omega}_u = \bar{N}\bar{z}, \\ \omega_v = \bar{\omega} - \bar{N}z + R\omega, & \bar{\omega}_v = \omega - S\bar{z} - \bar{R}\bar{\omega}, \end{cases}$$

with the conditions of existence wich we deduce according to the chosen values of the coefficients.

Let us consider a transversal surface determined by the point $x = \omega + \lambda z$ of the line g of Γ. We have

$$(13') \qquad x_u = \lambda(\bar{z} + sx),\ x_v = \bar{\omega} + x(R + \lambda u).$$

We denote by $\bar{\Gamma}_{11}$ the congruence of lines $(x, \bar{z})$. If we denote by $x' = \bar{z} + sx$ we have

$$(13'') \quad x'_u = \bar{s}\bar{u} - z + x'(s\lambda - r) + x(R\bar{s} - \bar{s}_v),\ x'_v = x(n_u - rn + \lambda sn).$$

Then the point x' is the second focal point of the congruence $\bar{\Gamma}_{11}$ generated by the tangent to the lines $u = \text{const.}$ of the surface S_x. The asymptotics of the surface $S_{x'}$ are determined by

$$(14) \qquad \Delta_1 = (x', x'_u, x'_v, d^2x') = 0,$$

and it is easy to prove that

$$(14') \quad \begin{cases} x'_{uu} = \bar{\omega}(-n_u + rn - \lambda sn) + x'(\ ) + x'_u(\ ) + x'_v(\ ), \\ x'_{vv} = x(n_u - rn + \lambda sn)_v + (n_u - rn + \lambda sn)(\bar{\omega} + x(R + \lambda n)), \\ x'_{uv} = x(n_u - rn + \lambda sn)_u + \lambda x'(n_u - rn + \lambda sn), \end{cases}$$

where the parantheses are without interest to us.

Then we have

$$(14'') \qquad \Delta_1 = (x, x', z, \bar{\omega})(n_u - rn + \lambda ns)(du^2 - dv^2) = 0,$$

namely

$$(14''') \qquad du^2 - dv^2 = 0.$$

But the asymptotics of the surfaces S_x are

$$(15) \qquad (x, x_u, x_v, d^2x) = 0,$$

and according to (13)

$$(15') \qquad (\omega, \bar{z}, \bar{\omega}, z)(du^2 - dv^2)\lambda = 0,$$

namely

$$(16) \qquad du^2 - dv^2 = 0.$$

Then the congruences $\bar{\Gamma}_{11}$ are W congruences. Also the congruences $\bar{\Gamma}_{21}, \bar{\Gamma}_{22}, \bar{\Gamma}_{12}, \Gamma_{11}, \Gamma_{22}, \Gamma_{21}, \Gamma_{12}$. Consequently the sides of the skew quadrilaterals formed by the points $x, y, \bar{z}, \bar{\omega}$ or $\bar{x}, \bar{y}, z, \omega$, generate W congruences.

This result is a consequence of the theoremm of Fubini [4] quoted above because all the transversal surfaces S_x or $S_{x'}$ are surfaces R as shown by S. Finikoff [4].

Received the 3 II 195)

Polytechnic Institute of Jassy,
Department of Mathematics

REFERRENCES

1. Grove V. G., Ann. of Math., 1942, **42**, pp. 623 — 633.
2. Marcus F., Ibid., 1951, **54**, pp. 552 — 553.
3. Fubini G., Ann. di Mat pura ed appl., (4), 1924, **1**, pp 241 — 257.
4. Finikoff S., Rend. Circ. Mat. Palermo, 1929, **53**, pp. 313 — 364.
5. Marcus F., Bull. Soc. Roy. des Sc., Liège, 1949.

О ПРЕОБРАЗОВАНИИ T КОНГРУЭНЦИЙ И ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАССЛОЕНИЯ ПАРЫ КОНГРУЭНЦИЙ

(Резюме)

В этой заметке даются доказательства некоторых результатов опубликованных в [2]. Как следствие этих результатов, значительно упрощается определение расслоения пары конгруэнций, данное Фубини в [3].

ASUPRA TRANSFORMĂRII *T* A CONGRUENȚELOR ȘI DEFINIȚIEI STRATIFICABILITĂȚII UNEI PERECHI DE CONGRUENȚE

(Rezumat)

În această Notă se dau demonstrațiile unor rezultate publicate în [2]. Ținînd seama de aceste rezultate, definiția stratificabilității unei perechi de congruențe dată de F u b i n i în [3] apare mult simplificată.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

513.77

VARIETĂŢI BIRIGLATE ÎN S_4

DE

ŞTEFANIA RUSCIOR

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

O varietate riglată V din S_4 se defineşte cu ajutorul unei suprafeţe directoare S şi a direcţiei generatoarei care este determinată în fiecare punct al suprafeţei S. Dacă se consideră ecuaţia suprafeţei dată de $\bar{\varrho} = \bar{\varrho}(u, v)$ şi direcţia generatoarei determinată de vectorul $\bar{b} = \bar{b}(u, v)$, atunci ecuaţia varietăţii riglate V este:

$$\bar{r} = \bar{\varrho}(u, v) + w\,\bar{b}(u, v). \tag{1}$$

În această Notă se consideră anumite varietăţi particulare B în care S este o suprafaţă riglată de forma $\bar{r} = \bar{\varrho}_0(u) + v\,\bar{a}(u)$ iar direcţia b a generatoarei varietăţii B este aceeaşi de-a lungul generatoarei determinată de vectorul $\bar{a}$, adică este funcţie de acelaşi parametru u. Ecuaţia acestor varietăţi riglate este:

$$\bar{r} = \bar{\varrho}_0(u) + v\,\bar{a}(u) + w\,\bar{b}(u), \tag{2}$$

în care u este arcul curbei directoare a suprafeţei S.

Varietăţile (2) sînt varietăţi biriglate deoarece conţin două sisteme de generatoare. Ele au unele proprietăţi particulare faţă de varietăţile riglate V şi anume:

a) Să considerăm hiperplanul tangent H dus într-un punct al varietăţii riglate V. El are ecuaţia:

$$[\bar{R} - \bar{r}, \bar{r}_u, \bar{r}_v, \bar{r}_w] = 0. \tag{3}$$

Se arată în [3] că prin fiecare punct al spaţiului trec două hiperplane tangente varietăţii. Hiperplanele tangente duse de-a lungul unei generatoare g formează o familie de hiperplane ce trec prin această dreaptă. Există anumite puncte din S_4 din care se poate duce un singur hiperplan tangent varietăţii.

Locul geometric al acestor puncte formează un hipercon de gradul al 2-lea cu vîrful în punctul în care generatoarea g taie suprafaţa directoare S.

Dacă se consideră acum hiperplanul tangent dus unei varietăţi biriglate B, introducînd în relaţia (3) valoarea lui $\bar{r}$ dată de (2) se obţine:

$$(4)\qquad w\left[\bar{R}-\bar{\varrho}_0, \frac{d\bar{b}}{du}, \bar{a}, \bar{b}\right]+\left[\bar{R}-\bar{\varrho}_0, \frac{d\bar{\varrho}_0}{du}+v\frac{d\bar{a}}{du}, \bar{a}, \bar{b}\right]=0.$$

Ecuaţia (4) arată că prin fiecare punct al lui S_4 trece un singur hiperplan tangent varietăţii B şi că hiperplanele tangente duse de-a lungul unei generatoare a acestor varietăţi formează un fascicul de plane ce trece printr-un plan π. Acest plan este determinat într-un punct al varietăţii B de direcţiile generatoarelor date de vectorii $\bar{a}$ şi $\bar{b}$.

b) Am definit în [3] varietăţi riglate cu suprafeţe focale. Pe aceste varietăţi două generatoare vecine se intersectează. Dintre toate suprafeţele riglate aşezate pe o astfel de varietate, ce trec prin aceeaşi generatoare, două sînt desfăşurabile. Punctele centrale ale acestor suprafeţe desfăşurabile sînt focarele generatoarei considerate. Locul geometric al focarelor cînd generatoarea variază este suprafaţa focală a varietăţii.

Condiţia ca o varietate riglată B să admită suprafeţe focale este dată de relaţia:

$$(b_2' a_4 - b_4' a_2)/(b_2' a_3 - b_3' a_2) =$$

$$=[(\varrho_{02}' + v a_2') a_4 - (\varrho_{04}' + v a_4') a_2]/[(\varrho_{02}' + v a_2') a_3 - (\varrho_{03}' + v a_3') a_2].$$

Pentru varietăţi biriglate ce admit suprafeţe focale se constată că ecuaţia ce determină focarele este nedeterminată. În adevăr, focarele sînt date de ecuaţia:

$$(5)\qquad (EG-F^2) w^2 + [gE-(f+f')F+eG] w + eg - ff' = 0.$$

Pentru varietăţile B cu suprafeţe focale obţinem coeficienţii de forma:

$$E=\left(\frac{d\bar{b}}{du}\right)^2;\quad F=0;\quad G=0,$$

$$e=\frac{d\bar{b}}{du}\left(\frac{d\bar{\varrho}_0}{du}+v\frac{d\bar{a}}{du}\right);\quad f=\frac{d\bar{b}}{du}\bar{a};\quad f'=0;\quad g=0.$$

Înlocuind aceste valori în ecuaţia (5) ea este identic verificată.

În concluzie: *orice suprafaţă riglată aşezată pe o varietate biriglată care admite suprafeţe focale este desfăşurabilă.*

Aceste rezultate influenţează problema corespondenţei prin hiperplane tangente paralele a două varietăţi biriglate precum şi corespondenţa prin incidenţă între astfel de varietăţi.

După cum am arătat în [3], în corespondenţa prin hiperplane tangente paralele, condiţia necesară şi suficientă pentru a stabili o astfel de corespondenţă, cu păstrarea generatoarelor, este ca generatoarele corespunzătoare să fie paralele. Fie

$$\bar{r} = \bar{\varrho}_0(u) + v\bar{a}(u) + w\bar{b}(u) \ , \quad \bar{r}^* = \bar{\varrho}_0^*(u) + v\bar{a}^*(u) + w\bar{b}^*(u)$$

ecuațiile celor două varietăți biriglate B și B^* între care vrem să stabilim o corespondență prin hiperplane tangente paralele.

Tot în [3] am arătat că punctele corespunzătoare se află la intersecția între suprafețele ce se corespund prin plane tangente semiparalele cu generatoarele corespunzătoare. Suprafețele directoare fiind riglate, între ele se poate stabili totdeauna o corespondență prin plane tangente semiparalele. Planele tangente duse la familia $w = \text{const.}$ precum și planele tangente duse la familia $w^* = \text{const.}$ sînt date de ecuațiile :

$$\bar{R} - \bar{r} = \lambda\left(\frac{\partial\bar{\varrho}_0}{\partial u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}u} + w\frac{\mathrm{d}\bar{b}}{\mathrm{d}u}\right) + \mu\bar{a};$$

$$\bar{R} - \bar{r}^* = \lambda_1\left(\frac{\partial\bar{\varrho}_0^*}{\partial u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}^*}{\mathrm{d}u} + w\frac{\mathrm{d}\bar{b}}{\mathrm{d}u}\right) + \mu_1\bar{a}^*,$$

în care $\lambda, \mu, \lambda_1, \mu_1$ sînt parametri arbitrari.

Corespondența prin plane tangente semiparalele este dată de

$$\left[\frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}u} + w\frac{\mathrm{d}\bar{b}}{\mathrm{d}u}, \bar{a}, \frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0^*}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}^*}{\mathrm{d}u} + w^*\frac{\mathrm{d}\bar{b}}{\mathrm{d}u}, \bar{a}^*\right] = 0. \tag{6}$$

Ținînd seama că suprafețele directoare se corespund prin plane tangente semiparalele avem :

$$\left[\frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}u}, \bar{a}, \frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0^*}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}^*}{\mathrm{d}u}, \bar{a}^*\right] = 0$$

și ordonînd după w din ecuația (6) se obține :

$$w^*\left[\frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}u}, \bar{a}, \frac{\mathrm{d}\bar{b}}{\mathrm{d}u}, \bar{a}^*\right] + w\left[\frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}}{\mathrm{d}u}, \bar{a}, \frac{\mathrm{d}\bar{\varrho}_0^*}{\mathrm{d}u} + v\frac{\mathrm{d}\bar{a}^*}{\mathrm{d}u}, \bar{a}^*\right] = 0. \tag{7}$$

Ecuația (7) arată că *corespondența prin hiperplane tangente paralele între două varietăți biriglate care păstrează generatoarele induce între punctele generatoarei corespunzătoare o omotetie.*

Acest rezultat este diferit de rezultatul obținut în cazul corespondenței prin hiperplane tangente paralele duse între varietăți riglate oarecare unde această corespondență determină între generatoarele corespunzătoare o corespondență cremoniană patratică. Aceasta, din cauza diferenței de rezultate obținute la punctul a).

Dacă și a doua familie de generatoare de pe varietățile B și B^* se consideră paralele ($\bar{a} = \bar{a}^*$), atunci corespondența prin hiperplane tangente paralele este nedeterminată. În adevăr, din punct de vedere algebric dacă $\bar{a} = \bar{a}^*$ atunci relația (7) este îndeplinită pentru orice valori date lui w și w^*, deci este identic verificată pentru orice punct considerat pe generatoarele corespunzătoare. Din punct de vedere geometric rezultatul acesta se explică astfel. Suprafețele directoare fiind suprafețe

riglate cu generatoarele respectiv paralele, între ele se poate stabili o corespondenţă prin plane tangente complet paralele [4]. Pe varietăţile riglate B şi B^* există deci suprafeţe ce se corespund prin plane tangent complet paralele în punctele lor de intersecţie cu generatoarele corespunzătoare. În aceste puncte hiperplanele tangente duse respectiv la varietăţile B şi B^* sînt paralele, deci taie hiperplanul de la infinit după acelaşi plan P. Acest plan P conţine punctul I de pe generatoarele corespunzătoare şi dreapta d comună planelor tangente duse la suprafeţele ce se corespund prin plane tangente complet paralele.

Dacă se consideră hiperplanele tangente duse în alte puncte corespunzătoare M_1 şi M_1^*, ele fiind paralele, taie hiperplanul de la infinit după un alt plan P_1. Acest plan P_1 conţine punctul I de pe generatoarele corespunzătoare şi dreapta d comună planelor tangente duse la suprafeţele ce se corespund prin plane tangente complet paralele, în punctele M şi M^*. Deci planul P_1 se confundă cu planul P, cu alte cuvinte hiperplanele tangente duse în punctele unei generatoare sînt paralele între ele, de aceea corespondenţa prin hiperplane tangente paralele este nedeterminată în acest caz.

Să considerăm corespondenţa prin incidenţă a două varietăţi biriglate. Şi aici obţinem rezultate diferite faţă de cazul general [5].

Fie două varietăţi biriglate care se intersectează după o suprafaţă riglată dată de ecuaţia :

$$\bar{\varrho} = \bar{\varrho}_0(u) + v\bar{a}(u). \tag{8}$$

Numim generatoare corespunzătoare, generatoarele de pe cele două varietăţi care au un punct comun M_0 aşezat pe suprafaţa (8). Corespondenţa prin incidenţă este o astfel de corespondenţă încît hiperplanul tangent dus în punctele corespunzătoare respectiv la cele două varietăţi taie planul tangent dus la suprafaţa (8) după o aceeaşi dreaptă. Tratăm problema analitic în următorul sistem de referinţă local : originea, punctul M_0, iar versorii fundamentali sînt

$$\bar{a}(1,0,0,0),\quad \bar{b}(0,1,0,0),\quad \frac{d\bar{\varrho}_0}{du}(0,0,0,1),\quad \bar{b}^*(0,0,1,0).$$

Hiperplanul H tangent dus la varietatea B într-un punct al generatoarei g are ecuaţia

$$z\left(v\frac{db_4^*}{du} + v\frac{da_4}{du} + 1\right) + T\left(v\frac{da_3}{du} - w\frac{db_3}{du}\right) = 0,$$

iar hiperlanul H^* tangent dus la varietatea B^* într-un punct al generatoarei g^* are ecuaţia :

$$z\left(w^*\frac{db_4^*}{du} + v\frac{da_4}{du} + 1\right) + T\left(v\frac{da_3}{du} - w^*\frac{db_3^*}{du}\right) = 0.$$

Planul tangent T dus în punctul M_0 este dat de ecuaţiile $X = Y = 0$

Dreapta de intersecție între hiperplanul H și planul T are parametrii directori

$$0,\quad 0,\quad -\left(w\frac{db_4}{du}+v\frac{da_4}{du}+1\right),\ w\frac{db_3}{du}+v\frac{da_3}{du},$$

iar dreapta de intersecție dintre H și T are parametrii directori

$$0,\quad 0,\quad -\left(w^*\frac{db_4^*}{du}+v\frac{da_4}{du}+1\right),\ w^*\frac{db_3^*}{du}+v\frac{da_3}{du}.$$

Aceste două drepte au un punct comun M_0. Pentru ca ele să se confunde este necesar și suficient să fie îndeplinită relația :

$$w\,w^*\left(\frac{db_3^*}{du}\cdot\frac{db_4}{du}-\frac{db_4^*}{du}\cdot\frac{db_3}{du}\right)+w^*v\left(\frac{da_4}{du}\cdot\frac{db_3^*}{du}-\frac{da_3}{du}\cdot\frac{db_4^*}{du}\right)+$$
$$+w\,v\left(\frac{da_4}{du}\cdot\frac{db_3}{du}-\frac{da_3}{du}\cdot\frac{db_4}{du}\right). \tag{9}$$

În consecință relația (9) arată că *corespondența prin incidență între două varietăți biriglate care păstrează generatoarele este o omologie.* Se observă că potrivit unui rezultat din [5], în cazul general corespondența era o omografie. Această diferență de rezultate este o consecință a celor expuse la punctele a) și b).

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Hunsi Hamid, C. R., Ac. Sci. Paris, 1935, **200**, pp. 1909—1913.
2. Creangă I., St. și Cerc. Șt. Acad. R. P. R., filiala Iași, 1955, Seria I, **6**, *1—2*, pp. 135—142.
3. Ruscior Șt., *Corespondențe prin varietăți liniare tangente, între varietăți riglate.* Disertație, 1959, Iași.
4. — Bul. Inst. Polit. Iași, 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 25—27.
5. — Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, pp. 45—48.

VARIÉTÉS DOUBLEMENT RÉGLÉES DANS S_4

(Résumé)

Dans cette Note on considère les variétés doublement reglées B, définies par l'équation (2) et on établit quelquesunes de leurs propriétés. On trouve que la correspondance par hyperplans tangents parallèles entre deux variétés B et B^*, qui conservent les génératrices, détermine entre les points des génératrices correspondantes une homothétie.

La correspondance par incidence entre ces variétés est une homologie.

ДВУЛИНЕЙЧАТЫЕ МНОГООБРАЗИЯ В S_4

(Резюме)

Рассматриваются двулинейчатые многообразия B, определяемые уравнениями (2) и устанавливаются некоторые их свойства. Устанавливается, чго соответсвие касательных параллельных гиперплоскостей между двумя многообразиями B и B^*, сохраняющее направляющиа, определяет гомотетию между точками соответствующих направляющих. Соответсвие по инцидентности между точками зтих направляюших—гомология.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

513.82

INVARIANŢI LA TRANSPORT PARALEL ÎN SPAŢII CU CONEXIUNE AFINĂ

DE

VIOREL MURGESCU

1. Studii cu privire la funcţii invariante la transport paralel în spaţii cu conexiune afină au fost întreprinse între anii 1951 şi 1959, într-o formă nouă, de către A. Haimovici [1]. Caracterul metric al acestor invarianţi a creat posibilitatea de a introduce noţiunile de unghi a două direcţii, de lungime a unui vector sau arie a unui triunghi, sub o formă intrinsecă, în spaţii cu conexiune afină cu torsiune.

În această ordine de idei, în cele ce urmează se va stabili existenţa unor invarianţi conformi în spaţii cu conexiune afină bidimensionale, cu torsiune, dotate cu un cîmp tensorial asimetric g_{ij}, ale cărui componente sînt transportabile prin paralelism din punctul generic al spaţiului (x^k) în punctul $(x^k + dx^k)$. g_{ij} nu joacă în mod special rolul de tensor fundamental al spaţiului.

Se stabilesc patru clase de conexiuni capabile să li se ataşeze o metrică unghiulară şi pentru care se determină invarianţi la transport paralel în condiţii ce se vor preciza. De altminteri acestea sînt şi unicele ce satisfac condiţiilor problemelor puse.

2. Fie L_2 un spaţiu cu conexiune afină cu torsiune, coeficienţii conexiunii fiind notaţi cu Γ^i_{jk}. Fie încă $\overline{X}(X^k)$ şi $\overline{Y}(Y^k)$ două cîmpuri vectoriale cu originea în punctul (x^k) generic al spaţiului, iar g_{ij} un cîmp tensorial asimetric, ataşat spaţiului. Acestea fiind date, se caută funcţia $U(g_{ij}, X^k, Y^k)$ ce depinde de componentele tensorului g_{ij} şi ale celor doi vectori $\overline{X}$ şi $\overline{Y}$, ce satisface următoarele condiţii:

a) U este invariantă la transportul paralel al tensorului g_{ij} şi al vectorilor $\overline{X}(X^k)$ şi $\overline{Y}(Y^k)$ din punctul (x^k) în punctul $(x^k + dx^k)$.

b) U este o funcţie omogenă de grad zero cu privire la componentele tensorului g_{ij} şi de asemenea cu privire la componentele vectorilor $\overline{X}$ şi $\overline{Y}$, în mod separat [2].

---

1) In [1] este dată o bibliografie detaiiată.

2) Peste tot se va subînţelege că indicii iau valorile 1 şi 2, în afară de cazurile cu menţiune specială.

Condiția a) impune relația

$$(1) \qquad U(g_{ij}, X^k, Y^k) = U(g_{ij} + \mathrm{d}g_{ij}, X^k + \mathrm{d}X^k, Y^k + \mathrm{d}Y^k).$$

Abstracție făcînd de infiniții mici de ordin superior, de aici rezultă:

$$(1') \qquad \frac{\partial U}{\partial g_{ij}}\mathrm{d}g_{ij} + \frac{\partial U}{\partial X^k}\mathrm{d}X^k + \frac{\partial U}{\partial Y^k}\mathrm{d}Y^k = 0.$$

Cum direcția $\mathrm{d}x^k$ de deplasare o considerăm arbitrară, ținînd seamă de condițiile de paralelism ale vectorilor $\overline{X}(X^k)$ și $\overline{Y}(Y^k)$

$$(2) \qquad \mathrm{d}X^k - \Gamma^k_{hl} X^h \mathrm{d}x^l = 0, \ \mathrm{d}Y^k - \Gamma^k_{hl} Y^h \mathrm{d}x^l = 0,$$

și ale tensorului g_{ij}

$$(3) \qquad \mathrm{d}g_{ij} - (\Gamma^h_{il} g_{hj} + \Gamma^h_{jl} g_{ih})\mathrm{d}x^l = 0,$$

din (1') rezultă ecuațiile

$$(4) \qquad (\Gamma^h_{il} g_{hj} + \Gamma^h_{jl} g_{ih})\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} + \Gamma^k_{hl}\left(X^h \frac{\partial U}{\partial X^k} + Y^h \frac{\partial U}{\partial Y^k}\right) = 0,$$

care exprimă condițiile de conservare a funcției U prin transport paralel. Pe lîngă acestea, datorită condiției b), funcția U trebuie să mai satisfacă unor relații de omogeneitate, anume:

$$(5) \qquad X^k \frac{\partial U}{\partial X^k} = 0, \ Y^k \frac{\partial U}{\partial Y^k} = 0, \ g_{ij} \frac{\partial U}{\partial g_{ij}} = 0.$$

Sistemul diferențial liniar, de primul ordin, constituit din ecuațiile (4) și (5) definește funcția U. El este constituit din cinci ecuații în opt variabile g_{11}, g_{12}, g_{21}, g_{22}, X^1, X^2, Y^1, Y^2, care la rîndul lor sînt funcții de x^1 și x^2 și care la o transformare oarecare de coordonate se transformă după legea de transformare a componentelor tensorilor.

În scopul stabilirii condițiilor de integrabilitate ale sistemului (4) – (5), se formează ecuația

$$(6) \qquad (\Gamma^h_{m[1}\Gamma^m_{|i|2]} g_{hj} + \Gamma^h_{m[1}\Gamma^m_{|j|2]} g_{ih})\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} + \Gamma^m_{h[1}\Gamma^k_{|m|2]}\left(X^h \frac{\partial U}{\partial X^k} + Y^h \frac{\partial U}{\partial Y^k}\right) = 0,$$

care este singura consecință Poisson ce rezultă din ecuațiile (4), (5). Notînd

$$(7) \qquad \Gamma^1_{1k} = \lambda_k, \ \Gamma^2_{2k} = \mu_k, \ \Gamma^2_{1k} = \sigma_k, \ \Gamma^1_{2k} = \varrho_k$$

și

$$(8) \quad \alpha = \varrho_1\sigma_2 - \varrho_2\sigma_1, \ \beta = \sigma_1(\lambda_2 - \mu_2) - \sigma_2(\lambda_1 - \mu_1), \ -\gamma = \varrho_1(\lambda_2 - \mu_2) - \varrho_2(\lambda_1 - \mu_1),$$

ecuația (6) poate fi scrisă sub forma

$$A_{ij}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} + B_i\frac{\partial U}{\partial X^i} + C_i\frac{\partial U}{\partial Y^i} = 0, \tag{6'}$$

unde

$$\begin{cases} A_{11}=2\alpha g_{11}+\beta g_{12}+\beta g_{21},\ A_{12}=A_{21}=\gamma g_{11}+\beta g_{22},\ A_{22}=\gamma g_{12}+\gamma g_{21}-2\alpha g_{22}, \\ B_1=-\alpha X^1-\gamma X^2, B_2=-\beta X^1+\alpha X^2, C_1=-\alpha Y^1-\gamma Y^2, C_2=-\beta Y^1+\alpha Y^2. \end{cases} \tag{9}$$

Condiția necesară și suficientă de completă integrabilitate a sistemului (4)—(5) este ca ecuația (6') să fie o combinație liniară a primelor ecuații. Această dependență liniară o vom înțelege peste tot astfel încît ea să aibă loc oricare ar fi direcțiile considerate și tensorul dat. Această condiție asigură pe de-o parte generalizarea proprietăților ce se deduc pentru orice două direcții ce pleacă dintr-un punct (x^k) și pentru orice tensor g_{ij}, iar pe de altă parte impune anumite restricții asupra conexiunii.

În această ipoteză este imposibil ca ecuația (6') să fie o combinație liniară a ecuațiilor (4) și (5) și în consecință ea trebuie să fie identic nulă, adică să aibă loc relațiile

$$\alpha = \beta = \gamma = 0. \tag{10}$$

Lăsînd la o parte soluția banală a sistemului (10), anume: $\lambda_i=\mu_i=\sigma_i=\varrho_i=0$, se constată că el admite numai patru soluții distincte și anume

$$\begin{cases} \text{a) } \varrho_i=\sigma_i=0;\ \text{b) } \varrho_2=\sigma_2=0,\ \lambda_2=\mu_2;\ \text{c) } \varrho_1=\sigma_1=0,\ \lambda_1=\mu_1; \\ \text{d) } \varrho_1/\varrho_2=\sigma_1/\sigma_2=(\lambda_1-\mu_1)/(\lambda_2-\mu_2)=\varphi^{-1}. \end{cases} \tag{11}$$

φ este o funcție de punct, nu identic nulă, ce desemnează valoarea șirului de rapoarte. Fiecare dintre aceste soluții caracterizează anumite conexiuni, singurele posibile pentru ca sistemul (4)—(5) să fie complet integrabil. În toate aceste patru cazuri sistemul va admite patru invarianți fundamentali, căci una dintre ecuațiile (4) rezultă că este dependentă de celelalte ecuații ale sistemului.

Se poate arăta în continuare că sistemul (4) — (5) nu mai poate fi completat în nici un mod. Într-adevăr, să presupunem că sistemul (4)—(5) n-ar fi complet integrabil, adică condițiile (10) n-ar avea loc. Completînd atunci sistemul cu ecuația (6'), se obțin noi consecințe Poisson, care ne dau posibilitatea de a stabili condițiile de completă integrabilitate ale sistemului diferențial (4) — (5) — (6'). Aceste consecințe sînt în număr de două și anume:

$$D_{ijk}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} + E_{ik}\frac{\partial U}{\partial X^i} + F_{ik}\frac{\partial U}{\partial Y^i} = 0, \tag{12}$$

în care

$$\begin{cases} D_{11k}=2u_k g_{11}+v_k g_{12}+v_k g_{21},\quad D_{12k}=D_{21k}=v_k g_{22}-w_k g_{11}, \\ D_{22k}=-(w_k g_{12}+w_k g_{21}+2u_k g_{22}),\quad E_{1k}=u_k X^1-w_k X^2, \\ E_{2k}=v_k X^1-u_k X^2;\quad F_{1k}=u_k Y^1-w_k Y^2,\quad F_{2k}=v_k Y^1-u_k Y^2, \end{cases} \tag{13}$$

și

(14) $u_k = \gamma\sigma_k - \beta\varrho_k, \quad v_k = \beta(\gamma_k - \mu_k) - 2\alpha\sigma_k, \quad w_k = \gamma(\lambda_k - \mu_k) - 2\alpha\varrho_k.$

Impunînd condiția ca ecuațiile (12) să fie combinații liniare ale celor precedente, rezultă că trebuie să avem

$$(15) \qquad \operatorname{rang} \begin{Vmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & u_k \\ \mu_1 & \mu_2 & -u_k \\ \sigma_1 & \sigma_2 & v_k \\ \varrho_1 & \varrho_2 & -w_k \end{Vmatrix} \leqslant 2.$$

Ținînd încă seamă de identitățile

$$(16) \qquad a)\ 2\alpha u_k - \gamma v_k + \beta w_k = 0, \qquad b)\ \alpha(\lambda_k - \mu_k) + \beta\varrho_k + \gamma\sigma_k = 0,$$

se constată că singura soluție a sistemului definit de relația (15) este $\alpha = \beta = \gamma = 0$ și deci sistemul (4) — (5) — (6′) se reduce la cel precedent. Mai există o posibilitate de a completa sistemul și anume, adăogînd ecuațiilor (4), (5), (6′) numai una dintre ecuațiile (12). Formînd noile consecințe Poisson

$$(17) \qquad M_{ijk}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} + N_{ik}\frac{\partial U}{\partial X^i} + P_{ik}\frac{\partial U}{\partial Y^i} = 0, \qquad (k = 1, 2, 3),$$

unde

$$(18) \begin{cases} M_{113} = 2\varphi_1 g_{11} - \varphi_2 g_{12} - \varphi_2 g_{21}, \ M_{123} = M_{213} = -(\varphi_3 g_{11} + \varphi_2 g_{22}), \\ \quad M_{223} = -(\varphi_3 g_{12} + \varphi_3 g_{21} + 2\varphi_1 g_{22}), \ N_{13} = \varphi_1 X^1 - \varphi_3 X^2, \\ \quad N_{23} = -(\varphi_2 X^1 + \varphi_1 X^2), \ P_{13} = \varphi_1 Y^1 - \varphi_3 Y^2, \ P_{23} = -(\varphi_2 Y^1 + \varphi_1 Y^2), \\ M_{11i} = 2\psi_{1i} g_{11} - \psi_{2i} g_{12} - \psi_{2i} g_{21}, \ M_{12i} = M_{21i} = -(\psi_{3i} g_{11} + \psi_{2i} g_{22}), \\ \quad M_{22i} = -(\psi_{3i} g_{12} + \psi_{3i} g_{21} + 2\psi_{1i} g_{22}), \\ N_{1i} = -(\psi_{1i} X^1 - \psi_{3i} X^2), \ N_{2i} = \psi_{2i} X^1 + \psi_{1i} X^2, \ P_{1i} = -(\psi_{1i} Y^1 - \psi_{3i} Y^2), \\ \quad P_{2i} = \psi_{2i} Y^1 + \psi_{1i} Y^2, \end{cases}$$

și

$$(19) \begin{cases} \varphi_1 = (\gamma v_1 + \beta w_1)/2, \ \varphi_2 = \alpha v_1 - \beta u_1, \ \varphi_3 = \alpha w_1 + \gamma u_1, \\ \psi_{1i} = \sigma_i w_1 + p_i v_1, \ \psi_{2i} = (\lambda_i - \mu_i) v_1 - 2\sigma_i u_1, \ \psi_{3i} = (\lambda_i - \mu_i) w_1 + 2\varphi_i u_1. \end{cases}$$

Impunînd condiția ca a doua dintre ecuațiile (12) împreună cu cele trei ecuații (17) să fie liniar dependente de primele, condițiile de integrabilitate ale sistemului considerat se pot pune sub forma

$$(20)\qquad \operatorname{rang}\begin{Vmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \tilde{\omega}_{1i} \\ \varrho_1 & \varrho_2 & \tilde{\omega}_{2i} \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \tilde{\omega}_{3i} \\ \mu_1 & \mu_2 & \tilde{\omega}_{4i} \end{Vmatrix} \leqslant 2,\ (i = 1,2,3,4),$$

în care

$$(21)\quad \begin{cases} \tilde{\omega}_{11} = v_2 - Av_1,\ \tilde{\omega}_{21} = -w_2 + Aw_1,\ \tilde{\omega}_{31} = u_2 - Au_1 - B, \\ \qquad \tilde{\omega}_{41} = Au_1 - u_2 - B, \\ \tilde{\omega}_{12} = -\varphi_2 - Cv_1,\ \tilde{\omega}_{22} = -\varphi_3 + Cw_1,\ \tilde{\omega}_{32} = \varphi_1 - Cu_1 - D, \\ \qquad \tilde{\omega}_{42} = Cu_1 - \varphi_1 - D, \\ \tilde{\omega}_{13} = -\psi_{21} - Ev_1,\ \tilde{\omega}_{23} = -\psi_{31} + Ew_1,\ \tilde{\omega}_{33} = \psi_{11} - Eu_1 - F, \\ \qquad \tilde{\omega}_{43} = Eu_1 - \psi_{11} - F, \\ \tilde{\omega}_{14} = -\psi_{22} - Gv_1,\ \tilde{\omega}_{24} = -\psi_{32} + Gw_1,\ \tilde{\omega}_{34} = \psi_{12} - Gu_1 - H, \\ \qquad \tilde{\omega}_{44} = Gu_1 - \psi_{12} - H, \end{cases}$$

A, B, C, D, E, F, G, H fiind funcții de punct, eventual nule sau constante, ce trebuie determinate astfel ca (20) să aibă loc. Dar se poate arăta că singura soluție a sistemului definit prin condițiile (20) este $\alpha = \beta = \gamma = 0$ și deci ecuațiile (6'), (12) și (17) fiind identic nule, singurul sistem integrabil este cel compus numai din ecuațiile (4) și (5), în condițiile (10).

Integrarea sistemului (4)—(5) se va face în cele patru cazuri distincte definite de relațiile (11).

Cazul (11a). Deoarece $\sigma_i = \varrho_i = 0$, sistemul poate fi scris sub forma

$$(22)\quad \begin{cases} g_{ij}\dfrac{\partial U}{\partial g_{ij}} = 0,\ X^i\dfrac{\partial U}{\partial X^i} = 0,\ Y^i\dfrac{\partial U}{\partial Y^i} = 0, \\ 2\lambda_i g_{11}\dfrac{\partial U}{\partial g_{11}} + (\lambda_i + \mu_i) g_{12}\dfrac{\partial U}{\partial g_{12}} + (\lambda_i + \mu_i) g_{21}\dfrac{\partial U}{\partial g_{21}} + 2\mu_i g_{22}\dfrac{\partial U}{\partial g_{22}} + \\ \qquad + \lambda_i X^1\dfrac{\partial U}{\partial X^1} + \mu_i X^2\dfrac{\partial U}{\partial X^2} + \lambda_i Y^1\dfrac{\partial U}{\partial Y^1} + \mu_i Y^2\dfrac{\partial U}{\partial Y^2} = 0. \end{cases}$$

După cum se vede, acesta este un sistem cu variabile separate (vezi [4]). Se poate constata că sistemul conține numai patru ecuații independente și în concluzie soluția sistemului va fi de forma $U(I_1, I_2, I_3, I_4)$, unde

$$(23)\quad I_1 = \sqrt{g_{11}/g_{22}}\cdot X^2/X^1,\ I_2 = \sqrt{g_{11}/g_{22}}\cdot Y^2/Y^1,\ I_3 = g_{12}/g_{21},\ I_4 = g_{11}^{k_1} g_{12}^{k_2} g_{21}^{k_3} g_{22}^{k_1},$$

k_1, k_2 și k_3 având valorile

$$(24)\quad 2k_1 = (\lambda_2 + \mu_2)/(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1),\ k_2 = -\lambda_2/(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1),\ k_3 = -\mu_2/(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1).$$

Se observă că suma exponenților din expresia lui I_4 este nulă $(2k_1 + k_2 + k_3 = 0)$, conform condiției de omogeneitate de grad zero, impusă funcției U.

Cazul (11 b). Deoarece $\varrho_2 = \sigma_2 = 0$ și $\lambda_2 = \mu_2$, sistemul (4) – (5) se reduce la un sistem cu patru ecuații independente, putînd fi scris sub forma

$$(25)\quad g_{ij}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} = 0,\ X^i\frac{\partial U}{\partial X^i} = 0,\ Y^i\frac{\partial U}{\partial Y^i} = 0,\ R_{ij}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} + S_i\frac{\partial U}{\partial X^i} + T_i\frac{\partial U}{\partial Y^i} = 0,$$

unde

$$(26)\quad \begin{cases} R_{11} = 2\lambda_1 g_{11} + \sigma_1 g_{12} + \sigma_1 g_{21},\ R_{12} = \varrho_1 g_{11} + (\lambda_1 + \mu_1) g_{12} + \sigma_1 g_{22}, \\ R_{21} = \varrho_1 g_{11} + (\lambda_1 + \mu_1) g_{21} + \sigma_1 g_{22},\ R_{22} = \varrho_1 g_{12} + \varrho_1 g_{21} + 2\mu_1 g_{22}, \\ S_1 = \lambda_1 X^1 + \varrho_1 X^2,\ S_2 = \sigma_1 X^1 + \mu_1 X^2,\ T_1 = \lambda_1 Y^1 + \varrho_1 Y^2,\ T_2 = \sigma_1 Y^1 + \mu_1 Y^2. \end{cases}$$

În scopul reducerii sistemului (25) la un sistem cu variabile separate, vom aplica o transformare liniară variabilelor g_{ij}, X^i și Y^i, de forma

$$(27)\quad \tilde{g}_{pq} = \alpha^i_p\,\alpha^j_q\,g_{ij},\ \tilde{X}^i = \beta^i_j X^j,\ \tilde{Y}^i = \beta^i_j Y^j,$$

unde coeficienții α^i_j și β^i_j sînt funcții de punct prin intermediul coeficienților conexiunii, avînd următoarele valori:

$$(28)\quad \begin{cases} \alpha^1_1 = (\lambda_1 - \mu_1 + \sqrt{\Gamma})/(2\sigma_1),\ \alpha^1_2 = \alpha^2_1 = 1,\ \alpha^2_2 = -(\lambda_1 - \mu_1 + \sqrt{\Gamma})/(2\varrho_1), \\ \beta^1_1 = (\lambda_1 - \mu_1 + \sqrt{\Gamma})/(2\varrho_1),\ \beta^1_2 = \beta^2_1 = 1,\ \beta^2_2 = -(\lambda_1 - \mu_1 + \sqrt{\Gamma})/(2\sigma_1), \\ \delta = |\alpha^i_j| = |\beta^i_j| = -\sqrt{\Gamma}(\lambda_1 - \mu_1 + \sqrt{\Gamma})/(2\varrho_1\sigma_1),\ \Gamma = (\lambda_1 - \mu_1)^2 + 4\sigma_1\varrho_1 \neq 0. \end{cases}$$

Transformarea (27) cu coeficienții din (28), care este o transformare nesingulară prin ipoteză, transformă sistemul (25) în unul cu variabile separate, anume

$$(25')\quad \begin{cases} \tilde{g}_{ij}\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{ij}} = 0,\ \tilde{X}^i\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^i} = 0,\ \tilde{Y}^i\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^i} = 0, \\ 2m\tilde{g}_{11}\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{11}} + n\tilde{g}_{12}\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{12}} + n\tilde{g}_{21}\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{21}} + 2p\tilde{g}_{22}\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{22}} + m\tilde{X}^1\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^1} + p\tilde{X}^2\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^2} + \\ \qquad + m\tilde{Y}^1\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^1} + p\tilde{Y}^2\dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^2} = 0, \end{cases}$$

unde

$$(29)\qquad \begin{cases} m = \lambda_1 a_1^1 a_2^2 - \sigma_1 a_1^1 + \varrho_1 a_2^2 - \mu_1, \ n = \delta(\lambda_1 - \mu_1), \\ p = \mu_1 a_1^1 a_2^2 + \sigma_1 a_1^1 - \varrho_1 a_2^2 - \lambda_1, \ n = m + p. \end{cases}$$

Soluția sistemului (25') este o funcție $U(\tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \tilde{I}_3, \tilde{I}_4)$, unde ca și în cazul precedent,

$$(30)\qquad \begin{cases} \tilde{I}_1 = \sqrt{\tilde{g}_{11}/\tilde{g}_{22}}\cdot \tilde{X}^2/\tilde{X}^1, \ \tilde{I}_2 = \sqrt{\tilde{g}_{11}/\tilde{g}_{22}}\cdot \tilde{Y}^2/\tilde{Y}^1, \ \tilde{I}_3 = \tilde{g}_{12}/\tilde{g}_{21}, \\ \tilde{I}_4 = \tilde{g}_{11}^{n(2p-n)}\, \tilde{g}_{12}^{2m(n-2p)}\, \tilde{g}_{21}^{2p(2m-n)}\, \tilde{g}_{22}^{n(n-2m)}. \end{cases}$$

În cazul cînd $V = 0$, se poate determina o altă transformare nesingulară astfel încît sistemul (25) să se reducă la unul cu variabile separate.

Cazul (11 c). Este asemănător cazului precedent. Relațiile care-l caracterizează ($\varrho_1 = \sigma_1 = 0$, $\lambda_1 = \mu_1$) conduc la un sistem asemănător sistemului (25). Aplicîndu-i o transformare de forma (27), unde coeficienții au valorile

$$(31)\qquad \begin{cases} \bar{a}_1^1 = (\lambda_2 - \mu_2 + \sqrt{\bar{V}})/(2\sigma_2), \ \bar{a}_2^1 = \bar{a}_1^2 = 1, \ \bar{a}_2^2 = -(\lambda_2 - \mu_2 + \sqrt{\bar{V}})/(2\varrho_2), \\ \bar{\beta}_1^1 = (\lambda_2 - \mu_2 + \sqrt{\bar{V}})/(2\varrho_2), \ \bar{\beta}_2^1 = \bar{\beta}_1^2 = 1, \ \bar{\beta}_2^2 = -(\lambda_2 - \mu_2 + \sqrt{\bar{V}}/(2\sigma_2), \\ \bar{\delta} = |\bar{a}_j^i| = |\bar{\beta}_j^i| = -\sqrt{\bar{V}}(\lambda_2 - \mu_2 + \sqrt{\bar{V}})/(2\varrho_2\sigma_2), \ \bar{V} = (\lambda_2 - \mu_2)^2 + 4\sigma_2\varrho_2, \end{cases}$$

sistemul se transformă într-unul cu variabile separate:

$$(32)\qquad \begin{cases} \bar{g}_{ij}\dfrac{\partial U}{\partial \bar{g}_{ij}} = 0, \ \bar{X}^i\dfrac{\partial U}{\partial \bar{X}^i} = 0, \ \bar{Y}^i\dfrac{\partial U}{\partial \bar{Y}^i} = 0, \\ 2\bar{m}\bar{g}_{11}\dfrac{\partial U}{\partial \bar{g}_{11}} + \bar{n}\bar{g}_{12}\dfrac{\partial U}{\partial \bar{g}_{12}} + \bar{n}\bar{g}_{21}\dfrac{\partial U}{\partial \bar{g}_{21}} + 2\bar{p}\bar{g}_{22}\dfrac{\partial U}{\partial \bar{g}_{22}} + \bar{m}\bar{X}^1\dfrac{\partial U}{\partial \bar{X}^1} + \\ \quad + \bar{p}\bar{X}^2\dfrac{\partial U}{\partial \bar{X}^2} + \bar{m}\bar{Y}^1\dfrac{\partial U}{\partial \bar{Y}^1} + \bar{p}\bar{Y}^2\dfrac{\partial U}{\partial \bar{Y}^2} = 0, \end{cases}$$

unde

$$(33)\qquad \begin{cases} \bar{m} = \lambda_2 \bar{a}_1^1 \bar{a}_2^2 - \sigma_2 \bar{a}_1^1 + \varrho_2 \bar{a}_2^2 - \mu_2, \ \bar{n} = \bar{\delta}(\lambda_2 + \mu_2), \\ \bar{p} = \mu_2 \bar{a}_1^1 \bar{a}_2^2 + \sigma_2 \bar{a}_1^1 - \varrho_2 \bar{a}_2^2 - \lambda_2, \ \bar{n} = \bar{m} + \bar{p}. \end{cases}$$

Soluția sistemului (32) este o funcție de invarianții

$$(34)\qquad \begin{cases} \bar{I}_1 = \sqrt{\bar{g}_{11}/\bar{g}_{22}}\cdot \bar{X}^2/\bar{X}^1, \ \bar{I}_2 = \sqrt{\bar{g}_{11}/\bar{g}_{22}}\cdot \bar{Y}^2/\bar{Y}^1, \ \bar{I}_3 = \bar{g}_{12}/\bar{g}_{21}, \\ \bar{I}_4 = \bar{g}_{11}^{\bar{n}(2\bar{p}-\bar{n})}\bar{g}_{12}^{2\bar{m}(\bar{n}-2\bar{p})}\bar{g}_{21}^{2\bar{p}(2\bar{m}-\bar{n})}\bar{g}_{22}^{\bar{n}(\bar{n}-2\bar{m})}, \end{cases}$$

unde

$$\bar{g}_{pq} = \bar{\alpha}^i_p \bar{\alpha}^j_q g_{ij}, \quad \bar{X}^i = \bar{\beta}^i_j X^j, \quad \bar{Y}^i = \bar{\beta}^i_j Y^j. \tag{35}$$

Ca şi în cazul precedent, cînd $\bar{V} = 0$ există o altă transformare nesingulară care face posibilă reducerea sistemului la unul cu variabile separate.

Cazul (11 d). Prin ipoteză avem $\varrho_1 / \varrho_2 = \sigma_1 / \sigma_2 = (\lambda_1 - \mu_1) / (\lambda_2 - \mu_2) = \varphi^{-1}$, ($\sqrt{\varphi^2} = \varphi$). Deoarece substituţia (27) — (28) transformă ecuaţia din (4), pentru $l = 1$, în ecuaţia ultimă din (25'), iar transformarea (35) — (31) duce ecuaţia din (4) pentru $l = 2$, în ultima ecuaţie din (32) şi cum în plus relaţiile (11 d) fac ca valorile coeficienţilor date de formulele (28) şi (31) să fie respectiv egale, rezultă identitatea celor două transformări; oricare din ele transformă sistemul (4)—(5) în unul cu variabile separate:

$$\begin{cases} \tilde{g}_{ij} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{ij}} = 0, \quad \tilde{X}^i \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^i} = 0, \quad \tilde{Y}^i \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^i} = 0, \\ 2m\tilde{g}_{11} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{11}} + n\tilde{g}_{12} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{12}} + n\tilde{g}_{21} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{21}} + 2p\tilde{g}_{22} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{22}} + m\tilde{X}^1 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^1} + p\tilde{X}^2 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^2} + \\ \quad + m\tilde{Y}^1 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^1} + p\tilde{Y}^2 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^2} = 0, \\ 2m_1 \tilde{g}_{11} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{11}} + n_1 \tilde{g}_{12} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{12}} + n_1 \tilde{g}_{21} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{21}} + 2p_1 \tilde{g}_{22} \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{g}_{22}} + m_1 \tilde{X}^1 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^1} + \\ \quad + p_1 \tilde{X}^2 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{X}^2} + m_1 \tilde{Y}^1 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^1} + p_1 \tilde{Y}^2 \dfrac{\partial U}{\partial \tilde{Y}^2} = 0, \end{cases} \tag{36}$$

unde m, n, p sînt daţi de formulele (29), iar

$$m_1 = \varphi m + (\lambda_2 - \varphi\lambda_1)\delta, \quad n_1 = \delta(\lambda_2 + \mu_2), \quad p_1 = \varphi p + (\mu_2 - \varphi\mu_1)\delta. \tag{37}$$

Şi în acest caz se constată că una dintre ecuaţiile (35) este dependentă de celelalte ecuaţii şi în consecinţă integrarea sistemului conduce la invarianţi asemănători cazurilor precedente:

$$I_1^* = \sqrt{\tilde{g}_{11}/\tilde{g}_{22}} \cdot \tilde{X}^2/\tilde{X}^1, \quad I_2^* = \sqrt{\tilde{g}_{11}/\tilde{g}_{22}} \cdot \tilde{Y}^2/\tilde{Y}^1 \quad I_3^* = \tilde{g}_{12}/\tilde{g}_{21},$$
$$I_4^* = \tilde{g}_{11}^a \tilde{g}_{12}^b \tilde{g}_{21}^c \tilde{g}_{22}^d, \tag{38}$$

unde

$$\begin{cases} a = n_1(pn_1 - p_1 n), \ b = 2m_1(np_1 - pn_1), \ c = 2p_1(mn_1 - m_1 n), \\ d = n_1(nm_1 - mn_1), \quad a + b + c + d = 0. \end{cases} \tag{39}$$

În formulele (38) $\tilde{g}_{ij}$, $\tilde{X}^i$ și $\tilde{Y}^i$ sînt funcții liniare respectiv de g^{ij}, X^i și Y^i, date de relațiile (27).

3. Aceeași problemă se poate pune și în cazul cînd funcția U depinde numai de componentele tensorului g_{ij}, fiind o funcție omogenă de grad zero de aceste variabile, care se transportă prin paralelism din punctul (x_k) în punctul $(x^k + dx^k)$ odată cu componentele tensorului. Păstrînd notațiile din paragraful precedent, sistemul (4 — (5) ia în acest caz forma

$$g_{ij}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} = 0, \qquad R_{ijk}\frac{\partial U}{\partial g_{ij}} = 0, \tag{40}$$

unde

$$\begin{cases} R_{11k} = 2\lambda_k g_{11} + \sigma_k (g_{12} + g_{21}), & R_{12k} = \varrho_k g_{11} + (\lambda_k + \mu_k) g_{12} + \sigma_k g_{22}, \\ R_{21k} = \varrho_k g_{11} + (\lambda_k + \mu_k) g_{21} + \sigma_k g_{22}, & R_{22k} = \varrho_k (g_{12} + g_{21}) + 2\mu_k g_{22}. \end{cases} \tag{41}$$

Condiția necesară și suficientă ca sistemul (40) să fie complet integrabil, în sensul precizat în primul paragraf, este ca ecuația $A_{ij}\partial U/\partial g_{ij} = 0$, unde cantitățile A_{ij} sînt date de formulele (9), să fie o combinație liniară a ecuațiilor (40). Sistemul (40) nu poate fi completat în niciun mod, deoarece conține trei ecuații în cele patru variabile g_{ij}. Rezultă atunci că sistemul (40) va fi complet integrabil dacă este posibil să se determine trei necunoscute y_k și z, astfel încît sistemul algebric

$$\alpha = \lambda_k y^k + z, \quad \beta = \sigma_k y^k, \quad \gamma = \varrho_k y^k, \quad 2\alpha = (\lambda_k - \mu_k) y^k \tag{42}$$

să fie compatibil. Acest fapt revine la condiția

$$\operatorname{rang} \begin{Vmatrix} \lambda_1 - \mu_1 & \lambda_2 - \mu_2 & 2\alpha \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \beta \\ \varrho_1 & \varrho_2 & \gamma \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \alpha - z \end{Vmatrix} \leqslant 2,$$

care este echivalentă cu sistemul

$$\alpha^2 + \beta\gamma = 0, \quad 2\alpha(\sigma_1\lambda_2 - \sigma_2\lambda_1) - \beta(\lambda_1\mu_2 - \lambda_2\mu_1) + (\alpha - z)\beta = 0. \tag{43}$$

Dintre aceste două ecuații numai prima este esențială, căci a doua determină valoarea lui z în condițiile soluțiilor primei ecuații. Deoarece între α, β și γ există relațiile de identitate (16 b', se demonstrează că singura soluție a primei ecuații (43) este $\alpha = \beta = \gamma = 0$. Deci sistemul (40) este complet integrabil numai în cîte una din condițiile (11a), (11b), (11c), (11d). El admite doi invarianți fundamentali căci sistemul (40) se reduce la două ecuații independente. În cazul (11a) aceștia au următoarea formă:

(44) $$\mathcal{J}_1 = g_{12}/\sqrt{g_{11}\,g_{22}}, \quad \mathcal{J}_2 = g_{21}/\sqrt{g_{11}\,g_{22}}.$$

În cazurile (11 b) și (11 d), g_{ij} din (44) se înlocuiesc respectiv cu $\tilde{g}_{ij}$ din formulele (27), iar în cazul (11 c) g_{ij} se înlocuiesc respectiv cu $\bar{g}_{ij}$ din formulele (35).

4. Unii dintre invarianții găsiți, cît și cele patru clase de conexiuni în care problemele precedente și-au găsit soluții posedă unele proprietăți pe care le semnalăm în continuare.

Ținînd seamă de ecuațiile de transport ale unei direcții pe o varietate cu conexiune afină

(45) $$d\lambda^i/dt + \Gamma^i_{jk}\,\lambda^j\,dx^k/dt = \varphi(t)\,\lambda^i,$$

unde (λ^i) este un vector ce reprezintă direcția, și de faptul că spațiul este cu torsiune, se constată cu ușurință din aceste ecuații următoarele:

1. În condițiile (11 a) rețeaua liniilor coordonate $x^1 = \text{const.}$ și $x^2 = \text{const.}$ de pe varietate este constituită din două familii de linii autoparalele în sensul paralelismului direcțiilor.

2. În condițiile (11 b) familia de linii $x^1 = \text{const.}$ este o familie de linii autoparalele în sensul paralelismului direcțiilor; mai mult, de-a lungul oricărei linii $x^1 = \text{const.}$ orice direcție (λ^i) este transportată prin paralelism, căci ecuațiile (45) iau forma

$$d\lambda^i/dt = [\varphi(t) - \Gamma^1_{12}\,dx^2/dt]\,\lambda^i.$$

3. În condițiile (11 c) familia de linii $x^2 = \text{const.}$ este o familie de linii autoparalele în sensul paralelismului direcțiilor și orice direcție (λ^i) se conservă prin paralelism de-a lungul unei atare linii, din motive asemănătoare cazului precedent.

4. În condițiile (11 d) rezultă că există o familie de linii pe varietate, a cărei ecuație diferențială este

(46) $$dx^1 + \varphi\,dx^2 = 0,$$

unde funcția φ este dată de formulele (11 d), de-a lungul cărora direcția bisectoare a liniilor coordonate $(\lambda^1 = \lambda^2)$ este transportată prin paralelism.

În ceea ce privește invarianții găsiți sînt de remarcat următoarele:

1. În toate cele patru cazuri de integrabilitate ale sistemului (4)—(5) spațiile cu conexiune afină corespunzătoare admit o măsură a unghiului a două direcții incidente, în sens Haimovici [3]. Aceasta este dată de semisuma primilor doi invarianți din relațiile (23), (30), (34), (38), corespunzătoare respectiv spațiilor caracterizate prin relațiile (11 a)...(11 d). Ea are deci expresia

(47) $$\begin{cases} \text{măs}\,\sphericalangle(\bar{X}, \bar{Y}) = \sqrt{g_{11}/g_{22}}\cdot\,(X^2/X^1 - Y^2/Y^1) \text{ sau} \\ \text{măs}\,\sphericalangle(\bar{X}, \bar{Y}) = \sqrt{{}^*g_{11}/{}^*g_{22}}\cdot\,({}^*X^2/{}^*X^1 - {}^*Y^2/{}^*Y^1), \end{cases}$$

unde ${}^*g_{ij}$, ${}^*X^i$, ${}^*Y^i$ sînt funcții liniare respectiv de g_{ij}, X^i, Y^i, date de relațiile (27) sau (35).

2. În spațiile raportate la linii autoparalele în sensul paralelismului direcțiilor ca linii coordonate, invarianții de paralelism I_1, I_2 și I_3 din (23) sînt și invarianți conformi căci o transformare de tipul ${}^*g_{ij} = \sigma(x)\, g_{ij}$ îi lasă nealterați. Restul invarianților au un caracter cvasi-conform, căci depinzînd și de coeficienții conexiunii afine, invarianța la transformarea precedentă nu-i suficientă pentru egalitatea invarianților în spații corespondente.

3. În ipoteza că spațiul L_2 este dotat cu o metrică a lungimilor de forma $ds^2 = g_{ij}\, dx^i\, dx^j$, semisuma invarianților $\mathcal{J}_1$ și $\mathcal{J}_2$ din (44) semnifică cosinusul unghiului format de liniile coordonate, care se conservă la transport paralel și e de forma bine cunoscută

$$\cos\vartheta = g_{12}/\sqrt{g_{11}g_{22}}, \quad (g_{12} = (g_{12} + g_{21})/2). \tag{48}$$

În cazurile (11 b), (11 c), (11 d), formula (48) își păstrează aceeași semnificație cu singura deosebire că g_{ij} sînt înlocuiți prin funcții liniare de g_{ij}, conform formulelor de transformare (27) sau (35).

Și în acest caz se poate face o remarcă asemănătoare celei făcute la punctul precedent, asupra comportării la o transformare de forma ${}^*g_{ij} = \sigma(x)\, g_{ij}$.

4. În fine, este de remarcat faptul că existența unor invarianți la transport paralel, de forma g_{12}/g_{21}, $g_{12}/\sqrt{g_{11}g_{22}}$ sau $g_{21}/\sqrt{g_{11}g_{22}}$, ar putea face posibilă o interpretare a geometriei unui spațiu Riemann generalizat (dotat cu un tensor fundamental asimetric) compatibil cu conexiunea Γ^i_{jk}, nu numaidecît ca suma proprietăților invariante ale unui V_n și ale unei forme alternante avînd coeficienții drept partea strîmb simetrică a tensorului fundamental, ci considerînd forma globală biliniară $g_{ij}\, dx^i\, dy^j$, care nu mai reprezintă un produs scalar din cauza necomutativității.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Matematici

Primit la 14 VI 1959

BIBLIOGRAFIE

1. Haimovici A., Rend. di Mat. e delle sue applicazioni, 1955, serie V, **XV**, pp. 385—452.
2. — St. și Cerc., Șt. Acad. R.P.R., Filiala Iași, Matem., 1957, **8**, 2, pp. 135—149.
3. — Ibid., 1958, **9**, 2, pp. 131—139.
4. Murgescu V., Ibid., 1956, **7**, 2, pp. 75—98.
5. Норден А. П., *Пространства аффинной связности.* М.-Л., 1950.

ИНВАРИАНТЫ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПЕРЕНОСЕ В ПРОСТРАНСТВАХ АФФИННОЙ СВЯЗНОСТИ

(Резюме)

Пусть L_2 будет пространством аффинной связности, имеющим тензорное ассиметричное поле g_{ij}. Ставится задача нахождения функций $U(g_{ij}, X^i, Y^i)$, однород-

ных нулевой степени, относительно g_{ij}, X^i и Y^i в отдельности, и инвариантных при параллельном переносе тензора g_{ij} и направлений $\overline{X}(X^i)$ и $\overline{Y}(Y^i)$. Затем ищем функцию $U(g_{ij})$, которая зависит только от компонент тензора и которая удовлетворяет тем же условиям.

Находим четыре класса связностей (11), которые отвечают поставленным задачам: первый класс (11 a) для которого сеть координатных линий состоит из двух семейств автопараллельных линий; второй (11 b) и третий (11 c) классы, для которых только одно семейство координатных линий является семейством автопараллельных линий; и четвёртый класс, где равноделящее направление координатных линий переносится посредством параллелизма вдоль семейства кривых, дифференциальное уравнение которого дано в (46). Под автопараллелизмом мы понимаем здесь параллелизм направлений, а не векторов.

Все эти пространства допускают меру углов в смысле Хаймовича, вида (47), а найденные инварианты ((23], (30), (34), (38), (44)) имеют конформный или квази-конформный характер. Тензор g_{ij} не является непременно основным тензором. В случае, когда g_{ij} является основным тензором пространства, тогда находим, что косинус угла координатных линий инвариантен при параллельном переносе тензора g_{ij} (48).

INVARIANTS AU TRANSPORT PARALLÈLE DANS LES ESPACES À CONNEXION AFFINE

(Résumé)

Soit L_2 un espace à connexion affine doué d'un champ tensoriel asymétrique g_{ij}. On pose le problème de trouver les fonctions $U(g_{ij}, X^i, Y^i)$ qui sont homogènes de degré zéro par rapport aux variables g_{ij}, X^i et Y^i, séparément, et qui sont invariantes au transport parallèle du tenseur g_{ij} et des directions $\overline{X}(X^i)$ et $\overline{Y}(Y^i)$. Ensuite on cherche la fonction $U(g_{ij})$ qui dépend seulement des composantes du tenseur et qui satisfait aux mêmes conditions.

On trouve quatre classes de connexions (11) qui corréspondent aux problèmes posés: la première classe (11 a), dont le réseau de lignes coordonnées est composé par deux familles de lignes autoparallèles, la deuxième et la troisième classe, (11 b)-(11 c), dont une seule famille de lignes coordonnées sont autoparallèles et la quatrième classe, où une direction bisectrice des lignes coordonnées est transportée par parallèlisme le long d'une famille de lignes, dont l'équation différentielle est (46). L'autoparallélisme est considéré ici comme un parallélisme des directions, et pas celui des vecteurs.

Tous ces espaces admettent une mesure des angles au sens défini par A. Haimovici, de la forme (47), et les invariants trouvés ((23), (30), (34), (38), (44)) ont un caractère conforme ou quasi-conforme. Le tenseur g_{ij} n'est pas spécialement un tenseur fondamental. Dans le cas où g_{ij} est le tenseur fondamental de l'espace, on trouve que le cosinus de l'angle des lignes coordonnées est un invariant au transport parallèle du tenseur g_{ij} (48).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

513.83

L'ESPACE DES COURBES EST-IL UN ESPACE DE BANACH?

PAR

MAURICE FRÉCHET

Dedié au grand mathématicien
MARSTON MORSE
à l'occasion de son jubilé

1. Introduction

La création simultanée par S. Banach, N. Wiener et H. Hahn des espaces vectoriels distanciés [1]) (dits aussi linéaires normés par A. Michal) est due à une heureuse combinaison des espaces vectoriels abstraits de Grassmann et de nos espaces distanciés (dits aussi métriques). Elle a permis de réunir en des traits communs les théories jusque là distinctes de plusieurs espaces importants (espaces cartésiens, espace de Hilbert, espace des fonctions continues, etc.). Son utilité serait encore accrue si elle pouvait s'appliquer à des espaces aussi importants dans les applications que l'espace des courbes (et l'espace des surfaces). C'est pourquoi nous avons fréquemment et publiquement souligné l'importance de ce problème: l'espace des courbes est-il un espace vectoriel distancié? Mais la question ne semble avoir eu aucun écho. Est-ce indifférence du public mathématique ou la question est-elle trop difficile?

Dans deux articles publiés dans *Coloquium Mathematicum* [1] nous avons indiqué plusieurs manières de faciliter l'étude du problème. Nous nous proposons ici d'indiquer une autre méthode d'approche.

2. Recherche d'une réponse positive

Tout naturellement, une première manière d'aborder le problème qui vient d'être posé, consiste à essayer d'imaginer, pour l'espace des courbes, un système de définitions des symboles classiques ϑ, $\|x\|$, $\lambda.x$, $x+y$, (où λ est un nombre réel, x et y sont deux courbes particulières). Il faut d'abord que ces définitions satisfassent aux conditions qui leurs sont imposées dans les espaces vectoriels distanciés. Mais ce n'est pas suffisant. Il faut que ces définitions soient raisonnables pour des courbes et conformes à notre intuition.

---

1) On trouvera les axiomes qui les définissent, par exemple, dans notre ouvrage *Les espaces abstraits*, Gauthier-Villars, Paris, pp. 12 et 140.

Il est naturel de prendre pour l'élément neutre ϑ, une courbe réduite à un point O, considéré comme l'origine. Il est naturel aussi de prendre pour $\lambda . x$, l'homothétique de la courbe x en prenant l'origine O comme centre d'homothétie et λ pour rapport d'homothétie. Dans le cas où l'on a défini d'avance la „distance" de deux courbes, on prendra pour norme, $\| x \|$, de la courbe x, la „distance" de x à l'origine O. Par contre, quel choix pourra-t-on proposer pour la „somme" de deux courbes? *C'est là que réside l'essentiel du problème* quand on en espère une réponse positive.

3. Recherche d'une réponse négative

Une manière directe mais simpliste d'obtenir cette réponse négative consisterait à considérer toutes les définitions possibles de la somme et de prouver qu'aucune ne satisfait aux conditions qui lui sont imposées dans les espaces vectoriels distanciés. Nous proposons ici de suivre une voie indirecte. Elle consiste à utiliser un cas particulier d'une définition générale, due à Shafik Doss, de la moyenne dans un espace distancié [2].

4. Milieu (T) d'un couple

Soient x, y deux éléments quelconques d'un espace distancié D. Nous dirons qu'un élément m de D est un milieu (T) du couple x, y, si l'on a

$$(1) \qquad (m, a) \leqslant \frac{1}{2} [(x, a) + (y, a)]$$

quel que soit l'élément a de D (en désignant d'une façon générale par la notation (x, y) la „distance" dans D de x et de y). (A priori, un couple x, y peut avoir ou ne pas avoir un milieu (T)).

5. Une propriété des espaces vectoriels distanciés

Dans un tel espace, soit V, on appelle distance de deux éléments (x, y) de V, la norme de leur différence

$$(2) \qquad (x, y) = \| x - y \| .$$

L'inégalité (1) devient alors

$$(3) \qquad 2 \| m - a \| \leqslant \| x - a \| + \| y - a \| .$$

Prenons en particulier pour m, l'élément $\frac{1}{2} x + \frac{1}{2} y$. On aura

$$2 \| m - a \| = \| 2m - 2a \| = \| x + y - 2a \| =$$

$$= \| (x - a) + (y - a) \| \leqslant \| x - a \| + \| y - a \| .$$

Il est ainsi démontré, en deux lignes, ce résultat essentiel pour ce qui suit:

Théorème. *Tout couple d'éléments* x, y *d'un espace vectoriel distancié possède au moins un milieu* (T).

Procédé de démonstration. On voit alors que pour démontrer qu'un espace distancié D n'est pas un espace vectoriel distancié (avec la même distance) *il suffit de fournir un contre exemple,* c'est à dire de citer au moins un couple x, y d'éléments de D qui ne possède aucune moyenne (T). Une fois choisi un couple, x, y qui paraisse susceptible de servir de contre exemple on pourra procéder, au moyen d'une démonstration par l'absurde, de la façon suivante. On supposera d'abord que ce couple possède un milieu (T), soit m. En prenant pour a des éléments convenablement choisis dans D, on assujettera m à certains conditions. *Par exemple,* en prenant $a \equiv x$ puis $a \equiv y$, on voit que m satisfera aux deux conditions

$$(4) \qquad (m,x) \leqslant \frac{1}{2}(n,y), \quad (m,y) \leqslant \frac{1}{2}(x,y).$$

D'où

$$0 \leqslant \left[\frac{1}{2}(x,y) - (m,x)\right] + \left[\frac{1}{2}(x,y) - (m,y)\right] = (x,y) - (m,x) - (m,y) \leqslant 0.$$

Les deux crochets devant être $\geqslant 0$ d'après (4), sont donc nuls et l'on a

$$(5) \qquad (m,x) = \frac{1}{2}(x,y) = (m,y).$$

En prenant pour a d'autres éléments choisis selon la nature de l'espace D, on aura un certain nombre de conditions (à satisfaire par m) qui auront un sens, que le couple x, y ait ou non un milieu (T). L'ensemble des éléments z vérifiant à la place de m ces conditions, formera une famille F. C'est en prenant pour m un élément de F qu'on pourra plus facilement chercher s'il existe un élément a de D pour lequel l'inégalité (1) n'a pas lieu. Si l'on réussit, on aura prouvé que la réponse à la question posée est négative.

6. Précisions sur l'espace des courbes

À vrai dire, on ne pourrait appliquer ce qui précède à l'espace des courbes sans commencer par préciser de quel espace il s'agit. Ses courbes sont-elles des courbes analytiques, des courbes rationnelles, etc. ? Et peut-on considérer cet espace comme un espace distancié ? Nous laisserons au lecteur le soin de choisir la catégorie d'espace des courbes qui l'intéresse. Nous nous contenterons de rappeler que, dans notre Thèse, nous avons étudié un de ces espaces que nous appellerons l'espace Γ. Il est formé de courbes de Jordan, c'est à dire que chaque élément est une suite continue et orientée de points de l'espace. Nous y avons défini une „distance" de la façon suivante. Désignons par $d_H(x, y)$ le maximum de la distance (ordinaire) de deux points de x et de y qui se correspondent dans une homéomorphie H. Nous avions appelé „distance" des deux courbes x et y la borne inférieure de

$d_H(x, y)$ pour toutes les homéomorphies H entre les points de x et de y [2]), soit

$$(x, y) = \inf_H d_H(x, y).$$

Reçu le 23 V 1959

Académie des Sciences,
Paris, France

BIBLIOGRAPHIE

1 Fréchet M., Colloquium Mathematicum, 1958, **1**, pp. 33—40.
2. — Ann. Ec. Norm. Sup. 1954, (3), **75**, pp. 223—235.

ПРОСТРАНСТВО КРИВЫХ ЕСТЬ ПРОСТРАНСТВО БАНАХА ?

(Резюме)

Теория банахова пространства позволяет объединить теории многочисленных классических функциональных пространств. Значение указанной теории значительно повысилось бы если бы она охватила и важное в приложениях пространство кривых. Автор указывает возможность рационального выбора для этого пространства нейтрального элемента θ, нормы $\| x \|$, произведения на скаляр $\lambda . x$. Наибольшую трудность представляет выбор определения соответствующего нашей интуиции для „суммы" двух кривых.

В [1] автор изучает некоторые частные случай поставленной задачи. В этой заметке указываются некоторые методы приближающие нас к её решению.

SPAŢIUL CURBELOR ESTE UN SPAŢIU BANACH ?

(Rezumat)

Teoria spaţiului Banach permite unificarea teoriilor numeroaselor spaţii funcţionale clasice. Utilitatea acestei teorii ar fi fost mult mai mare, dacă aceasta ar fi putut fi extinsă la spaţiul curbelor ce prezintă importanţă în aplicaţii. Autorul indică posibilitatea alegerii raţionale pentru un astfel de spaţiu a elementului neutru θ, a normei $\| x \|$, a produsului printr-un scalar $\lambda . x$. Cea mai mare dificultate constă în alegerea conformă cu intuiţia noastră a unei definiţii ce ar corespunde cu „suma" a două curbe.

Autorul indică în [1] cîteva cazuri particulare ale problemei puse În această Notă se expun unele metode menite a ne apropia de soluţia ei.

2) Cette définition avait été retrouvée par F a t o u plus tard et indépendamment.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

517.948.35

О СХОДИМОСТИ МЕТОДА НАИСКРОЕЙШЕГО СПУСКА ДЛЯ ОПЕРАТОРОВ, КВАДРАТИЧНО ЗАВИСЯЩИХ ОТ ПАРАМЕТРА

Д. Ф. ХАРАЗОВ

1. Пусть X — некоторое вещественное сепарабельное гильбертово пространство, A_1 и A_2 — линейные вполне непрерывные операторы отображающие X в себя, H — линейный ограниченный положительный оператор, отображающий X в себя и удовлетворяющий условиям

$$(HA_i x, y) = (x, HA_i y), \quad (i = 1, 2), \quad x \in X, \; y \in X,$$

$$(Hx, x) > 0, \quad (HA_2 x, x) > 0, \quad x \in X, \; (x \neq 0).$$

Рассмотрим уравнения

$$x - \lambda A_1 x - \lambda^2 A_2 x = y, \quad x \in X, \; y \in X, \tag{1}$$

$$x - \lambda A_1 x - \lambda^2 A_2 x = 0, \quad x \in X, \tag{2}$$

где λ — комплексный параметр.

Метод наискорейшего спуска для нахождения собственных значений и решений линейных уравнений с симметричными операторами исследован Л. В. Канторовичем [1]. Этот метод был распространен на случай симметризуемых операторов в работе [2].

В этой статье мы укажем приближенный способ нахождения собственных значений уравнения (2) и решения уравнения (1), основанный на применении результатов Канторовича [1] к некоторому симметричному оператору, действующему в новом гильбертовом пространстве G.

2. Рассмотрим множество G упорядоченных пар $\alpha = \{x, y\}$, $x \in X$, $y \in X$, в котором введем операцию сложения и умножения на вещественное число μ при помощи равенств

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \{x_1 + x_2, \; y_1 + y_2\}, \quad \alpha_i = \{x_i, y_i\}, \quad (i = 1, 2), \quad \mu\alpha = \{\mu x, \mu y\}.$$

Каждой паре $\alpha_1 = \{x_1, y_1\}$, $\alpha_2 = \{x_2, y_2\}$ сопоставим число

$$[\alpha_1, \alpha_2] = (Hx_1, x_2) + (HA_2 y_1, y_2). \tag{3}$$

Легко видеть, что (3) удовлетворяет всем условиям налагаемым на скалярное произведение гильбертова пространства. Множество G,

при помощи скалярного произведения (3) превращается в вещественное сепарабельное гильбертово пространство G (вообще говоря, не полное).

В пространстве G рассмотрим оператор

$$A\alpha = \{A_1 x + A_2 y, x\}, \quad \alpha = \{x, y\}.$$

Нетрудно проверить, что оператор A линеен и вполне непрерывен в G. Кроме того, в силу (3),

$$[A\alpha_1, \alpha_2] = (HA_1 x_1 + HA_2 y_1, x_2) + (HA_2 x_1, y_2) = (Hx_1, A_1 x_2 + A_2 y_2) + \\ + (HA_2 y_1, x_2) = [\alpha_1, A\alpha_2].$$

Следовательно, A — симметричный оператор в G. На основании (3) найдем, что

$$[A\alpha, \alpha] = (HA_1 x + HA_2 y, x) + (HA_2 x, y) \equiv \Phi(x, y).$$

Считаем сперва, что для любых $x \in X$, $y \in X$, $\Phi(x, y) \geqslant 0$. При этом условии оператор A будет положительным.

Рассмотрим уравнение

$$\alpha - \lambda A\alpha = \beta, \qquad \beta = \{f, 0\}. \tag{4}$$

Очевидно, что если $x = x_0$ — решение уравнения (4) при $\lambda = \lambda_0$, то $\alpha = \{x_0, \lambda_0 x_0\}$ — решение уравнения (4) при $\lambda = \lambda_0$ и наоборот, если $\alpha = \{x_0, \lambda_0 x_0\}$ — решение уравнения (4) при $\lambda = \lambda_0$, то $x = x_0$ — решение уравнения (1) при том же $\lambda = \lambda_0$. Таким образом спектр уравнения (2) совпадает со спектром оператора A в G.

3. Основные результаты теории уравнений (1) и (2) изложены в работе [3].

В силу условия $\Phi(x, y) \geqslant 0$, все собственные значения уравнения (2) положительны. Пусть $\lambda_1 \leqslant \lambda_2 \leqslant \ldots \leqslant \lambda_n \leqslant \ldots$ — последовательность собственных значений уравнения (2) (каждое из которых выписано столько раз сколько линейно независимых собственных элементов ему соответствует), а $f_1, f_2, \ldots, f_n, \ldots$ — соответствующие им собственные элементы, удовлетворяющие условиям

$$(Hf_i, f_k) + \lambda_i \lambda_k (HA_2 f_i, f_k) = \delta_{i,k}, \quad (i,k = 1, 2, \ldots).$$

Выберем произвольно элементы $x_0 \in X$, $y_0 \in X$ подчинив их лишь одному условию $(Hx_0, f_1) + \lambda_1 (HA_2 y_0, f_1) \neq 0$. В силу этого условия, элемент $\alpha_0 = \{x_0, y_0\}$ не принадлежит ортогональному дополнению в G собственного подпространства, соответствующего собственному значению $\lambda = \lambda_1$ уравнения $\alpha - \lambda A\alpha = 0$, $\alpha \in G$ (ибо $\lambda = \lambda_1$ соответствует собственный элемент $\{f_1, \lambda_1 f_1\}$). Следуя Канторовичу [1] положим

$$\alpha_n = [\iota_{n-1} + \varepsilon_n \beta_n, \alpha_{n-1} + \varepsilon_n \beta_n]^{-1/2} (\alpha_{n-1} + \varepsilon_n \beta_n), \ (n = 1, 2, \ldots), \tag{5}$$

где

$$(6)\quad \begin{cases} \beta_n = A\alpha_{n-1} - [A\alpha_{n-1}, \alpha_{n-1}]\,\alpha_{n-1}, \\ \varepsilon_n = ([A\alpha_{n-1}, \alpha_{n-1}]\,[\beta_n, \beta_n] - [A\beta_n, \beta_n])^{-1}\,[\beta_n, \beta_n]. \end{cases}$$

Так как $\alpha_n = \{x_n, y_n\}$, то на основании (5) и (6) найдем, что

$$(7)\quad \begin{cases} x_n = \gamma_n^{-1}\{x_{n-1} + \varepsilon_n (A_1 x_{n-1} + A_2 y_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, x_{n-1})\}, \\ y_n = \gamma_n^{-1}\{y_{n-1} + \varepsilon_n (x_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, y_{n-1})\}, \quad (n = 1, 2, \ldots), \end{cases}$$

где

$$\varepsilon_n = (\Phi' x_{n-1}, y_{n-1})\,\varkappa_n - \delta_n)^{-1}\,\varkappa_n,$$

$$\varkappa_n = (H\{A_1 x_{n-1} + A_1 y_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, x_{n-1}\},\ A_1 x_{n-1} + A_2 y_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, x_{n-1}) +$$

$$+ (HA_2\{x_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, y_{n-1}\},\ x_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, y_{n-1}),$$

$$\delta_n = \Phi(A_1 x_{n-1} + A_2 y_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, x_{n-1},\ x_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, y_{n-1}),$$

$$\gamma_n^2 = [\alpha_{n-1} + \varepsilon_n \beta_n,\ \alpha_{n-1} + \varepsilon_n \beta_n] =$$

$$= (H\{x_{n-1} + \varepsilon_n (A_1 x_{n-1} + A_2 y_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, x_{n-1}\},\ x_{n-1} + \varepsilon_n (A_1 x_{n-1} + A_2 y_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, x_{n-1})) +$$

$$+ (HA_2\{y_{n-1} + \varepsilon_n (x_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, y_{n-1})\},\ y_{n-1} + \varepsilon_n (x_{n-1} - \Phi(x_{n-1}, y_{n-1})\, y_{n-1})).$$

На основании результатов Канторовича [1], возрастающая последовательность чисел $[A\alpha_n, \alpha_n] = \Phi(x_n, y_n)$ сходится к λ_1^{-1}, а последовательность элементов $\alpha_n = \{x_n, y_n\}$ сходится по норме в G к собственному элементу $\alpha^{(1)} = \{f_1, \lambda_1 f_1\}$, причем быстрота сходимости оценивается неравенствами

$$(8)\quad \begin{gathered} \lambda_1^{-1} - \Phi(x_n, y_n) \leqslant q^n [\lambda_1^{-1} - \Phi(x_0, y_0)], \\ \| \alpha_n - \alpha^{(1)} \|_G^2 \leqslant 2 (\lambda_s - \lambda_1)^{-1} \lambda_1 \lambda_s q^n [\lambda_1^{-1} - \Phi(x_0, y_0)], \end{gathered}$$

где $q = (\lambda_1^2 (2\lambda_s - \lambda_1)^{-2} + \alpha) < 1$, $\lambda_s\ (s \geqslant 2)$ первое отличное от λ_1, собственное значение, а α — достаточно малая величина, порядок которой зависит от того насколько близко к $\alpha^{(1)}$ выбрано начальное приближение $\alpha_0 = \{x_0, y_0\}$. Из указанных результатов на основании (8) и (3) следует, что последовательность x_n сходится к f_1 в метрике (Hx, x), определяемой билинейной формой (Hx, y) (последовательность y_n сходится к $\lambda_1 f_1$, в метрике $(HA_2 x, x)$):

$$(H(x_n - f_1), x_n - f_1) \leqslant 2(\lambda_s - \lambda_1)^{-1} \lambda_1 \lambda_s q^n [\lambda_1^{-1} - \Phi(x_0, y_0)].$$

Таким образом доказана

Теорема 1. Возрастающая последовательность чисел $\Phi(x_n, y_n)$, где элементы x_n и y_n заданы формулами (7) сходится к λ_1^{-1}, где λ_1 — наименьшее собственное значение уравнения (2), а последовательность элементов x_n сходится в метрике $(Hx, x)^{1/2}$ к некоторому собственному элементу f_1, соответствующему λ_1. Оба процесса сходятся с быстротой геометрической прогрессии с знаменателями q и $q^{1/2}$ соответственно.

Если в частности оператор H положительно определенный : $(Hx, x) \geqslant \geqslant \gamma(x, x)$, $x \in X$, $\gamma > 0$, то последовательность x_n будет сходиться к f_1 по норме в X. Последнее обстоятельство будет иметь место, если A_1 и A_2 — самосопряженные операторы, ибо в этом случае $H \equiv I$ — тождественный оператор в X.

Указанный способ дает возможность находить и дальнейшие собственные значения и собственные элементы. Для разыскания, например, следующего собственного значения $\lambda_s > \lambda_1$, надо начальные элементы x_0 и y_0 выбрать так, чтобы элемент $\alpha_0 = \{x_0, y_0\}$ был ортогонален в G к собственному подпространству, соответствующему λ_1. Это означает, что x_0 и y_0 должны удовлетворять условиям

$$(Hx_0, f_k) + \lambda_k (HA_2 y_0, f_k) = 0, \quad (k = 1, 2, ..., s-1).$$

В случае, если функционал $\Phi(x, y)$ меняет знак, следовательно (см. [3]) уравнение (2) имеет собственные значения разных знаков, для их нахождения надо применить метод наискорейшего спуска к оператору $A^2\alpha$ в пространстве G, ибо этот оператор также как и A симметричен в G, но уже положителен. Следовательно, в этом случае необходимо в формулах (5), (6) оператор $A\alpha$ заменить на $A^2\alpha = \{A_1(A_1 x + A_2 y) + A_2 x, A_1 x + A_2 y\}$, положить $\Phi(x, y) = [A^2\alpha, \alpha]$ и соответствующим образом переписать формулы (7).

4. Пополним пространство G идеальными элементами, порождаемыми метрикой (3) и рассмотрим уравнение (4) в пополненном таким образом пространстве G. Оператор A (точнее его непрерывное расширение на полное G) будет самосопряженным вполне непрерывным в G. Пусть λ_1^+ и λ_1^- обозначают соответственно наименьшее положительное и наибольшее отрицательное собственные значения уравнения (2), или, что все равно, уравнения $\alpha - \lambda A\alpha = 0$. Мы укажем ниже способ приближенного решения уравнения (1) для значений λ, лежащих в интервале $\lambda_1^- < \lambda < \lambda_1^+$. Очевидно, что для таких λ, $\lambda\lambda_k^{-1} < 1$, $(k = 1, 2, ...)$, где λ_k — собственные значения уравнения (2), расположенные в порядке возрастания абсолютных величин. Полагая $\gamma = \max\limits_k (\lambda_k^{-1}\lambda)$, $\delta = \min\limits_k (\lambda_k^{-1}\lambda)$, в силу известных свойств самосопряженных операторов, для любого $\alpha \in G$ будем иметь

$$\delta[a, a] \leqslant \lambda[Aa, a] \leqslant \gamma[a, a].$$

Отсюда

$$(1-\gamma)[a, a] \leqslant [(I-\lambda A)a, a] \leqslant (1-\delta)[a, a],$$

где I — тождественный оператор в G. Выбирая произвольно $a_0 = \{x_0, y_0\}$, следуя Канторовичу [1] положим

$$a_n = a_{n-1} -$$

$$(9) \quad -\frac{[(I-\lambda A)a_{n-1}-\beta,\ (I-\lambda A)a_{n-1}-\beta]}{[(I-\lambda A)\{(I-\lambda A)a_{n-1}-\beta\},\ (I-\lambda A)a_{n-1}-\beta]}\{(I-\lambda A)a_{n-1}-\beta\},$$

$$(n = 1, 2, \ldots).$$

Так как $a_n = \{x_n, y_n\}$, то на основании (9) найдем, что

$$(10) \quad \begin{aligned} x_n &= x_{n-1} - \sigma_{n-1}^{-1}\varepsilon_{n-1}(x_{n-1} - \lambda A_1 x_{n-1} - \lambda A_2 y_{n-1} - f), \\ y_n &= y_{n-1} - \sigma_{n-1}^{-1}\varepsilon_{n-1}(y_{n-1} - \lambda x_{n-1}), \end{aligned}$$

где

$$\varepsilon_{n-1} = (H(x_{n-1} - \lambda A_1 x_{n-1} - \lambda A_2 y_{n-1} - f),\ x_{n-1} - \lambda A_1 x_{n-1} - \lambda A_2 y_{n-1} - f)^2 +$$

$$+ (HA_2(y_{n-1} - \lambda x_{n-1}),\ y_{n-1} - \lambda x_{n-1})^2,$$

$$\sigma_{n-1} = (H(I-\lambda A_1)(x_{n-1} - \lambda A_1 x_{n-1} - \lambda A_2 y_{n-1} - f) -$$

$$- \lambda HA_2(y_{n-1} - \lambda x_{n-1}),\ x_{n-1} - \lambda A_1 x_{n-1} - \lambda A_2 y_{n-1} - f) +$$

$$+ (HA_2\{y_{n-1} - \lambda x_{n-1} - \lambda(x_{n-1} - \lambda A_1 x_{n-1} - \lambda A_2 y_{n-1} - f)\},\ y_{n-1} - \lambda x_{n-1}).$$

Как показал Канторович [1], последовательность элементов a_n сходится по норме в G к единственному решению $a = [x, \lambda x]$ уравнения (4), с быстротой геометрической прогрессии с знаменателем $q = (1-\delta+1-\gamma)^{-1}[1-\delta-(1-\gamma)]$. Отсюда, на основании (10) и (3) следует справедливость предложения:

Теорема 2. Если $\lambda_1^- < \lambda < \lambda_1^-$,то последовательность элементов x_n, заданных равенствами (10), сходится к единственному решению x уравнения (1) в метрике $(Hx, x)^{1/2}$ с быстротой геометрической прогрессии с знаменателем q.

Если же H — положительно определенный оператор, то x_n сходится к x по норме в X. В частности, это имеет место если A_1 и A_2 самосопряженные операторы ($H \equiv I$).

5. Рассмотрим одновременно с (1) уравнение

$$(11) \quad x - \lambda A_1^* x - \lambda^2 A_2^* x = Hf,$$

где A_i^* — оператор сопряженный к A_i, $(i = 1, 2)$.

Лемма. Если последовательность x_n сходится к решению x^* уравнения (1) по метрике $(Hx, x)^{1/2}$, то последовательность Hx_n сходится к решению Hx^* уравнения (11) по норме в X.

Если x^* — решение уравнения (1) при некотором значении λ, то как нетрудно видеть, Hx^* — решение уравнения (11) при том же λ. Так как H — положительный ограниченный оператор, то (см. Рид [4] или напр. [5]) $(Hx, Hx) \leqslant \|H\| (Hx, x)$. Отсюда $\|Hx_n - Hx^*\|^2 \leqslant \leqslant \|H\| (H(x_n - x^*), x_n - x^*)$, что и доказывает лемму.

Пользуясь этой леммой и следуя способу, предложенному в [2], мы можем применить теоремы 1 и 2 к нахождению собственных значений, собственных элементов и решений граничных задач для дифференциальных уравнений вида

$$F(u) = \lambda G_1(u) + \lambda^2 G_2(u) - f,$$

где F, G_1 и G_2 — дифференциальные операторы обыкновенные или с частными производными, удовлетворяющие некоторым условиям, при которых такие граничные задачи исследованы в работе [6]. Для применения теорем 1 и 2 надо предполагать, что $G_2(u)$ на множестве функций, удовлетворяющих данным граничным условиям порождает положительно определенный оператор в пространстве L^2 функций с суммируемым квадратом.

Поступила 8 I 1959 г.

Тбилисский государственный университет им. И. В. Сталина, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович Л. В., УМН, 1948, **III**, *6*.
2. Харазов Д. Ф., Тр. Тбилисского мат. ин-та, 1957, **XXIV**.
3. — ДАН СССР, 1956, **111**, *3*.
4. Reid W., Duke Math. Journ., 1951, **18**, *1*.
5. Харазов Д. Ф., ДАН СССР, 1955, **102**, *4*.
6. — Мат. сб., 1957, **42** (**84**), *2*.

ON THE CONVERGENCE OF THE GRADIENT METHOD FOR OPERATORS QUADRATIC ON A PARAMETER

(Summary)

In this paper we study approximative method of finding characteristic elements and solutions of the equation (1) with linear completely continuous operators A_1 and A_2 in Hilbert space X, both symmetrizable by positive operator H in X.

The proof is based on the Kantorovitch's results [1] on gradient method for symmetric operators in Hilbert space.

ASUPRA CONVERGENŢEI METODEI GRADIENTULUI PENTRU OPERATORI DEPINZÎND PĂTRATIC DE UN PARAMETRU

(Rezumat)

Se elaborează o metodă aproximativă de determinare a valorilor proprii şi a soluţiilor ecuaţiei (1) cu operatori liniari A_1 şi A_2 complet continui într-un spaţiu Hilbert X, ambii operatori fiind simetrizabili în X de către un operator pozitiv H.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

517.53

О C-ФУНКЦИЯХ В КРУГОВОМ КОЛЬЦЕ

Л. Е. ДУНДУЧЕНКО и С. А. КАСЬЯНЮК

В 1953 г. В. А. Зморович доказал следующую теорему [1]:

Теорема. Необходимым и достаточным условием того, чтобы функция $f(z)$ была регулярной, нормированной в кольце $K_z(q; 1)$: $0<q<|z|<1$, функцией с положительной вещественной частью в этом кольце, является возможность представить её формулой:

$$(1)\qquad f(z)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}F(ze^{-i\theta})\,d\mu_1(\theta)+\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta}\right)d\mu_2(\theta)-1,$$

где $\mu_1(\theta)$, $\mu_2(\theta)\in M$ [2], т.е. являются неубывающими и удовлетворяющие условиям:

$$(2)\qquad \mu_j(-\pi+0)=\mu_j(-\pi)=0,\quad \mu_j(\pi)=2\pi,\quad (j=1,2),$$

$$(3)\qquad F(z)=\frac{1+z}{1-z}+2\sum_{k=1}^{+\infty}\frac{q^{2k}}{1-q^{2k}}(z^k-z^{-k}),$$

а интегралы берутся в смысле Стильтьеса.

Целью этой заметки является установление некоторых оценок в классе C-функций, отправляясь от структурной формулы этого класса (1). Условимся в дальнейшем класс нормированных C-функций (функций C. Caratheodory), определяемый структурной формулой (1), обозначать через $C_q(f)$. При $q\to 0$ получаем соответствующий класс $C_0(f)$ в единичном круге.

Теорема 1. Если $f(z)\in C_q(f)$, где $f(z)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}c_k z^k$, то

$$(4)\qquad |c_k|\leqslant 2/|1-q^k|,\quad (k=\pm 1,+2,\ldots).$$

Оценки точные и достигаются, соответственно, функциями: а) при $k\geqslant 1$: $f_1(z)=F(z)+F\left(\frac{q}{z}e^{i\frac{\pi}{k}}\right)-1$, б) при $k\leqslant -1$, $f_2(z)=F\left(ze^{-i\frac{\pi}{k}}\right)+$ $+F(q/z)-1$, где $F(z)$ определяется формулой (3).

Доказательство. Представляя функцию (1) в виде Лоранова ряда $f(z)=\sum\limits_{k=-\infty}^{+\infty} c_k z^k$, легко видеть, что

$$c_k=\begin{cases}\dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{1}{1-q^{2k}}\left(\int\limits_{-\pi}^{\pi}e^{-ik\theta}\,d\mu_1(\theta)-q^k\int\limits_{-\pi}^{\pi}e^{-ik\theta}\,d\mu_2(\theta)\right), & k\geqslant 1,\\ \dfrac{1}{\pi}\cdot\dfrac{q^k}{1-q^{2k}}\left(\int\limits_{-\pi}^{\pi}e^{ik\theta}\,d\mu_2(\theta)-q^k\int\limits_{-\pi}^{\pi}e^{ik\theta}\,d\mu_1(\theta)\right), & k\leqslant -1.\end{cases}$$

Отсюда немедленно следуют оценки (4) и вид экстремальных отображающих функций $f_1(z)$ и $f_2(z)$. Теорема доказана.

Теорема 2. Если $f(z)\in C_q(f_0)$, то вдоль окружности $|z|=r=$ $=\text{const.}$, $q<r<1$, имеют место точные оценки:

$$(5)\quad \operatorname{Im}\left\{F(re^{i\alpha_0})+F\left(\frac{q}{r}e^{-i\beta_0}\right)\right\}\leqslant \operatorname{Im} f(z)\leqslant \operatorname{Im}\left\{F(re^{-i\gamma_0})+F\left(\frac{q}{r}e^{i\beta_0}\right)\right\},$$

где $\pm\alpha_0$ и $\pm\beta_0$ — единственные действительные корни уравнения:

$$(6)\quad 2x^3+x^2[a(\varrho)+\eta_1]+x[\eta_1-g_2/4-a^2(\varrho)]-[2a^3(\varrho)-a^2(\varrho)\eta_1-a(\varrho)g_2/4]=0$$

при, соответственно, $\varrho=r$ и $\varrho=q/r$, причем [3]

$$(7)\quad \begin{cases} x=\mathfrak{p}\left(\dfrac{\varphi}{2\pi};\,g_2;\,g_3\right)\quad a(\varrho)=\mathfrak{p}\left(\dfrac{\ln\varrho}{2\pi};\,g_2;\,-g_3\right)=\text{const.},\quad -\pi<\varphi\leqslant\pi,\\ \mathfrak{p}(u)=\mathfrak{p}(u+1)=\mathfrak{p}(u+\tau),\quad \tau=\dfrac{i}{\pi}\ln\dfrac{1}{q},\quad \eta_1=2\pi^2\left(\dfrac{1}{12}-2\sum\limits_{k=1}^{+\infty}\dfrac{kq^{2k}}{1-q^{2k}}\right),\\ g_2=16\pi^4\left(\dfrac{1}{12}+20\sum\limits_{k=1}^{+\infty}\dfrac{k^3q^{2k}}{1-q^{2k}}\right),\qquad g_3=64\pi^6\left(\dfrac{1}{216}-\dfrac{7}{3}\sum\limits_{k=1}^{+\infty}\dfrac{k^5q^{2k}}{1-q^{2k}}\right).\end{cases}$$

Оценки (5) реализуются только функцией $f_\gamma(z)=F(z)+F\left(\dfrac{q}{z}e^{i\gamma}\right)-1$ при надлежаще подобранной γ, $\gamma\in(-\pi;\,\pi]$.

Доказательство. Рассмотрим следующий стильтьесов функционал:

$$(8)\quad \operatorname{Im} f(z)=I(\mu_1;\,\mu_2)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Im} F(ze^{-i\theta})\,d\mu_1(\theta)+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Im} F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta}\right)d\mu_2(\theta).$$

Для установления его абсолютных экстремумов применим вариационный метод В. А. Зморовича [2]. Находим вариации этого функционала по обеим функциям $\mu_1(\theta)$ и $\mu_2(\theta)$:

$$(9)\qquad \delta_{\mu_1} I = \frac{\varepsilon_1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{Im} F(ze^{-i\theta})\, d\mu_1(\theta); \quad \delta_{\mu_2} I = \frac{\varepsilon_2}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{Im} F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta}\right) d\eta_2(\theta),$$

где $\mu_j(\theta) + \varepsilon_j \eta_j(\theta) \in M$; $|\varepsilon_j|$ — произвольно малы, $(j = 1, 2)$. Согласно методу [2] экстремизирующие функции $\mu_{j\,\max}(\theta)$, $\mu_{j\,\min}(\theta)$, $(j = 1, 2)$, являются ступенчатыми с точками роста, определяемыми, как корни уравнений:

$$(10)\qquad \frac{\partial}{\partial\theta} \operatorname{Im} F(ze^{-i\theta}) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial\theta} \operatorname{Im} F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta}\right) = 0.$$

Так как функция $w = F(z)$ (3) однолистно отображает кольцо $K_z(q; 1)$ на правую полуплоскость с разрезом по конечному отрезку прямой $\operatorname{Re} w = 1$, симметричному относительно оси $\operatorname{Im} w = 0$ [1], — уравнения (10) имеют каждое точно по два корня: $\pm\alpha_0$ и $\pm\beta_0$. Учтя, что

$$F(z) = \frac{i}{\pi}\left[\zeta\left(\frac{\ln z}{2\pi i}\right) - \eta_1 \frac{\ln z}{2\pi i}\right], \quad \text{где } \zeta'(u) = -\mathfrak{p}(u), \quad u = \frac{\ln z}{2\pi i},$$

а так же используя теорему сложения для эллиптической «пэ-функции» Вейерштрасса [3], можно уравнения (10) привести к виду (6). Таким образом, экстремальные функции $\mu_{j\,\max}(\theta)$ и $\mu_{j\,\min}(\theta)$, $(j = 1, 2)$, реализующие максимум и минимум функционала (8), будут обладать только одной точкой роста каждая, соответственно, α_0 и β_0, и $-\alpha_0$ и $-\beta_0$. Теорема доказана.

Теорема 3. Если $f(z) \in C_q(f)$, то имеют место точные оценки:

$$(11)\qquad F(-r)+F(-q/r) - 1 \leqslant |f(z)|, \quad \operatorname{Re} f(z) \leqslant F(r) + F(q/r) - 1, \quad q<r<1,$$

которые достигаются только функцией $f_0(z) = F(z) + F(q/z) - 1$, двулистно отображающей кольцо $K_z(q; 1)$ на правую полуплоскость с разрезом по конечному отрезку оси $\operatorname{Im} f_0 = 0$.

Доказательство. Будем искать экстремумы такого функционала Стильтьеса:

$$(12)\qquad I(\mu_1; \mu_2) = \left|\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F(ze^{-i\theta})\, d\mu_1(\theta) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta}\right) d\mu_2(\theta) - 1\right|.$$

Имеем очевидные неравенства:

$$(13)\qquad \begin{aligned} I(\mu_1; \mu_2) &\geqslant \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{Re} F(ze^{-i\theta})\, d\mu_1(\theta) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{Re} F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta}\right) d\mu_2 - 1 \geqslant \\ &\geqslant \min\left\{\operatorname{Re} F(ze^{-i\theta_1}) + \operatorname{Re} F\left(\frac{q}{z}e^{i\theta_2}\right) - 1\right\} = F(-r) + F(-q/r) - 1, \\ &\theta_1, \theta_2 \in (-\pi; \pi], \end{aligned}$$

которые получаются из геометрических соображений. С другой стороны, вычисляя вариацию функционала (12) по функции $\mu_1(\theta)$ (по другой функции вариация вычисляется совершенно анологично), получим

$$\delta_{\mu_1} I^2 = \frac{\varepsilon_1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{Re}\left[(A + iB) \cdot F(ze^{-i\theta})\right] d\eta_1(\theta),$$

где $\mu_1(\theta) + \varepsilon_1 \eta_1(\theta) \in M$; A; B — постоянные, зависящие только от r ($r = |z|$), $|\varepsilon_1|$ — произвольно малое число. Чтобы найти точки роста экстремальных фуикций $\mu_{1\,\max}(\theta)$ и $\mu_{1\,\min}(\theta)$, нужно найти корни такого уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial\theta} \operatorname{Re}\left[(A + iB) \cdot F(re^{i(\varphi-\theta)})\right] = 0, \quad \varphi = \arg z = \text{const}. \tag{14}$$

Снова, из геометрических соображений заключаем, что уравнение (14) имеет только два корня, один из которых нами получен на основании (13), именно: $\varphi - \theta = \pi$. Используя свойства эллиптических функций, можно доказать, что второй корень уравнения (14) будет $\varphi - \theta = 0$ Таким образом, точки роста экстремальных функций $\mu_{1\,\max}(\theta)$ и $\mu_{1\,\min}(\theta)$ будут, соответственно, $\theta = \varphi$ и $\theta = \varphi - \pi$. Это заключение позволяет написать не только точные оценки (11), но и указать при этом экстремальную отображающую функцию (так как совершенно аналогичные выводы имеют место и при определении вида экстремальных функций $\mu_{2\,\max}(\theta)$ и $\mu_{2\,\min}(\theta)$, которые имеют те же точки роста, что и функции $\mu_{1\,\max}(\theta)$ и $\mu_{1\,\min}(\theta)$). Нетрудно, далее, заметить, что $\max \operatorname{Re} f(z) = \max |f(z)|$. Теорема доказана.

Теорема 4. Если $f(z) \in C_q(f)$, но не является, вообще говоря, нормированной, то имеет место точная оценка:

$$|f'(z)| \leqslant \frac{2}{r}\{F(r) + F(r/q) - 1\} \cdot \frac{1}{1-r^2} \cdot \prod_{k=1}^{+\infty} \left\{ \frac{(1-q^{2k})^2}{(1-q^{2k}r^2)(1-q^{2k}r^{-2})} \right\}, \tag{15}$$

причём знак равенства достигается в точке $z = a$ только функцией:

$$w = \beta[1 + \varepsilon h(z; a)] / [1 - \varepsilon h(z; a)] + i\gamma,$$

где $\beta > 0$, γ — вещественное число, $|\varepsilon| = 1$ и функция $h(z; a)$ определяется формулой [4]:

$$h(z; a) = \vartheta_1\left(\frac{1}{2\pi i} \ln \frac{z}{a}\right) \cdot \vartheta_1^{-1}\left(\frac{1}{2\pi i} \ln \frac{z\bar{a}}{q}\right); \quad z, a \in K_z(q; 1), \; u = \frac{\ln z}{2\pi i},$$

$\vartheta_1(u)$ — известная тэта-функция, обладающая свойствами:

$$\vartheta_1(u+1) = -\vartheta_1(u), \quad \vartheta_1(u+\tau) = -k\vartheta_1(u), \quad k = (zq)^{-1}, \quad \tau = \frac{i}{\pi} \ln \frac{1}{q}.$$

Доказательство привлекает соображения теории регулярных ограниченных в кольце $K_z(q;1)$ функций и опускается, ввиду громоздкости проводимых при этом выкладок.

Теорема 5. Точные оценки сверху и снизу выражения $\arg f(z)$ в классе функций $C_q(f)$ реализуют только функции:

$$f(z,\theta_0,\vartheta_0)=F(ze^{-i\theta_0})+F\left(\frac{q}{z}e^{i\vartheta_0}\right)-1,\quad -\pi<\theta_0,\quad \vartheta_0\leqslant\pi, \tag{16}$$

где $F(z)$ определяется формулой (3), θ_0 и ϑ_0 определяются, как единственные корни уравнения (при соответственно $\varrho=r$ и $\varrho=q/r$)

$$\begin{aligned}C^2[4x^3-g_2x-g_3]&=4x^2[\eta_1-a(\varrho)]-x[4a^2(\varrho)+8\eta_1 a(\varrho)-g_2]+\\&+[4a^2(\varrho)\eta_1+a(\varrho)g_2-2g_3],\end{aligned} \tag{17}$$

C — некоторая константа, а все остальные обозначения те же, что и в теореме 2.

Доказательство. Для определения точных оценков выражения $\arg f(z)$ в классе функций $C_q(f)$ следует найти экстремумы такого функционала:

$$I(\mu_1;\mu_2)=\operatorname{arctg}\left[\frac{\int\limits_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Im}F(\zeta)\,d\mu_1(\theta)+\int\limits_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Im}F(q/\zeta)\,d\mu_2(\theta)}{\int\limits_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Re}F(\zeta)\,d\mu_1(\theta)+\int\limits_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Re}F(q/\zeta)\,d\mu_2(\theta)-2\pi}\right], \tag{18}$$

$$(\zeta=ze^{-i\theta}).$$

Находим вариации этого функционала:

$$\begin{cases}\delta_{\mu_1}I=\dfrac{\varepsilon_1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Im}[(A+iB)F(\zeta)]\,d\eta_1(\theta),\\[2ex]\delta_{\mu_2}I=\dfrac{\varepsilon_2}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\operatorname{Im}[(A+iB)F(q/\zeta)]\,d\eta_2(\theta),\end{cases} \tag{19}$$

где $\mu_j(\theta)+\varepsilon_j\eta_j(\theta)\in M$, $|\varepsilon_j|$ — произвольно малые числа, и $j=1,2$,

$$A=M.\operatorname{Re}\left[\int_{-\pi}^{\pi}F(\zeta)\,d\mu_1(\theta)+\int_{-\pi}^{\pi}F(q/\zeta)\,d\mu_2(\theta)-2\pi\right]=\text{const.}>0,$$

$$B=-M.\operatorname{Im}\left[\int_{-\pi}^{\pi}F(\zeta)\,d\mu_1(\theta)+\int_{-\pi}^{\pi}F(q/\zeta)\,d\mu_2(\theta)\right]=\text{const.},$$

$$M = \left| \int_{-\pi}^{\pi} (F\zeta)\, \mathrm{d}\mu_1(\theta) + \int_{-\pi}^{\pi} F(q/\zeta)\, \mathrm{d}\mu_2(\theta) - 2\pi \right|^{-2} = \text{const.} > 0.$$

Для определения точек роста экстремальных функций $\mu_{j\,\max}(\theta)$ и $\mu_{j\,\min}(\theta)$, $(j = 1, 2)$ следует найти корни уравнений:

$$(20)\quad \frac{\partial}{\partial\theta} \operatorname{Im}[(A + \mathrm{i}B) \cdot F(\zeta)] = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial}{\partial\theta} \operatorname{Im}[(A + \mathrm{i}B) \cdot F(q/\zeta)] = 0, \quad (\zeta = ze^{-\mathrm{i}\theta}),$$

которые могут быть переписаны в таком виде:

$$(21)\quad \operatorname{Re}\left\{(A+\mathrm{i}B) \cdot \left[\mathfrak{p}\left(\frac{\ln\zeta}{2\pi\mathrm{i}}\right) + \eta_1\right]\right\} = 0 \text{ и } \operatorname{Re}\left\{(A+\mathrm{i}B)\left[\mathfrak{p}\left(\frac{\ln(q/\zeta)}{2\pi\mathrm{i}}\right) + \eta_1\right]\right\} = 0.$$

Из геометрических соображений ясно, что эти уравнения могут иметь только по два корня каждое, то-есть экстремальные функции $\mu_{j\,\max}(\theta)$ и $\mu_{j\,\min}(\theta)$, $(j = 1, 2)$, будут обладать каждая только одной точкой разрыва, являющейся корнем уравнения (21) (первого или второго соответственно). Используя свойства эллиптических функций, уравнения (21) можно привести к виду (17) при, соответственно, $\varrho = r$ и $\varrho = q/r$. Теорема доказана.

Примечание 1. Устремляя $q \to 0$, получим из формул (1), (4), (5), (6), (11), (15) и (16) соответствующие и уже известные результаты для круга.

Примечание 2. Оценки $\operatorname{Re} f(z)$ в классе $C_q(f)$ установлены ранее в работе [1].

Поступила 16 II 1959 г.

Киевский Политехнический Институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Зморович В. А., Мат. сб., 1953, **32 (74)**, 3, стр. 633—652.
2. — Укр. Мат. Журн., 1952, **4**, *3*, стр. 276—298.
3. Гурвиц А., *Теория аналитических и эллиптических функций*, М.-Л., 1953.
4. Зморович В. А., Изв. Киевск. Политех. Ин-та, 1954, **15**, стр 126-148.

SULLE FUNZIONI C IN UN ANNELLO CIRCOLARE

(Sunto)

Si studia la classe di funzioni regolari in un annello circolare $f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k z^k$, aventi ivi la parte reale positiva. Si stabiliscono le valutazioni precise per le espressioni $\operatorname{Im} f(z)$, $|f(z)|$, $|f'(z)|$, $\arg f(z)$, $|c_k|$, $(k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$ e si riproducono le funzioni estremali rappresentative.

DESPRE FUNCŢII C ÎNTR-UN INEL CIRCULAR

(Rezumat)

Autorii studiază clasa funcţiilor regulate într-un inel circular $f(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k z^k$, avînd partea reală pozitivă în acest inel. Se stabilesc apoi evaluările precise ale expresiilor $\operatorname{Im} f(z)$, $|f(z)|$, $|f'(z)|$, $\arg f(z)$, $|c_k|$, $(k = \pm 1, \pm 2, \ldots)$ şi se reproduc funcţiile extremale reprezentative.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

512.52

ASUPRA UNEI DEMONSTRAŢII A TEOREMEI LUI WEIERSTRASS

DE

D. D. STANCU

1. Să considerăm o funcţie $f(x)$ continuă pe intervalul $[-1, +1]$ şi să notăm cu $Q_{2n-1}(f; x)$ polinomul de grad cel mult $2n-1$ care pe punctele distincte $x_{n,1}, x_{n,2}, \ldots, x_{n,n}$ verifică condiţiile

$$Q_{2n-1}(f; x_{n,i}) = f(x_{n,i}),\ Q'_{2n-1}(f; x_{n,i}) = 0,\ (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Dacă $x_{n,1}, x_{n,2}, \ldots, x_{n,n}$ sînt cele n rădăcini reale, distincte şi cuprinse în intervalul $[-1, +1]$, ale polinomului lui Cebîşev $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$, atunci acest polinom se poate pune [1] sub forma

$$P_{2n-1}(f; x) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} (1 - x_{n,i}\, x) \left(\frac{T_n(x)}{x - x_{n,i}} \right)^2 f(x_{n,i}).$$

În anul 1916 L. Fejér [1] a demonstrat că şirul de polinoame $\{P_{2n-1}(f; x)\}$ converge uniform, pe intervalul $[-1, +1]$, către funcţia $f(x)$.

În anul 1950 prof. T. Popoviciu [2] a dat o nouă demonstraţie pentru teorema lui Weierstrass cu ajutorul acestor polinoame, arătînd că

$$|f(x) - P_{2n-1}(f; x)| \leqq 2\,\omega(1/\sqrt{n}),\ x \in [-1, +1], \tag{1}$$

unde $\omega(\delta)$ reprezintă modulul de continuitate al lui $f(x)$.

În anul 1921 N. Krîlov şi E. Steuermann [3] au arătat că polinomul care este de grad cel mai mic şi pe nodurile de mai sus, ale lui Cebîşev, verifică condiţiile

$$Q(f; x_{n,i}) = f(x_{n,i}),\quad Q^{(k)}(f; x_{n,i}) = 0,\quad (i = 1, 2, \ldots, n;\ \ k = 1, 2, 3), \tag{2}$$

este

$$P_{4n-1}(f; x) = \sum_{i=1}^{n} v_{n,i}(x) f(x_{n,i}), \tag{3}$$

unde

$$(4)\quad v_{n,i}(x)=\left\{\frac{1-2x_{n,i}x+x_{n,i}^2}{1-x_{n,i}^2}+\frac{1}{6}\left(\frac{x-x_{n,i}}{1-x_{n,i}^2}\right)^2[4(n^2-1)-(4n^2-1)x_{n,i}x+6x_{n,i}^2]\right\}l_{n,i}^4(x)$$

şi

$$l_{n,i}(x)=(-1)^{i-1}\frac{T_n(x)}{n(x-x_{n,i})}\sqrt{1-x_{n,i}^2}.$$

Autorii citaţi au mai dovedit, că

$$P_{4n-1}(f;x)\rightrightarrows f(x),\quad x\in[-1,+1].$$

2. În cele ce urmează vom da o nouă demonstraţie a convergenţei uniforme a şirului de polinoame $\{P_{4n-1}(f;x)\}$ către funcţia $f(x)$, întrebuinţînd o metodă analoagă cu cea care l-a condus pe prof. T. Popoviciu la evaluarea (1).

Dacă avem în vedere că $1-2\alpha x+x^2=1-x^2+(x-\alpha)^2$ şi grupăm convenabil termenii, polinomul (4) se poate pune sub forma

$$(5)\quad v_{n,i}(x)=\frac{1}{n^4}\left\{(1-x_{n,i}^2)(1-x^2)+\frac{1}{6}(x-x_{n,i})^2[(4n^2-1)(1-x_{n,i}x)+3]\right\}\left(\frac{T_n(x)}{x-x_{n,i}}\right)^4.$$

Deoarece pentru $x\in[-1,+1]$ avem $1-x^2\geqq 0$, $1-x_{n,i}x\geqq 1-|x_{n,i}|>0$, $1-x_{n,i}^2>0$, rezultă inegalitatea importantă

$$(6)\qquad v_{n,i}(x)\geqq 0,\ \text{pentru}\ x\in[-1,+1].$$

În cele ce vor urma ne va mai fi utilă identitatea

$$(7)\qquad \sum_{i=1}^{n}v_{n,i}(x)\equiv 1,$$

care se obţine considerînd polinomul de interpolare al lui Hermite relativ la funcţia $f(x)$ şi care foloseşte nodurile $x_{n,1}, x_{n,2},\ldots,x_{n,n}$ şi apoi luînd în particular, $f(x)\equiv 1$.

Ţinînd seama de (6) şi (7), precum şi de următoarele proprietăţi ale modulului de continuitate

$$\omega(\lambda\delta)\leqq(\lambda+1)\omega(\delta),\ (\lambda,\delta>0),\quad |f(x'')-f(x')|\leqq\omega(|x''-x'|),$$

putem scrie succesiv

$$(8)\quad \begin{aligned}|f(x)-P_{4n-1}(f;x)| &= \left|\sum_{i=1}^{n}[f(x)-f(x_{n,i})]v_{n,i}(x)\right|\leqq\\ &\leqq\sum_{i=1}^{n}|f(x)-f(x_{n,i})|v_{n,i}(x)\leqq\left(\frac{1}{\delta}\sum_{i=1}^{n}|x-x_{n,i}|v_{n,i}(x)+1\right)\omega(\delta).\end{aligned}$$

Folosind acum inegalitatea lui Cauchy-Buniakovski, obţinem

$$\left(\sum_{i=1}^{n} |x - x_{n,i}| v_{n,i}(x)\right)^2 \leqq \sum_{i=1}^{n} (x - x_{n,i})^2 v_{n,i}(x) =$$

$$= \frac{T_n^4(x)}{n^4} \sum_{i=1}^{n} \left\{ \frac{(1-x^2)(1-x_{n,i}^2)}{(x-x_{n,i})^2} + \frac{1}{6}[(4n^2-1)(1-x_{n,i}x)+3] \right\} =$$

$$= \frac{T_n^4(x)}{n^4} \left\{ \frac{(2n^2+1)n}{3} + (1-x^2) \sum_{i=1}^{n} \frac{1-x_{n,i}^2}{(x-x_{n,i})^2} \right\} =$$

$$= \frac{2n^2+1}{3n^3} T_n^4(x) + \frac{1}{n^2}(1-x^2) T_n^2(x) \sum_{i=1}^{n} l_{n,i}^2(x).$$

Dacă acum ne folosim de următoarea inegalitate stabilită de L. Fejér [4]

$$\sum_{i=1}^{n} l_{n,i}^2(x) < 2,$$

valabilă pentru orice n și pentru orice $x \in [-1, +1]$, găsim că

$$\sum_{i=1}^{n} (x - x_{n,i})^2 v_{n,i}(x) < \frac{2n^2+1}{3n^3} + \frac{2}{n^2}(1-x^2) T_n^2(x) \leqq \frac{2n^2+6n+1}{3n^3}.$$

Alegînd apoi $\delta = \dfrac{2n^2+6n+1}{3n^3}$ și ținînd seama de inegalitatea (8), rezultă în definitiv că avem

$$(9) \qquad |f(x) - P_{4n-1}(f;x)| < 2\omega\left(\sqrt{\frac{2n^2+6n+1}{3n^3}}\right), x \in [-1, +1].$$

Avînd în vedere că $\omega(\delta) \to 0$ cînd $\delta \to 0$, inegalitatea de mai sus ne dovedește că avem

$$\lim_{n \to \infty} P_{4n-1}(f;x) = f(x),$$

uniform pe $[-1, +1]$.

Rezultă de aici de asemenea și o indicație asupra ordinului cu care polinomul $P_{4n-1}(f;x)$ al lui Krilov - Steuermann aproximează funcția $f(x)$.

Primit la 24 II 1959 *Academia R. P. R., filiala Cluj*

BIBLIOGRAFIE

1. Fejér L., Gött. Nachr, 1916, S. 66—91.
2. Popoviciu T., Lucrările ses. gen. șt., Acad. R. P. R., iunie 1950, pp. 1664—1667
3. Krylov N. et Steuermann E., Kiev Bull. Ac. Sc., 1922—1923, **1**, pp. 13—16.
4. Fejér L., Math. Ann., 1932, **106**, S. 1—55.

О ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ ТЕОРЕМЫ ВЕЙЕРШТРАССА

(Резюме)

Дается новое доказательство теоремы Вейерштрасса при помощи многочленов Крылова-Штейермана [3], причём доказывается неравенство (9).

SULLA DIMOSTRAZIONE DEL TEOREMA DI WEIERSTRASS

(Sunto)

L'Autore espone una nuova dimostrazione del teorema di Weierstrass servendosi all'uopo dei polinomi di Krylov-Steuermann [3]. Si dimonstra l'ineguaglianza (9).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

517.934

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ (II)

В. М. СТАРЖИНСКИЙ

ЧАСТЬ ВТОРАЯ. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ ВЫШЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Глава IV — Обзор [111], [119]

§ 21. Перейдем к обзору условий устойчивости тривиального решения системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами

$$dx_s/dt = p_{s1}(t)\,x_1 + \cdots + p_{sn}(t)\,x_n, \qquad (s=1,\ldots,n). \tag{21.1}$$

1. Если $\{x_{sr}(t)\}$, $(s, r = 1, \ldots, n)$ — система n независимых решений для системы (21.1), то функции $x_{sr}(t+\omega)$ также являются решениями, т. е.

$$x_{sr}(t+\omega) = a_{1r}\,x_{s1}(t) + \cdots + a_{nr}\,x_{sn}(t), \qquad (s,r=1,\ldots,n).$$

Уравнение[11] $\det \| a_{sr} - \delta_{sr}\varrho \| = 0$, или в развернутом виде

$$\varrho^n + A_1\varrho^{n-1} + \cdots + A_{n-1}\varrho + A_n = 0 \tag{21.2}$$

называется характеристичным, соответствующим периоду ω [1], [5]. Поскольку коэффициенты A_ν, $(\nu=1,\cdots,n)$, не зависят от взятой системы n независимых решений, то в качестве таковой можно взять фундаментальную систему, определяемую начальными условиями $x_{sr}(0)=\delta_{sr}$ и тогда характеристичное уравнение может быть записано в виде

$$\det \| x_{sr}(\omega) - \delta_{sr}\varrho \| = 0. \tag{21.3}$$

Ляпунов доказывает ([5], п. 47), что корни характеристичного уравнения присоединенной системы

$$dy_s/dt + p_{1s}(t)\,y_1 + \cdots + p_{ns}(t)\,y_n = 0, \qquad (s=1,\ldots,n),$$

суть обратные величины корням характеристичного уравнения данной.

Известно, что характеристичное число системы (21.1) равняется $\chi\{x_1,\cdots,x_n\} = -\operatorname{Re}\ln|\varrho_\nu|_{\text{наиб.}}/\omega$, где ϱ_ν, $(\nu=1,\cdots,n)$—корни характеристичного уравнения (21.2).

Поскольку система уравнений (21.1) является правильной [5], то, когда все корни характеристичного уравнения (21.2) по модулю меньше единицы, тривиальное решение системы (21.1) асимптотически устойчиво; если же среди корней имеются такие, модули которых больше единицы, то тривиальное решение неустойчиво.

---

[11]) Всюду дальше δ_{sr} — символ Кронекера, т. е. $\delta_{ss}=1$, $\delta_{sr}=0$ при $s\neq r$.

2. Н. Г. Четаев [44] предложил метод определения устойчивости тривиального решения системы (21.1) неканонического вида. Будем вычислять фундаментальную систему по методу последовательных приближений Пикара

$$x_{sr}^{(0)} = \delta_{sr}\,, \quad x_{sr}^{(1)} = \delta_{sr} + \int_0^t p_{sr}\,dt, \quad x_{sr}^{(k)} = \delta_{sr} + \int_0^t \sum_{j=1}^{n} p_{sj}\, x_{jr}^{(k-1)}\,dt\,, \quad (s,r=1,\ldots,n)\,.$$

В k-м приближении характеристичное уравнение (21.3) определяется как

$$\det \| x_{sr}^{(k)}(\omega) - \delta_{sr}\,\varrho \| = 0$$

или

$$\det \left\| \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} \sum_{j=1}^{n} p_{sj}\, x_{jr}^{(k-1)}\,dt - \delta_{sr}\,\lambda \right\| = 0, \quad \left(\lambda = \frac{\varrho - 1}{\omega}\right). \tag{21.4}$$

Напишем по этому характеристическому уравнению соответствующую систему уравнений с постоянными коэффициентами:

$$dx_s/dt = C_{s1}^{(k)}\, x_1 + \cdots + C_{sn}^{(k)}\, x\,, \qquad (s=1,\ldots,n), \tag{21.5}$$

где

$$C_{sr}^{(k)} = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} \sum_{j=1}^{n} p_{sj}\, x_{jr}^{(k-1)}\,dt\,, \quad (s,r=1,\ldots,n)\,,$$

и, в частности,

$$C_{sr}^{(1)} = \frac{1}{\omega} \int_0^{\omega} p_{sr}\,dt\,.$$

Если ни для каких целых неотрицательных значений $m_1, \cdots, m_n$, имеющих в сумме 2, не уничтожается выражение $m_1\lambda_1 + \cdots + m_n\lambda_n$, где $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$ — корни уравнения (21.4), то система уравнений [12])

$$\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial V_k}{\partial x_s} \left(C_{s1}^{(k)}\, x_1 + \cdots + C_{sn}^{(k)} x_n\right) = x_1^2 + \cdots + x_n^2$$

имеет определенное решение, являющееся квадратичной формой:

$$V_k = \frac{1}{2} \sum_{s,r=1}^{n} b_{sr}\, x_s\, x_r\,, \qquad (b_{sr} = b_{rs})\,.$$

Полная производная от V_k по t, взятая в силу заданной системы (21.1), может быть записана в виде $dV_k/dt = \sum_{r,j=1}^{n} h_{rj}(t)\, x_r\, x_j$, где

$$h_{rj}(t) = \frac{1}{2} \sum_{s=1}^{n} [b_{rs}\, p_{sj}(t) + b_{js}\, p_{sr}(t)]\,, \qquad (h_{jr} = h_{rj}\,;\ r,j=1,\ldots,n),$$

---

[12]) Вместо $x_1^2 + \cdots + x_n^2$ можно взять любую определенно-положительную квадратичную форму переменных $x_1, \cdots, x_n$ с постоянными коэффициентами.

Допустим, существует такое $\mu>0$, что

$$\sum_{r,j=1}^{n} h_{rj}(t)\, x_r\, x_j - \mu\,(x_1^2+\cdots+x_n^2) \geqslant 0. \tag{21.6}$$

Это будет выполнено, если все главные диагональные миноры матрицы $\| h_{rj}(t) - \delta_{rj}\,\mu \|$ неотрицательны для всех $0 \leqslant t < \omega$.

Тогда, если V_k определенно-отрицательна (что будет иметь место, если $\operatorname{Re}\lambda_\nu < 0, (\nu=1,\cdots,n)$), то тривиальное решение системы (21.1) асимптотически устойчиво. Если же при некоторых значениях переменных $x_1,\cdots,x_n$, V_k становится положительной (что будет иметь место, если среди корней уравнения (21.4) имеется хотя бы один с положительной действительной частью), то тривиальное решение системы (21.1) неустойчиво.

Таким образом, условия (21.6) определяют одновременную устойчивость (неустойчивость) тривиальных решений систем (21.5) и (21.1). В первом приближении ($k=1$) система (21.5) совпадает с усредненной системой.

Основываясь на методе Н. Г. Четаева, Ш. С. Нугманова [43] получила следующие результаты. Запишем систему (21.1) в виде

$$dx_s/dt = C_{s1}\,x_1 + \cdots + C_{sn}x_n + \tilde{p}_{s1}(t)\,x_1 + \cdots + \tilde{p}_{sn}(t)\,x_n, \qquad (s=1,\ldots,n),$$

где

$$C_{sr} = \frac{1}{\omega}\int_0^{\omega} p_{sr}\,dt, \qquad \tilde{p}_{sr}(t) = p_{sr}(t) - C_{sr}.$$

Пусть линейные формы переменных $x_1,\ldots,x_n$ с постоянными коэффициентами $U_j = A_{j1}\,x_1 + \cdots + A_{jn}\,x_n$ определены из условий

$$\sum_{s=1}^{n} \frac{\partial U_j}{\partial x_s}(C_{s1}\,x_1 + \cdots + C_{sn}\,x_n) = \varkappa_j\, U_j, \qquad (j=1,\ldots,n),$$

где $\varkappa_j$ — корни характеристического уравнения

$$\det \| C_{sr} - \delta_{sr}\,\varkappa \| = 0, \tag{21.7}$$

соответствующего системе уравнений с осредненными коэффициентами. Если все $\varkappa_j$ отличны от нуля и различны, то A_{jk} можно так пронормировать, чтобы $\Delta = \det\|A_{jk}\| = 1$.

Пусть периодические функции β_{ji} определяются равенствами

$$\beta_{ji}(t) = \sum_{s,r=1}^{n} \Delta_{js}\,\Delta_{ir}\,\tilde{p}_{sr}(t), \qquad (j,i=1,\ldots,n),$$

где Δ_{js} — минор определителя Δ, соответствующий элементу A_{js}. Определим периодические функции g_{kj} равенствами

$$g_{kj}(t) = (1-\varepsilon)\,(\varkappa_k+\bar{\varkappa}_k)^2\,\delta_{kj} + (\varkappa_k+\bar{\varkappa}_k)\,\beta_{kj}(t) + (\varkappa_j+\bar{\varkappa}_j)\,\bar{\beta}_{jk}(t), \qquad (k,j=1,\ldots,n),$$

где ε — отличная от нуля положительная постоянная.

Тогда имеют место:

Теорема 1. *Если все корни характеристического уравнения (21.7) имеют отрицательные действительные части и для всех t $(0 \leqslant t < \omega)$ выполнены неравенства*

$$(21.8)\qquad g_{11}>0,\ \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}>0,\ \ldots,\ \begin{vmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ g_n & \cdots & g_{nn} \end{vmatrix}>0,$$

то тривиальное решение системы (21.7) асимптотически устойчиво.

Теорема 2. *Если среди корней характеристического уравнения имеется по крайней мере один корень с положительной действительной частью и притом выполняются неравенства (21.8) для всех* t $(0\leqslant t<\omega)$, *то тривиальное решение системы (21.1) неустойчиво.*

3. Рассмотрим векторное дифференциальное уравнение

$$(21.9)\qquad \frac{d\mathbf{x}}{dt}=\lambda P(t)\mathbf{x},\ \mathbf{x}=\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},\ \mathbf{P}(t+\omega)=\mathbf{P}(t)=\left\| p_{sr}(t) \right\|_1^n,$$

где λ — действительный параметр. При $\lambda=1$ уравнение (21.9) представляет запись системы (21.1) в векторной форме. Матрица фундаментальной системы решений $\mathbf{X}(t)$ удовлетворяет соответствующему матричному дифференциальному уравнению $d\mathbf{X}/dt=\lambda\mathbf{P}(t)\mathbf{X}$, $\mathbf{X}(0)=\mathbf{I}_n$ ($\mathbf{I}_n$ — единичная матрица n-го порядка) и представима в виде (см. [41]): $\mathbf{X}(t)=\mathbf{Z}(t)\exp(\mathbf{A}(t))$.

В работе Н. П. Еругина [45] (глава V, § **7**) для постоянной матрицы $\mathbf{A}=\omega^{-1}\ln\mathbf{X}(\omega)$ и периодической матрицы $\mathbf{Z}(t)$ построены ряды $\mathbf{A}=\sum_{k=1}^{\infty}\lambda^k\mathbf{A}_k$, $\mathbf{Z}(t)=\mathbf{I}_n+\sum_{k=1}^{\infty}\lambda^k\mathbf{Z}_k(t)$, где $\mathbf{A}_k$ и $\mathbf{Z}_k(t)$ определяются последовательно. Высказаны также и некоторые предположения о сходимости рядов. Доказано, что инварианты (коэффициенты векового уравнения), а следовательно, и определитель Гурвица матрицы $\mathbf{A}$ суть целые функции λ.

4. В статье [113] В. А. Якубовича даются некоторые эффективные оценки характеристичных чисел системы (21.9) (при $\lambda=1$). Пусть $\mathbf{G}(t)$ — произвольная симметрическая, периодическая, дифференцируемая и положительно определенная матрица, а $q_1(t)$ и $q_2(t)$ наименьший и наибольший корни уравнения $\det(\mathbf{Q}-q\mathbf{G})=0$, где через $\mathbf{Q}(t)$ обозначена симметрическая матрица $\mathbf{Q}=\dot{\mathbf{G}}+\mathbf{GP}+\mathbf{PG}$. Тогда для характеристичного числа μ системы (21.9) (при $\lambda=1$) справедливы неравенства

$$-\frac{1}{2\omega}\int_0^{\omega}q_2(t)\,dt\leqslant\mu\leqslant-\frac{1}{2\omega}\int_0^{\omega}q_2(t)\,dt.$$

Показывается, что подходящим выбором матрицы $\mathbf{G}(t)$ эта оценка может быть сделана сколь-угодно точной. В сущности В. А. Якубович применяет прямой метод Ляпунова, беря за V-функцию квадратичную форму с периодическими коэффициентами. Вопрос о выборе этой формы (т. е. матрицы $\mathbf{G}(t)$) остается открытым.

В главе V мы покажем, что выбор квадратичной формы, даже с постоянными коэффициентами, далеко не прост уже в случае одного линейного уравнения порядка.

§ **22.** Рассмотрим линейную систему уравнений с периодическими коэффициентами канонического вида:

$$(22.1)\qquad \frac{dx_j}{dt}=\lambda\frac{\partial H}{\partial x_{j+m}},\quad \frac{dx_{j+m}}{dt}=-\lambda\frac{\partial H}{\partial x_j},\quad (j=1,\ldots,m),$$

где

$$H=\frac{1}{2}\sum_{j,k=1}^{2m}h_{jk}(t)\,x_j\,x_k,\qquad h_{jk}(t+\omega)=h_{jk}(t)=h_{kj}(t),\qquad (j,k=1,\ldots,m),$$

а λ-действительный параметр.

1. Начнем с изложения результатов М. Г. Крейна [70], [115], используя применяемую им терминологию. Систему (22.1) можно записать в виде одного векторного дифференциального уравнения

$$\mathrm{dx}/\mathrm{d}t = \lambda \mathbf{J}\mathbf{H}(t)\mathbf{x}\,. \tag{22.2}$$

Здесь $\mathbf{x}$ — вектор-функция, $\mathbf{H}(t)$ — симметрическая периодическая матрица-функция, а $\mathbf{J}$ — матрица специального вида:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2m} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}(t) = \left\| h_{jk}(t) \right\|_1^{2m}, \quad \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & \mathrm{I}_m \\ -\mathrm{I}_m & 0 \end{pmatrix}.$$

Точка λ_0, $(-\infty < \lambda_0 < \infty)$, называется λ-точкой устойчивости уравнения (22.2), если при $\lambda = \lambda_0$ тривиальное решение уравнения (22.2) устойчиво. Если же, кроме того, при $\lambda = \lambda_0 \neq 0$ устойчиво тривиальное решение уравнения $\mathrm{dx}/\mathrm{d}t = \lambda \mathbf{J}\mathbf{H}_1(t)\mathbf{x}$ с периодической симметрической матрицей-функцией $\mathbf{H}_1(t)$, достаточно близкой к матрице-функции $\mathbf{H}(t)$, то $\lambda = \lambda_0$ называется λ-точкой сильной устойчивости уравнения (22.2). При этом для случая непрерывных матриц-функций под достаточно близкими $\mathbf{H}(t)$ и $\mathbf{H}_1(t)$ понимаются матрицы-функции, соответствующие элементы которых отличаются друг от друга для всех значений t меньше чем на ε, где $\varepsilon > 0$ достаточно мало. Заметим, что точка устойчивости $\lambda = 0$ причисляется к λ-точкам сильной устойчивости уравнения (22.2), если некоторая ее окрестность состоит из таких точек.

Множество λ-точек сильной устойчивости есть открытое множество и, таким образом, если оно не пусто, то оно распадается в конечную или бесконечную совокупность непересекающихся открытых интервалов, называемых λ-зонами устойчивости уравнения (22.2).

Матрицантом уравнения (22.2), как известно, называется матрица-функция $\mathbf{U}(t;\lambda) = \left\| u_{jk}(t;\lambda) \right\|_1^{2m}$, определяемая как решение матричного уравнения $\mathrm{d}\mathbf{U}/\mathrm{d}t = \lambda \mathbf{J}\mathbf{H}(t)\mathbf{U}$, $(\mathbf{U}(0;\lambda) = \mathrm{I}_{2m})$.

Тогда характеристичное уравнение (21.3) запишется в виде [13])

$$\det\left[\mathbf{U}(\omega;\lambda) - \varrho \mathrm{I}_{2m}\right] = 0\,. \tag{22.3}$$

Теорему Ляпунова-Пуанкаре [4], [5] можно сформулировать следующим образом. Если $\mathbf{H}(t)$ — действительная, симметрическая, периодическая, матрица-функция, то корни характеристического уравнения (22.3) расположены симметрично как относительно единичной окружности, так и относительно действительной оси.

Основываясь на теореме Ляпунова-Пуанкаре, приходим к выводу: тривиальное решение уравнения (22.2) при данном λ, устойчиво в том и только в том случае, если при этом λ все корни характеристичного уравнения (22.3) по модулю равны единице и кратным корням отвечают линейные элементарные делители матрицы $\mathbf{U}(\omega;\lambda)$.

М. Г. Крейн выделил из класса уравнений (22.2) класс уравнений положительного типа, характеризуемый тем, что их матрицам-функциям $\mathbf{H}(t)$ отвечает неотрицательная форма $(\mathbf{H}(t)\xi,\xi)$, (ξ-постоянный вектор): $\sum_{j,k=1}^{2m} h_{jk}(t)\,\xi_j\,\xi_k \geqslant 0$, $(0 \leqslant t < \omega)$, положительная в среднем, т.е.

$$\sum_{j,k=1}^{2m} \int_0^{\omega} h_{jk}(t)\,\mathrm{d}t\,\xi_j\,\xi_k > 0\,, \left(\sum_{j=1}^{2m} \xi_j^2 > 0 \right).$$

---

[13]) М. Г. Крейн называет матрицу $\mathbf{U}(\omega;\lambda)$ матрицей монодромии, а корни характеристического уравнения (22.2), мультипликаторами уравнения (22.2).

Мы будем говорить в дальнейшем также, что матрица $\mathbf{H}(t)$ неотрицательна и положительна в среднем.

В случае уравнения (22.2) положительного типа среди бесконечного числа λ-зон устойчивости, уходящих в обе стороны λ-оси на бесконечность, существует зона, содержащая точку $\lambda = 0$, называемая центральной зоной устойчивости.

Длина любой нецентральной зоны устойчивости уравнения (22.2) положительного типа не превосходит величины $\pi\left[\int_0^\omega h_{\min}(t)\,dt\right]^{-1}$, где $h_{\min}(t)$ — наименьшее собственное значение матрицы $\mathbf{H}(t)$ в каждый момент времени. Этой же величины не превосходит и длина каждой из двух частей центральной зоны устойчивости, на которые она делится точкой $\lambda = 0$.

М. Г. Крейном [115] установлены следующие Л-критерии принадлежности λ центральной зоне устойчивости уравнения (22.2).

Критерий I_n. Обозначим через $\mathbf{C}$ матрицу

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & \mathrm{I}_m \\ \mathrm{I}_m & 0 \end{pmatrix} \times \left\| \int_0^\omega |h_{jk}(t)|\,dt \right\|_1^{2m},$$

тогда λ принадлежит центральной зоне устойчивости уравнения (22.2), положительно типа, если $|\lambda| < 2/M(\mathbf{C})$ где $M(\mathbf{C})$ — наибольшее собственное число матрицы $\mathbf{C}$ (заведомо положительное).

Критерий II. Запишем матрицу $\mathbf{H}(t)$ в виде $\mathbf{H}(t) = \begin{Vmatrix} \mathrm{A}(t) & \mathrm{B}(t) \\ \mathrm{B}'(t) & \mathrm{C}(t) \end{Vmatrix}$ где $\mathrm{A}(t)$, $\mathrm{B}(t)$, $\mathrm{C}(t)$ — квадратные матрицы m-го порядка, причем симметрическим матрицам $\mathrm{A}(t)$ и $\mathrm{C}(t)$ отвечают неотрицательные квадратичные формы $(\mathrm{A}(t)\xi, \xi)$ и $(\mathrm{C}(t)\xi, \xi)$ при $0 \leqslant t < \omega$. Пусть периодические функции $\alpha(t)$, $\beta(t)$ и $\gamma(t)$ в каждый момент времени совпадают с модулем наибольшего по модулю собственного значения матриц $\mathrm{A}(t)$, $\mathrm{B}(t)$ и $\mathrm{C}(t)$ соответственно. Тогда λ принадлежит центральной зоне устойчивости уравнения (22.2), если

$$\lambda < 2\left\{\int_0^\omega \beta(t)\,dt + \left[\int_0^\omega \alpha(t)\,dt \int_0^\omega \gamma(t)\,dt\right]^{\frac{1}{2}}\right\}^{-1}.$$

Переходя к работе [125], выпишем векторное уравнение

$$\mathbf{dx}/dt = \mathbf{J}\mathbf{H}(t)\mathbf{x}, \tag{22.4}$$

которая получается из уравнения (22.2) при $\lambda = 1$. Пусть λ_{-1} и λ_1 наибольшее отрицательное и наименьшее положительное характеристические числа краевой задачи

$$\mathbf{dx}/dt = \lambda\mathbf{J}\mathbf{H}(t)\mathbf{x}, \qquad \mathbf{x}(0) + \mathbf{x}(\omega) = 0.$$

Интервал $\lambda_{-1} < \lambda < \lambda_1$ был назван выше центральной зоной устойчивости уравнения (22.2). Для сильной устойчивости тривиального решения уравнения (22.4) достаточно, чтобы $\lambda_1 = \lambda_1(\mathbf{H}) \geqslant 1$. Всякий признак, получающийся из того, что $\lambda_1(\mathbf{H}) > 1$, М. Г. Крейн называет Z-признаком.

Простейшим Z-признаком для уравнения (22.4) положительного типа, использующим лишь средние значения элементов матрицы является неравнество

$$\omega^2 \operatorname{sp}\left[\mathrm{A}_{\mathrm{cp}}\mathrm{C}_{\mathrm{cp}} - \mathrm{B}_{\mathrm{cp}}^2\right] < 2.$$

В [125], § 2, этот Z-признак усиливается при некоторых дополнительных данных относительно $\mathbf{H}(t)$. Далее показано, как из Z-признаков можно получать другого ти-

па признаки, используя различные преобразования уравнения (22.4) основанные на подстановке В. А. Якубовича [146].

2. Основываясь на результатах М. Г. Крей а [70], М. Г. Нейгауз и В. Б. Лидский [79] распространили Л-критерий I В. А. Якубовича (см. § 4) на систему канонического вида произвольного порядка.

Критерий М. Г. Нейгауз и В. Б. Лидского. Пусть $h_{\min}(t)$ и $h_{\max}(t)$ наименьшее и наибольшее собственные значения матрицы $\mathbf{H}(t)$ в каждый момент времени. Если

$$n\pi < \int_0^{\omega} h_{\min}(t)\,dt \leqslant \int_0^{\omega} h_{\max}(t)\,dt < (n+1)\pi, \qquad (n=0, \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

то тривиальное решение уравнения (22.4) устойчиво.

В статье И. М. Гельфанда и В. Б. Лидского [118] исследована структура областей устойчивости системы канонического вида порядка $2m$, соответствующей уравнению (22.4). Доказывается, что каждая область устойчивости характеризуется одним из 2^m возможных положений корней характеристичного уравнения (22.3) (при $\lambda=1$) на единичной окружности и, кроме того, некоторым целым числом k. Число k равно числу полных оборотов, которые совершает комплексны определитель $\det[\mathbf{X}^1(t)+i\,\mathbf{X}_2(t)]$ за время ω. Прямоугольная матрица $\begin{pmatrix}\mathbf{X}_1(t)\\ \mathbf{X}_2(t)\end{pmatrix}$ прядка $2m\times m$ составлена из m линейно независимых решений рассматриваемой системы, начальные условия которых выбраны так, что $\mathbf{X}_1'(0)\,\mathbf{X}_2(0) - \mathbf{X}_2'(0)\,\mathbf{X}_1(0) = 0$, где штрих означает транспонированную матрицу.

§ 23. Рассмотрим систему $2m$-го порядка с периодическими коэффициентами

$$d^2y_k/dt^2 + \mu\left[p_{k1}(t)\,y_1 + \cdots + p_{km}(t)\,y_m\right] = 0, \qquad (k=1, \ldots, m),$$

где μ—действительный параметр.

Ляпунов ([5], § 52) доказал, что если все корни уравнения

$$\det\| - \mu\,[p_{kj}(t) + p_{kj}(t)]/2 - \varkappa\delta_{kj}\|_1^m = 0$$

не отрицательны при всех t, $(0 \leqslant t < \omega)$, то тривиальное решение системы (23.1) неустойчиво.

1. Для дальнейшего будем предполагать, что $p_{kj}(t) = p_{jk}(t)$, $(j, k = 1, \ldots, m)$. Запишем систему (23.1) в виде векторного дифференциального уравнения второго порядка:

$$\frac{d^2\,y}{dt^2} + \mu P(t)y = 0, \quad \left(y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}, \quad P(t+\omega) = P(t) = \| p_{jk}(t) \|_1^m\right). \tag{23.2}$$

Полагая $\lambda = \sqrt{|\mu|}$, $dy/dt = \lambda z$, уравнение (23.2) приводится к системе $dy/dt = \lambda z$, $dz/dt = \mp \lambda P(t)\,y$, (верхний знак соответствует $\mu>0$, а нижный $\mu<0$). Таким образом, уравнение (23.2) эквиваленто уравнению (22.2), в котором x есть прямая сумма векторов y и z, а $H(t) = \begin{pmatrix} \pm P(t) & \\ 0 & I_m \end{pmatrix}$.

Уравнения (23.2) называется уравнением положительного типа, если симметрическая матрица-функция $P(t)$ неотрицательна и положительна в среднем. Для уравнений (23.2) положительного типа тривиальное решение неустойчиво при $\mu \leqslant 0$, как это вытекает из приведенного выше предложения Ляпунова.

Следуя М. Г. Крейну [115], точку $\mu>0$ будем называть точкой сильной устойчивости уравнения (23.2), если соответствующая точка $\lambda = +\sqrt{\mu}$ является точкой сильной устойчивости уравнения (22.2). Множество всех точек сильной устойчивости урав-

нения (23.2) положительного типа распадается на открытые интервалы, расположенные на полуоси $\mu > 0$, называемые зонами устойчивости уравнения (23.2). Имеет место следующая теорема [70], [79], [115].

Теорема 1. *Первая зона устойчивости уравнения (23.2) положительного типа не меньше первой зоны устойчивости скалярного уравнения* $d^2y/dt^2 + \mu p_{\max}(t)\, y = 0$ *и не больше первой зоны устойчивости скалярного уравнения* $d^2y/dt^2 + \mu p_{\min}(t) y = 0$, *где* $p_{\max}(t)$ *и* $p_{\min}(t)$ *— наибольшее и наименьшее собственные значения матрицы* $\mathbf{P}(t)$ *в каждый момент времени.*

Сочетая теорему 1 с критерием (0.2) Ляпунова, М. Г. Крейн [70], [115] получает следующие два Л-критерия устойчивости.

Критерий А. Число μ принадлежит первой зоне устойчивости уравнения (23.2) положительного типа, если $0 < \mu < \dfrac{4}{\omega}\left(\displaystyle\int_0^{\omega} p_{\max}(t)\, dt\right)^{-1}$.

Как следствие признака J_n (§ **22**) получается второй Л-критерий.

Критерий Б. Число μ принадлежит первой зоне устойчивости уравнения (23.2) с положительной в среднем матрицей $\mathbf{P}(t)$, если $0 < \mu < 4M^{-1}(\mathbf{Q})/\omega$, где $M(\mathbf{Q})$ — наибольшее собственное значение матрицы $\mathbf{Q} = \left\| \displaystyle\int_0^{\omega} |p_{jk}(t)|\, dt \right\|_1^m$.

Преимущество критерия Б в том, что здесь приходится вычислять собственные значения постоянной матрицы. Критерий Б сильнее критерия А всякий раз, когда выполнено одно из следующих условий [115]:

1) все элементы матрицы $\mathbf{P}(t)$ суть неотрицательные функции t;

2) матрица $\mathbf{P}(t)$ является якобиевой, т. е. $p_{kj}(t) \equiv 0$ при $|j - k| > 1$;

2) число m равно двум.

Критерий Б может быть усилен, если его применять не к уравнению (23.2), а к уравнению, получаемому из него по следующему способу. Симметрическую матрицу-функцию $\mathbf{P}(t)$ можно бесконечным числом способов представить в виде $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}^+(t) - \mathbf{P}^-(t)$, где $\mathbf{P}^+(t)$ и $\mathbf{P}^-(t)$ — неотрицательные матрицы. Тогда, если $\mathbf{P}(t)$ положительна в среднем, то первая зона устойчивости уравнения (23.2) не меньше первой зоны устойчивости уравнения $d^2\mathbf{y}/dt^2 + \mu\mathbf{P}^+(t)\mathbf{y} = 0$.

В силу теоремы 1, М. Г. Крейн [115] устанавливает из этого предложения, что если $\mathbf{P}(t)$ положительна в среднем, то первая зона устойчивости уравнения (23.2) не меньше первой зоны устойчивости скалярного уравнения $d^2y/dt^2 + p_M^+(t)\, y = 0$, где $p_M^+(t) = [p_{\max}(t) + |p_{\max}(t)|]/2$.

В §§ **4...7** работы [125] из Z-признаков уравнения (22.4) получаются Z-признаки для уравнения (23.3) положительного типа.

2. М. Г. Нейгауз и В. Б. Лидский [79] доказали следующий Л-критерий сильной устойчивости уравнения (23.2) при $\mu = 1$:

$$\mathbf{y}'' + \mathbf{P}(t)\mathbf{y} = 0. \tag{23.3}$$

Пусть

$$a^2 \leqq\!\!\!\neq p_{\min}(t) \leqslant p_{\max}(t) \leqq\!\!\!\neq b^2, \tag{23.4}$$

где a, b — постоянные и $n\pi/\omega \leqslant a \leqslant (n+1)\pi/\omega$, $(n = 0, 1, 2, \ldots)$. Уравнение (23.3) сильно устойчиво, если

$$\int_0^{\omega} [p_{\max}(t) - a^2]\, dt < 2(n+1)(b^2 - a^2)\nu_0,$$

где ν_0 — наименьший положительный корень уравнения

$$a \operatorname{ctg} \{a\omega / [2(n+1)] - a\nu\} = b \operatorname{tg} b\nu .$$

В частности, при $a = n\pi/\omega$, $b = (n+1)\pi/\omega$, $(n=0, 1, 2, \ldots)$, уравнение (23.3) сильно устойчиво, если матрица $\mathbf{P}(t)$ удовлетворяет условию (23.4), что представляет распространение критерия (0.3) Жуковского на векторное уравнение (23.3).

Второй частный вид критерия М. Г. Нейгауз-В. Б. Лидского получается, если $b = \infty$ и матрица $\mathbf{P}(t)$ удовлетворяет условию (23.4). Уравнение (23.3) сильно устойчиво, если

$$\int_0^\omega \left[p_{\max}(t) - a^2\right] dt < 2a(n+1) \operatorname{ctg} \{a\omega/[2(n+1)]\}, \quad (n=0,1,2,\ldots).$$

В заметке [79] М. Г. Нейгауз и В. Б. Лидский установили также следующее предложение. Пусть симметрическая, периодическая, матрица-функция $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0(t) + \widetilde{\mathbf{P}}(t)$, где $\mathbf{P}_0(t)$ диагональная матрица с элементами $p_{jj}^{(0)}(t)$, $(j = 1, \ldots, m)$, а $\mathbf{P}(t)$ — неотрицательно определенная матрица и $\widetilde{p}(t)$ — наибольшее собственное значение матрицы $\widetilde{\mathbf{P}}(t)$ в каждый момент времени. Допустим, что функции $p_{jj}^{(0)}(t)$, $(j=1, \ldots, m)$ принадлежат зонам устойчивости одной четности уравнения (0.1) (см. § 2). Тогда, если функции $p_{jj}^{(0)}(t) + \widetilde{p}(t)$ принадлежат тем же зонам устойчивости, что и $p_{jj}^{(0)}(t)$ $(j = 1, \ldots, m)$, то уравнение (23.3) сильно устойчиво. Это предложение содержит в себе теорему 1.

В заметке [122] матрица $\mathbf{P}(t)$ представляется в виде

$$\mathbf{P}(t) = \pi^2 \left[n^2 \mathbf{I}_m + \mathbf{Q}(t)\right]/\omega^2, \qquad (n=1,2,\ldots),$$

где $\mathbf{Q}(t)$ — знакоопределенная матрица. За норму матрицы $\mathbf{Q}(t)$ принимается наибольший из модулей собственных значений $\mathbf{Q}(t)$ при данном t: $\|\mathbf{Q}(t)\| = |\mu_s(t)|_{\text{наиб.}}$, $(s = 1, \ldots, m)$.

Доказывается следующий критерий. Если выполнено условие

$$\frac{\pi}{\omega} \int_0^\omega \left| \sin \frac{n\pi}{\omega} \xi \right| \cdot \|Q(\xi + t)\| \, d\xi < 2n, \qquad (0 \leqslant t < \omega),$$

то все решения системы (23.3) ограничены при любом t.

3. В работах Л. Чезари [38], [107], Д. Хейла [107], [108] и Р. Гамбилла [109] рассматривается система вида

$$\frac{d^2y}{dt^2} + [\mathbf{C} + \lambda \mathbf{P}(t)]\mathbf{y} = 0, \quad \left(\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}, \mathbf{P}(t) = \|p_{ij}(t)\|_1^m\right), \tag{23.5}$$

где $\mathbf{C} = \operatorname{diag}(\omega_1^2, \ldots, \omega_m^2)$, а $p_{ij}(t)$ — вещественные периодические функции с периодом ω, интегрируемые по Лебегу на интервале $(0,\omega)$ (дифференциальное уравнение предполагается при этом выполненным почти всюду).

Основным результатом работ [107], [108], [109] является следующая теорема:

Если числа $\omega_j > 0$ удовлетворяют неравенствам $\omega_j \pm \omega_h \neq k\omega$, $(k=0,1,2,\ldots)$ и выполнено одно из соотношений: а) $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}'(t)$, б) $\mathbf{P}(-t) = \mathbf{P}(t)$, то при достаточно малых λ все решения системы (23.5) ограничены на $(-\infty, \infty)$.

Как показал В. А. Якубович [133], эта теорема является очевидным следствием теоремы Ляпунова-Пуанкаре [4], [5]. В этой же статье [133] приведены замечания и по другим результатам указанных работ.

Глава V. Применение прямого метода Ляпунова к исследованию устойчивости [90], [121]

В §§ **24...26** выводятся „наилучшие" достаточные условия устойчивости невозмущенного движения по Ляпунову для случая, когда уравнения возмущенного движения приводятся к одному линейному уравнению третьего порядка.

§ **24.** Рассмотрим уравнение

$$\dddot{x} + p(t)\ddot{x} + q(t)\dot{x} + r(t)\,x = 0, \tag{24.1}$$

где функции p, q, r — кусочно-непрерывные (не обязательно периодические!) и вещественные для всех значений t, не меньших некоторого предела, и удовлетворяют условиям

$$0 < l \leqslant p(t) \leqslant L, \qquad 0 < m \leqslant q(t) \leqslant M, \qquad 0 < n \leqslant r(t) \leqslant N.$$

Заменим уравнение (24.1) системой $\dot{x}=y$, $\dot{y}=z$, $\dot{z}=-rx-qy-pz$.

Зададимся определенно положительной квадратичной формой V переменных x, y, z с постоянными коэффициентами:

$$V = [Ax^2 + (B-1)y^2 + Cz^2 + 2Exy + 2xz + 2Gyz]/2.$$

Производная от V, в силу исходной системы уравнений, имеет вид:

$$\dot{V} = -rx^2 - (Gq-E)y^2 - (Cp-G)z^2 - (q+Gr-A)xy - (p+Cr-E)xz - (Gp+Cq-B)yz$$

и будет неположительна, если

$$\varphi(q,r) = q^2 - 2Gqr + G^2r^2 - 2Aq - 2(AG-2E)r + A^2 < 0, \tag{24.2}$$

$$\Phi(p,q,r) = a_{11}p^2 + a_{22}q^2 + a_{33}r^2 + 2a_{12}pq + 2a_{13}pr + 2a_{23}qr + 2a_{14}p + 2a_{24}q + 2a_{34}r + a_{44} \leqslant 0,$$

где

$$a_{11}=2(AG-E), \quad a_{22}=2(CE-G), \quad a_{33}=2(BCG-C^2E-G^3),$$

$$a_{44}=2(-A^2G+ABE-E^3), \quad a_{12}=-AC+B-EG, \quad a_{13}=-ACG-BG+2CE+EG^2,$$

$$a_{23}=AC^2-BC-CEG+2G^2, \quad a_{14}=A^2C-AB-AEG+2E^2,$$

$$a_{24}=-ACE+2AG-BE+E^2G, \quad a_{34}=-ABC+2AG^2+B^2-BEG+2CE^2-4EG.$$

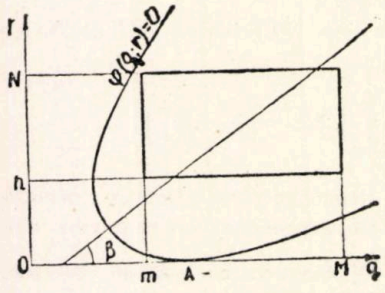


Рис. 6.

§ **25.** Рассмотрим на плоскости qr параболу $\varphi(q,r)=0$ (рис. 6). Парабола касается оси q в точке $q=A$ и не пересекает оси r, если $AG-E>0$, если же $AG-E<0$, то координаты обеих точек пересечения параболы с осью r отрицательны. Ось параболы наклонена к оси q под углом $\beta=\operatorname{arcctg} C$, вершина параболы находится в точке (q_0, r_0):

$$q_0=(A+EG^3+2EG)/(1+G^2)^2,$$

$$r_0=G^2(AG-E)/(1+G^2)^2.$$

Точки пересечения параболы с прямой $r=\varrho$ будут $q_{1,2}=A+\varrho G \mp 2\sqrt{\varrho(AG-E)}$.

Прямоугольник $[m,M;n,N]$ будет находиться внутри (рис. 6) параболы $\varphi(q,r)=0$, если

(25.1) $$A+nG-2\sqrt{n(AG-E)}<m,$$

(25.2) $$M<A+nG+2\sqrt{n(AG-E)},$$

(25.3) $$A+NG-2\sqrt{N(AG-E)}<m.$$

В дальнейшем будем предполагать, что положительные числа A, E и G удовлетворяют неравенству $AG-E>0$.

а) Допустим, что числа A, E и G выбраны таким образом, что

$$nG-2\sqrt{n(AG-E)}\leqslant NG-2\sqrt{N(AG-E)}.$$

Тогда неравенства (25.2) и (25.3) непротиворечивы, если

$$NG-2\sqrt{N(AG-E)}<nG+2\sqrt{n(AG-E)}.$$

Последние два неравенства могут быть разрешены относительно A:

$$E/G+\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right)^2G/4<A\leqslant E/G+\left(\sqrt{N}+\sqrt{n}\right)^2G/4,$$

что может быть записано в виде

$$A=E/G+\left[\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right)^2+4\varkappa\sqrt{Nn}\right]G/4,\quad 0<\varkappa\leqslant 1.$$

При этом левая часть неравенства (25.3) запишется в виде

$$A+NG-2\sqrt{N(AG-E)}=E/G+[F(\varkappa,N)]^2G/4,$$

где

$$F(\varkappa,\varrho)=\left|2\sqrt{\varrho}-\sqrt{(\sqrt{N}-\sqrt{n})^2+4\varkappa\sqrt{Nn}}\right|.$$

Наименьшее значение левой части неравенства (25.3) при фиксированном E достигается при $G=2\sqrt{E}/F(\varkappa,N)$ и равно $F(\varkappa,N)\sqrt{E}$; функция $F(\varkappa,N)$ убывает при возрастании $\varkappa$ и $F(1,N)=\sqrt{N}-\sqrt{n}$.

б) Допустим, что числа A, E и G выбраны таким образом, что

$$NG-2\sqrt{N(AG-E)}\leqslant nG-2\sqrt{n(AG-E)},$$

или, разрешая относительно A, получим

$$A=E/G+\left[\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right)^2+4\varkappa\sqrt{Nn}\right]G/4,\ \varkappa\geqslant 1.$$

Тогда левая часть неравенства (25.2) запишется в виде

$$A+nG-2\sqrt{n(AG-E)}=E/G+[F(\varkappa,n)]^2G/4.$$

Наименьшее значение левой части неравенства (25.1) при фиксированном E достигается при $G=2\sqrt{E}/F(\varkappa,n)$ и равно $F(\varkappa,n)\sqrt{E}$; функция $F(\varkappa,n)$ убывает при убывании $\varkappa$ и $F(1,n)=\sqrt{N}-\sqrt{n}$.

Таким образом, при фиксированном E и

(25.4) $$A=\sqrt{E}(N+n)/\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right),\ G=2\sqrt{E}/\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right),$$

условие (24.2) приводит к неравенствам

(25.5) $$m\geqslant\sqrt{E}\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right),\ M\leqslant\sqrt{E}\left(N+2\sqrt{Nn}+5n\right)/\left(\sqrt{N}-\sqrt{n}\right).$$

Указанная граница для m не может быть уменьшена при фиксированном E.

Перейдем к исследованию условия (24.3). Матрица $\| a_{ij} \|$, $(a_{ji}=a_{ij}\ ;\ i, j=1,2,3,4)$, составленная из коэффициентов уравнения поверхности $\Phi(p, q, r)=0$, удовлетворяет соотношению

$$\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ C & G & 1 & 0 \\ E & A & 0 & 1 \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} 1 & 0 & C & E \\ 0 & 1 & G & A \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\delta_{33} \\ 0 & 0 & -\delta_{33} & 0 \end{Vmatrix},$$

$$(\delta_{33}=a_{11}a_{22}-a_{12}^2).$$

При $\delta_{33}>0$ поверхность $\Phi(p, q, r)=0$ является эллиптическим параболоидом, при $\delta_{33}<0$ — гиперболическим параболоидом и при $\delta_{33}=0$ — параболическим цилиндром с образующей параллельной оси r. Все миноры второго порядка матрицы $\| a_{ij} \|$ пропорциональны миноору δ_{33}, т. е. $a_{ij}a_{kl}-a_{ik}a_{jl}=(i\,j\,k\,l)\,\delta_{33}$, при этом

$$(25.6)\quad \begin{cases} (1123)=-G,\ (1124)=-A,\ (1133)=G^2,\ (1134)=2E-AG,\ (1144)=A^2, \\ (1232)=C,\ (1233)=-CG,\ (1234)=EG-B,\ (1243)=AC-B,\ (1244)=-AE, \\ (1342)=AC-EG,\ (1343)=BG-2CE,\ (1344)=-AB+2E^2,\ (1422)=-E, \\ (2233)=C^2,\ (2234)=2G-CE,\ (2244)=E^2,\ (2343)=BC-2G^2, \\ (2344)=2AG-BE,\ (3344)=B^2-EG. \end{cases}$$

Направляющие косинусы оси симетрии s параболоида равны:

$$\cos(s, p)=C/\sqrt{1+C^2+G^2},\quad \cos(s, q)=G/\sqrt{1+C^2+G^2},\quad \cos(s, r)=1/\sqrt{1+C^2+G^2}.$$

Координаты вершины параболоида (p_1, q_1, r_1)

$$p_1=Cr_1+(-ACG+BG-C^2E+2CG+E)/(1+C^2+G^2),$$

$$q_1=Cr_1+(A-AG^2+BC-CEG+2EG)/(1+C^2+G^2),$$

при этом выражение для аппликаты r_1 вершины довольно громоздко. Параболоид касается плоскости pq в точке (E, A), а двух других координатных плоскостей не пересекает, если $\delta_{33}>0$ или пересекает по гиперболам, если $\delta_{33}<0$.

Условие (24.3) будет выполнено, если прямоугольный параллелепипед $[l, L\,;\ m, M\,;\ n, N]$ будет находиться внутри или на границе поверхности $\Phi(p, q, r)=0$, исследование чего в общем случае является затруднительным. Поэтому перейдем к исследованию частного случая, когда один из коэффициентов в уравнении (24.1) является постоянным.

§ 26. Рассмотрим случай, когда $r(t)\equiv 1$. Если в уравнении (24.1) ввести новое независимое переменное $\tau=\int_0^t \sqrt[3]{r(\xi)}\,d\xi$, то коэффициент при x в преобразованном уравнении обратится в единицу. При этом мы сохраним за новым независимым переменным и нозыми коэффициентами при $dx/d\tau$ и $d^2x/d\tau^2$ прежние обозначения и будем попрежнему предполагать, что $0<l\leqslant p(t)\leqslant L$, $0<m\leqslant q(t)\leqslant M$.

Запишем условие (24.2) в виде

$$(26.1)\qquad \varphi(q, 1)=q^2-2(A+G)q+(A-G)^2+4E<0.$$

Это будет выполнено, если

$$A+G-2\sqrt{AG-E}<m,\ M<A+G+2\sqrt{AG-E}. \tag{26.2}$$

Условие (24.3) принимает вид:

$$\Phi(p, q, 1)=a_{11}p^2+2a_{12}pq+a_{22}q^2+2(a_{13}+a_{14})p+ \\ +2(a_{23}+a_{24})q+a_{33}+2a_{34}+a_{44}\leqslant 0. \tag{26.3}$$

Будем рассматривать последнее неравенство относительно p и подсчитаем дискриминант D квадратного трехчлена по степеням p, используя соотношения (25.6):

$$D=[-q^2+2(A+G)q-(A-G)^2-4E]\delta_{33}.$$

Поскольку выражение в квадратных скобках положительно в силу (26.1), то потребуем, чтобы $\delta_{33}>0$. Рассмотрим эллипс $\Phi(p, q, 1)=0$. Условие (23.3) будет выполнено, если прямоугольник $[l, L; m, M]$ будет находиться внутри или на границе эллипса. Координаты центра эллипса определяются из уравнений: $a_{11}p_0+a_{12}q_0=-a_{13}-a_{14}$, $a_{12}p_0+a_{22}q_0=-a_{23}-a_{24}$.

Используя соотношения (25.6), получим: $p_0=C+E$, $q_0=A+G$.

Выберем коэффициенты исходной квадратичной формы V таким образом, чтобы центр эллипса O' совпал с центром прямоугольника, а оси $O'P$ и $O'Q$ эллипса были параллельны сторонам прямоугольника, как показано на рис. 7. Получим

$$E=(L+l)/2-C,\ G=(M+m)/2-A,$$

$$B=AC+EG= \\ =AC+[(L+l)/2-C][(M+m)/2-A]. \tag{26.4}$$

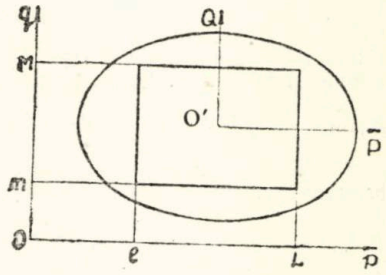


Рис. 7

Уравнение эллипса $\Phi(p, q, 1)=0$ в осях PQ будет

$$P^2/[4(CE-G)]+Q^2/[4(AG-E)]=1.$$

Условие (23.3) сведется к условию

$$(L-l)^2/[16(CE-G)]+(M-m)^2/[16(AG-E)]\leqslant 1. \tag{26.5}$$

В силу (26.4) условия (26.2) сводятся к одному:

$$(M-m)/2<2\sqrt{AG-E}\ \text{ или }\ (M-m)^2/[16(AG-E)]<1,$$

что выполнено в силу (26.5). Следовательно, для неположительности $\dot{V}$ остается лишь неравенство (26.5) при условиях

$$CE-G>0,\qquad AG-E>0. \tag{26.6}$$

Запишем неравенство (26.5), подставив для E и G их выражения из (26.4):

$$(L-l)^2/\{8[(L+l)C-2C^2-(M+m)+2A]\}+ \\ +(M-m)^2/\{8[(M+m)A-2A^2-(L+l)+2C]\}\leqslant 1. \tag{26.7}$$

Выпишем матрицу коэффициентов исходной квадратичной формы V:

$$\left\|\begin{array}{ccc} A & E & 1 \\ E & AC+EG-1 & G \\ 1 & G & C \end{array}\right\|.$$

Условия определенной положительности V запишем в виде

$$A>0,\quad A(AC-1)+E(AG-E)>0,\quad (AC-1)^2+(AG-E)(CE-G)>0. \tag{26.8}$$

При этом третье из условий выполнено при условиях (26.6). Второе из условий (26.8) в силу (26.4) запишется в виде

$$4A(AC-1)+(L+l-2C)[(M+m)A-2A^2-(L+l)+2C]>0.$$

Покажем, что при постоянных $p(t)$ и $q(t)$ мы получаем для устойчивости область Рауса. Положим $A=q-\alpha, C=p-\gamma, (\alpha>0,\gamma>0)$. Тогда условия (26.6) принимают вид: $p\gamma-\alpha-\gamma^2>0$, $q\alpha-\gamma-\alpha^2>0$ и выполняются при достаточно малых α и γ. Первое из условий (26.8) опять-таки выполнено при достаточно малом α, а второе выполнено при достаточно малом γ и $AC-1>0$, т. е. при $pq-1>p\alpha+q\gamma-\alpha\gamma$.

Поскольку правая часть последнего неравенства может быть сделана сколь-угодно малой, то это и означает, что при постоянных $p(t)$ и $q(t)$ мы получаем для устойчивости область Рауса: $p>0$, $pq>1$.

В общем для $r(t)\equiv 1$ случае, условия теоремы Ляпунова об устойчивости будут выполнены, если положим

$$\begin{aligned}(L-l)^2/\{8[(L+l)C-2C^2-(M+m)+2A]\}&=k,\\ (M-m)^2/\{8[(M+m)A-2A^2-(L+l)+2C]\}&=1-k\end{aligned} \tag{26.9}$$

и, придавая к значения $0<k<1$, будем рассматривать (26.9) как уравнения для определения $A>0$ и $C>0$. Единственное оставшееся второе из условий (26.8) принимает вид:

$$32(1-k)A(AC-1)+(L-l-2C)(M-m)^2>0. \tag{26.10}$$

§ 27. При исследовании устойчивости периодических режимов некоторых систем автоматического регулирования, уравнения возмущенного движения имеют вид

$$d^n x/d\tau^n+a_1 d^{n-1}x/d\tau^{n-1}+\cdots+a_{n-1}dx/d\tau+a_n(\tau)x=0,$$

где $a_1,\ldots,a_{n-1}$ — положительные постоянные, а $a_n(\tau)$ — неотрицательная периодическая функция времени τ, причем существенно то, что функция $a_n(\tau)$ имеет нули. Введением безразмерного времени $t=T\tau$, $\left(T=\sqrt[n-1]{a_{n-1}}\right)$, уравнение приведется к виду

$$d^n x/dt^n+a_1 T^{-1} d^{n-1}x/dt^{n-1}+\cdots+a_{n-2}T^{2-n}d^2x/dt^2+dx/dt+a(t)x=0, \tag{27.1}$$

$$(a(t)=T^{-n}a_n(t/T)),$$

при этом, расширяя несколько постановку задачи, не требуем периодичности функции $a(t)$, а будем предполагать, что $a(t)$ — неотрицательная кусочно-непрерывная функция, ограниченная сверху для всех значений $t>t_0$.

В §§ **28** и **29** используется прямой метод Ляпунова для получения достаточных условий устойчивости тривиального решения уравнения (27.1) для $n=3$ и 4.

При $n=2$ уравнение (27.1) может быть записано в виде

$$\ddot{x}+\dot{x}+q(t)x=0,\qquad (0<q(t)\leqslant M). \tag{27.2}$$

В § **6** показано, что при $M\leqslant 1$ тривиальное решение уравнения (27.2) устойчиво. При этом граница сверху для M не может быть увеличена, если за функцию V Ляпунова принимается квадратичная форма переменных x и $\dot{x}$ с постоянными коэффициентами. Исследование устойчивости тривиального решения уравнения (27.2) посвящена многочисленная литература; мы указали условие $M\leqslant 1$, поскольку аналогичное условие будет фигурировать в числе достаточных условий устойчивости при $n=3$ и 4.

§ **28.** При $n = 3$ запишем уравнение (27.1) в виде

$$\dddot{x}+p\ddot{x}+\dot{x}+r(t)\,x=0, \qquad (p>0,\ 0\leqslant r(t)\leqslant N). \tag{28.1}$$

В § **26** рассматривалось линейное уравнение третьего порядка с тремя переменными коэффициентами, при этом заменой независимого переменного коэффициент при x был сделан равным единице. Поскольку в уравнении (28.1) противоположный в этом смысле случай, то мы исследуем его отдельно.

Заменим уравнение (28.1) системой $\dot{x}=y,\ \dot{y}=z,\ \dot{z}=-r(t)\,x-y-pz$.

Зададимся определенно положительной квадратичной формой переменных x, y, z с постоянными коэффициентами: $V=Ax^2+(B-1)\,y^2+Cz^2+2Exy+2xz+2Gyz$.

Производная V в силу ис одной системы уравнений имеет вид:

$$\dot{V}=-2\{r(t)\,x^2+(G-E)y^2+(pC-G)z^2+[Gr(t)-A+1]xy+$$
$$+[Cr(t)-E+p]xz+(pG+C-B)yz\}.$$

Выпишем матрицу коэффициентов квадратичной формы $(-\dot{V})$:

$$\left\|\begin{matrix} 2r(t) & Gr(t)-A+1 & Cr(t)-E+p \\ Gr(t)-A+1 & 2G-2E & pG+C-B \\ Cr(t)-E+p & pG+C-B & 2pC-2G \end{matrix}\right\|.$$

Для того чтобы квадратичная форма $\dot{V}$ была неположительной, необходимо и достаточно, чтобы все главные миноры этой матрицы были неотрицательны. Выпишем условия неотрицательности минора последнего диагонального элемента матрицы и определителя матрицы:

$$G^2r^2(t)-2\,(AG-2E+G)\,r(t)+(A-1)^2\leqslant 0, \tag{28.2}$$

$$b_{22}r^2(t)+2\,(pb_{12}+b_2)r(t)+p^2b_{11}+2pb_1+b_3\leqslant 0, \tag{28.3}$$

где

$$b_{11}=2(AG-B), \qquad b_{12}=-ACG-BG+2CE+EG^2, \qquad b_{22}=2\,(BCG-C^2E-G^3),$$

$$b_1=(A-1)(AC-B-EG)-2E(G-E),$$

$$b_2=-ABC+AC^2+2AG^2+B^2-BC-BEG+2CE^2-CEG-4EG+2G^2,$$

$$b_3=2\,(A-1)\,(-AG+BE-CE+G)+2E^2\,(G-E).$$

Условие (28.2) означает, что

$$(AG-E)+(G-E)-2\sqrt{(AG-E)(G-E)}\leqslant G^2r(t)\leqslant(AG-E)+(G-E)+2\sqrt{(AG-E)(G-E)}$$

и при этом $AG-E$ и $G-E$ должны быть положительны. Левая часть первого из неравенств неотрицательна и обращается в нуль только при $A=1$, что мы и должны предположить в дальнейшем, поскольку $r(t)\geqslant 0$.

Теперь условие (28.2) свелось к условию

$$G^2r(t)\leqslant 4(G-E). \tag{28.4}$$

Переходя к условию (28.3), положим $b_1=-pb_{11}$ и $b_{12}=0$, т. е. учитывая $A=1$

$$E=p, \qquad B=-C+2p\,C/G+pG, \tag{28.5}$$

что позволит выразить условие (28.3) в виде $b_{22}r(t)\,[G^2r(t)-4(G-p)]/G^2\leqslant 0$ и в силу (28.4) сводит условие (28.3) к условию

(28.6) $$b_{22}/2 \equiv -(G-p)C^2 + (pC-G)G^2 \geqslant 0.$$

Заметим, что если рассматривать условие (28.3) в плоскости pr, то предположения (28.5) означают, что абсцисса центра равна p и главные оси кривой параллельны осям координат.

Поскольку $r(t) \leqslant N$ и $E=p$, то условие (28.4) выполнено при $G^2N \leqslant 4(G-p)$. Последнее неравенство означает, что

$$2\left(1-\sqrt{1-pN}\right)/N \leqslant G \leqslant 2\left(1+\sqrt{1-pN}\right)/N$$

при условии $pN \leqslant 1$, что и будем предполагать выполненным в дальнейшем. Обозначим $\nu=\sqrt{1-pN}$, $(0 \leqslant \nu < 1)$, и запишем неравенства для G в виде

(28.7) $$G=2pg, \quad 1/(1+\nu) \leqslant g \leqslant 1/(1-\nu).$$

Отсюда видно, что $g>1/2$. При этом условие (28.6) запишется в виде $4p^2(C-2g)g^2 \geqslant (2g-1)C^2$, и поскольку справа положительная величина, то должны принять, что $C>2g$, и получим границу снизу для p^2:

(28.8) $$p^2 \geqslant (2g-1)C^2/[4g^2(C-2g)].$$

Определим теперь наименьшее значение правой части неравенства (28.8). Пусть

$$F(C)=C^2(2g-1)/[4g^2(C-2g)], \quad (C>2g).$$

Поскольку $F'(C)=0$ только при $C=4g$ и $F(2g)=F(\infty)=\infty$, то имеем $[F(C)]_{\text{наим.}} = 4-2/g$ и теперь мы вправе принять для g наименьшее значение согласно (28.7), т. е. $g=1/(1+\nu)$. Тогда условие (28.8) означает, что

(28.9) $$p^2 \geqslant 4-2/g=2(1-\nu)$$

и, подставляя выражение для ν, напишем это условие в виде $2\sqrt{1-pN} \geqslant 2-p^2$.

Если $p \geqslant \sqrt{2}$, то это условие выполнено и единственным условием, оставшимся от условий (28.2) и (28.3), является условие $pN \leqslant 1$, т. е.

(28.10) $$N \leqslant 1/p, \quad (p \geqslant \sqrt{2}).$$

Если $p \leqslant \sqrt{2}$, то, возводя обе части неравенства в квадрат, получим

(28.11) $$N \leqslant p-p^3/4, \quad (p \leqslant \sqrt{2})$$

и при этом неравенство $pN \leqslant 1$ выполняется, поскольку, очевидно, $p-p^3/4 \leqslant 1/p$, $(p \leqslant \sqrt{2})$.

Покажем, что условия (28.10) и (28.11) достаточны для неположительности $\dot{V}$. Напишем матрицу коэффициентов квадратичной формы $(-\dot{V})$, учитывая равенства $A=1$ и $C=4g$, а также (28.5) и (28.7):

$$\begin{Vmatrix} 2r(t) & 2pgr(t) & 4gr(t) \\ 2pgr(t) & 2p(2g-1) & 4(2g-1) \\ 4gr(t) & 42(g-1) & 4pg \end{Vmatrix}.$$

Очевидно, диагональные элементы матрицы неотрицательны. Остается проверить неотрицательность миноров первого и второго диагональных элементов матрицы: имеем $M_{11}=8p^2g(2g-1)-16(2g-1)^2 \geqslant 0$ в силу (28.8) $M_{22}=8pgr(t)-16g^2r^2(t)$ и для его неотрицательности достаточно, чтобы $N \leqslant p/(2g)=p(1+\nu)/2$ или $2N-p \leqslant p\sqrt{1-pN}$.

Если $N \leqslant p/2$, то неравенство выполнено, если же имеем $N \geqslant p/2$, то, возводя последнее неравенство в квадрат, получим, что для неотрицательности M_{22} достаточно, чтобы $N \leqslant p-p^3/4$.

Поскольку при условии $pN \leqslant 1$ неравенство $N \geqslant p/2$ возможно лишь для $p \leqslant \sqrt{2}$, то последнее неравенство есть не что иное, как условие (28.11).

Выпишем теперь матрицу коэффициентов квадратичной формы V, опять-таки учитывая, что $A=1$, $C=4g$ и (28.5), (28.7):

$$\begin{Vmatrix} 1 & p & 1 \\ p & 2p^2 g - 4g + 3 & 2pg \\ 1 & 2pg & 4g \end{Vmatrix}.$$

Поскольку $4g > 1$, то, для того чтобы V была определенно положительной, необходимо и достаточно, чтобы определитель этой матрицы был положителен:

$$2p^2 g(2g-1) - 16g^2 + 16g - 3 > 0 \quad \text{или} \quad p^2 > (16g^2 - 16g + 3)/[2g(2g-1)].$$

Правая часть последнего неравенства меньше правой части неравенства (28.9), следовательно, при выполнении условий (28.10) или (28.11) квадратичная форма V является определенно положительной.

Итак, по теореме Ляпунова об устойчивости, тривиальное решение уравнения (28.1) устойчиво, когда

$$N \leqslant \begin{cases} p - p^3/4, & \text{если } 0 < p \leqslant \sqrt{2}, \\ 1/p, & \text{если } p \geqslant \sqrt{2}. \end{cases} \tag{28.12}$$

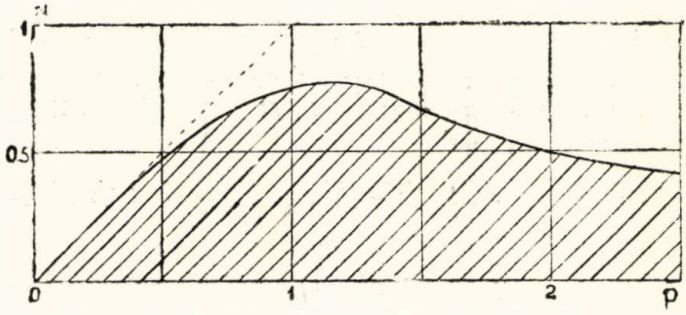


Рис. 8.

Область устойчивости в плоскости pN заштрихована на рис. 8. Кривые $N = p - p^3/4$ и $N = 1/p$ соприкасаются в точке $p = \sqrt{2}$. Пунктирной линией показана граница асимптотической устойчивости по Раусу-Гурвицу ($N = p$) для тривиального решения уравнения $\dddot{x} + p\ddot{x} + \dot{x} + Nx = 0$, $(p > 0, N > 0)$.

§ 29. При $n = 4$ запишем уравнение (27.1) в виде

$$\dddot{x} + p\ddot{x} + q\dot{x} + x + s(t)x = 0, \quad (p > 0,\ q > 0,\ 0 \leqslant s(t) \leqslant \Sigma) \tag{29.1}$$

или в виде системы: $\dot{x} = y$, $\dot{y} = z$, $\dot{z} = u$, $\dot{u} = -s(t)x - y - qz - pu$.

Зададимся определенно положительной квадратичной формой V переменных x, y, z, u с постоянными коэффициентами

$$V = x^2 + [(1-h)\mathcal{J}/h + 2q^2 h - p]y^2 + [-(2h-1)D\mathcal{J}/(2qh^2) + qD + p\mathcal{J} - 2qh]z^2 +$$
$$+ Du^2 + 2qxy + 2pxz + 2xu + 2[(1-h)D/h + 2pqh - 1]yz + 4qhyu + 2\mathcal{J}zu.$$

Производная V в силу исходной системы уравнений имеет вид:

$$\dot V = -2\{s(t)\,x^2 + q(2h-1)y^2 + [-(1-h)\,D/h + q\mathcal{J} - 2pqh + 1]\,z^2 + (pD-\mathcal{J})u^2 + 2qhs(t)\,xy + \mathcal{J}s(t)\,xz + Ds(t)\,xu + (2h-1)\,\mathcal{J}yz/h + (2h-1)\,Dyu/h + (2h-1)\,D\mathcal{J}zu/(2qh^2)\}.$$

Выпишем матрицу коэффициентов квадратичной формы $(-\dot V)$

$$\begin{Vmatrix} 2s(t) & 2qhs(t) & \mathcal{J}s(t) & Ds(t) \\ 2qhs(t) & 2q(2h-1) & (2h-1)\,\mathcal{J}/h & (2h-1)D/h \\ \mathcal{J}s(t) & (2h-1)\,\mathcal{J}/h & 2\Gamma & (2h-1)D\mathcal{J}/(2qh^2) \\ Ds(t) & (2h-1)\,D/h & (2h-1)\,D\mathcal{J}/(2qh^2) & 2(pD-\mathcal{J}) \end{Vmatrix},$$

где для сокращения записи обозначено $\Gamma = -(1-h)\,D/h + q\mathcal{J} - 2pqh + 1$.

Вычислим последовательные главные диагональные миноры матрицы $M_1 = 2s(t)$, M_2, M_3 и определитель матрицы

$$M_2 = 4q\,[2h - 1 - qh^2 s(t)]\,s(t),\quad M_3 = [-(2h-1)\,\mathcal{J}^2/(2qh^2) - 2(1-h)\,D/h + 2q\mathcal{J} - 4pqh + 2]\,M_2,\quad \det\|-\dot V\| = [-(2h-1)\,D^2/(2qh^2) + 2pD - 2\mathcal{J}]\,M_3.$$

Для того чтобы квадратичная форма $\dot V$ была неположительной, необходимыми условиями являются неотрицательность M_2, M_3 и $\det\|-\dot V\|$. Начнем с условия $M_2 \geqslant 0$, которое выполнено, если

$$q\Sigma h^2 - 2h + 1 \leqslant 0 \quad \text{или} \quad (1-\sqrt{1-q\Sigma})/(q\Sigma) \leqslant h \leqslant (1+\sqrt{1-q\Sigma})/(q\Sigma)$$

при условии

$$q\Sigma \leqslant 1, \tag{29.2}$$

которое и будем предполагать выполненным в дальнейшем. Обозначим $\sigma = \sqrt{1-q\Sigma}$, $(0 \leqslant \sigma < 1)$ и запишем неравенства для h в виде $1/(1+\sigma) \leqslant h \leqslant 1/(1-\sigma)$.

Мы выберем для дальнейшего

$$h = 1/(1+\sigma). \tag{29.3}$$

Таким образом, условие $M_2 \geqslant 0$ свелось к условиям (29.2) и (29.3). Предполагая условие $M_3 \geqslant 0$ выполненным и замечая, что $(2h-1)/h^2 = q\Sigma$ запишем условие $\det\|-\dot V\| \geqslant 0$ в виде $p \geqslant \Sigma D/4 + \mathcal{J}/D$.

Минимум правой части, рассматриваемой как функция D, достигается при $D = 2\sqrt{\mathcal{J}/\Sigma}$ и при этом последнее неравенство примет вид $p \geqslant \sqrt{\Sigma\mathcal{J}}$.

Потребуем, чтобы это неравенство выполнялось со знаком равенства, т. е.

$$\mathcal{J} = p^2/\Sigma,\quad D = 2p/\Sigma. \tag{29.4}$$

Заметим, что формулы (29.4) означают, что $-(2h-1)\,D^2/(2qh^2) + 2pD - 2\mathcal{J} = 0$ и, следовательно, $\det\|-\dot V\| \equiv 0$.

Вернемся теперь к условию $M_3 \geqslant 0$. В силу (29.3) и (29.4) оно может быть записано в виде

(29.5) $$(-p^4+4p^2q-8p+4\Sigma)/(2\Sigma)\geqslant 0.$$

Таким образом, при формулах (29.3) и (29.4) необходимые условия неположительности $\dot V$ свелись к условиям (29.2) и (29.5). Покажем, что эти условия достаточны. Используя (29.4), запишем $-\dot V/2$ в виде

$$-\dot V/2=s(t)x^2+(2h-1)qy^2+[p^2q/\Sigma-2hpq-2(1-h)p/(h\Sigma)+1]z^2+$$
$$+p^2u^2/\Sigma+2hqs(t)xy+p^2s(t)xz/\Sigma+2ps(t)xu/\Sigma+(2h-1)p^2yz/(h\Sigma)+$$
$$+2(2h-1)pyu/(h\Sigma)+p^3zu/\Sigma$$

и выполним, следуя методу Лагранжа приведения квадратичной формы к сумме квадратов, замену переменных:

$$x=v-hqw,\quad y=w-p^2z/(2hq\Sigma)-pu/(hq\Sigma).$$

Получим, учитывая (29.3)

$$-\dot V/2=s(t)v^2+q[2h-1-h^2qs(t)]w^2+(-p^4+4p^2q-8p+4\Sigma)z^2/(4\Sigma),$$

что и подтверждает достаточность условий (29.2) и (29.5).

Перейдем к анализу условий (29.2) и (29.5). Запишем условие (29.5) в виде $\Sigma\geqslant(p^3/4-pq+2)p$.

Условие (29.5) заведомо выполнено, если правая часть неравенства неположительна, т. е. если $q\geqslant q_0$, где $q_0=p^2/4+2/p$.

Зафиксируем p и найдем точки пересечения $\bar q$ кривой $q\Sigma=1$ и прямой $\Sigma=(p^3/4-pq+2)$. Будем иметь

$$\bar q_1=(p^3+8-\sqrt{p^6+16p^3})/(8p),\quad \bar q_2=(p^3+8+\sqrt{p^6+16p^3})/(8p).$$

Найдем теперь точку пересечения $\bar Q$ кривой $q\Sigma=1$ с прямой

(29.6) $$\Sigma=(pq-1)/p^2$$

являющейся границей области асимптотической устойчивости по Раузу-Грувицу для тривиального решения уравнения

(29.7) $$\dddot x+p\ddot x+q\dot x+\dot x+\Sigma x=0,\quad (p>0,\ q>0,\ \Sigma>0).$$

Будем иметь $\bar Q=(1+\sqrt{4p_3+1})/(2p)$.

Можно показать, что при любом $p>0$ выполнены неравенства $\bar q_1<\bar Q\leqslant\bar q_2<q_0$, причем знак равенства имеет место только при $p=\sqrt[3]{2}$.

Учитывая последние неравенства, мы из двусвязной области, определяемой неравенствами (29.2) и (29.5), будем в дальнейшем рассматривать только ту из двух ее частей, которая не выходит за пределы области устойчивости тривиального решения уравнения (29.7), т. е. сведем условия (29.2) и (29.5) к условиям

(29.8) $p(p_3/4-pq+2)\leqslant\Sigma\leqslant 1/q$ если $\bar q_2\leqslant q\leqslant q_0$, $\Sigma\leqslant 1/q$ если $q\geqslant q_0$,

которые и будем предполагать в дальнейшем выполненными. При этом будем иметь, что

(29.9) $$p/\Sigma\geqslant p\bar q_2>1.$$

Заметим, что $\bar q_2\geqslant\sqrt[3]{4}$ и знак равенства будет только при $p=\sqrt[3]{2}$.

Покажем теперь, что при условиях (29.8) квадратичная форма V действительно является определенно положительной. Выпишем матрицу ее коэффициентов, учитывая (29.3) и (29.4):

$$\left\| \begin{array}{cccc} 1 & q & p & 1 \\ q & \sigma p^2/\Sigma - p + 2(1-\sigma)q/\Sigma & 2(p-1)/\Sigma & 2(1-\sigma)/\Sigma \\ p & 2(p-1)/\Sigma & 2pq/\Sigma - 2(1-\sigma)/\Sigma & p^2/\Sigma \\ 1 & 2(1-\sigma)/\Sigma & p^2/\Sigma & 2p/\Sigma \end{array} \right\|.$$

Запишем последовательность главных миноров матрицы в следующем порядке

$$1, \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2p/\Sigma \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & p & 1 \\ p & 2pq/\Sigma - 2(1-\sigma)/\Sigma & p^2/\Sigma \\ 1 & p^2/\Sigma & 2p/\Sigma \end{vmatrix}$$

и, наконец, определитель матрицы. Заметим, что из введенного нами обозначения следует $\Sigma = (1-\sigma^2)/q$ и после вычислений получим следующие три условия положительности квадратичной формы V

$$p/\Sigma > 1/2,$$

$$-p^4q + 4p^2q^2 - (6 - 4\sigma - 2\sigma^2)pq + 2(1-\sigma)(1-\sigma^2) > 0,$$

$$-\sigma p^6q^3 + [4\sigma - (1-\sigma^2)]p^4q^4 + (1-\sigma^2)p^5q^2 + 4(1-\sigma)^2p^2q^5 -$$

$$-(4 + 10\sigma - 8\sigma^2 + 2\sigma^3)p^3q^3 - 8(1-\sigma)^3pq^4 + (1-\sigma^2)(8 + 2\sigma + 2\sigma^2)p^2q^2 +$$

$$+ 4(1-\sigma)^4q^3 - 2(1-\sigma^2)^2(2+\sigma)pq + (1-\sigma^2)^3 > 0.$$

Первое из условий выполнено в силу (29.9). Запишем второе в виде

$$[-p^4q + 4p^2q^2 - 8pq + 4(1-\sigma^2)] + 2(1+\sigma)^2(pq - 1 + \sigma) > 0.$$

Выражение в квадратных скобках неотрицательно в силу (29.5), а второе слагаемое положительно благодаря (29.9), следовательно, и второе условие выполнено. Запишем третье условие в виде

$$\{\sigma p^2q^2 + (1-\sigma)^2q^3 - (1-\sigma^2)pq + 2\sigma(1-\sigma)^2q^2/p + 2\sigma(1-\sigma)(1-\sigma^2)q/p^2 +$$

$$+ 2\sigma(1-\sigma^2)^2/p^3\}[-p^4q + 4p^2q^2 - 8pq + 4(1-\sigma^2)] +$$

$$+ (1+\sigma)(1-\sigma^2)^2[(1-\sigma)p^3 + 8\sigma(pq - 1 + \sigma)]/p^3 > 0.$$

Поскольку второе слагаемое положительно, то неравенство выполнено, если выражение в фигурных скобках неотрицательно; рассмотрим три первых члена этого выражения. Допустим сначала, что $p \geqslant \sqrt[3]{2}$, тогда $p\bar{q}_2 \geqslant 2 \geqslant 2(1-\sigma)$ и, следовательно,

$$\sigma p^2q^2 \geqslant 2\sigma(1-\sigma)pq,\ \sigma p^2q^2 + (1-\sigma)^2q^3 - (1-\sigma^2)pq \geqslant (1-\sigma)^2(q^2 - p)q.$$

Последнее выражение положительно, так как

$$\bar{q}_2 > p^2/4 + 1/p,\ \bar{q}_2^2 > p/2 + p^4/16 + 1/p^2 \geqslant p.$$

Допустим теперь, что $p < \sqrt[3]{2}$. В силу (29.9) будем иметь

$$\sigma p^2 q^2 + (1-\sigma)^2 q^3 - (1-\sigma^2) pq > (1-\sigma)^2 q^3 - (1-\sigma-\sigma^2) pq > \sqrt[3]{2}\,(3\sigma^2 - 3\sigma + 1)\, q,$$

поскольку $q \geqslant \bar{q} > \sqrt[3]{4}$. Очевидно, последнее выражение положительно.

Итак, при условиях (29.8) квадратичная форма V является определенно положительной. Следовательно, тривиальное решение (29.1) уравнения устойчиво, когда выполнены условия ($p > 0$)

$$(29.10)\quad (p^3/4 - pq + 2)\, p \leqslant \Sigma \leqslant 1/q \quad \text{если} \quad \left(p^3 + 8 + \sqrt{p^6 + 16p^3}\right)/(8p) \leqslant q \leqslant p^2/4 + 2/p,$$

$$\Sigma \leqslant 1/q \quad \text{если} \quad q \geqslant p^2/4 + 2/p.$$

При $q < \left(p^3 + 8 + \sqrt{p^6 + 16p^3}\right)/(8p)$ сформулированные достаточные условия устойчивости отказывают. Поскольку наименьшая величина правой части последнего

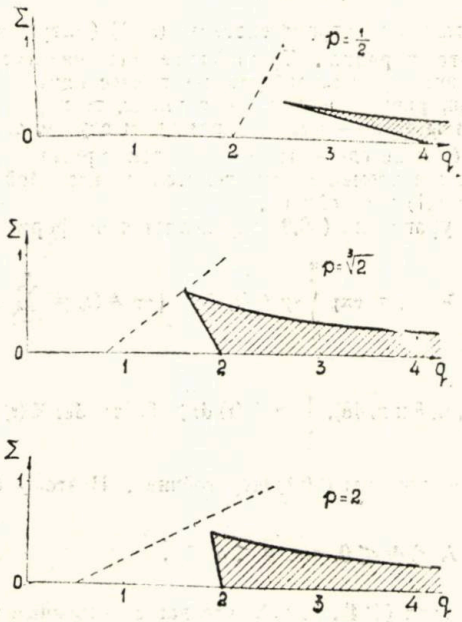


Рис. 9.

неравенства достигается при $p = \sqrt[3]{2}$ и равна $\sqrt[3]{4}$, то при $q < 1{,}587$ или $\Sigma > 0{,}630$ указанные условия заведомо отказывают.

Области устойчивости в плоскости $q\Sigma$ при $p = 1/2$, $p = \sqrt[3]{2}$ (когда область устойчивости наибольшая) и при $p = 2$ заштрихованы на рис. 9. Пунктирной линией показана граница асимптотической устойчивости (29.6) для тривиального решения уравнения (29.7).

Глава VI. Распространение метода характеристической постоянной Ляпунова на систему m линейных дифференциальных уравнений второго порядка канонического вида с периодическими коэффициентами [135], [137]

§ 30. Запишем систему n линейных дифференциальных уравнений первого порядка с периодическими коэффициентами в виде одного векторного дифференциального уравнения

(30.1) $$dx/dt = A(t)\,x.$$

Здесь x—вектор-функция, $A(t)$—периодическая (с периодом ω) матрица с действительными кусочно-непрерывными элементами:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad A(t+\omega) = A(t) = \| a_{ij}(t) \|_1^n.$$

Известно [1], [5], что устойчивость тривиального решения системы (30.1) зависит от корней соответствующего ей характеристичного уравнения

(30.2) $$\det [X(\omega) - \varrho I_n] = (-1)^n \left\{ \varrho^n - a_1 \varrho^{n-1} + \ldots + (-1)^{n-1} a_{n-1} \varrho + (-1)^n a \right\} = 0,$$

где $X(\omega)$ — фундаментальная матрица системы (30.1) (матрицант) и $X(0) = I_n$ (I_n — единичная матрица n-го порядка). Тривиальное решение системы (30.1) устойчиво, если все корни уравнения (30.2) по модулю не превосходят единицы и если при этом имеются кратные корни, равные по модулю единице, то им отвечают простые элементарные делители матрицы $X(\omega) - \varrho I_n$. В противном случае, т. е. если хотя бы один из корней по модулю больше единицы или имеется кратный корень, равный по модулю единице с непростым элементарным делителем указанной матрицы, то тривиальное решение системы (30.1) неустойчиво.

Свободный член уравнения (30.2) определяется по формуле Лиувилля

$$a = \det X(\omega) = \exp \int_0^\omega \operatorname{sp} A(t)\,dt, \quad \left(\operatorname{sp} A(t) = \sum_{i=1}^n a_{ii}(t) \right).$$

Если имеем ([15], п. 8 и п. 48), $\int_0^\omega \operatorname{sp} A(t)\,dt > 0$, то $\det X(t) \to +\infty$ при $t \to +\infty$ и тривиальное решение системы (30.1) неустойчиво. Поэтому будем предполагать в дальнейшем, что $\int_0^\omega \operatorname{sp} A(t)\,dt \leqslant 0$, т.е. $0 < a \leqslant 1$.

Н. Г. Четаев доказал ([44], п. 63), что все собственные числа симметрической матрицы $A(t) + A'(t) = \| a_{ij}(t) + a_{ji}(t) \|$ при любом t, $(0 \leqslant t < \omega)$, неположительны (или положительны) то тривиальное решений системы (30.1) устойчиво (либо неустойчиво).

Перейдем теперь к вопросу об определении областей устойчивости и неустойчивости в пространстве коэффициентов уравнения (30.2).

§ 31. Начнем с системы (30.1) канонического вида, записав ее в виде [70]

(31.1) $$\frac{dx}{dt} = J_{2m} H(t)\,x, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{2m} \end{pmatrix}, \quad J_{2m} = \begin{pmatrix} 0 & I_m \\ I_m & 0 \end{pmatrix}, \quad H(t) = \| h_{ij}(t) \|_1^{2m},$$

$$h_{ii} = h_{ij}, \quad (i, j = 1, \ldots, 2m).$$

Поскольку характеристичное уравнение для систем канонического вида является возвратным, то представим его в развернутом виде как

$$(31.2)\quad \varrho^{2m} - a_1 \varrho^{2m-1} + \cdots + (-1)^m a_m \varrho^m + (-1)^{m-1} a_{m-1} \varrho^{m-1} + \ldots - a_1 \varrho + 1 = 0.$$

При $m = 1$ областью устойчивости является интервал $-2 < a_1 < 2$, а областями неустойчивости — интервалы $-\infty < a_1 < -2$, $2 < a_1 < \infty$, а точки $a_1 = \pm 2$ требуют дополнительного исследования [5].

При $m = 2$, т.е. для канонической системы четвертого порядка, область устойчивости определяется неравенствами (см. [3], п. 8)

$$(31.3)\qquad -2 < a_2 < 6, \quad 4(a_2 - 2) < a_1^2 < (a_2 + 2)^2/4$$

и заштрихована на рис. 10. Областью неустойчивости является внешность криволинейного треугольника, а значения коэффициентов a_1 и a_2, отвечающие сторонам его, требуют дополнительного исследования. Отметим, что область устойчивости вписана в квадрат *BCEF*, т. е. выполнение одного из неравенств $a_1 < -4$, $a_1 > 4$; $a_2 < -2$, $a_2 > 6$ гарантирует попадание в область неустойчивости.

При $m \geqslant 3$ дело обстоит значительно сложнее. Отсылая читателя к обзорной работе [33], укажем лишь следствие из теоремы Г е р г л о т ц а [19].

Необходимые и достаточные условия наличия у действительного симметрического полинома (31.2) только различных корней по модулю равных единице заключаются по Герглотцу в положительности квадратичной формы $\sum_{k,l=0}^{2m-1} s_{k-l}\,\xi_k \xi_l$, $(s_{l-k} = s_{k-l})$, где s_k — ньютоновы суммы. Для того, чтобы получить отсюда, например, условия (31.3), надо проделать значительно более громоздкие вычисления чем в [3].

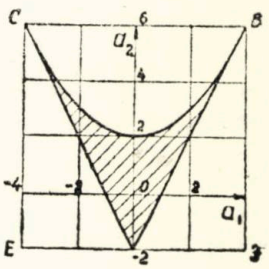


Рис 10

Способ, предложенный Ляпуновым [3], или способ, заключающийся в конформном отображении внутренности единичного круга комплексной плоскости ϱ на левую полуплоскость, приведут к тому, что одним из условий равенства модулей всех корней уравнения (31.2) единице, будет условие действительности корней некоторого уравнения m-ой степени с коэффициентами, являющимися линейными комбинациями коэффициентов уравнения (31.2). При $m = 3$ это условие будет доставлять кусок поверхности четвертого порядка довольно сложного вида в пространстве коэффициентов a_1, a_2, a_3.

Однако оказывается, что аналог квадрату *BCEF* (рис. 10), т. е. некоторый гиперпараллелепипед в пространстве $a_1, \ldots, a_m$ с гранями, параллельными координатным гиперплоскостям, можно определить довольно элементарно. К этому мы и перейдем.

Найдем такие интервалы изменения коэффициента a_μ, $(\mu = 1, \ldots, m)$, уравнения (31.2), что если a_μ принадлежит интервалу, то тривиальное решение системы (31.1) неустойчиво, независимо от величины остальных $m - 1$ коэффициентов. Поскольку $a_\mu = \sum \varrho_{j_1} \ldots \varrho_{j_\mu}$, где ϱ_i, $(i = 1, \ldots, 2m)$, корни уравнения (31.2), а сумма берется по всем сочетаниям индексов из последовательности $1, \ldots, 2m$, то очевидно, что интервал

$$(31.4)\qquad C_{2m}^{\mu} < a_\mu < \infty$$

(C_{2m}^{μ} — число сочетаний из $2m$ элементов во μ) является одним из искомых интервалов. Если μ — нечетное число: $\mu = 2\nu - 1$, $(\nu = 1, 2, \ldots, \mathrm{ent}\,(m+1)/2)$, то интервал

$$(31.5)\qquad -\infty < a_{2\nu-1} < -C_{2m}^{2\nu-1}$$

является другим из искомых интервалов. Граница снизу в (31.4) (сверху в (31.5)) является точной, т.к. если $\varrho_1=\cdots=\varrho_{2m}=1$, ($\varrho_1=\cdots=\varrho_{2m}=-1$) и элементарные делители матрицы $\mathbf{X}(\omega)-\varrho\,\mathrm{I}_{2m}$ простые, то тривиальное решение системы (31.1) устойчиво и при этом

$$a_\mu = C_{2m}^{\mu}, \quad (a_{2\nu-1} = -C_{2m}^{2\nu-1}).$$

Отыскание интервалов, аналогичных (31.5) для четных коэффициентов, уже не столь просто. Пусть $\mu=2$ и будем определять наименьшее значение коэффициента

$$a_2 = \varrho_1\varrho_2+\cdots+\varrho_1\varrho_{2m}+\varrho_2\varrho_3+\ldots+\varrho_2\varrho_{2m}+\cdots+\varrho_{2m-1}\varrho_{2m}$$

при котором все корни уравнения (31.2), ($m\geqslant 2$), по модулю равны единице. Допустим $2k$ корней равны -1, а $2m-2k$ равны единице. Заметим, что число отрицательных корней уравнения (31.2) не может быть нечетным, поскольку свободный член уравнения равен единице. Можно считать, что $2k\leqslant m$, ибо если $2k>m$, то мы изменили бы знаки у всех корней, от чего величина a_2 не изменилась бы.

Тогда $C_{2k}^2+C_{2m-2k}^2$ слагаемых в выражении для a_2 будут равны единице, а $2k(2m-2k)$ слагаемых будут равны -1 и будем иметь

$$a_2 = C_{2k}^2+C_{2m-2k}^2-4k(m-k)=8k^2-8mk+2m^2-m; \quad \mathrm{d}a_2/\mathrm{d}k=8(2k-m).$$

Интересующее нас наименьшее значение a_2 будет достигаться при $2k=m$, если m — четное число, и при $2k=m-1$, если m — нечетное число. При $2k=m$ имеем $a_2=-m$, и при $2k=m-1$ будем иметь, что $a_2=-(m-2)$. Следовательно, при выполнении неравенства

$$-\infty<a_2<-m+1-(-1)^m, \tag{31.6}$$

тривиальное решение системы (31.1) неустойчиво, независимо от величины остальных коэффициентов уравнения (31.2).

Применим неравенства (31.4) и (31.6) к системе (31.1) шестого порядка, для которой уравнение (31.2) имеет вид

$$\varrho^6-a_1\varrho^5+a_2\varrho^4-a_3\varrho^3+a_2\varrho^2-a_1\varrho+1=0.$$

Построим параллелепипед: $-6\leqslant a_2\leqslant 6$, $-1\leqslant a_2\leqslant 15$, $-20\leqslant a_3\leqslant 20$.

Внешность параллелепипеда принадлежит области неустойчивости, т. е. при выполнении любого из шести неравенств $a_1<-6$, $a_1>6$; $a_2<-1$, $a_2>15$; $a_3<-20$, $a_3>20$, тривиальное решение системы (31.1), (при $m=3$), неустойчиво. Каждое из этих шести неравенств, рассматриваемое в отдельности, улучшить нельзя, поскольку область устойчивости касается построенного параллелепипеда в каждой из шести его граней.

Однако, для остальных четных коэффициентов уравнения (31.2) получить правые части неравенств, аналогичных неравенствам (31.6), в виде формул—нам не удалось и пришлось ограничиться вычислением.

Пусть $\mu=4$ и будем определять наименьшее значение коэффициента

$$a_4 = \varrho_1\varrho_2\varrho_3\varrho_4+\ldots+\varrho_{2m-3}\varrho_{2m-2}\varrho_{2m-1}\varrho_{2m},$$

при котором все корни уравнения (31.2), ($m\geqslant 4$), по модулю равны единице. Допустим $2k$, ($2k\leqslant m$), корней равны -1, а $2m-2k$ равны единице. Обозначим число слагаемых равных -1 в выражении для a_4 через N_{2k}. Тогда $a_4=-N_{2k}+(C_{2m}^4-N_{2k})=C_{2m}^4-2N_{2k}$ и задача состоит в разыскании наибольшего значения N_{2k} по всем натуральным k, удовлетворяющим неравенству $2k\leqslant m$. Очевидно,

$$N_2 = C_2^1 C_{2m-2}^3, \quad N_4 = C_4^1 C_{2m-4}^3 + C_4^3 C_{2m-4}^1 \ldots,$$

$$N_{2k} = C_{2k}^1 C_{2m-2k}^3 + C_{2k}^3 C_{2m-2k}^1 = 4(-k^2 + mk)(4k^2 - 4mk + 2m^2 - 3m + 2)/3.$$

Результаты вычисления для $m=4, 5, 6, 7, 8, 9$ сопоставим в таблицу 2, отметив наибольшее значение N_{2k} значение k, при котором оно достигается, и интересующее нас наименьшее значение a_4.

Таблица 2

m	4	5	6	7	8	9
$(N_{2k})_{\text{наиб.}}$	40	112	256	520	928	1560
$2k$	2	2	4	4	4	6
$(a_4)_{\text{наим.}}$	−10	−14	−17	−39	−36	−60

В общем случае для четного коэффициента $a_{2\nu}$ задача заключается в разыскании наибольшего значения N_{2k} по всем натуральным k, удовлетворяющим неравенству $2k \leqslant m$. При этом

$$N_2 = C_2^1 C_{2m-1}^{2\nu-1}, \quad N_4 = C_4^1 C_{2m-4}^{2\nu-2} + C_4^3 C_{2m-4}^{2\nu-3}, \ldots.$$

$$N_{2k} = C_{2k}^1 C_{2m-2k}^{2\nu-1} + C_{2k}^3 C_{2m-2k}^{2\nu-3} + \ldots + C_{2k}^{2k-1} C_{2m-2k}^{2\nu-2k+1}.$$

§ 32. Рассмотрим теперь общий случай, соответствующий уравнению (30.2), в котором будем предполагать $0 < \alpha < 1$, рассматривая случай $\alpha = 1$, как предельный. Условия

$$|a_\nu| \leqslant C_n^\nu \tag{32.1}$$

являются необходимыми для устойчивости тривиального решения системы (30.2), т.к. при нарушение любого из них, по крайней мере один из корней уравнения (30.2) по модулю превысит единицу. Впрочем, можно получить результат более точный.

Ограничимся отысканием интервалов изменения коэффициента a_2, для которых тривиальное решение системы (30.3) неустойчиво, независимо от величины $a_2, \ldots, a_{n-1}$. Поскольку $\varrho_1 \ldots \varrho_n = \alpha$, то допустим, что

$$\varrho_1 = \ldots = \varrho_{n-k} = 1, \quad \varrho_{n-k+1} = \ldots = \varrho_n = \sqrt[k]{\alpha}, \quad (k = 1, \ldots, n-1)$$

и будем иметь при этом

$$a_1 = \varrho_1 + \ldots + \varrho_n = n - k + k\sqrt[k]{\alpha}. \tag{32.2}$$

Покажем, что имеет место неравенство $n - k + k\sqrt[k]{\alpha} > n - (k+1) + (k+1)\sqrt[k+1]{\alpha}$, $(k = 1, \ldots, n-1)$.

Действительно, оно может быть записано в виде

$$f(z) = 1 + kz^{k+1} - (k+1)z^k > 0, \quad (z = \alpha^{1/[k(k+1)]}, \quad 0 < z < 1)$$

что выполнено, поскольку $f(0) = 1$, $f(1) = 0$; $f'(z) = -k(k+1)z^{k-1}(1-z) < 0$, $(0 < z < 1)$.

Итак, наибольшее значение a_1 при условиях

$$|\varrho_\nu| \leqslant 1, \quad (\nu = 1, \ldots, n), \quad \varrho_1 \ldots \varrho_n = \alpha \tag{32.3}$$

дается выражением (32.2) при $k=1$ [14]), т. е. равно $a_1 = n-(1-\alpha)$.

Наименьшие значение a_1 при условиях (32.3) равно $-n+(1-\alpha)$, если n четное и $-n+(1+\alpha)$, если n — нечетное. Таким образом, если

$$a_1 < -n+1-(-1)^n\alpha \quad \text{или} \quad a_1 > n-(1-\alpha), \tag{32.4}$$

то тривиальное решение системы (30.1) неустойчиво.

Необходимые и достаточные условия того, что все корни уравнения (30.2) лежат внутри единичного круга, даются теоремой Шура [16], [66] (для уравнения (31.2) теорема Шура отказывает). Заметим что алгоритм Шура столь же трудоемок, как и сведение вопроса к задаче Гурвица.

Для иллюстрации приведем области устойчивости в пространстве коэффициентов уравнения (30.2) при $n=1$ и 3.

При $n=2$ область устойчивости определяется неравенствами $0 < \alpha \leqslant 1$, $|a_1| \leqslant 1+\alpha$ (точки $a_1 = \pm 2$, $\alpha = 1$ подлежат дополнительному исследованию).

При $n=3$ область устойчивости определяется неравенствами

$$a_2 > a_1 + \alpha - 1, \quad a_2 > -a_1 - \alpha - 1, \quad a_2 < \alpha a_1 - \alpha^2 + 1$$

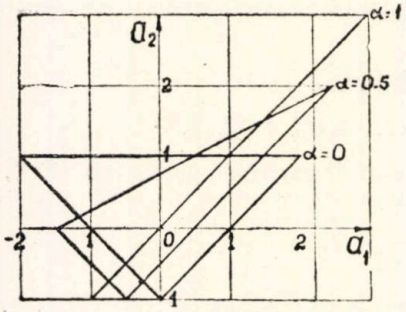


Рис. 11.

и представляет при фиксированном α внутренность треугольника в плоскости $a_1\, a_2$ (см. рис. 11). Периметр треугольника подлежит дополнительному исследованию.

§ 33. Следуя Ляпунову [5], [13], наряду с системой (30.1) рассмотрим систему

$$dx/dt = \varepsilon A(t)x \tag{33.1}$$

и будем искать фундаментальную матрицу $\mathbf{X}(t;\varepsilon)$ в виде ряда

$$\mathbf{X}(t;\varepsilon) = \mathbf{X}_0(t) + \varepsilon \mathbf{X}_1(t) + \varepsilon^2 \mathbf{X}_2(t) + \cdots; \quad \mathbf{X}_0(0) = \mathbf{I}_n, \ \mathbf{X}_k(0) = 0, \ (k = 1,2,\ldots). \tag{33.2}$$

Подставляя в (33.1) и приравнивая члены при одинаковых степенях ε, получим последовательность матричных дифференциальных уравнений $d\mathbf{X}_0/dt = 0$, $d\mathbf{X}_k/dt = A(t)\mathbf{X}_{k-1}$, $(k=1,2,\ldots)$, интегрирование которых при указанных начальных условиях даст

$$\mathbf{X}_0(t) = \mathbf{I}_n, \quad \mathbf{X}_k(t) = \int_0^t A(t_1)\, \mathbf{X}_{k-1}(t_1)\, dt_1, \quad (k = 1, 2, \ldots).$$

Как показал Ляпунов, матричный ряд (33.2) абсолютно сходится при всяком ε и при том равномерно в каждом конечном интервале изменения t. Полагая $\varepsilon = 1$, запишем фундаментальную матрицу системы (30.1): $\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{X}(\omega;1) = \mathbf{I}_n + \mathbf{X}_1(\omega) + \mathbf{X}_2(\omega) + \cdots$ где

$$\mathbf{X}_1(\omega) = \int_0^\omega A(t_1)\, dt_1, \quad \mathbf{X}_k(\omega) = \int_0^\omega dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \ldots \int_0^{t_{k-1}} A(t_1) \ldots A(t_k)\, dt_k, \quad (k = 2, 3, \ldots). \tag{33.3}$$

[14]) Вероятно $\varrho_1 = \ldots = \varrho_{n-1} = 1$, $\varrho_n = \alpha$, доставляют наибольшие значения и остальных коэффициентов уравнения (30.2) при условиях (32.3).

Первый коэффициент уравнения (30.2) равен

$$a_1 = \operatorname{sp} \mathbf{X}(\omega) = n + a_1^{(1)} + a_1^{(2)} + \cdots + a_1^{(n)} + \cdots, \tag{33.4}$$

где

$$a_1^{(k)} = \operatorname{sp} \mathbf{X}_k(\omega), \ (k = 1, 2, \ldots). \tag{33.5}$$

Перейдем теперь к вычислению других коэффициентов уравнения (30.2). Известно что в силу периодичности матрицы-функции $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{X}(t+\omega)$ также является матрицей решений системы (30.1). При этом имеет место тождество $\mathbf{X}(t+\omega) \equiv \mathbf{X}(t)\,\mathbf{X}(\omega)$, ибо правая часть тождества также является матрицей решений системы (30.1). Поскольку, в силу условия $\mathbf{X}(0) = \mathbf{I}_n$, обе части тождества совпадают при $t = 0$, то по теореме единственности они равны при любом t. Применяя исходное тождество $n-1$ раз получим, что $\mathbf{X}(t + (n-1)\omega) = \mathbf{X}(t)\,\mathbf{X}^{n-1}(\omega)$ и полагая $t = \omega$ будем иметь

$$\mathbf{X}(n\omega) = \mathbf{X}^n(\omega). \tag{33.6}$$

Коэффициенты a_ν, $(\nu = 1, \ldots, n-1)$, уравнения (30.2) равны сумме всех главных миноров порядка ν матрицы $\mathbf{X}(\omega)$, т.е. $a_\nu \equiv \sigma_\nu(\mathbf{X}(\omega))$, $(\nu = 1, \ldots, n-1;\ \sigma_1(\mathbf{X}(\omega)) \equiv \equiv \operatorname{sp} \mathbf{X}(\omega))$.

Для любой матрицы $\mathbf{C}$ справедливо соотношение $\sigma_1(\mathbf{C}^2) = \sigma_1^2(\mathbf{C}) - 2\sigma_2(\mathbf{C})$, ибо $\sigma_1(\mathbf{C})$ — сумма собственных чисел матрицы $\mathbf{C}$, а $\sigma_2(\mathbf{C})$ — сумма попарных произведений этих чисел. Учитывая (33.6), будем иметь

$$a_2 \equiv \sigma_2(\mathbf{X}(\omega)) = \left[\sigma_1^2(\mathbf{X}(\omega)) - \sigma_1(\mathbf{X}(2\omega))\right]/2$$

или

$$a_2 = \left[a_1^2 - a_1(2\omega)\right]/2. \tag{33.7}$$

При этом для вычисления $a_1(2\omega)$ следует в формулах для a_1 вместо ω подставлять 2ω.

В общем случае коэффициенты a_ν подсчитываются через следы матриц $\mathbf{X}^k(\omega)$ по известным формулам Варинга

$$a_\nu = (-1)^\nu \sum (-1)^{j_1 + j_2 + \cdots + j_\nu} \frac{a_1^{j_1} a_1(2\omega)^{j_2} \cdots a_1(\nu\omega)^{j_\nu}}{1^{j_1} 2^{j_2} \cdots \nu^{j_\nu}\, j_1!\, j_2! \ldots j_\nu!}.$$

Здесь сумма берется по всем целым неотрицательным $j_1, j_2, \cdots, j_\nu$ удовлетворяющим условию $j_1 + 2j_2 + \cdots + \nu j_\nu = \nu$, а $a_1(k\omega) = \operatorname{sp}\mathbf{X}(k\omega) = \operatorname{sp}\mathbf{X}^k(\omega)$.

§ 34. Рассмотрим систему m дифференциальных уравнений второго порядка с кусочно-непрерывными периодическими коэффициентами

$$d^2y_i/dt^2 + p_{i1}(t)y_1 + \cdots + p_{im}(t)y_m = 0, \qquad p_{ij}(t) = p_{ji}(t), \qquad (i,j = 1, \ldots, m).$$

Запишем ее в виде векторного дифференциального уравнения второго порядка

$$d^2y/dt^2 + \mathbf{P}(t)\mathbf{y} = 0, \left(\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{P}(t+\omega) = \mathbf{P}(t) = \left\|p_{ij}(t)\right\|_1^m\right). \tag{34.1}$$

Система (34.1) является частным случаем системы (31.1), если x обозначает прямую сумму векторов $\mathbf{y}$ и $d\mathbf{y}/dt$,

$$\mathbf{H}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{P}(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{1}_m \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{A}(t) = \mathbf{J}_{2m}\mathbf{H}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I}_m \\ -\mathbf{P}(t) & 0 \end{pmatrix}.$$

Выпишем выражения (33.3):

$$\mathbf{X}_\varkappa(\omega)=\begin{pmatrix}\mathbf{B}_\varkappa & \mathbf{D}_\varkappa\\ \mathbf{F}_\varkappa & \mathbf{G}_\varkappa\end{pmatrix},\quad (\varkappa=1,2,\ldots),$$

$$\mathbf{B}_1=\mathbf{G}_1=0,\qquad \mathbf{D}_1=\omega\,\mathbf{I}_m,\qquad \mathbf{F}_1=-\int_0^\omega \mathbf{P}_1 dt_1,\quad \mathbf{B}_2=-\int_0^\omega dt_1\int_0^\omega \mathbf{P}_2 dt_2,\qquad \mathbf{D}_2=\mathbf{F}_2=0,$$

$$\mathbf{G}_2=-\int_0^\omega t_1\mathbf{P}_1 dt_1,\quad \mathbf{B}_{2k-1}=\mathbf{G}_{2k-1}=0,\quad \mathbf{D}_{2k-1}=(-1)^{k-1}\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1} dt_2\ldots\int_0^{t_{2k-3}} t_{2k-2}\mathbf{P}_2\mathbf{P}_4\cdots\mathbf{P}_{2k-2}dt_{2k-2},$$

$$\mathbf{G}_{2k-1}=(-1)^k\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1} dt_2\ldots\int_0^{t_{2k-2}}\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3\ldots\mathbf{P}_{2k-1}dt_{2k-1},$$

$$\mathbf{B}_{2k}=(-1)^k\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1} dt_2\ldots\int_0^{t_{2k-2}}\mathbf{P}_2\mathbf{P}_4\ldots\mathbf{P}_{2k}dt_{2k},\qquad \mathbf{D}_{2k}=\mathbf{F}_{2k}=0,$$

$$\mathbf{G}_{2k}=(-1)^k\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1} dt_2\ldots\int_0^{t_{2k-2}} t_{2k-1}\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3\ldots\mathbf{P}_{2k-1}dt_{2k-1},$$

где $k=2,3,\ldots$, и для сокращения письма обозначено $\mathbf{P}_i=\mathbf{P}(t_i)$.

Выпишем выражение для $\mathbf{X}(\omega)$:

$$\mathbf{X}(\omega)=\begin{pmatrix}\mathbf{X}_{11}(\omega) & \mathbf{X}_{12}(\omega)\\ \mathbf{X}_{21}(\omega) & \mathbf{X}_{22}(\omega)\end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{X}_{11}(\omega)=\mathbf{I}_m-\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}\mathbf{P}_2dt_2+\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}\mathbf{P}_2dt_2\int_0^{t_2}dt_3\int_0^{t_3}P_4dt_4-\ldots,\qquad \mathbf{X}_{12}(\omega)=\omega\mathbf{I}_m-\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}t_2\mathbf{P}_2dt_2+\cdots,$$

$$\mathbf{X}_{21}(\omega)=-\int_0^\omega\mathbf{P}_1dt_1\int_0^\omega\mathbf{P}_1dt_1\int_0^{t_1}dt_2\int_0^{t_2}\mathbf{P}_3dt_3-\cdots,\quad \mathbf{X}_{22}(\omega)=\mathbf{I}_m-\int_0^\omega\mathbf{P}_1dt_1\int_0^{t_1}dt_2+\int_0^\omega\mathbf{P}_1dt_1\int_0^{t_1}dt_2\int_0^{t_2}\mathbf{P}_3dt_3\int_0^{t_3}dt_4-\cdots$$

Первый коэффициент уравнения (31.2) равен

$$a_1\equiv\mathrm{sp}\,\mathbf{X}(\omega)=2m-a_1^{(1)}+a_1^{(2)}-\cdots+(-1)^k a_k+\cdots, \tag{34.2}$$

где

$$a_1^{(1)}=\mathrm{sp}\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}(\mathbf{P}_1+\mathbf{P}_2)dt_2,\quad a_1^{(2)}=\mathrm{sp}\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\int_0^{t_2}dt_3\int_0^{t_3}(\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3+\mathbf{P}_2\mathbf{P}_1)\,dt_4,$$

$$a_1^{(k)}=\mathrm{sp}\left[\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\cdots\int_0^{t_{2k-1}}\mathbf{P}_1\mathbf{P}_3\ldots\mathbf{P}_{2k-1}\,dt_{2k}+\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\ldots\int_0^{t_{2k-1}}\mathbf{P}_2\mathbf{P}_4\cdots\mathbf{P}_{2k}\,dt_{2k}\right]. \tag{34.3}$$

Известно, что след произведения двух квадратных матриц не зависит от порядка расположения сомножителей, отсюда следует инвариантность следа произведения любого числа квадратных матриц относительно циклической перестановки сомножителей.

Выполним, следуя Ляпунову [13], преобразования формулы (34.3). Поскольку

$$\int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} \mathbf{P}_2\, dt_2 = \int_0^{\omega} \mathbf{P}_2\, dt_2 \int_{t_2}^{\omega} dt_1 = \int_0^{\omega} (\omega - t_1)\, \mathbf{P}_1\, dt_1,$$

то имеем

$$(34.4)\quad a_1^{(1)} = \operatorname{sp}\left[\int_0^{\omega} \mathbf{P}_1\, dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 + \int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} \mathbf{P}_2\, dt_2\right] = \operatorname{sp}\left[\int_0^{\omega} t_1\, \mathbf{P}_1\, dt_1 + \int_0^{\omega} (\omega - t_1)\, \mathbf{P}_1\, dt_1\right] = \omega \operatorname{sp} \int_0^{\omega} \mathbf{P} dt.$$

Подобное сокращение возможно также и в общем случае: кратные интегралы порядка $2k$, которые фигурируют в формуле (34.3), сводятся к интегралу порядка k. Именно оба интеграла в формуле (34.3) могут быть рассматриваемы как интегралы, распространенные на переменные $t_1, \ldots, t_{2k}$, удовлетворяющие неравенствам $\omega > t_1 > t_2 > \cdots > t_{2k} > 0$.

Проведем интегрирование для первого интеграла относительно переменных $t_2, t_4, \ldots, t_{2k}$ и для второго интеграла относительно переменных $t_1, t_3, \ldots, t_{2k-1}$. Тогда, вводя для k оставшихся переменных обозначения $t_1, t_2, \ldots, t_k$, получим

$$(34.5)\quad a_1^{(k)} = \operatorname{sp} \int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \ldots \int_0^{t_{k-1}} (\omega - t_1 + t_k)(t_1 - t_2)(t_2 - t_3) \ldots (t_{k-1} - t_k)\, \mathbf{P}_1 \ldots \mathbf{P}_k\, dt_k.$$

Эта формула аналогична формуле (10) Ляпунова [13]. Если ввести матрицу-функцию $\int \mathbf{P}(t)\, dt = \mathbf{Q}(t)$ и провести интегрирование для первого интеграла формулы (34.2) относительно переменных $t_1, t_3, \ldots, t_{2k-1}$, а для второго интеграла — относительно переменных $t_2, t_4, \ldots, t_{2k}$, выполняя при этом циклическую перестановку в произведении матриц и вводя для k оставшихся переменных обозначения $t_1, t_2, \ldots, t_k$, то получим

$$(34.6)\quad a_1^{(k)} = \operatorname{sp} \int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} dt_1 \ldots \int_0^{t_{k-1}} (\Omega - \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_k)(\mathbf{Q}_1 - \mathbf{Q}_2)(\mathbf{Q}_2 - \mathbf{Q}_3) \ldots (\mathbf{Q}_{k-1} - \mathbf{Q}_k)\, dt_k,$$

где

$$\Omega = \int_0^{\omega} \mathbf{P}(t)\, dt \equiv \omega\, \mathbf{P}_{\text{ср}}, \quad Q_i = Q(t_i).$$

Формула (34.6) аналогична формуле (11) Ляпунова [13]. Для первых трех членов ряда (34.2) могут быть получены формулы, не содержащие кратных интегралов. Именно, представим периодическую матрицу-функцию $\mathbf{P}(t)$ в виде $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_{\text{ср}} + \dot{\Theta}(t)$, где периодическая матрица-функция $\Theta(t)$ удовлетворяет условию $\Theta_{\text{ср}} = 0$. Опуская выкладки, аналогичные приведенным в ([13], пп. 4, 15, 16, 17), выпишем окончательный результат

$$a_1^{(1)} = \omega^2 \operatorname{sp} \mathbf{P}_{\text{ср}}, \quad a_1^{(2)} = \operatorname{sp}\left[\frac{1}{12}\omega^4 \mathbf{P}_{\text{ср}}^2 - \omega \int_0^\omega \dot{\Theta}^2 \, dt\right],$$

(34.7)

$$a_1^{(3)} = \operatorname{sp}\left[\frac{\omega^6}{360}\mathbf{P}_{\text{ср}}^3 - \frac{\omega^3}{6}\mathbf{P}_{\text{ср}}\int_0^\omega \dot{\Theta}^2 \, dt + 4\omega \mathbf{P}_{\text{ср}} \int_0^\omega \Theta^2 \, dt - 2\omega \int_0^\omega \Theta\dot{\Theta}^2 \, dt + \omega 2 \mathbf{P}_{\text{ср}} \int_0^\omega \dot{\Theta}\Theta \, dt\right].$$

Последняя из формул (34.7) аналогична формуле (37) Ляпунова [13]. В ней последнее слагаемое в скалярном случае ($m = 1$) обращается в нуль.

§ **35.** Допустим сначала, что все элементы матрицы $\mathbf{P}(t)$ неположительны:

$$p_{ij}(t) \leqslant 0, \quad (i, j = 1, \ldots, m; \quad 0 \leqslant t < \omega). \tag{35.1}$$

Все члены ряда (34.2) положительны и следовательно $a_1 > 2m$. На основании неравенства (31.4) при $\mu = 1$ отсюда получаем теорему.

Если все коэффициенты в системе (34.1) могут принимать только отрицательные или равные нулю значения, то тривиальное решение системы (34.1) неустойчиво.

Эта теорема является распространением теоремы I Ляпунова ([5], п. 49) на системы (34.1). Ляпуновым доказана теорема ([5], п. 52), которую для системы (34.1) можно сформулировать так:

Если все собственные значения матрицы $\mathbf{P}(t)$ (являющиеся действительными) неположительны для всех значений t, $(0 \leqslant t < \omega)$, то тривиальное решение системы (34.1) неустойчиво.

Как замечает Ляпунов, теорема I ([5] п. 49) заключается в этой теореме как некоторый частный случай. Возникает вопрос: можно ли получить другие признаки неустойчивости системы (34.1), которые в скалярном случае ($m = 1$) об ащаются в теорему I Ляпунова ([5] п. 49).

С другой стороны, как заметил М. Г. Крейн, для сформулированной в начале параграфа теоремы нет никакой необходимости требовать, чтобы матрица $\mathbf{P}(t)$ была симметрической. Дело в том, что и в самом общем случае системы (30.1) условия $|a_\nu| \leqslant C_n^\nu$ являются необходимыми для того, чтобы все решения системы (30.1) были ограниченными. Здесь a_ν, $(\nu = 1, \ldots, n-1)$, суть коэффициенты характеристичного уравнения (30.2). Из формул (33.5) следует, что если все элементы матрицы $\mathrm{A}(t)$ неотрицательны, то все члены ряда (33.4) положительны и $a_1 > n$, т.е. у системы (30.1) будут неограниченные решения. Кроме того, в этом случае по теореме Перрона ([95], гл. **XIII**) можно будет утверждать существование вектор-решения $x_0(t)$ уравнения (30.1) с неотрицательными координатами, такого, что $x_0(t + \omega) = \varrho_0 x_0(t)$, $\varrho_0 > 1$, при этом ϱ_0 будет наибольшим по модулю корнем уравнения (30.2).

Само же по себе утверждение о неустойчивости тривиального решения системы (30.1) при условиях

$$a_{ij}(t) \geqslant 0, \quad (i, j = 1, \ldots, n; \; 0 \leqslant t < \omega), \tag{35.2}$$

не является следствием известных положений лишь в случае $\operatorname{sp} \mathrm{A}(t) \equiv 0$, заключающем в себе и системы (30.1) канонического вида. Если же $\operatorname{sp} \mathrm{A}(t) \not\equiv 0$, то из условий (35.2) следует $\int_0^\omega \operatorname{sp} \mathrm{A}(t) \, dt > 0$ что определяет неустойчивость тривиального решения (см. § **30**).

§ **36.** Допусти теперь, что все элементы матрицы $\mathrm{P}(t)$ неотрицательны:

$$p_{ij}(t) \geqslant 0, \quad (i, j = 1, \ldots, m; \; 0 \leqslant t < \omega). \tag{36.1}$$

Тагда ряд (34.2) является знакопеременным. Для анализа устойчивости по методу Ляпунова [13] требуется установить неравенства для границы сверху отношения двух соседних членов ряда (34.2) (будем называть их основными неравенствами). Укажем на возникающие при этом трудности.

М. Г. Крейн предложил способ доказательства основного неравенства [146, стр. 19], существенно основывающийся на том, что все нули целой функции $a_1(\lambda)$ (или $a_1(\lambda)-2m$) действительны. Рассмотрим систему $dx/dt=\lambda \mathcal{J}_{2m} H(t)x$ положительного типа (см. стр. 55) и целую функцию $a_1(\lambda)\equiv\varrho_1(\lambda)+\cdots+\varrho_{2m}(\lambda)$. Известно [4], [5], что для любого λ $\varrho_1(\lambda),\ldots.\ \varrho_{2m}(\lambda)$ располагаются кососимметрично относительно единичной окружности, а при $\operatorname{Im}\lambda\neq 0$, имеем $|\varrho_\mu(\lambda)|\neq 1$, $(\mu=1,\ldots,2m)$ [115]. Нетрудно показать, что уравнения

$$\varrho_1(\lambda)+\cdots+\varrho_{2m}(\lambda)=0,\quad \varrho_1(\lambda)+\cdots+\varrho_{2m}(\lambda)=2m,\quad (\operatorname{Im}\lambda\neq 0),$$

не имеют решений в скалярном случае ($m=1$) и допускают бесчисленное множество невещественных корней при $m\geqslant 2$. Таким образом указанный способ доказательства основного неравенства не проходит для системы канонического вида выше второго порядка.

Обратимся теперь к ляпуновскому способу доказательства. ([13,], пп. 5 ... 10). Обозначая через $j_1,\ldots,j_i$ какие нибудь числа последовательности $1,\ldots,k+1$, положим вообще

$$\operatorname{sp}(\Omega-Q_{j_1}+Q_{j_i})(Q_{j_1}-Q_{j_2})(Q_{j_2}-Q_{j_3})\ldots(Q_{j_{i-1}}-Q_{j_i})=[j_1,\ldots,j_i].$$

Выражения (34.6) и (34.4) могут быть теперь записаны в виде

$$a_1^{(k)}=\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\ldots\int_0^{t_{k-1}}[1,\ldots,k]\,dt_k,\quad a_1^{(1)}=\int_0^\omega[k+1]\,dt_{k+1}. \tag{36.2}$$

Отсюда для произведения $a_1^{(k)}a_1^{(1)}$ имеем выражение

$$\int\ldots\int[1,\ldots,k]\,[k+1]\,dt_1\ldots dt_{k+1}.$$

Кратный интеграл $(k+1)$-го порядка распространен на все значения переменных $t_1,\ldots,t_{k+1}$, удовлетворяющие неравенствам $\omega>t_1>\ldots>t_k>0$, $\omega>t_{k+1}>0$. Этот интеграл равен сумме интегралов одинакового вида, которые получаются если предположить, что переменное t_{k+1} находится в одном из интервалов $(0,t_k)$, $(t_k,t_{k-1}),\ldots,(t_2,t_1),(t_1,\omega)$, т. е.

$$a_1^{(k)}a_1^{(1)}=\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\ldots\int_0^{t_k}[1,\ldots,k]\,[k+1]\,dt_{k+1}+$$

$$+\sum_{\varkappa=1}^{k}\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\ldots\int_0^{t_{k-1}}dt_k\int_{t_\varkappa}^{t_{\varkappa-1}}[1,\ldots,k]\,[k+1]\,dt_{k+1},\quad (t_0\equiv\omega).$$

Рассматривая один из интегралов под знаком суммы, произведем круговую перестановку обозначений переменных от $t_\varkappa$ до t_{k+1}. Будем иметь тогда для этого интеграла выражение

$$\int_0^\omega dt_1\int_0^{t_1}dt_2\ldots\int_0^{t_{\varkappa-2}}dt_{\varkappa-1}\int_0^{t_{\varkappa-1}}dt_{\varkappa+1}\int_0^{t_{\varkappa+1}}dt_{\varkappa+2}\ldots\int_0^{t_k}dt_{k+1}\int_{t_{\varkappa+1}}^{t_{\varkappa-1}}[1,\ldots,\varkappa-1,\varkappa+1,\ldots,k+1]\,[\varkappa]\,dt_\varkappa$$

и изменив порядок интегрирования, запишем его в виде

$$\int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_k} [1, \dots, \varkappa - 1, \varkappa + 1, \varkappa + 2, \dots, k + 1]\,[\varkappa]\, dt_{k+1}\,.$$

Таким образом, для рассматриваемого произведения будем иметь

$$a_1^{(k)}\, a_1^{(1)} = \int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_k} \sum_{\varkappa=1}^{k+1} [j_1, \dots, j_k]\,[\varkappa]\, dt_{k+1}\,,$$

где $j_1, \dots, j_k$ — числа последовательности $1, \dots, k+1$, за исключением числа $\varkappa$, расположенные в порядке возрастания. Для дальнейших преобразований суммы, являющейся подинтегральной функцией в предыдущей формуле, и для некоторых упрощений чисто формального вида вместо этой суммы рассмотрим ее отношение к выражению $[1, \dots, k + 1]$, положив

$$\sum_{\varkappa=1}^{k} [j_1, \dots, j_k]\,[\varkappa] / [1, \dots, k + 1] = s.$$

Тогда имеем

$$a_1^{(k)}\, a_1^{(1)} = \int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_k} [1, \dots, k + 1]\, s\, d^t{}_{k+1} \tag{36.3}$$

и выпишем развернутое выражение для s:

$$s = \frac{\operatorname{sp} \Omega}{\operatorname{sp}(\Omega - Q_1 + Q_{k+1})(Q_1 - Q_2) \dots (Q_k - Q_{k+1})} [\operatorname{sp}(\Omega - Q_2 + Q_{k+1})(Q_2 - Q_3) \dots (Q_k - Q_{k+1}) +$$

$$+ \operatorname{sp}(\Omega - Q_1 + Q_{k+1})(Q_1 - Q_3)(Q_3 - Q_4) \dots (Q_k - Q_{k+1}) + \dots +$$

$$+ \operatorname{sp}(\Omega - Q_1 + Q_{k+1})(Q_1 - Q_2) \dots (Q_{k-2} - Q_{k-1})(Q_{k-1} - Q_{k+1}) +$$

$$+ \operatorname{sp}(\Omega - Q_1 + Q_k)(Q_1 - Q_2) \dots (Q_{k-1} - Q_k)].$$

Теперь полезно обозначать $Q_1 - Q_2 = T_1$, $Q_2 - Q_3 = T_2, \dots, Q_k - Q_{k+1} = T_k$, $\Omega - Q_1 + Q_{k+1} = T_{k+1}$ и, воспользовавшись тем, что например, $\Omega - Q_2 + Q_{k+1} = T_1 + T_{k+1}$ и т.д. и инвариантностью следа произведения матриц относительно циклической перестановки сомножителей записать окончательно

$$s = \frac{2 \operatorname{sp} \Omega}{\operatorname{sp} T_1 \dots T_{k+1}} [\operatorname{sp} T_2 \dots T_{k+1} + \operatorname{sp} T_1 T_3 T_4 \dots T_{k+1} +$$

$$+ \operatorname{sp} T_1 \dots T_{k-1} T_{k+1} + \operatorname{sp} T_1 \dots T_k].$$

Поскольку

$$T_\varkappa = Q_\varkappa - Q_{\varkappa+1} = \int_{t_{\varkappa+1}}^{t_\varkappa} P(t)\, dt, \quad (\varkappa = 1, .., k+1;\ t_{k+2} \equiv t_1 - \omega),\ T_1 + \dots + T_{k+1} = \Omega$$

и интеграл (36.2) может рассматриваться для значений переменных $t_1, \dots, t_{k+1}$, удовлетворяющих неравенствам $\omega > t_1 > t_2 > \dots > t_{k+1} > 0$, то при условиях (36.1) заключаем, что $T_1, \dots, T_{k+1}$ суть матрицы, все элементы которых неотрицательны.

При $m = 1$, т. е. для скалярного уравнения, $d^2y / dt^2 + p(t)\, y = 0$, $(p(t) \geqslant 0$, $0 \leqslant t < \omega)$ имеем

$$s = 2\int_0^{\omega} p(t)\,dt\left[\frac{1}{T_1} + \cdots + \frac{1}{T_{k+1}}\right]$$

и, очевидно, наименьшее значение s при условиях

$$T_\varkappa = \int_{t_{\varkappa+1}}^{t_\varkappa} p(t)\,dt,\ (\varkappa = 1, \ldots, k+1;\ t_{k+2} \equiv t_1 - \omega),\ T_1 + \cdots + T_{k+1} = \int_0^{\omega} p(t)\,dt$$

достигается при $T_1 = \cdots = T_{k+1} = \dfrac{1}{k+1}\displaystyle\int_0^{\omega} p(t)\,dt$, что всегда может быть достигнуто разбиением интервала $(0, \omega)$ точками $t_1, \ldots, t_{k+1}$.

При $m \geqslant 2$, когда $\mathrm{T}_1, \ldots, \mathrm{T}_{k+1}$ — матрицы мы, вообще говоря, не можем разбить $(0, \omega)$ на $k+1$ частей так, чтобы $\mathrm{T}_1 = \cdots = \mathrm{T}_{k+1} = \Omega/(k+1)$.

Однако, расширяя постановку задачи, будем искать наименьшее значение s только при условиях: $\mathrm{T}_\varkappa = \| \tau_{ij}^{(\varkappa)} \|_1^m$, $(\varkappa = 1, \ldots, k+1)$, суть любые, действительные, симметрические матрицы порядка $m \times m$, все элементы которых неотрицательны и $\mathrm{T}_1 + \cdots + \mathrm{T}_{k+1} = \Omega = \| \omega_{ij} \|_1^m$. Пусть в добавление к условию (36.1) среди диагональных элементов матрицы $\mathrm{P}(t)$ по крайней мере один таков, что может обращаться в нуль лишь в конечном числе точек периода. Поэтому для матриц $\mathrm{T}_\varkappa$ будем предполагать, что найдется j_1, для которого $\tau_{j_1 j_1}^{(\varkappa)} > 0$, $(\varkappa = 1, \ldots, k+1)$.

Последнее условие будет гарантировать положительность знаменателя в выражении s.

Таким образом, s является функцией $(k+1)\,m(m+1)/2$ неотрицательных переменных $\tau_{ij}^{(\varkappa)}$, $(i \leqslant j;\ i, j = 1, \ldots, m;\ \varkappa = 1, \ldots, k+1)$, подчиненных $m(m+1)/2$ условиям

(А) $$\tau_{ij}^{(1)} + \cdots + \tau_{ij}^{(k+1)} = \omega_{ij},\quad (i, j = 1, \ldots, m;\quad i \leqslant j).$$

Экстремум функции s определяется по методу множителей Лагранжа рассмотрением функции

$$f\left(\tau_{11}^{(1)}, \ldots, \tau_{mm}^{(k+1)}\right) = s - \sum_{i,j} \lambda_{ij}\left(\tau_{ij}^{(1)} + \cdots + \tau_{ij}^{(k+1)} - \omega_{ij}\right)$$

в области

(Б) $0 < \tau_{j_1 j_1}^{(\varkappa)} \leqslant \omega_{j_1 j_1}$, $(\varkappa = 1, \ldots, k+1)$, $0 \leqslant \tau_{ij}^{(\varkappa)} \leqslant \omega_{ij}$, $(i \leqslant j;\ i, j = 1, \ldots, m;\ \varkappa = 1, \ldots, k+1)$.

Вычислим

$$\frac{\partial f}{\partial \tau_{ij}^{(\varkappa)}} = \frac{2\,\mathrm{sp}\,\Omega}{(\mathrm{sp}\,\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_{k+1})^2}\left\{\mathrm{sp}\,\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_{k+1}\,\frac{\partial}{\partial \tau_{ij}^{(\varkappa)}}\left[\mathrm{sp}\,\mathrm{T}_2 \ldots \mathrm{T}_{k+1} + \cdots + \mathrm{sp}\,\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_k\right] - \right.$$

$$\left. - \left[\mathrm{sp}\,\mathrm{T}_2 \ldots \mathrm{T}_{k+1} + \cdots + \mathrm{sp}\,\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_k\right]\frac{\partial}{\partial \tau_{ij}^{(\varkappa)}}\,\mathrm{sp}\,\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_{k+1}\right\} - \lambda_{ij}.$$

Так как след произведения матриц инвариантен относительно циклической перестановки сомножителей, то имеем при любом $\varkappa = 1, \ldots, k+1$

$$\operatorname{sp} T_1 \dots T_{k+1} = \operatorname{sp} T_\varkappa T_{\varkappa+1} \dots T_{k+1} T_1 \dots T_{\varkappa-1},\ \operatorname{sp} T_2 \dots T_{k+1} + \dots + \operatorname{sp} T_1 \dots T_k =$$

$$= \operatorname{sp} T_{\varkappa+1} \dots T_{k+1} T_1 \dots T_{\varkappa-1} + \operatorname{sp} T_\varkappa T_{\varkappa+2} \dots T_{k+1} T_1 \dots T_{\varkappa-1} + \dots +$$

$$+ \operatorname{sp} T_\varkappa \dots T_k T_1 \dots T_{\varkappa-1} + \operatorname{sp} T_\varkappa \dots T_{k+1} T_2 \dots T_{\varkappa-1} + \dots + \operatorname{sp} T_\varkappa \dots T_{k+1} T_1 \dots T_{\varkappa-2}.$$

Следовательно, все $\partial f/\partial \tau_{ij}^{(\varkappa)}$, $(\varkappa = 1, \dots, k+1)$, при фиксированных i,j выражаются одинаковым образом и в силу (А) будем иметь

$$\tau_{ij}^{(\varkappa)} = \omega_{ij}/(k+1), \quad (i,j = 1, \dots, m;\ \varkappa = 1, \dots, k+1), \text{ т.е. } T_\varkappa = \Omega/(k+1).$$

Отсюда находим для стационарного значения $s^* = 2(k+1)^2 \operatorname{sp} \Omega \operatorname{sp} \Omega^k / \operatorname{sp} \Omega^{k+1}$.

Покажем, что найденное единственное стационарное значение доставляет наименьшее значение s. Мы можем область (Б) заменить замкнутой, если первые неравенства запишем в виде $\delta \leqslant \tau_{j_1 j_1}^{(\varkappa)} \leqslant \omega_{j_1 j_1}$, где $\delta > 0$. При достаточно малом δ величина s может быть сделана сколь угодно большой, в этом можно убедиться, рассматривая случай (сводящийся к скалярному), когда все $\tau_{ij}^{(\varkappa)}$ равны нулю, кроме $\tau_{j_1 j_1}^{(\varkappa)}$, $(\varkappa = 1, \dots, k+1)$. Поскольку непрерывная функция в замкнутой области принимает наименьшее значение, то, следовательно, при условия (Б), а тем более и для исходной величины s, справедливо неравенство $s \geqslant s^*$.

Если мы обозначим через $\omega_1, \dots, \omega_m$ собственные числа симметрической матрицы Ω, то $\operatorname{sp} \Omega \operatorname{sp} \Omega^k / \operatorname{sp} \Omega^{k+1} = (\omega_1 + \dots + \omega_m)(\omega_1^k + \dots + \omega_m^k)/(\omega_1^{k+1} + \dots + \omega_m^{k+1})$.

Предложим теперь, что [15])

$$\omega_\mu \geqslant 0, \quad (\mu = 1, \dots, m), \tag{36.4}$$

тогда $(\omega_1 + \dots + \omega_m)(\omega_1^k + \dots + \omega_m^k)/(\omega_1^{k+1} + \dots + \omega_m^{k+1}) \geqslant 1$ и, стало быть, $s \geqslant 2(k+1)^2$ Обращаясь к равенству (36.3) и замечая, что в силу (36.2), имеем

$$a_1^{(k+1)} = \int_0^{\omega} dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_k} [1, \dots, k+1]\, dt_{k+1}$$

приходим к неравенству $a_1^{(k)} a_1^{(1)} > 2(k+1)^2 a_1^{(k+1)}$.

Заменяя $k+1$ на k, запишем последнее неравенство в виде

$$a_1^{(k)} < a_1^{(1)} a_1^{(k-1)}/(2k^2), \quad (k \leqslant 2). \tag{36.5}$$

При $m = 1$ неравенство (36.5) обращается [16]) в неравенство (26) Ляпунова [13].

Перейдем теперь к выводу тех критериев неустойчивости тривиального решения системы (34.1) при условиях (36.1) и (36.4), в которых фигурируют только три первых члена ряда (34.2). Из неравенства (36.5) следует, что если $a_1^{(1)} \leqslant 2k^2$, то непременно будем иметь $a_1^{(k-1)} > a_1^{(k)} > a_1^{(k+1)} > \dots$, $(k \geqslant 2)$.

1. Если $a_1^{(1)} \leqslant 2 \cdot 4^2 = 32$, то $a_1^{(3)} > a_1^{(4)} > \dots$ и, следовательно, $a_1 < 2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}$. При $2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} \leqslant -2m$ будем иметь $a_1 < -2m$. Таким образом, (см. (31.5)), неравенства

$$a_1^{(1)} \leqslant 32, \quad a_1^{(2)} \leqslant a_1^{(1)} - 4m \tag{36.6}$$

---

[15]) К условиям (36.1) добавляется, таким образом, условие, что матрица Ω неотрицательна в смысле квадратичной формы.

[16]) При $m = 1$, $a_1 = 2A$ в обозначениях Ляпунова.

определяют первую область неустойчивости в пространстве параметров системы. Поскольку правая часть последнего неравенства должна быть положительна, то при $m \geqslant 8$ указанная область является заведомо пустой.

2. Если $a_1^{(1)} \leqslant 50$, то $a_1^{(4)} > a_1^{(5)} > \cdots$ и, следовательно, $a_1 > 2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}$. При $2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} \geqslant 2m$ будем иметь $a_1 > 2m$ и поэтому (см. (31.4)) неравенства

$$a_1^{(1)} \leqslant 50, \quad a_1^{(2)} \geqslant a_1^{(1)} + a_1^{(3)} \tag{36.7}$$

определяют вторую область неустойчивости.

Покажем, что можно извлечь из рассмотрения коэффициента a_2. По формуле (33.7) имеем $a_1 = [2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots]^2/2 - m + a_1^{(1)}(2\omega)/2 - a_1^{(2)}(2\omega)/2 + \cdots$ и при этом в силу первой формулы (34.7) $a_1^{(1)}(2\omega) = 4a_1^{(1)}$.

3. Если $a_1^{(1)}(2\omega) \leqslant 50$, (т.е. $a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5$), то $a_1^{(4)}(2\omega) > a_1^{(5)}(2\omega) > \cdots$ и $a_1^{(2)} > a_1^{(3)} > \cdots$, а следовательно $2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots < 2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}$. Для того чтобы возвести последнее неравенство в квадрат, мы должны иметь $-[2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}] < 2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$, а для этого достаточно потребовать, чтобы $a_1^{(3)} \leqslant 4m - 2a_1^{(1)} + 2a_1^{(2)}$.

Тогда $a_2 < [2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}]^2/2 - m + 2a_1^{(1)} - a_1^{(2)}(2\omega)/2 + a_1^{(3)}(2\omega)/2$ и если

$$[2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}]^2/2 - m + 2a_1^{(1)} - a_1^{(2)}(2\omega)/2 + a_1^{(3)}(2\omega)/2 \leqslant -m + 1 - (-1)^m,$$

то будем иметь $a_2 < -m + 1 - (-1)^m$. Учитывая (31.6), получим, что выполнение неравенств

$$\begin{gathered} a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5\,; \quad a_1^{(3)} \leqslant 4m - 2a_1^{(1)} + 2a_1^{(2)}, \\ a_1^{(3)}(2\omega) \leqslant 2 - (-1)^m 2 - [2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}]^2 - 4a_1^{(1)} + a_1^{(2)}(2\omega) \end{gathered} \tag{36.8}$$

гарантирует неустойчивость тривиального решения системы (34.1) при условиях (36.1) и (36.4).

4. Если $a_1^{(1)}(2\omega) \leqslant 32$, (т.е. $a_1^{(1)} \leqslant 8$), то $a_1^{(3)}(2\omega) > a_1^{(4)}(2\omega) > \cdots$ и $a_1^{(1)} > a_1^{(2)} > \cdots$, а следовательно, $2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} < 2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$ При $a_1^{(2)} \geqslant -2m + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}$ левая часть последнего неравенства неотрицательна и мы можем возвести его в квадрат. Тогда из выражения для a_2 имеем

$$[2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}]^2/2 - m + 2a_1^{(1)} - a_1^{(2)}(2\omega)/2 < a_2$$

и если $C_{2m}^2 \leqslant [2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}]^2/2 - m + 2a_1^{(1)} - a_1^{(2)}(2\omega)/2$, то и подавно $C_{2m}^2 < a_2$. Учитывая (31.4), получим, что при условиях (36.1), (36.4) и

$$\begin{gathered} a_1^{(1)} \leqslant 8, \quad a_1^{(2)} \geqslant -2m + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}, \\ a_1^{(2)}(2\omega) \leqslant -4m^2 + 4a_1^{(1)} + [2m - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}]^2, \end{gathered} \tag{36.9}$$

тривиальное решение системы (34.1) неустойчиво.

§ 37. Отдельно рассмотрим систему (34.1) четвертого порядка ($m = 2$) при условиях (36.1) и (36.4). В этом случае (см. (31.3) и рис. 10) для неустойчивости тривиального решения достаточно выполнение одного их трех неравенств: $2 + a_1^2/4 - a_2 < 0$, $2 + 2a_1 + a_2 < 0$, $2 - 2a_1 + a_2 < 0$, которые, используя (33.7), запишем в виде $0 < -8 + a_1^2 - 2a_1(2\omega)$, $(a_1 \pm 2)^2 - a_1(2\omega) < 0$.

1. Начнем с первого из неравенств:

$$0 < \left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots\right]^2 - 16 + 2a_1^{(1)}(2\omega) - 2a_1^{(2)}(2\omega) + \cdots \tag{37.1}$$

Если $a_1^{(1)}(2\omega) \leqslant 32$, (т.е. $a_1^{(1)} \leqslant 8$), то $a_1^{(3)}(2\omega) > a_1^{(4)}(2\omega) > \cdots$ и $4 - a_1^{(1)} < 4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$ При $a_1^{(1)} \leqslant 4$ последнее неравенство можно возводить в квадрат и поэтому $\left[4 - a_1^{(1)}\right]^2 - 16 + 2a_1^{(1)}(2\omega) - 2a_1^{(2)}(2\omega)$ меньше правой части неравенства (37.1). Неравенство (37.1) будет выполнено, если $0 \leqslant \left[4 - a_1^{(1)}\right]^2 - 16 + 8a_1^{(1)} - 2a_1^{(2)}(2\omega)$. Таким образом, неравенства

$$a_1^{(1)} \leqslant 4, \quad a_1^{(2)}(2\omega) \leqslant (a_1^{(1)})^2/2 \tag{37.2}$$

гарантируют неустойчивость тривиального решения рассматриваемой системы.

Более полный результат доставит оценка: $4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} < 4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$, которая в конечном счете заменит неравенства (37.2) неравенствами

$$a_1^{(1)} \leqslant 8, \quad a_1^{(2)} \geqslant -4 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}, \quad a_1^{(2)}(2\omega) \leqslant -8 + 4a_1^{(1)} + \left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}\right]^2/2. \tag{37.3}$$

2. Рассмотрим второе из исходных неравенств

$$\left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots\right]^2 - 4 + a_1^{(1)}(2\omega) - a_1^{(2)}(2\omega) + \cdots < 0. \tag{37.4}$$

Если $a_1^{(1)}(2\omega) \leqslant 50$, (т.е. $a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5$), то $a_1^{(4)}(2\omega) > a_1^{(5)}(2\omega) > \cdots$ и $6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots < 6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}$. Для того, чтобы возвести последнее неравенство в квадрат, мы должны иметь $-\left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right] < 6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$, а для этого достаточно потребовать, чтобы $a_1^{(2)} \geqslant -6 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}$. Тогда левая часть неравенства (37.4) меньше чем $\left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right]^2 - 4 + a_1^{(1)}(2\omega) - a_1^{(2)}(2\omega) + a_1^{(3)}(2\omega)$. Неравенство (37.4) будет выполнено, если выражение неположительно, следовательно при выполнении неравенств

$$a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5, \quad a_1^{(2)} \geqslant -6 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}/2,$$
$$a_1^{(3)}(2\omega) \leqslant 4 - 4a_1^{(1)} - \left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right]^2 + a_1^{(2)}(2\omega), \tag{37.5}$$

тривиальное решение рассматриваемой системы неустойчиво.

3. Для последнего из исходных неравенств

$$\left[2 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots\right]^2 - 4 + a_1^{(1)}(2\omega) - a_1^{(2)}(2\omega) + \cdots < 0,$$

анализ аналогичен предыдущему. Мы получим условия неустойчивости в виде

$$a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5, \quad a_1^{(2)} \geqslant -2 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}/2,$$
$$a_1^{(2)}(2\omega) \geqslant -4 + 4a_1^{(1)} + \left[2 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right]^2 + a_1^{(3)}(2\omega). \tag{37.6}$$

4. Для устойчивости тривиального решения рассматриваемой системы необходимо и достаточно (без учета границы) одновременное выполнение трех неравенств $-8 + a_1^2 - 2a_1(2\omega) < 0$, $0 < (a_1 + 2)^2 - a_1(2\omega)$, $0 < (a_1 - 2)^2 - a_1(2\omega)$.

Начнем с первого из неравенств:

$$\left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots\right]^2 - 16 + 2a_1^{(1)}(2\omega) - 2a_1^{(2)}(2\omega) + \cdots < 0. \tag{37.7}$$

Если $a_1^{(1)}(2\omega) \leqslant 50$, (т.е. $a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5$), то $a_1^{(4)}(2\omega) > a_1^{(5)}(2\omega) > \ldots$ и $4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots < 4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}$. Для того, чтобы возвести последнее неравенство в квадрат, мы должны иметь $-\left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right] < 4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$, а для этого достаточно потребовать, чтобы $a_1^{(2)} \geqslant -4 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}/2$. Тогда левая часть неравенства (37.7) меньше чем $\left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right]^2 - 16 + 2a_1^{(1)}(2\omega) - 2a_1^{(2)}(2\omega) + 2a_1^{(3)}(2\omega)$. Неравенство (37.7) будет выполнено, если последнее выражение неположительно. Таким образом, мы получаем три условия для осуществления неравенста (37.7):

$$a_1^{(1)} \leqslant 12{,}5, \quad a_1^{(2)} \geqslant -4 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}/2. \tag{37.8}$$
$$a_1^{(2)}(2\omega) \geqslant -8 + 4a_1^{(1)} + \left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right]^2/2 + a_1^{(3)}(2\omega).$$

Второе из исходных неравенств запишем в виде

$$0 < \left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots\right]^2 - 4 + a_1^{(1)}(2\omega) - a_1^{(2)}(2\omega) + \cdots \tag{37.9}$$

Если $a_1^{(1)}(2\omega) \leqslant 32$, (т.е. $a_1^{(1)} \leqslant 8$), то $a_1^{(3)}(2\omega) > a_1^{(4)}(2\omega) > \cdots$ и $6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} < 6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)} + \cdots$ и $a_1^{(2)} \geqslant -6 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}$ последнее неравенство можно возводить в квадрат и поэтому $\left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}\right]^2 - 4 + a_1^{(1)}(2\omega) - a_1^{(2)}(2\omega)$ меньше правой части неравенства (37.9). Неравенство (37.9) будет выполнено, если последнее выражение неотрицательно и три условия осуществления неравенства (37.8) запишутся в виде:

$$a_1^{(1)} \leqslant 8, \; a_1^{(2)} \geqslant -6 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}, \; a_1^{(2)}(2\omega) \leqslant -4 + 4a_1^{(1)} + \left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}\right]^2. \tag{37.10}$$

Аналогично получатся три условия для осуществления последнего из исходных неравенств:

$$a_1^{(1)} \leqslant 8, \quad a_1^{(2)} \geqslant -2 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)}, \; a_1^{(2)}(2\omega) \leqslant -4 + 4a_1^{(1)} + \left[2 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}\right]^2. \tag{37.11}$$

Объединяя (37.8), (37.10) и (37.11), получим критерий устойчивости рассматриваемой системы в виде:

$$a_1^{(1)} \leqslant 8, \; a_1^{(2)} \geqslant -2 + a_1^{(1)} + a_1^{(3)},$$
$$-8 + 4a_1^{(1)} + \left[4 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)}\right]^2/2 + a_1^{(3)}2(\omega) \leqslant a_1^{(2)}(2\omega) \leqslant \begin{cases} -4 + 4a_1^{(1)} + \left[6 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}\right]^2, \\ -4 + 4a_1^{(1)} + \left[2 - a_1^{(1)} + a_1^{(2)} - a_1^{(3)}\right]^2. \end{cases} \tag{37.12}$$

Рассматриваемая нами система может быть записана в виде

$$\frac{d^2y}{dt^2} + P(t)y = 0, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad P(t) = P_{cp} + \ddot{\theta}(t) = \begin{Vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} \ddot{\vartheta}_{11}(t) & \ddot{\vartheta}_{12}(t) \\ \ddot{\vartheta}_{12}(t) & \ddot{\vartheta}_{22}(t) \end{Vmatrix}, \tag{37.13}$$

где $\vartheta_{ij}(t)$ — периодические функции t с периодом 2π и с нулевыми средними значениями, $(i, j = 1,2)$. Условие (36.1) означает, что $\alpha_{ij} + \ddot{\vartheta}_{ij}(t) \geqslant 0$, $(i, j = 1, 2; \; 0 \leqslant t < 2\pi)$, а условие (6.4) сводится к условию $\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2 \geqslant 0$.

Вычислим первые два члена ряда (34.2) по формулам (34.7):

$$a_1^{(1)} = 4\pi^2(\alpha_{11} + \alpha_{22}), \; a_1^{(2)} = 4\pi^2\left[\pi^2(\alpha_{11}^2 + 2\alpha_{12}^2 + \alpha_{22}^2)/3 - (\dot{\vartheta}_{11}^2 + 2\dot{\vartheta}_{12}^2 + \dot{\vartheta}_{22}^2)_{cp}\right].$$

Неравенства (36.6) запишутся в виде

$$a_{11}+a_{22}\leqslant 8/\pi^2,\ (\dot{\vartheta}_{11}^2+2\dot{\vartheta}_{12}^2+\dot{\vartheta}_{22}^2)_{\text{ср}}\geqslant 2/\pi^2-(a_{11}+a_{22})+\pi^2(a_{11}^2+2a_{12}^2+a_{22}^2)/3,$$

а неравенства (37.2) — в виде

$$a_{11}+a_{22}\leqslant 1/\pi^2,\ (\dot{\vartheta}_{11}^2+2\dot{\vartheta}_{12}^2+\dot{\vartheta}_{22}^2)_{\text{ср}}\geqslant 4\pi^2(a_{11}^2+2a_{12}^2+a_{22}^2)/3-\pi^2(a_{11}+a_{22})^2/2.$$

Вычислив $a_1^{(3)}$ по последней формуле (34.7), можно применить критерии неустойчивости (36.7), (36.8), (36.9), (37.3), (37.5) и (37.6) и получить более полные суждения об областях неустойчивости в пространстве параметров системы (37.13). Кроме того, можно применить критерий устойчивости (37.12).

§ 38. Предположим теперь, что элементы матрицы-функции $\mathbf{P}(t)$ суть произвольные действительные кусочно-непрерывные периодические функции периода ω. В. А. Якубович [114] предложил распространение метода Ляпунова определения ограниченности решений скалярного уравнения $d^2y/dt^2+p(t)\,y=0$, $p(t+\omega)=p(t)$, на случай знакопеременной функции $p(t)$. Используем способ В. А. Якубовича для системы (34.1).

Пусть $\mathbf{C}$ — постоянная матрица с неотрицательными элементами, $\mathbf{C}=\|c_{ij}\|_1^m$, $c_{ij}\geqslant 0$, $(i,j,\ldots,m)$, выбранная таким образом, что все элементы матрицы-функции $\mathbf{R}(t)=\mathbf{P}(t)+\mathbf{C}$ неотрицательны, т. е. $r_{ij}(t)\equiv p_{ij}(t)+c_{ij}\geqslant 0$, $(i,\ j=1,\ldots,m;\ 0\leqslant t<\omega)$.

Рассмотрим систему

$$d^2y/dt^2-\mathbf{C}y+\varepsilon\,\mathbf{R}(t)\,y=0. \tag{38.1}$$

Система (34.1) получается из системы (38.1) при $\varepsilon=1$ и может быть записана в виде

$$\frac{dx}{dt}=\begin{pmatrix}0 & \mathbf{I}_m\\ \mathbf{C} & 0\end{pmatrix}x-\begin{pmatrix}0 & 0\\ \mathbf{R}(t) & 0\end{pmatrix}x,\ \left(x=y+\frac{dy}{dt}\right). \tag{34.1}$$

Очевидно, фундаментальная матрица системы (34.1) $\mathbf{X}(t)$, $(\mathbf{X}(0)=\mathbf{I}_{2m})$ может быть представлена в виде

$$\mathbf{X}(t)=\begin{pmatrix}\Phi(t) & \Psi(t)\\ \dot{\Phi}(t) & \dot{\Psi}(t)\end{pmatrix},$$

где $\Phi(t)$ и $\Psi(t)$ фундаментальные матрицы, составленные из столбцов-решений (верхний индекс — номер решения) системы (38.1) при $\varepsilon=1$

$$\Phi(t)=\left\|\begin{matrix}y_1^{(1)}\ldots y_1^{(m)}\\ \ldots\ldots\ldots\\ y_m^{(1)}\ldots y_m^{(m)}\end{matrix}\right\|,\quad \Psi(t)=\left\|\begin{matrix}y_1^{(m+1)}\ldots y_1^{(2m)}\\ \ldots\ldots\ldots\\ y_m^{(m+1)}\ldots y_m^{(2m)}\end{matrix}\right\|,$$

удовлетворяющие начальным условиям $\Phi(0)=\mathbf{I}_m$, $\dot{\Phi}(0)=0$; $\Psi(0)=0$, $\dot{\Psi}(0)=\mathbf{I}_m$.

Будем искать фундаментальные матрицы системы (38.1) $\Phi(t;\varepsilon)$ и $\Psi(t;\varepsilon)$ в виде рядов

$$\Phi(t;\varepsilon)=\Phi_0(t)+\varepsilon\Phi_1(t)+\varepsilon^2\Phi_2(t)+\cdots;\ \Phi_0(0)=\mathbf{I}_m,\ \dot{\Phi}_0(\ )=0;\ \Phi_k(0)=\dot{\Phi}_k(0)=0,$$

$$\Psi(t;\varepsilon)=\Psi_0(t)+\varepsilon\Psi_1(t)+\varepsilon^2\Psi_2(t)+\cdots;\ \Psi_0(0)=0,\ \dot{\Psi}_0(0)=\mathbf{I}_m,\ \Psi_k(0)=\dot{\Psi}_k(0)=0,$$

$(k=1,2,\ldots)$. Подставляя в (34.1) и приравнивая члены при одинаковых степенях ε, получим последовательность матричных дифференциальных уравнений

$$d^2\Phi_0/dt^2-\mathbf{C}\Phi_0=0,\ d^2\Phi_k/dt^2-\mathbf{C}\Phi_k=-\mathbf{R}(t)\Phi_{k-1}(t),\ (k=1,2,\ldots)$$

и аналогично для Ψ_0 и Ψ_k. Интегрируя при указанных начальных условиях, будем иметь (см., например, [95] гл. V)

$$\Phi_0(t)=\operatorname{ch}\sqrt{C}\,t=I_m+t^2C/2!+t^4C^2/4!+\cdots,\quad \dot\Phi_0(t)=\sqrt{C}\operatorname{sh}\sqrt{C}\,t,$$

$$\Psi_0(t)=(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}\,t=tI_m+t^3C/3!+t^5C^2/5!+\cdots,\quad \dot\Psi_0(t)=\operatorname{ch}\sqrt{C}\,t,$$

$$\Phi_k(t)=-\int_0^t(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}(t-t_1)R(t_1)\Phi_{k-1}(t_1)\,dt_1,$$

(38.2)

$$\dot\Phi_k(t)=-\int_0^t\operatorname{ch}\sqrt{C}(t-t_1)R(t_1)\Phi_{k-1}(t_1)dt_1,\quad \Psi_k(t)=-\int_0^t(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}(t-t_1)R(t_1)\Psi_{k-1}(t_1)dt_1,$$

$$\dot\Psi_k(t)=-\int_0^t\operatorname{ch}\sqrt{C}(t-t_1)R(t_1)\Psi_{k-1}(t_1)\,dt_1.$$

Главные диагональные ящики матрицы $X(\omega)$ представимы в виде матричных рядов $\Phi(\omega)=\Phi(\omega;1)=\Phi_0(\omega)+\Phi_1(\omega)+\Phi_2(\omega)+\cdots$, $\dot\Psi(\omega)=\dot\Psi(\omega;1)=\dot\Psi_0(\omega)+\dot\Psi_1(\omega)+\dot\Psi_2(\omega)+\cdots$.

Интересующий нас первый коэффициент характеристичного уравнения (31.2) $a_1=\operatorname{sp}X(\omega)=\operatorname{sp}[\Phi(\omega)+\dot\Psi(\omega)]$ представим в виде

$$a_1=a_1^{(0)}-a_1^{(1)}+a_1^{(2)}-\cdots+(-1)^k a_1^{(k)}+\cdots, \tag{38.3}$$

где

$$a_1^{(k)}=(-1)^k\operatorname{sp}[\Phi_k(\omega)+\dot\Psi_k(\omega)].$$

Из формул (38.2) очевидно, что $a_1^{(k)}>0$, $(k=0,1,2,\ldots)$ и, следовательно, ряд (38.3) знакопеременный. Выпишем выражения для первых членов ряда (38.3)

$$a_1^{(0)}=2\operatorname{sp}\operatorname{ch}\sqrt{C}\,\omega,$$

$$a_1^{(1)}=\operatorname{sp}\int_0^\omega\left[(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}(\omega-t_1)R(t_1)\operatorname{ch}\sqrt{C}\,t_1+\operatorname{ch}\sqrt{C}(\omega-t_1)R(t_1)(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}\,t_1\right]dt_1, \tag{38.4}$$

$$a_1^{(2)}=\operatorname{sp}\left[\int_0^\omega(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}(\omega-t_1)R(t_1)\,dt_1\int_0^{t_1}(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}(t_1-t_2)R(t_2)\operatorname{ch}\sqrt{C}\,t_2\,dt_2+\right.$$

$$\left.+\int_0^\omega\operatorname{ch}\sqrt{C}(\omega-t_1)R(t_1)\,dt_1\int_0^{t_1}(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}(t_1-t_2)R(t_2)(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}\,t_2\,dt_2\right].$$

Используя циклическую перестановку сомножителей для следа произведения матриц и перестановочность матриц [17] $(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}\,\tau_1$ и $\operatorname{ch}\sqrt{C}\,\tau_2$, запишем выражение для $a_1^{(1)}$ в виде

---

[17] Матрица C может быть и особенной ($\det C=0$), ибо мы не рассматриваем отдельно матрицы $(\sqrt{C})^{-1}$, а рассматриваем матрицу $(\sqrt{C})^{-1}\operatorname{sh}\sqrt{C}\,\tau$, представимую выписанным рядом.

$$a_1^{(1)} = \mathrm{sp}\int_0^{\omega}\left[(\sqrt{C})^{-1}\,\mathrm{sh}\sqrt{C}\,(\omega - t_1)\,\mathrm{ch}\,\sqrt{C}\,t_1 + (\sqrt{C})^{-1}\mathrm{sh}\sqrt{C}\,t_1\mathrm{ch}\sqrt{C}\,(\omega - t_1)\right]R(t_1)\,dt_1 =$$

(38.5)

$$= \mathrm{sp}\left[(\sqrt{C})^{-1}\,\mathrm{sh}\,\sqrt{C}\,\omega\int_0^{\omega}R(t)\,dt\right].$$

Опуская выкладки, выпишем формулы для $a_1^{(2)}$ и $a_1^{(k)}$

$$a_1^{(2)} = \mathrm{sp}\int_0^{\omega}dt_1\int_0^{t_1}(\sqrt{C})^{-1}\,\mathrm{sh}\,\sqrt{C}\,(\omega - t_1 + t_2)\,R(t_1)\,(\sqrt{C})^{-1}\,\mathrm{sh}\,\sqrt{C}\,(t_1 - t_2)\,R(t_2)dt_2\,, \tag{38.6}$$

$$a_1^{(k)} = \mathrm{sp}\int_0^{\omega}dt_1\int_0^{t_1}dt_2\cdots\int_0^{t_{k-1}}(\sqrt{C})^{-1}\mathrm{sh}\sqrt{C}(\omega - t_1 + t_k)R(t_1)\,(\sqrt{C})^{-1}\mathrm{sh}\sqrt{C}(t_1 - t_2)R(t_2)\times$$

(38.7)

$$\times\,(\sqrt{C})^{-1}\,\mathrm{sh}\,\sqrt{C}\,(t_2 - t_3)\,R(t_3)\ldots(\sqrt{C})^{-1}\,\mathrm{sh}\,\sqrt{C}\,(t_{k+1} - t_k)\,R(t_k)\,dt_k\,.$$

Формулы (38.4) и (38.6) аналогичны формулам статьи ([114], стр. 708); формула (38.7) в пределе при $C \to 0$ обращается в формулу (34.5).

Нам не удалось доказать основные неравенства для членов ряда (38.3). Способ доказательства М. Г. Крейна проходит лишь в скалярном случае ($m=1$, см. [114]) по причине, указанной в начале § **36**. Способ доказательства Ляпунова не удалось провести из-за того, что не удалось получить аналог формулы (34.6).

В скалярном случае можно провести ляпуновский способ доказательства, исходя из формулы (38.7) и действуя аналогично § **35**. Основное неравенство при $m = 1$ получается в виде

$$a_1^{(k)} < \frac{1}{2k\,\mathrm{sh}\,c\,\omega}\,a_1^{(1)}\mathrm{th}\,\frac{c\omega}{k}\,a_1^{(k-1)}, \quad (k \geqslant 2)\,. \tag{38.8}$$

При $c \geqslant 0$ имеем $\dfrac{1}{\mathrm{sh}c\,\omega}\,\mathrm{th}\,\dfrac{c\omega}{k} \leqslant \dfrac{1}{k}$ и в пределе при $c \to 0$ неравенство (38.8) обращается в неравенство (26) Ляпунова [13]. Неравенство (38.8) окажется полезным при анализе устойчивости по способу В. А. Якубовича [114].

§ **39.** Рассмотрим в качестве примера систему (34.1) 4-го порядка

$$\frac{d^2y}{dt^2} + P(t)\,y = 0,\ y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},\ P(t) = \mu\begin{Vmatrix} \alpha + \cos t & \sin t \\ \sin t & \alpha - \cos t \end{Vmatrix}. \tag{39.1}$$

Поскольку система (39.1) не изменяется при замене (μ, α, t) на $(-\mu, -\alpha, t+\pi)$, то будем считать, что $\mu > 0$. Этот пример интересен тем, что для него можно определить истинные области устойчивости. Выполнив ортогональную подстановку

$$y = S(t)\,z,\ z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix},\ S(t) = \begin{Vmatrix} \cos\frac{1}{2}t & \sin\frac{1}{2}t \\ \sin\frac{1}{2}t & -\cos\frac{1}{2}t \end{Vmatrix}$$

получим систему $S\,d^2z/dt^2 + 2\dot{S}\,dz/dt - Sz/4 + PSz = 0$.

Умножая слева на S^{-1} и замечая, что

$$S^{-1} \equiv S,\ 2S\dot{S} = J_2 = \left\| \begin{matrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{matrix} \right\|,\ SPS = \mu \left\| \begin{matrix} \alpha+1 & 0 \\ 0 & \alpha-1 \end{matrix} \right\|,$$

будем иметь систему с постоянными коэффициентами

$$d^2 z/dt^2 + J_2\, dz/dt - I_2 z/4 + SPSz = 0. \tag{39.2}$$

Составим для нее характеристическое уравнение

$$\left\| \begin{matrix} \lambda^2 - \mu(\alpha+1) - 1/4 & -\lambda \\ -\lambda & \lambda^2 + \mu(\alpha-1) - 1/4 \end{matrix} \right\| = 0,$$

или в развернутом виде:

$$\lambda^4 + 2(\mu\alpha + 1/4)\lambda^2 + \mu^2(\alpha^2-1) - \mu\alpha_2/2 + 1/16 = 0,$$

откуда имеем $\lambda^2 = -(\mu\alpha + 1/4) \mp \sqrt{\mu^2+\mu\alpha}$.

Условия ограниченности решения системы (39.2), (действительности и отрицательности λ^2), а следовательно достаточные и необходимые (исключая, быть может, границу) условия устойчивости тривиального решения системы (39.1) суть

$$\mu + \alpha > 0,\ \mu\alpha + 1/4 > 0,\ \mu^2(\alpha^2-1) - \mu\alpha/2 + 1/16 > 0.$$

Области устойчивости в полуплоскости $\mu\alpha$, $(\mu > 0)$, заштрихованы на рис. 12.

Вычислим три первых члена ряда (34.2) по формулам (34.7). Получим

$$a_1 = 4 - 8\pi^2\alpha\mu + 8\pi^2(\pi^2\alpha^2/3 - 1)\mu^2 -$$

$$- 16\pi^2\alpha(\pi^4\alpha^2/45 - \pi^2/3 + 2)\mu^3 + \cdots.$$

Если ограничиться для a_1 членами до μ^3 включительно, то достаточное условие неустойчивости $a_1 > 4$ запишется в виде

$$2\alpha[(\pi^2/3 - 2) - \pi^2\alpha^2/45]\mu^2 - (1 - \pi^2\alpha^2/3)\mu - \alpha > 0$$

и при малых μ будет выполнено только при $\alpha < 0$ и для $\mu < -\alpha - 0{,}709\alpha^3$.

Впрочем, если вычислить a_2 по формуле (33.7)

$$a_2 = 6 - 16\pi^2\alpha\mu + 16\pi^2(4\pi^2\alpha^2/3 - 1)\mu^2 -$$

$$- 32\pi^2\alpha(16\pi^4\alpha^2/45 + 2 - 4\pi^2/3)\mu^3 + \cdots,$$

то достаточное условие неустойчивости $a_2 > 6$ запишется в виде

$$-2\alpha\left[(4\pi^2/3 - 2) - 16\pi^4\alpha^2/45\right] +$$

$$+ (1 - 4\pi^2\alpha^2/3)\mu + \alpha < 0.$$

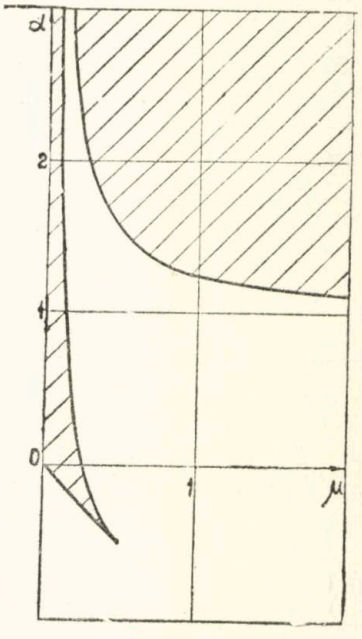


Рис. 12

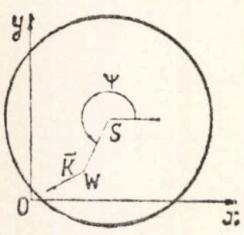
При малых μ оно выполнено опять-таки только при $\alpha < 0$ и для $\mu < -\alpha + 9{,}18\alpha^3$, что более согласуется с рис. 12.

§ 40. В качестве второго примера рассмотрим горизонтально расположенный гибкий вал (абсолютно жесткий на кручение) с закрепленным на нем, в середине между опорными подшипниками, тяжелым маховиком. При изгибе вала плоскость симметрии ортогонально насаженного маховика будет неизменна. В этой плоскости выберем неподвижную систему координат Oxy с началом в точке O следа неизогнутой оси вала и горизонтально расположенной осью Ox. Пусть $S(x_s, y_s)$ — центр тяжести шкива, W — точка насадки шкива, угол $\psi = \measuredangle(Ox, SW)$, эксцентриситет $SW = e$, m и k — масса и радиус инерции шкива; $K = \alpha \cdot OW$ — упругая сила от изгиба вала (см. рис. 13). Мы будем предполагать угловую скорость ω_0 вращения вала меньше критической угловой скорости $\omega_k = \sqrt{\alpha/m}$ и постоянной. Последнее будет иметь место, если внешний крутящий момент полностью снимается моментами сопротивлений. Остается добавить, что, например, при беспрепятственном изменении угла наклона вала в подшипниках $\alpha = 48EJ/(2l)^3$, где J — экваториальный момент инерции вала, E — модуль упругости и $2l$ — длина вала.

Напишем уравнения движения центра тяжести маховика и уравнение вращения вокруг центра тяжести

$$m\ddot{x}_s = -\alpha(x_s + e\cos\psi),\quad m\ddot{y}_s = -\alpha(y_s + e\sin\psi) - mg, \tag{40.1}$$
$$mk^2\ddot{\psi} = \alpha e(x_s\sin\psi - y_s\cos\psi).$$

Вводя безразмерные переменные $x_1 = x_s/k$, $x_2 = (y_s + g/\omega_k^2)/k$ и безразмерное время $\tau = \omega_k t$, запишем уравнения движения в виде



$$x_1'' + x_1 + \varepsilon\cos\psi = 0,\quad x_2'' + x_2 + \varepsilon\sin\psi = 0, \tag{40.2}$$
$$\psi'' - \varepsilon x_1\sin\psi + \varepsilon x_2\cos\psi = \varepsilon\delta\cos\psi,$$

где входят два безразмерных параметра $\varepsilon = e/k$, $\delta = g/(k\omega_k^2)$, а штрих означает дифференцирование по τ.

Стодола [18] указал частное решение уравнений движения тяжелого маховика, которое в наших обозначениях запишется для системы (40.2) в виде

$$x_1^{(0)}(\tau) = \frac{4}{3}\varepsilon\cos\frac{\tau}{2} - \delta\sin\tau,$$
$$x_2^{(0)}(\tau) = \frac{4}{3}\varepsilon\sin\frac{\tau}{2} + \delta\cos\tau,\ \psi^{(0)}(\tau) = \pi + \frac{\tau}{2}. \tag{40.3}$$

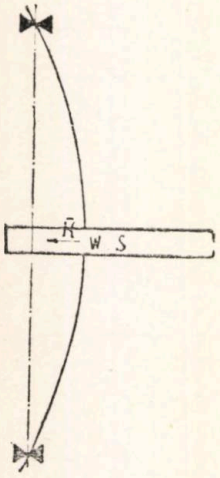


Рис. 13

Существенно, что частное решение такого типа существует только при единственной угловой скорости вращения вала, именно равной половине критической. Траектория для центра тяжести S есть Паскалева улитка, форма которой зависит от параметров ε и δ.

Стодола обратил внимание на усиленное возмущение движения, появляющееся вблизи этой угловой скорости. Стодола высказал предположение, объясняющее это явление тем, что возмущенное движение для движения (40.3) само имеет период, который очень близко согласуется с $\omega_k/2$, и возмущение принимается как род резонанса между периодом собственного вращения вала и периодом возмущенного движения. Все это дало основание Стодола для рассматриваемого случая тяжелого маховика считать критической также угловую скорость вращения вала $\omega = \omega_k/2$.

Для выяснения качественной картины движения тяжелого шкива проведем приближенное интегрирование уравнений движения (40.1) которые разделим на m и запишем в виде

$$\ddot{x}_s+\omega_k^2(x_s+e\cos\psi)=0\,,\quad \ddot{\eta}_s+\omega_k^2(\eta_s+e\sin\psi)=0\,,$$

(40.4)

$$k^2\ddot{\psi}-\omega_k^2 e\,(x_s\sin\psi-\eta_s\cos\psi)=g\,e\cos\psi\,,\quad (\eta_s=y_s+g/\omega_k^2).$$

Заметим, что

$$(40.5)\qquad x_s=-\frac{e}{1-\beta^2}\cos\omega_0 t\,,\quad y_s=-\frac{e}{1-\beta^2}\sin\omega_0 t\,,\quad \psi=\omega_0 t\,,\quad \left(\beta=\frac{\omega_0}{\omega_k}\neq 1\right)$$

есть строгое решение системы (40.4), если влиянием веса пренебрегаем. Если мы подставим решение (40.5) (подразумевая вместо y_s написанным η_s) в систему (40.4), то первые два уравнения удовлетворятся, а от последнего получится справа остаток $ge\cos\psi$. Используем его для вычисления поправки к угловой скорости ω_0.

Для этого положим $k\,\mathrm{d}^2\psi/\mathrm{d}t^2=ge\cos\psi$, умножим на $\mathrm{d}\psi=\omega\,\mathrm{d}t$: $\omega\,\mathrm{d}\omega=$ $=g\,ek^{-2}\cos\psi\,\mathrm{d}\psi$ и, проинтегрировав, получим $\omega^2=\omega_0^2+2\,e\,gk^{-2}\sin\psi$, полагая постоянную интегрирования $\psi_0=0$. Если мы считаем поправку в силу малости величины $\gamma=eg/(\omega_0 k^2)$ малой, то станет $\omega=\omega_0+\gamma\sin\omega_0 t$ и отсюда через интегрирование

$$\psi=\int_0^t\omega\,\mathrm{d}t=\omega_0 t-\gamma(\cos\omega_0 t-1)/\omega_0\,.$$

Подставим найденное значение ψ в первые два уравнения системы (40.4), вычислив предварительно $\cos\psi$ и $\sin\psi$

$$\cos\psi=\cos\omega_0 t+\sin\omega_0 t\cdot\frac{\gamma}{\omega_0}(\cos\omega_0 t-1)=\cos\omega_0 t-\frac{\gamma}{\omega_0}\sin\omega_0 t+\frac{\gamma}{2\omega_0}\sin 2\omega_0 t\,,$$

$$\sin\psi=\sin\omega_0 t-\cos\omega_0 t\cdot\frac{\gamma}{\omega_0}(\cos\omega_0 t-1)=\sin\omega_0 t+\frac{\gamma}{\omega_0}\cos\omega_0 t-\frac{\gamma}{2\omega_0}\cos 2\omega_0 t-\frac{\gamma}{2\omega_0}\,,$$

(40.6)

$$\ddot{x}_s+\omega_k^2 x_s=e\,\omega_k^2\left[-\cos\omega_0 t+\frac{\gamma}{\omega_0}\sin\omega_0 t-\frac{\gamma}{2\omega_0}\sin 2\omega_0 t\right],$$

$$\ddot{\eta}_s+\omega_k^2\eta_s=e\,\omega_k^2\left[-\sin\omega_0 t-\frac{\gamma}{\omega_0}\cos\omega_0 t+\frac{\gamma}{2\omega_0}\cos 2\omega_0 t+\frac{\gamma}{2\omega_0}\right].$$

Нас интересуют вынужденные колебания, которые будут происходить с частотами ω_0 и $2\omega_0$. Напишем решение в виде

$$x_s=e\left[-\frac{1}{1-\beta^2}\cos\omega_0 t+\frac{1}{\omega_0(1-\beta^2)}\sin\omega_0 t-\frac{\gamma}{2\omega_0(1-4\beta^2)}\sin 2\omega_0 t\right],$$

(40.7)

$$\eta_s=e\left[-\frac{\gamma}{\omega_0(1-\beta^2)}\cos\omega_0 t-\frac{\gamma}{1-\beta^2}\sin\omega_0 t+\frac{\gamma}{2\omega_0(1-4\beta^2)}\cos 2\omega_0 t+\frac{\gamma}{2\omega_0}\right],$$

Найденное решение обнаруживает резонанс при $\beta=1$ и при $\beta=1/2$, т. е. при $\omega_0=\omega_k$ и при $\omega_0=\omega_k/2$, что подтверждает существование для тяжелого шкива второй критической скорости равной $\omega_k/2$.

Если подставить (40.6) и (40.7) в последнее из уравнений (40.4), то после сокращения останется

$$\varepsilon^3 gk\,\frac{1+2\beta^2}{(1-\beta^2)(1-4\beta^2)}\cos\omega_0 t+\frac{\varepsilon^2 g^2}{\omega_0^2}\left(1+\frac{2\varepsilon^2}{1-4\beta^2}\right)\sin\omega_0 t(1-\cos\omega_0 t)=0.$$

Полученный остаток мал в силу малости величины γ. Однако это верно до тех пор, пока ω_0 не находится вблизи ω_k или $\omega_k/2$. Но для ω_0 достаточно близкого к указанным величинам, решение для x_s, η_s не может быть написано в форме (40.7).

Перейдем теперь к исследованию устойчивости невозмущенного движения (40.3). Положив $x_1=x_1^{(0)}(\tau)+y_1$, $x_2=x_2^{(0)}(\tau)+y_2$, $\psi=\psi^{(0)}(\tau)+y_3$ подставим в (40.2) и выпишем уравнения возмущенного движения в первом приближении, (уравнения в вариациях), в виде (34.1)

$$(40.8)\quad y''+P(\tau)\,y=0,\ y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix},\ P(\tau)=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & \varepsilon\sin(\tau/2) \\ 0 & 1 & -\varepsilon\cos(\tau/2) \\ \varepsilon\sin(\tau/2) & -\varepsilon\cos(\tau/2) & \varepsilon(4\varepsilon/3-2\delta\sin(\tau/2)) \end{Vmatrix}.$$

Отметим попутно, что соответствующая осредненная система $y_1''+y_1=0$, $y_2'+y_2=0$, $y_3''+4\varepsilon^2 y_3/3=0$ распавшаяся и „устойчивая".

Величина ε мала, практически порядка 0,01. Запишем систему (40.8) в виде

$$(40.9)\quad dx/d\tau=A(\tau;\varepsilon)x,\ x=y+\dot{y}',\ A(\tau;\varepsilon)=A_0+\varepsilon A_1(\tau)+\varepsilon^2 A_2,$$

где

$$A_0=\begin{pmatrix} 0 & I_3 \\ -P_0 & 0 \end{pmatrix},\ A_1(\tau)=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -P_1(\tau) & 0 \end{pmatrix},\ A_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -P_2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_0=\begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix},\ P_1(\tau)=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & \sin(\tau/2) \\ 0 & 0 & -\cos(\tau/2) \\ \sin(\tau/2) & -\cos(\tau/2) & -2\delta\sin(\tau/2) \end{Vmatrix},\ P_2=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4/3 \end{Vmatrix}$$

и будем искать фундаментальную матрицу в виде ряда по степеням ε

$$X(\tau;\varepsilon)=X_0(\tau)+\varepsilon X_1(\tau)+\varepsilon^2 X_2(\tau)+\ldots,\ X(0;\varepsilon)=I_6.$$

Подставив в (40.9), будем иметь

$$(40.10)\quad dX_0/d\tau=A_0 X_0,\qquad X_0(0)=I_6,$$

$$(40.11)\quad dX_1/d\tau=A_0 X_1+A_1(\tau)X_0,\qquad X_1(0)=0,$$

$$(40.12)\quad dX_2/d\tau=A_0 X_2+A_1(\tau)X_1+A_2 X_0,\qquad X_2(0)=0.$$

Интегрируя, при указанных начальных условиях, будем иметь

$$X_0=\exp(A_0\tau),\ X_1=X_0(\tau)\int_0^\tau X_0^{-1}(\tau_1)A_1(\tau_1)X_0(\tau_1)\,d\tau_1,$$

$$X_2=X_0(\tau)\int_0^\tau X_0^{-1}(\tau_1)[A_1(\tau_1)X_1(\tau_1)+A_2 X_0(\tau_1)]\,d\tau_1.$$

Опуская вычисления, выпишем окончательный результат

$$X_0(\tau)=\begin{Vmatrix} \cos\tau & 0 & 0 & \sin\tau & 0 & 0 \\ 0 & \cos\tau & 0 & 0 & \sin\tau & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \tau \\ -\sin\tau & 0 & 0 & \cos\tau & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\tau & 0 & 0 & \cos\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$X_1(\tau)=\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix},$$

$$X_{11}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & -\frac{4}{3}\sin\frac{\tau}{2}+\frac{2}{3}\sin\tau \\ 0 & 0 & \frac{4}{3}\cos\frac{\tau}{2}-\frac{4}{3}\cos\tau \\ \frac{2}{9}\sin\frac{3\tau}{2}-2\sin\frac{\tau}{2}+\frac{2}{3}\tau & -\frac{2}{9}\cos\frac{3\tau}{2}-2\cos\frac{\tau}{2}+\frac{20}{9} & -8\delta\sin\frac{\tau}{2}+4\delta\tau \end{Vmatrix},$$

$$X_{12}=$$

$$=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & -\frac{4}{3}\tau\sin\frac{\tau}{2}+\frac{16}{9}\cos\frac{\tau}{2}-\frac{16}{9}\cos\tau \\ 0 & 0 & \frac{4}{3}\tau\cos\frac{\tau}{2}+\frac{16}{9}\sin\frac{\tau}{2}-\frac{20}{9}\sin\tau \\ -\frac{2}{9}\cos\frac{3\tau}{2}+2\cos\frac{\tau}{2}-\frac{16}{9} & -\frac{2}{9}\sin\frac{3\tau}{2}-2\sin\frac{\tau}{2}+\frac{4}{3}\tau & -8\delta\tau\sin\frac{\tau}{2}-32\delta\cos\frac{\tau}{2}+32\delta \end{Vmatrix},$$

$$X_{21}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & -\frac{2}{3}\cos\frac{\tau}{2}+\frac{2}{3}\cos\tau \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3}\sin\frac{\tau}{2}+\frac{4}{3}\sin\tau \\ \frac{1}{3}\cos\frac{3\tau}{2}-\cos\frac{\tau}{2}+\frac{2}{3} & \frac{1}{3}\sin\frac{3\tau}{2}+\sin\frac{\tau}{2} & -4\delta\cos\frac{\tau}{2}+4\delta \end{Vmatrix},$$

$$X_{22}=\begin{Vmatrix} 0 & 0 & -\frac{2}{3}\tau\cos\frac{\tau}{2}-\frac{20}{9}\sin\frac{\tau}{2}+\frac{16}{9}\sin\tau \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3}\tau\sin\frac{\tau}{2}+\frac{20}{9}\cos\frac{\tau}{2}-\frac{20}{9}\cos\tau \\ \frac{1}{3}\sin\frac{3\tau}{2}-\sin\frac{\tau}{2} & -\frac{1}{3}\cos\frac{3\tau}{2}-\cos\frac{\tau}{2}+\frac{4}{3} & -4\delta\tau\cos\frac{\tau}{2}+8\delta\sin\frac{\tau}{2} \end{Vmatrix},$$

а для матрицы $X_2(\tau)$ ее значение в конце периода

$$\mathbf{X}_2(4\pi)=\left\|\begin{array}{cccccc}
0 & -\frac{16}{9}\pi & 0 & \frac{20}{9}\pi & 0 & -20\pi\delta \\
\frac{16}{3}\pi & 0 & \frac{88}{3}\pi\delta & 0 & \frac{28}{3}\pi & 16\pi^2\delta \\
-16\pi^2\delta & 28\pi\delta & -64\pi^2\delta^2 & -20\pi\delta & -16\pi^2\delta & -\frac{448}{27}\pi+320\pi\delta^2-\frac{256}{3}\pi^3\delta^2 \\
-4\pi & 0 & -\frac{56}{3}\pi\delta & 0 & -\frac{16}{3}\pi & -16\pi^2\delta \\
0 & -\frac{20}{9}\pi & 0 & \frac{16}{9}\pi & 0 & -28\pi\delta \\
-\frac{56}{3}\pi\delta & 0 & -96\pi\delta^2 & 0 & -\frac{88}{3}\pi\delta & -64\pi^2\delta^2
\end{array}\right\|,$$

Теперь выпишем приближенное характеристичное уравнение (31.2) когда в выражении для $\mathbf{X}(4\pi;\varepsilon)$ мы ограничимся лишь первыми тремя членами:

$$\det[\mathbf{X}(4\pi;\varepsilon)-\varrho\,\mathbf{I}_6]\approx\det[\mathbf{X}_0(4\pi)+\varepsilon\,\mathbf{X}_1(4\pi)+\varepsilon^2\mathbf{X}_2(4\pi)-\varrho-\mathbf{I}_6]=$$

$$=\left\|\begin{array}{cccccc}
1-\varrho & -\frac{16}{9}\pi\varepsilon^2 & 0 & \frac{20}{9}\pi\varepsilon^2 & 0 & -20\pi\delta\varepsilon^2 \\
\frac{16}{3}\pi\varepsilon^2 & 1-\varrho & \frac{88}{3}\pi\delta\varepsilon^2 & 0 & \frac{28}{3}\pi\varepsilon^2 & \frac{16}{3}\pi\varepsilon+16\pi^2\delta\varepsilon^2 \\
a & b & c & d & e & f \\
-4\pi\varepsilon^2 & 0 & -\frac{56}{3}\pi\delta\varepsilon^2 & 1-\varrho & -\frac{16}{3}\pi\varepsilon^2 & -\frac{8}{3}\pi\varepsilon-16\pi^2\delta\varepsilon^2 \\
0 & -\frac{20}{9}\pi\varepsilon^2 & 0 & \frac{16}{9}\pi\varepsilon^2 & 1-\varrho & -28\pi\delta\varepsilon^2 \\
-\frac{56}{3}\pi\delta\varepsilon^2 & 0 & -96\pi\delta^2\varepsilon^2 & 0 & -\frac{88}{3}\pi\delta\varepsilon^2 & 1-\varrho-16\pi\delta\varepsilon-64\pi^2\delta^2\varepsilon^2
\end{array}\right\|,$$

где

$$a=\frac{8}{3}\pi\varepsilon-16\pi^2\delta\varepsilon^2,\quad b=28\pi\delta\varepsilon^2,\quad c=1-\varrho+16\pi\delta\varepsilon-64\pi^2\delta^2\varepsilon^2,$$

$$d=-20\pi\delta\varepsilon^2,\quad e=\frac{16}{3}\pi\varepsilon-16\pi^2\delta\varepsilon^2,\quad f=4\pi-\frac{448}{27}\pi\varepsilon^2+320\pi\delta^2\varepsilon^2-\frac{256}{3}\pi^3\delta^3\varepsilon^2.$$

Развертывая его, ограничимся членами до ε^2 включительно, что соответствует взятому нами приближению, получим $(1-\varrho)^4[\varrho^2-2(1-64\pi^2\delta^2\varepsilon^2)\varrho+1]=0$.

Отсюда

$$\varrho_{1,2,3,4}=1+o(\varepsilon^3);\quad \varrho_{5,6}=1-64\pi^2\delta^2\varepsilon^2\mp8\sqrt{2}\pi\delta\varepsilon\sqrt{-1+32\pi^2\delta^2\varepsilon^2}+o(\varepsilon^3).$$

При $\delta\varepsilon>1/(4\sqrt{2}\pi)$ один из корней приближенного характеристичного уравнения по модулю больше единицы, а при $\delta\varepsilon<1/(4\sqrt{2}\pi)$ все корни приближенного характеристичного уравнения по модулю равны единице и, как показывает анализ, все элементарные делители матрицы (вычисленные с точностью до ε^2 включительно) $\mathbf{X}_0(4\pi)+\varepsilon\,\mathbf{X}_1(4\pi)+\varepsilon^2\mathbf{X}_2(4\pi)-\varrho\,\mathbf{I}_6$ линейны.

Таким образом, в нашем приближении, тривиальное решение системы (40.8) устойчиво при $\delta\varepsilon < 1/(4\sqrt{2}\pi)$ и неустойчиво при $\delta\varepsilon > 1/(4\sqrt{2}\pi)$.

Автор глубоко признателен профессору Д. И. Манжерону (Яссы) за ценные советы при подготовке рукописи к печати.

Поступила 25 VII 1958 г.

Институт Механики, АН СССР, Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Floquet G., Ann. de l'École Normale, 2-e série, 1883, **12**, pp. 47–83.
2. Hill G. W., Acta Math., 1883, **VIII**, pp. 1–36.
3. Ляпунов А. М., Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я серия, 1889, **II**, *1–2*, стр. 1–94.
4. Poincaré H., Acta Math., 1890, **XIII**, pp. 5–270.
5. Ляпунов А. М., *Общая задача об устойчивости движения*, Харьков, 1892, 250 стр.
6. Жуковский Н. Е., Матем. сб., 1892, **XVI**, *3*, стр. 582–591.
7. Poincaré H., *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Paris, t. **I**, 1892, 385 pp.; t. **II**, 1893, 472 pp.; t. **III**, 1899, 414 pp.
8. Ляпунов А. М., Сообщ. Харьк. матем. общ., 2-я серия, 1896—1897, **V**, *3* и *4*, *5* и *6*, стр. 190—254.
9. — C. R., Ac. Sci., Paris, 1896, **CXXIII**, *26*, pp. 1248—1252.
10. — Ibid., 1899, **CXXVIII**, *1*, pp. 910—913.
11. — Ibid., 1899, **CXXVIII**, *18*, pp. 1085—1088.
12. — Ibid., 1900, **CXXXI**, *26*, pp. 1185–1188.
13. — Зап. Акад. наук по физ. матем. отд., 8-я серия, 1902, **XIII**, 2, стр. 1—70.
14. Levi-Civita T., Ann. de l'École Normale, 2-e série, 1911, **28**, pp. 325–376.
15. Hamel G., Math. Ann., 1913, **73**, *3*, S. 371—412.
16. Schur I., J. reine angew. Math., 1918, *148*, S. 122—145.
17. Haupt O., Math. Ann., 1919, **79**, S. 278–285.
18. Stodola A., *Dampf und Gasturbinen*, 5. Aufl., Berlin, 1922.
19. Herglotz G., Math. Z., 1923, **19**, S. 26—34.
20. Андронов А. А. и Леонтович М. А., Журн. Русс. физ.-хим. общ., серия физ., 1927, **LIX**, *5–6*, стр. 429–442.
21. Strutt M. J. O., Math. Ann., 1929, **101**, S. 559–569.
22. Marcovič Z., Proc. London Math. Soc., ser. 2, 1930, **31**, pp. 417—438.
23. Уиттекер Е. Т. и Ватсон Г. Н., *Курс современного анализа*, ч. **II**, ГТТИ, 1934, стр. 468.
24. Адамов Н. В., C. r., Acad. Sci., Paris, 1933, **CXCVII**, *22*, pp. 1280—1282.
25. Кочин Н. Е., ПММ, старая серия, 1934, **II**, *1*, стр. 3–28.
26. Горелик Г. С., ЖТФ, 1934, **IV**, *10*, стр. 1783–1817; Ibid., 1935, **V**, *2*, стр. 195—215.
27. Стретт М. Д. О., *Функции Ламе, Матье и родственные им в физике и технике*, ОНТИ, 1935, 237 стр.
28. Крылов Н. М. и Боголюбов Н. Н., *Исследование явлений резонанса при поперечных колебаниях стержней, находящихся под воздействием периодических нормальных сил, приложенных к одному из концов стержня*. Сб. статей *Исследование колебаний конструкции*, ОНТИ, 1935, стр. 25—42.
29. Kramers H. A., Physica, 1935, **2**, S. 483—490.
30. Адамов Н. В., ДАН СССР, 1935, **II**, *5–6*, стр. 361—364.
31. — Ibid., 1935, **II**, *7*, стр. 447—450.
32. — *Sur l'oscillation des intégrales de l'équation du deuxième ordre aux coefficients périodiques et sur quelques conditions de la stabilité.*
33. Крейн М. Г. и Неймарк М. А., *Метод симметрических и эрмитовых форм в теории отделения корней алгебраических уравнений*, ДНТВУ, 1936.
34. Бондаренко Г. В., *Уравнение Хилла и его применение в области технических колебаний*, Изд. АН СССР, 1936, 50 стр.
35. Einaudi R., Atti Inst. Veneto, 1936, **XCV**, parte II, pp. 425—444.
36. Ельшин М. И., ДАН СССР, 1938, **XVIII**, *3*, стр. 141–145.
37. Левин Б. Я., Труди Одес. держ. унів., матем., 1938, **II**, стр. 39—43.
38. Cesari L., Atti Accad. Italia, Mem. Cl. Sci. Fis., Mat., Nat., (6), 1940, **11**, pp. 633—695.

39. Адамов Н. В., ДАН СССР, 1940, **XXIX**, *8—9*, стр. 539—543.
40. Ельшин М. И., Учен. зап. МГУ, 1940, *45*, матем., стр. 97—107.
41. Артемьев Н. А., *Основы качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений*, ч. **I**, изд. ЛГУ, 1941, 159 стр.
42. **Borg G., Arch. für mat., astr. och fysik, 1944, 31 A,** *1*, S. 1—30.
43. Нугманова Ш., ДАН СССР, 1944, **XLII**, *5*, стр. 206—208.
44. Четаев Н. Г., *Устойчивость движения*, Гостехиздат, 1946, 204 стр.
45. Кругин Н. П., Труды МИАН им. В. А. Стеклова, 1946, **XIII**, стр. 1—95.
46. **Schwerdtfeger H., Journ. and Proc. of the Royal Soc. of New South Wales, 1945, LXXI, part IV, pp. 176—189.**
47. Проскуряков А. П., ПММ, 1946, **X**, *5—6*, стр. 545—558.
48. Ельшин М. И., ДАН СССР, 1946, **LI**, *8*, стр. 573—576.
49. Леонов М. Я., ПММ, 1946, **X**, *5—6*, стр. 575—580.
50. Адамов Н. В., Матем. сб., новая серия, 1948, **23 (65)**, *2*, стр. 187—228.
51. **Wallach S., Proc. of the Nat. Acad. of Sci., USA, 1948, 34,** *5*, **pp. 203—204.**
52. Еругин Н. П., ПММ, 1948, **XII**, *5*, стр. 633—638.
53. Смирнов В. И., Ibid., 1948, **XII**, *5*, стр. 479—560.
54. Леонов М. Я., Доповіді АН УРСР, 1948, *3*, стр. 51—57.
55. Юровский А. В., ДАН СССР, 1948, **LXII**, *5*, стр. 595—598.
56. Леонов М. Я., ПММ, 1948, **XII**, *6*, стр. 737—748.
57. — ДАН СССР, 1948, **LXII**, *2*, стр. 161—162.
58. Персидский К. П., Изв. АН Казахской ССР, 1948, *56*, серия матем. и мех., вып. *2*, стр. 36—45.
59. Немыцкий В. В. и Степанов В. В., *Качественная теория дифференциальных уравнений*, изд. 2-е, ГИТТЛ, 1949, 550 стр.
60. Малкин И. Г., *Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний*, ГИТТЛ, 1949, 243 стр.
61. **Borg G., Amer. Journ. of Math., 1949, LXXI,** *1*, **pp. 67—70.**
62. Гинзбург И. П., Учен. зап. ЛГУ, механика, 1949, **114**, вып. *17*, стр. 200—204.
63. Леонов М. Я., ДАН СССР, 1949, **LXIV**, *5*, стр. 645—648.
64. Гусарова Р. С., УМН, 1949, **IV**, *3*, стр. 132—133.
65. — ПММ, 1949, **XIII**, *3*, стр. 241—246.
66. Мейман Н. Н., УМН, 1949, **IV**, *6* (*34*), стр. 154—188.
67. Камке Э., *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*, ИИЛ, 1950, 828 стр.
68. Гусарова Р. С., ПММ, 1950, **XIV**, *3*, стр. 313—314.
69. Коваленко К. Р., *Основные положения теории зон устойчивости А. М. Ляпунова и их применение к некоторым вопросам динамической устойчивости стержней*. Автореф. дисс. канд. физ-мат. н., Одес. Ин-т инж. мор. флота, 1950, стр. 1—7.
70. Крейн М. Г., ДАН СССР, 1950, **LXXIII**, *3*, стр. 445—448.
71. Якубович В. А., Ibid., 1950, **LXXIV**, *5*, стр. 901—903.
72. Коваленко К. Р. и Крейн М. Г., Ibid., 1950, **LXXV**, *4*, стр. 495—498.
73. Макаров С. М., ПММ, 1951, **XV**, *3*, стр. 373—378.
74. Айзерман М. А., Ibid., 1951, **XV**, *3*, стр. 382—384.
75. Рапопорт И. М., ДАН СССР, 1951, **LXXVI**, стр. 793—796.
76. Якубович В. А., УМН, 1951, **VI**, *1*, стр. 166—168.
77. Рапопорт И. М., ДАН СССР, 1951, **LXXVII**, *1*, стр. 25—28.
78. Крейн М. Г., УМН, 1951, **VI**, *1*, стр. 171—177.
79. Нейгауз М. Г. и Лидский В. Б., ДАН СССР, 1951, **LXXVII**, *2*, стр. 189—192.
80. Крейн М. Г., ПММ, 1951, **XV**, *3*, стр. 323—348.
81. Гольдин А. М., Ibid., 1951, **XV**, *3*, стр. 379—381.
82. Якубович В. А., ДАН СССР, 1951, **LXXVIII**, *2*, стр. 221—224.
83. Малкин И. Г., *Теория устойчивости движения*, ГИТТЛ, 1952, 432 стр.
84. Дубошин Г. Н., *Основы теории устойчивости движения*, Изд. МГУ, 1952, 317 стр.
85. Макаров С. М., Труды Куйбыш. авиац. инст., 1952, *1*, стр. 24—29.
86. Демидович Б. П., Учен. зап. МГУ, 1952, **VI**, *163*, матем., стр. 123—132.
87. Шиманов С. Н., ПММ, 1952, **XVI**, *2*, стр. 129—146.
88. Старжинский В. М., ПММ, 1952, **XVI**, *3*, стр. 369—374.
89. **Haacke W., Math Z., 1952, 56,** *1*, **S. 65—79.**

90. Старжинский В. М., ПММ, 1952, **XVI**, *4*, стр. 500—504.
91. Бейлин Е. А. и Джавелидзе Г. Ю., Ibid., 1952, **XVI**, *5*, стр. 635—648.
92. Немыцкий В. В., Вестник МГУ, 1952, **8**, серия физ.-мат. и естеств. наук, вып. *5*, стр. 19—39.
93. Якубович В. А., ДАН СССР, 1952, **LXXXVII**, *3*, стр. 345—348.
94. Мак-Лахлан Н. В., *Теория и приложения функций Матье*, ИИЛ, 1953, 474 стр.
95. Гантмахер Ф. Р., *Теория матриц*, ГИТТЛ, 1953, 491 стр.
96. **Borg G.**, Publ. sci. et techn. du ministère de l'air. Actes du colloque intern. des vibrations non linéaires, 1953, *231*, pp. 21—29.
97. Старжинский В. М., ПММ, 1953, **XVII**, *1*, стр. 117—122.
98. Леонов М. Я., Науч. зап. инст. машиновед. и автом. АН УССР, 1953, **II**, *1*, стр. 5—8
99. **Zlámal M.**, Чехосл. матем. ж., 1953, **3** (**78**), *3*, стр. 257—264.
100. **Thomas J.**, Ber. Math. Tagung, 1953, S. 226—230.
101. Бурдина В. И., ДАН СССР, 1953, **XC**, *3*, стр. 329—332.
102. **Pipes L. A.**, J. Appl. Phys. (NY), 1953, **24**, *7*, pp. 902—910.
103. **Schäfke F. W.**, Z. angew. Mat. und Mech., 1953, **33**, *8—9*, S. 283—285.
104. Якубович В. А., *Вопросы устойчивости системы двух линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами* Дисс. канд. физ.-мат. н., ЛГУ, 1953, 215 стр. Автореф., стр. 1—13.
105. Бурдина В. И., ДАН СССР, 1953, **XCIII**, *4*, стр. 603—606.
106. Старжинский В. М., Инж. сб., 1954, **XVIII**, стр. 119—138.
107. **Cesari L., Hale J. K.**, Riv. mat. Univ. Parma, 1954, **5**, *1—3*, pp. 55—61.
108. **Hale J. K.**, Ibid., 1954, **5**, *1—3*, pp. 137—167.
109. **Gambill R. A.**, Ibid., 1954, **5**, *1—3*, pp. 169—181.
110. Шварцман А. П., ПММ, 1954, **XVIII**, *4*, стр. 464—468.
111. Старжинский В. М., Ibid., 1954, **XVIII**, *4*, стр. 469—510.
112. Меркин Д. Р., Техн. информ. по результ. н.-и. работ Ленингр. лесотехн. акад., 1954, *15*, стр. 16—18.
113. Якубович В. А., ПММ, 1954, **XVIII**, *5*, стр. 533—546.
114. — Ibid., 1954, **XVIII**, *6*, стр. 705—718.
115. Крейн М. Г., *Сб. памяти А. А. Андронова*, изд. АН СССР, 1955, стр. 413—498.
116. Якубович В. А., Матем. сб., новая серия, 1955, **37** (**79**), *1* стр. 21—68.
117. Старжинский В. М., Научно-иссл. труды ВЗИТЛП, 1955, *1*, Гизлегпром, стр. 76—85.
118. Гельфанд И. М. и Лидский В. Б., УМН, 1955, **X**, *1* (*63*), стр. 3—40.
119. Старжинский В. М., Amer. Math. Soc., Translations, ser. 2, 1955, **1**, pp. 139—237.
120. — ПММ, 1955, **XIX**, *1*, стр. 119—120.
121. — Ibid., 1955, **XIX**, *4*, стр. 471—480.
122. Лидский В. Б. и Нейгауз М. Г., Ibid., 1955, **XIX**, *5*, стр. 625—627.
123. Якубович В. А., ДАН СССР, 1955, **CIII**, *6*, стр. 981—984.
124. Зубова А. Ф., Ibid., 1955, **CV**, *1*, стр. 14—17.
125. Крейн М. Г., ПММ, 1955, **XIX**, *6*, стр. 641—680.
126. Малкин И. Г., *Некоторые задачи теории нелинейных колебаний*, ГИТТЛ, 1956, 491 стр.
127. Еругин Н. П., *Метод Лаппо-Данилевского в теории линейных дифференциальных уравнений*, изд. ЛГУ, 1956, 108 стр.
128. **Pipes L. A.**, Math. Mag., 1956, **30**, *2*, pp. 71—80.
129. Карасева Т. М., ПММ, 1956, **XX**, *4*, стр. 548—551.
130. Старжинский В. М., *Некоторые вопросы устойчивости периодических движений*. Дисс. докт. физ.-мат. н., Ин-т механики АН СССР, 1957, 204 стр. Автореф., стр. 1—18.
131. Крейн М. Г., ПММ, 1957, **XXI**, *3*, стр. 320—329.
132. Якубович В. А., Ibid., 1957, **XXI**, *4*, стр. 491—502.
133. — Ibid., 1957, **XXI**, *5*, стр. 707—713.
134. Старжинский В. М., Ibid., 1957, **XXI**, *5*, стр. 720—722.
135. Якубович В. А., Вестник Ленингр. ун-та, 1957, **1**, серия матем., мех. и астр., вып. *1*, стр. 201—206.
136. — Amer. Math. Soc. Translations, 1958, Se. 2, **10**, pp. 125—175.
137. — Вестник Ленингр. ун-та, 1958, **13**, серия матем., мех. и астр., вып. *3*, стр. 35—63.

138. Якубович В. А., ДАН СССР, 1958, **CXXI**, *4*.
139. — Матем. сб., 1958, **44 (86)**, *3*, стр. 313—352.
140. Старжинский В. М., ПММ, 1958, **XXII**, *5*, стр. 646—656.
141. Якубович В. А., Ibid., 1959, **XXIII**, *1*, стр. 15—34.
142. Старжинский В. М., Изв. АН СССР, ОТН, мех. и машиностр., 1959, *4*.
143. Якубович В. А., ПММ, 1959, **XXIII**, *4*.
144. Старжинский В. М., *К вопросу об ограниченности решенний системы линейных дифференциальных уравений с периодическими коэффициентами*, Труды третьего Всес. матем. съезда, 1959, **IV**.
145. Якубович В. А., *О некоторых условиях устойчивости и неустойчивости для систем дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами*, Ibid., 1959, **IV**.
146. Старжинский В. М., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3-4*, p. 67.

SUR LA STABILITÉ DES MOUVEMENTS PÉRIODIQUES

(Résumé)

L'Auteur étudie les méthodes et les procédés de détermination effective concernant la stabilité de la solution banale d'un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants. L'article est consacré surtout au problème de l'extension de la méthode de l'évaluation de la constante caractéristique, élaborée pour une équation binome par A. M. Liapounoff, au cas général, relatif à un système de deux équations différentielles du premier ordre (chap. III) ou bien au cas d'un système canonique constitué d'un nombre arbitraire d'équations différentielles linéaires à coefficients périodiques de deuxième ordre (chap. VI). On établit toutefois des conditions suffisantes de stabilité de la solution banale de l'équation différentielle linéaire du deuxième ordre (chap. II) et encore de celles du troisième et du quatrième ordre (chap. V), à coefficients nonnégatifs.

La plus grande partie de la bibliographie est discutée dans les chapitres de synthèse I et IV.

ASUPRA STABILITĂŢII MIŞCĂRILOR PERIODICE

(Rezumat)

Autorul studiază metodele şi procedeele de determinare efectivă a stabilităţii soluţiei banale a unui sistem de ecuaţii diferenţiale liniare cu coeficienţi periodici. Articolul este consacrat îndeosebi problemei de extindere a metodei de evaluare a constantei caracteristice, propusă de Liapunov pentru o ecuaţie binomă, la cazul general al unui sistem de două ecuaţii diferenţiale liniare de primul ordin (cap. III), precum şi la cazul unui sistem canonic constituit dintr-un număr arbitrar de ecuaţii diferenţiale liniare de ordinul al doilea (cap. VI) cu coeficienţi periodici Se stabilesc totodată condiţii suficiente de stabilitate a soluţiei banale a ecuaţiei diferenţiale liniare de ordinul al doilea (cap. II) precum şi de ordinele trei şi patru (cap. V) cu coeficienţi ce nu sînt negativi. Se menţionează faptul că atare condiţii nu pot fi îmbunătăţite în cadrul variantei metodei directe a lui Liapunov.

Cea mai mare parte a bibliografiei, constituită din 145 titluri, este discutată în capitolele de sinteză I şi IV.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

517.948.32

К РЕШЕНИЮ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА НАГРУЖЕННЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН

1. Неизменно растущий интерес проявляемый научными и техническими работниками к граничным задачам охватывающим, с точки зрения их математических схем, все более и более обширные классы функциональных уравнений представленных в различных пространствах, выкристализовался в последние годы в ценный ряд монографий, выросших на основе классических трудов и богатой серии журнальных статей, посвященных различным разделам в которые входят в настоящее время функциональные уравнения, начиная с обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений с частными производными, интегральных уравнений и т. д.

Среди новейшей литературы ведущей, параллельно с непрестанным расширением соответствующих проблем и разработкой методов способствующих их взаимопроницанию, к изобилующей постановками новых возможных зачастую интересующих непосредственно приложения но еще не разрешенных задач массе материалов, остановимся здесь, имея в виду установление рамок настоящей и некоторых последующих заметок, на указании весьма ценных в этой области источников богатых так же и перечнями цитированных работ советских и зарубежных авторов В. В. Немыцкого [1], М. И. Вишика, А. Д. Мышкиса и О. А. Олейника [2], С. Г. Михлина [3], М. А. Неймарка и Г. Е. Шилова [4], И. З. Штокало [5], Я. В. Быхова [6], Ф. Д. Гахова [7], М. И. Вишика и О. А. Ладыженской [8], У. В. Ловитта [9], Л. Коллатца [10], своевременно прореферированных и на страницах этих „Известий ЯПИ". Отказываясь от перечня сколько бы ни было подробного журнальной литературы, ограничимся здесь лишь очень узкими ссылками, освещающими либо некоторые работы авторов [11] ... [13] и местных школ [14], [15], либо статьи непосредственно связанные с настоящей заметкой, посвященной частичному исследованию краевой задачи для некоторых нагруженных интегро-дифференциальных уравнений.

2. Нагруженным интегральным уравнениям посвящена обширная литература (см., например, [16] и статьи Н. Н. Назарова цитированные под №№ 18 и 23 в [6]). Теория же нагруженных интегро-дифференциальных уравнений разработана значительно слабее. В настоящей работе изучается вопрос о решении неоднородной краевой задачи

$$\sum_{i=0}^{\nu} \int_a^b l_{ij}(t,\lambda)\, y^{(i)}(t)\, dt = \alpha_j(\lambda), \quad (j = 1, \ldots, n), \tag{1}$$

для нагруженных линейных интегро-дифференциальных уравнений

$$(2)\qquad P[y] = f(x) + \sum_1^r l_i(x)\, S[y(x_i)] + \lambda \int_a^b \sum_0^m K_i(x,t)\, y^{(i)}(t)\,dt,$$

где $P[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_1^n a_i(x) y^{(n-i)}(x)$, $S[y(x_i)] \equiv \sum_{j=0}^{k} b_j(x_i) y^{(j)}(x_i)$, $l_{ij}(t,\lambda)$, $(i = 0,1,\ldots,\nu;$ $j = 1,\ldots,n)$ и $\alpha_j(\lambda)$ — аналитические функции параметра λ; $y^{(i)}(x)$ — i-я производная, $a \leqslant x_1 \leqslant \ldots \leqslant x_r \leqslant b$, $a \leqslant x \leqslant b$.

а). Пусть $n \geqslant (m, \nu, k)$, известные функции, входящие в (1) и (2), регулярны в смысле теории линейных интегральных уравнений и хотя бы одна из функций $K_i(x,t)$ тождественно не равна нулю в каждом из подсегментов $[a,x]$, $[x,b]$.

Определение. Будем говорить, что задача (1), (2) обладает решением, принадлежащим классу H_n, если это решение можно представить в виде

$$(3)\qquad y(x) = \sum_1^n c_i \varphi_i(x) + \int_a^x H(x,t)\, \varphi(t)\, dt,$$

где $c_1,\ldots,c_n$ — неизвестные постоянные, $\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)$ — произвольно заданная линейно независимая n раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой $\neq 0$, для всех $x \in [a,b]$,

$$(4)\qquad \left[\frac{d^i}{dx^i} H(x,t)\right]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & i = 0,1,\ldots,n-2, \\ p(x) \neq 0, & i = n-1, \quad x \in [a,b], \end{cases}$$

$\varphi(x)$ — новая неизвестная функция.

Найдем условия, обеспечивающие существование решения задачи (1), (2), принадлежащего классу H_n. С этой целью, подставив (3) в (2) и выполнив элементарные преобразования, прийдем к интегральному уравнению вида

$$\varphi(x) - \int_a^x M_1(x,t)\, \varphi(t)\, dt - \int_a^b [M_2(x,t) + \lambda M_3(x,t)]\, \varphi(t)\, dt =$$

$$= f_1(x) + \sum_1^n c_i \beta_i(x,\lambda),$$

или

$$(5)\qquad \varphi(x) - \int_a^b [M_1(x,t) + \lambda M_3(x,t)]\, \varphi(t)\, dt = f_1(x) + \sum_1^n c_i \beta_i(x,\lambda).$$

Из (1), (3) находим

$$\sum_{i=1}^{n} c_i \delta_i(\lambda) = \alpha_j(\lambda) + \int_a^b \gamma_j(t, \lambda)\varphi(t)\,dt, \quad (j = 1, \ldots, n). \tag{6}$$

Пусть

$$c_i = \varepsilon_i(\lambda) + \int_a^b \varrho_i(t, \lambda)\varphi(t)\,dt, \quad (i = 1, \ldots, n), \tag{7}$$

решение системы (6). Тогда (5) можно записать в виде

$$\varphi(x) - \int_a^b M(x, t, \lambda)\varphi(t)\,dt = F(x, \lambda), \tag{8}$$

где $M(x, t, \lambda)$ и $F(x, \lambda)$ — аналитические функции параметра λ. Теория уравнения (8) разработана Я. Д. Тамаркиным [17], Н. Чораническу [18] и другими математиками и вошла уже частично в классические труды (см., напр., [19]).

Пусть λ не является характеристическим числом ядра $M(x, t, \lambda)$. Тогда из (8) следует

$$\varphi(x) = F(x, \lambda) + \int_a^b T(x, t, \lambda)F(t, \lambda)\,dt \equiv \Phi(x, \lambda), \tag{9}$$

где $T(x, t, \lambda)$ — резольвента ядра $M(x, t, \lambda)$, Поэтому

$$y(x) = \sum_1^n \left[\varepsilon_i(\lambda) + \int_a^b \varrho_i(t, \lambda)\Phi(t, \lambda)\,dt\right]\varphi_i(x) + \int_a^x H(x, t)\Phi(t, \lambda)\,dt, \tag{10}$$

решение нашей задачи, принадлежащее классу H_n.

Пусть λ — характеристическое число ранга τ ядра $M(x, t, \lambda)$. В этом случае уравнение (9) будет иметь решение тогда и только тогда, когда выполняются условия

$$\int_a^b u_i(x, \lambda)F(x, \lambda)\,dx = 0, \quad (i = 1, \ldots, \tau), \tag{11}$$

где $u_i(x, \lambda)$, $(i = 1, \ldots, \tau)$, — собственные функции, отвечающие характеристическому числу λ ядра $M(x, t, \lambda)$. Пусть условия (11) имеют место. Тогда решение уравнения (9) существует и его можно записать в форме

$$\varphi(x) = v(x, \lambda) + \sum_1^\tau s_i v_i(x, \lambda), \tag{12}$$

где $v(x, \lambda)$ — какое-либо частное решение уравнения (9); $s_1, \ldots, s_\tau$ — произвольные постоянные, $v_i(x, \lambda)$, $(i = 1, \ldots, \tau)$, — собственные функции, отвечающие характеристическому числу λ ядра $M(x, t, \lambda)$. Вставляя (12) в (3), получим

$$(13)\quad y(x) = \sum_1^n \left\{ \varepsilon_i(\lambda) + \int_a^b \varrho_i(t, \lambda) \left[v(t, \lambda) + \sum_1^\tau s_j v_j(t, \lambda) \right] dt \right\} \varphi_i(x) + \\ + \int_a^x H(x, t) \left[v(t, \lambda) + \sum_1^\tau s_i v_i(t, \lambda) \right] dt \equiv w(x, \lambda) + \sum_1^\tau s_i w_i(x, \lambda).$$

На основании свойств уравнения (8) (см., например [17]) существенно отметить, что может существовать такая ситуация при которой невозможно построить решение задали (1), (2), принадлежащее классу H_n, ни при каком конечном значении параметра λ.

Замечания. 1. Если при построении разрешающего интегрального уравнения не исключать постоянные $S[y(x_i)]$, $(i = 1, \ldots, r)$, то подстановка (3) в (2) приводит к уравнению вида

$$\varphi(x) - \int_a^x M_1(x,t)\, \varphi(t)\, dt - \lambda \int_a^b M_3(x,t)\, \varphi(t)\, dt = f_1(x) + \sum_1^r g_i(x)\, S[y(x_i)] + \sum_1^n c_i\, \beta_{i1}(x,\lambda)$$

или с учетом (7)

$$(14)\quad \varphi(x) - \int_a^b N(x,t,\lambda)\, \varphi(t)\, dt = f(x,\lambda) + \sum_1^r g_i(x)\, S[y(x_i)].$$

Пусть λ не является характеристическим числом ядра $N(x, t, \lambda)$. Тогда

$$(15)\quad \varphi(x) = f(x,\lambda) + \sum_1^r g_i(x)\, S[y(x_i)] + \int_a^b T_1(x,t,\lambda) \left[f(t,\lambda) + \sum_1^r g_i(t)\, S[y(x_i)] \right] dt \equiv \\ \equiv f_1(x,\lambda) + \sum_1^r \xi_i(x,\lambda)\, S[y(x_i)],$$

где $T_1(x, t, \lambda)$ — резольвента ядра $N(x, t, \lambda)$. Подставляя (15) в (3) и учитывая (7), находим

$$(16)\quad y(x) = \sum_1^n \left\{ \varepsilon_i(\lambda) + \int_a^b \varrho_i(t,\lambda) \left[f_1(t,\lambda) + \sum_1^r \xi_j(t,\lambda)\, S[y(x_j)] \right] dt \right\} \varphi_i(x) + \\ + \int_a^x H(x,t) \left[f_1(t,\lambda) + \sum_1^r \xi_i(t,\lambda)\, S[y(x_i)] \right] dt \equiv f_2(x,\lambda) + \sum_1^r \eta_i(x,\lambda)\, S[y(x_i)].$$

Введем числа $a_i = S[y(x_i)]$, $b_i = S[f_2(x_i, \lambda)]$, $d_{ij} = S[\eta_i(x_j, \lambda)]$. Тогда из (16) получим

$$(17)\quad a_j = b_j + \sum_1^r a_i\, d_{ij}, \qquad (j = 1, \ldots, r).$$

Если определитель

$$\Delta(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} 1-d_{11} & -d_{21} & \cdots & -d_{r1} \\ -d_{12} & 1-d_{22} & \cdots & -d_{r2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -d_{r1} & -d_{2r} & \cdots & 1-d_{rr} \end{vmatrix} \tag{18}$$

отличен от нуля, то из (17) имеем

$$a_i = a_i(\lambda), \ (i=1,\ldots,r)$$

и поэтому $y(x) = \sum_1^r a_i(\lambda)\,\eta_i(x,\lambda) + f_2(x,\lambda)$ — искомое решение.

Если $\Delta(\lambda) = 0$ и

1) **rang** $A \neq$ **rang** B, где A — матрица коэффициентов, стоящих при неизвестных $a_1,\ldots,a_r$, B — расширенная матрица системы (17), то задача (1), (2) не имеет решения, принадлежащего классу H_n;

2) **rang** $A =$ **rang** $B = q$, то из (17) получим

$$a_i = w_i(\lambda) + \sum_{j=1}^{\tau} w_{ij}(\lambda)\,a_{q+j}, \ (i=1,\ldots,q;\ \tau=r-q) \tag{19}$$

Следовательно, в этом частном случае искомое решение нашей задачи существует и его можно представить в виде

$$y(x) = \eta(x,\lambda) + \sum_1^{\tau} a_{q+i}\,\mu_i(x,\lambda), \tag{20}$$

где $a_{q+1},\ldots,a_r$ — произвольные постоянные. Из последнего следует, что в рассматриваемом случае ранг характеристического числа задачи (1), (2) не может превышать числа r.

2. Пусть λ — характеристическое число ранга τ ядра $N(x,t,\lambda)$. Для того чтобы существовало решение уравнения (14) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись равенства

$$\int_a^b \left[f(x,\lambda) + \sum_1^r a_i\,g_i(x) \right] \nu_j(x,\lambda)\,dx = 0, \ (j=1,\ldots,\tau), \tag{21}$$

где $\nu_j(x,\lambda)$, $(j=1,\ldots,\tau)$ - собственные функции, отвечающие характеристическому числу λ ядра $N(t,x,\lambda)$. Условия (21) будут выполнены, если система

$$\sum_{i=1}^r a_i\,l_{ij} = \pi_i, \ (j=1,\ldots,\tau), \tag{22}$$

где

$$l_{ij} = \int_a^b g_i(x)\,\nu_j(x,\lambda)\,dx, \ \pi_j = \int_a^b f(x,\lambda)\,\nu_j(x,\lambda)\,dx,$$

разрешима относительно неизвестны $a_1,\ldots,a_r$. Очевидно, что достаточным условием разрешимости уравнения (14) в рассматриваемом случае является ортогональность функций $\nu_i(x,\lambda)$, $(i=1,\ldots,\tau)$ к функциям $f(x,\lambda), g_1(x),\ldots,g_r(x)$.

Пусть условия (21) имеют место. Тогда

$$\varphi(x) = f(x,\lambda) + \sum_1^r g_i(x)\,a_i + \int_a^b T_2(x,t,\lambda)\left[f(t,\lambda) + \sum_1^r g_i(t)\,a_i \right] dt + \sum_1^{\tau} q_i\,\alpha_i(x,\lambda) \equiv$$

$$\equiv f_3(x,\lambda) + \sum_1^r \vartheta_i(x,\lambda)\,a_i + \sum_1^{\tau} q_i\,\alpha_i(x,\lambda), \tag{23}$$

где $T_2(x,t,\lambda)$ и $\alpha_i(x,\lambda)$, $(i=1,\ldots,\tau)$—соответственно резольвента и собственные функции, отвечающие характеристическому числу λ ядра $N(x,t,\lambda)$, $q_1,\ldots,q_r$ — произвольные потоянные. Вставляя (23) в (3) и пользуясь (7), получим

$$y(x)=f_4(x,\lambda)+\sum_1^{\tau} q_i z_i(x,\lambda)+\sum_1^{r} \nabla_i(x,\lambda)\,a_i. \tag{24}$$

Полагая $S[f_4(x_j,\lambda)]=m_j$, $S[z_i(x_j,\lambda)]=n_{ij}$, $S[\nabla_i(x_j,\lambda)]=\nabla_{ij}$, приходим к алгебраической системе $a_j-\sum_{i=1}^{r}\nabla_{ij}a_j=m_j+\sum_{i=1}^{\tau}q_i n_{ij}$, или

$$\sum_{i=1}^{r}\zeta_{ij}a_i=m_j+\sum_{i=1}^{\tau}q_i n_{ij},\ (j=1,\ldots,r). \tag{25}$$

Следовательно, если определитель $|\zeta|$ системы (25) отличен от нуля, то отсюда находим

$$a_i=\chi_i+\sum_{j=1}^{\tau}\chi_{ij}q_j,\ (i=1,\ldots,r). \tag{26}$$

Вставляя (26) в (24), запишем искомое решение задачи (1), (2) в виде $y(x)=f_s(x,\lambda)+$ $+\sum_1^{\tau}q_i\psi_i(x,x)$.

Если $|\zeta|=0$ и постоянными $q_1,\ldots,q_\tau$ можно распорядиться так, чтобы $\operatorname{rang}\|\zeta_{ij}\|=\operatorname{rang}\left\|\zeta_{ij};\ m_j-\sum_1^{\tau}q_i n_{ij}\right\|$, то задача (1), (2) имеет решени принадлежащее классу H_n, в противном случае решение задачи (1), (2) построить в форме (3) невозможно.

3. Если $\varphi_i(x)$, $(i=1,\ldots,n)$ — фундаментальная система решений уравнения $L[y]=0$, то $M_1(x,t)\equiv 0$.

b). Пусть $m=n+p$, $p\geqslant 1$, $m\geqslant(\nu,k)$, функции $a_1(x),\ldots,a_n(x)$, $f(x)$, $K_i(x,t)$, $(i=0,1,\ldots,m)$, обладают непрерывными производными по x вплоть до p-го порядка; функция $K_m(x,t)\not\equiv 0$ в каждом из подсегментов $[a,x]$, $[x,b]$, $K_{m-1}(x,t),\ldots,K_{m-p}(x,t)$ либо $\equiv 0$ на $[a,b]$, либо $\not\equiv 0$ на $[a,x]$ и $[x,b]$.

Если строить решение задачи (1), (2) в форме (3), то мы прийдем не к интегральному уравнению, а к интегро-дифференциальному уравнению p-го порядка относительно внутреннего дифференциалнього оператора. В силу этого мы будем искать решение нашей задачи в классе H_m, т. е. в форме

$$y(x)=\sum_1^{m}c_i\varphi_i(x)+\int_a^x\Gamma(x,t)\,\varphi(t)\,dt, \tag{27}$$

где $c_1,\ldots,c_m$ — неизвестные постоянные, $\varphi_1(x),\ldots,\varphi_m(x)$—произвольно заданная линейно независимая m раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой $\neq 0$, для всех $x\in[a,b]$, $\varphi(x)$—новая неизвестная функция,

$$\left[\frac{d^i}{dx^i}\Gamma(x,t)\right]_{t=x}\equiv\begin{cases}0,\ i=0,1,\ldots,m-2,\\ p_1(x)\neq 0,\ i=m-1,\ x\in[a,b].\end{cases} \tag{28}$$

Вставляя (28) в (1) и (2), приходим соответственно к уравнениям

$$\sum_{i=1}^{m} c_i h_{ij}(\lambda) = h_j(\lambda) + \int_a^b \theta_j(t,\lambda)\varphi(t)\,dt, \quad (j=1,\ldots,n), \tag{29}$$

$$\int_a^x D_1(x,t)\varphi(t)\,dt = f(x) + \sum_1^m \gamma_i(x,\lambda)c_i + \int_a^b [D_2(x,t) + \lambda D_3(x,t)]\varphi(t)\,dt. \tag{30}$$

В силу (28)

$$\left|\frac{d^i}{dx^i}D_1(x,t)\right]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & i=0,1,\ldots,p-2, \\ p_1(x)\neq 0, & i=p-1, \quad x\in[a,b]. \end{cases} \tag{31}$$

Пользуясь методом Д. Гильберта решения интегральных уравнений типа Вольтерра 1-го рода и учитывая (31), из (30) получаем

$$\sum_{i=1}^{m} c_i \frac{d^j}{da^j}\gamma_i(a,\lambda) = -\left[\frac{d^j}{dx^j}\left\{f(x) + \int_a^b [D_2(x,t) + \lambda D_3(x,t)]\varphi(t)\,dt\right\}\right]_{x=a}, \tag{32}$$

$$(j=0,1,\ldots,p-2).$$

Пусть

$$c_i = h_i^*(\lambda) + \int_a^b h_i^*(t,\lambda)\varphi(t)\,dt, \quad (i=1,\ldots,m) \tag{33}$$

решение системы (29), (32). Тогда продифференцировав (30) p раз и учитывая (33), после элементарных преобразований прийдем к интегральному уравнению вида

$$\varphi(x) - \int_a^x D_4(x,t)\varphi(t)\,dt = f_6(x,\lambda) + \int_a^b [D_5(x,t) + \lambda D_6(x,t) + D_7(x,t,\lambda)]\varphi(t)\,dt,$$

которое перепишем в следующей более компактной форме:

$$\varphi(x) - \int_a^b D(x,t,\lambda)\varphi(t)\,dt = f_6(x,\lambda). \tag{34}$$

Таким образом, вопрос о возможности построения решения задачи (1), (2), принадлежащего классу H_m, свелся к исследованию разрешимости уравнения (34).

Если $\Phi_1(x,\lambda)$ — решение уравнения (34), то

$$y(x)=\sum_{1}^{m}\left[h_i^*(\lambda)+\int_a^b h_i^*(t,\lambda)\,\Phi_1(t,\lambda)\,dt\right]\varphi_i(x)+\int_a^x \Gamma(x,t)\,\Phi_1(t,\lambda)\,dt,$$

решение задачи (1), (2), принадлежащее классу H_m.

Если решение уравнения (34) не существует, то не существует и решение задачи (1), (2), принадлежащее классу H_m.

Замечания. 4. Метод, примененный в замечаниях 1 и 2, легко использовать и в данном случае.

5. Аналогичным образом можно исследовать и случаи $\nu > (m, n, k)$, $k > (m,n,\nu)$, $n \gtrless m$ и изучать задачу (1) для нагруженного интегро-дифференциального уравнения типа Вольтерра

$$P[y]=f(x)+\sum_{1}^{r} l_i(x)\,S[y(x_i)]+\lambda\int_a^x\sum_{0}^{m}K_i(x,t)\,y^{(i)}(t)\,dt. \tag{35}$$

Не вдаваясь в подробности, отметим, что задача (1), (35) не всегда разрешима даже в случае отсутствия нагрузки.

6. Полученные результаты переносятся и на другие задачи (напр., Коши, полилокальную) и могут быть связаны, при переходе на некоторые системы интегро-дифференциальных уравнений, с недавне опубликованными результатами касающимися соответствующих систем интегральных уравнений М. Пиконе [20] или же—рамкак многомерных задач—с рядом систематически проведенных исследований за последнее десятилетие С. Василаке (см., напр., цитированные в [6] под №№ 32 и 68 сего работы), а так же ряда работ школы по интегро-дифференциальным уравнениям ведущей при исследованйя Киргизком Гос. Университете.

Поступила 24 I 1959 г.

Ясский Политехнический Институт, г. Яссы, РНР,
Киргизкий Гос. Университет, г. Фрунзе, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Немыцкий В. В., *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, в сборнике „Математика в СССР за сорок лет 1917—1957“, **I**, Физматгиз, М., 1959, стр. 511—562.
2. Вишик М. И., Мышкис А. Д. и Олейник О. А., *Дифференциальные уравнения с частными производными*, Ibid., стр. 563—636.
3. Михлин С. Г., *Линейные интегральные уравнения*, Ibid., стр. 649—674.
4. Наймарк М. А. и Шилов Г. Е., *Функциональный анализ*, Ibid., стр. 675—780.
5. Штокало И. З., *Досягнення математикі в УРСР за 40 років радянскої влади*, в сборнике „Розвиток науки в Українській РСР за 40 років“, АН УРСР, Київ, 1957, стр. 149—175.
6. Быков Я. Б., *О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений*, Киргиз. Гос. Ун-т., г. Фрунзе, 1957, 327 стр.
7. Гахов Ф. Д., *Краевые задачи*, Физматгиз, М., 1958, 543 стр.
8. Вишик М. И. и Ладыженская О. А., УМН, 1956, **9**, *6(72)*, стр. 41—98.
9. Ловитт У. В., *Линейные интегральные уравнения*, 2-е изд., М., Гостехиздат, 1957, 266 стр., (пер. с англ.). Прилож.: Гельфонд А. О., *О росте собственных значений однородных интегральных уравнений.*
10. Collatz L., *Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen*, Leipzig, 1949, Akad. Verlagsges.
11. Mangeron D., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **2** (**6**), *1—2*, pp. 21—27.
12. — C. r. Acad. Sci., Paris, 1937, **204**, pp. 1022—1024.

13. Кривошеин Л. Е., *Приближенное решение некоторых задач для линейных интегро-дифференциальных уравнений.* Автореф. дисс. канд. физ.-мат. н., Среднеаз. Ун-т., Ташкент, 1958.
14. Виграненко Т. И., Зап. Лен. Горн. Инст., 1958, **36**, *3*, стр. 161—176 и 177—187.
15. Vasilache S., St. şi cerc. mat., 1955, **6**, *1–2*, pp. 55–78.
16. Скоробогатько В. Г., Тр. Средне азиатского ун-та, 1954, *54*, стр. 51—68.
17. Tamarkin J. D., Ann. of Math., 1927, (2), **28**, pp. 127–152.
18. Ciorănescu N., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **5**, pp. 81—98.
19. Picone M., *Appunti di Analisi Superiore*, Napoli, Rondinella, 1940, cap. VII.
20. — Atti Accad. naz. Lincei, Rend., Cl. sci. fis. mat. e nat., 1957, (1958), **23**, *6*, pp. 347–354.

SOPRA UN PROBLEMA AL CONTORNO PER UNA CLASSE DI EQUAZIONI INTEGRO-DIFFERENZIALI PONDERATE

(Sunto)

Si studia il problema al contorno non omogeneo relativo alle condizioni (1) ed alle equazioni integro-differenziali ponderate (2), ove

$$P[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_{1}^{n} a_i(x)\, y^{(n-i)}(x); \quad S[y(x_i)] = \sum_{j=0}^{k} b_j(x_i)\, y^{(i)}(x_i),$$

$\alpha_j(\lambda)$, $l_{ij}(t, \lambda)$, $(i = 0, 1, ..., \nu;\ j = 1, 2, .., n)$ sono funzioni analitiche di un parametro λ, $y^{(i)}(x)$ è la derivata d'ordine i, $a \leqslant x_1 \leqslant x_2 \leqslant \cdots \leqslant x_r \leqslant b$, $a \leqslant x \leqslant b$.

I. Sia $n \geqslant (m, \nu, k)$ e siano regolari nel senso comunemente preso nella teoria delle equazioni integrali lineari le funzioni note che figurano in (1) e (2) e tali inoltre che almeno una delle funzioni $K_i(x, t)$ nonè identicamente nulla nel ciascuno dei due segmenti parziali $[a, x]$, $[x, b]$. Si stabilisce, ad esempio, che il problema (1), (2) ne ha una soluzione appartenente alla classe H_n, è cioè avente la forma (3), ove $\varphi(x)$ è la nuova funzione incognita, $c_1, c_2, ..., c_n$ sono le constanti sconosciute, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x), ...,$ $\varphi_n(x)$ è un sistema di funzioni date arbitrariamente, linearmente indipendenti, n volte derivabili, di wronskiano diverso da zero per $x \in [a, b]$,

$$\left[\frac{d^i}{dx^i} H(x, t)\right]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & i = 0, 1, .., n-2, \\ p(x) \neq 0, & i = n-1, \quad x \in [a, b]. \end{cases}$$

Ne risulta che (10) è la soluzione di classe H_n considerata nel caso in cui λ non è un valore caratteristico del nucleo $M(x, t, \lambda)$ he figura nell'equazione (8); (13) è la soluzione del medesimo problema nel caso in cui λ è l'autovalore di rango τ del nucleo $M(x, t, \lambda)$ a patto che vi siano soddisfatte le (11).

II. Nel caso $m = n + p$, $p \geqslant 1$, $m \geqslant (\nu, k)$ e nell'ipotesi che le funzioni $a_1(x)$, $a_2(x), ..., a_n(x)$, $f(x)$, $K_i(x, t)$, $(i = 0, 1, ..., m)$ hanno le derivate rispetto ad x continue sino all'ordine p, la funzione $K_m(x, t)$ non è indenticamente nulla nell'ognuno dei segmenti parziali $[a, x]$, $[x, b]$ e le funzioni $K_{m-1}(x, t), ..., K_{m-p}(x, t)$ oppure sono identicamente nulle in $[a, b]$, o non lo sono nell'ognuno degli intervalli parziali $[a, x]$, $[x, b]$, si cerca la soluzione del problema (1), (2) sotto la forma (27), è cioè di classe H_m, che si definisce nel modo del tutto analogo con quello di cui sopra. Utilizzando il metodo di Hilbert relativo alla risoluzione delle equazioni integrali di prima specie del tipo Volterra, si giunge al problema della risolubilità o meno dell'equazione (34).

L'articolo si chiude con alcune osservazioni concernenti le estensioni possibili del problema risolto. Si può studiare i casi $\nu > (m, n, k)$, $k > (m, n, \nu)$, $n \gtrless m$. Si constata poi che il problema (1), (35) non possiede sempre le soluzioni anche se le equazioni con-

siderate non sono ponderate. Ci si propone infine di allacciare i risultati ottenuti alla ricca messa di risultati rinchiusi in una recente memoria del P i c o n e [19] e nella serie di articoli dovuti in questi due lustri al S. V a s i l a c h e [15].

ASUPRA UNEI PROBLEME PE CONTUR PENTRU O CLASĂ DE ECUAŢII INTEGRO-DIFERENŢIALE PONDERATE

(Rezumat)

Autorii studiază problema pe contur neomogenă relativă la condiţiile (1) şi ecuaţiile integro-diferenţiale liniare ponderate (2), în care

$$P[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_{i}^{n} a_i(x)\, y^{(n-i)}(x); \quad S[y(x_i)] \equiv \sum_{j=0}^{k} b_j(x_i)\, y^{(i)}(x_i),$$

$\alpha_j(\lambda)$, $l_{ij}(t, \lambda)$, $(i = 0, 1, \ldots, \nu;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ sînt funcţii analitice de un parametru λ, $y^{(i)}(x)$ este derivata de ordin i, $a \leqslant x_1 \leqslant \cdots \leqslant x_r \leqslant b$, $a \leqslant x \leqslant b$.

I. Fie $n \geqslant (m, \nu, k)$ şi funcţiile cunoscute ce figurează in (1) şi (2) sînt regulate în sensul în care acestă noţiune este folosită în teoria ecuaţiilor integrale liniare şi cel puţin una din funcţiile $K_i(x, t)$ nu este indentic nulă în fiecare din cele două segmente parţiale $[a, x]$, $[x, b]$. Se stabileşte, de pildă, că problema (1), (2) posedă o soluţie ce aparţine clasei H_n, cu alte cuvinte ce poate fi pusă sub forma (3), în care $\varphi(x)$ este noua funcţie necunoscută, c_1, c_2,..., c_n sînt constante necunoscute, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$,..., $\varphi_n(x)$ este un sistem de funcţii date arbitrar, liniar independente şi derivabile de n ori, avînd wronskianul diferit de zero pentru toţi $x \in [a, b]$,

$$\left[\frac{d^i}{dx^i} H(x, t)\right]_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, & i = 0, 1, \ldots, n-2, \\ p(x) \neq 0, & i \quad n-1, \quad x \in [a, b]. \end{cases}$$

Rezultă că (10) este soluţia de clasă H_n considerată dacă λ nu este o valoare caracteristică a nucleului $M(x, t, \lambda)$ ce figurează în ecuaţia (8). De asemenea (13) este soluţia aceleiaşi probleme în cazul cînd λ este un număr caracteristic de rangul τ al nucleului $M(x, t, \lambda)$ şi condiţiile (11) sînt îndeplinite.

II. În cazul $m = n + p$, $p \geqslant 1$, $m \geqslant (\nu, k)$ şi în ipoteza că funcţiile $a_1(x)$, $a_2(x)$,..., $a_n(x)$, $f(x)$, $K_i(x, t)$, $(i = 0, 1, \ldots, m)$, posedă derivate în raport cu x, continue pînă la ordinul p, funcţia $K_m(x, t)$ nu este indentic nulă în fiecare din segmentele parţiale $[a, x]$, $[x, b]$, funcţiile $K_{m-1}(x, t)$,..., $K_{m-p}(x, t)$ sînt sau identic nule în $[a, b]$, sau nu sînt identic nule în $[a, x]$ şi $[x, b]$, se caută soluţia problemei (1), (2) sub forma (27), adică de clasa H_m ce se defineşte în mod similar cu clasa H_n. Folosind metoda lui Hilbert relativă la rezolvarea ecuaţiilor integrale de prima specie de tip Volterra, se ajunge la studiul rezolubilităţii ecuaţiei (34). Soluţia problemei propusă aparţinînd clasei H_m există sau nu după cum ecuaţia (34) are sau nu soluţie.

Articolul se încheie printr-un număr de observaţii menite a indica extensiuni posibile ale problemei soluţionate. Astfel se pot studia şi cazurile $\nu > (m, n, k)$, $k > (m, n, \nu)$, $n \geqslant m$; se pot găsi rezultate pentru problema (1) şi ecuaţia integro-diferenţială ponderată de tip Volterra (35) ş.a.ş.a. Fără a se intra în detalii, se menţionează că problema (1), (35) nu are întotdeauna soluţii chiar şi atunci cînd ecuaţiile considerate nu sînt ponderate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

519.21

НЕСКОЛЬКО ЗАМЕЧАНИЙ К ДВУМ РАБОТАМ Д. И. БАРРЕРА

Б. В. ГНЕДЕНКО

1. В последние годы внимание ряда исследователей привлекли вопросы, относящиеся к теории случайных процессов и получившие у различных авторов разные наименования—теория скученности, теория очередей, теория массового обслуживания. Несомненно, что интерес к этой теории вызван не только изяществом постановок математических задач, но в первую очередь обширными и разносторонними применениями к проблемам физики, техники, экономики, биологии и пр.

В двух недавних статьях Д. И. Баррера ([1] и [2]) рассмотрены две естественные новые постановки задач теории очередей, которые могут найти серьезные практические приложения. В настоящей заметке дается легкое обобщение одного результата Баррера, исправляется одно его утверждение, несомненно высказанное по недоразумению, и отмечаются постановки до сих пор не рассматривавшихся задач.

2. Имеются n приборов (или лиц), обслуживающих требования, поступающие в случайном порядке. Каждый прибор может обслуживать одновременно не более одного требования; каждое требование обслуживается не более чем одним прибором. Поток требований предполагается простейшим (определение см. в [2], гл. 1) с параметром λ. Известно, что для таких потоков вероятность поступления k требований в течение промежутка времени длительности t равна $p_k(t) = (\lambda t)^k e^{-\lambda t}/k!$, $(k=0,1,2,\ldots)$.

Время, необходимое для обслуживания, представляет собой случайную величину γ, распределенную по одному и тому же для всех требований закону

$$P\{\gamma < t\} = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leqslant 0, \\ 1 - e^{-\nu t} & \text{при } t > 0, \end{cases}$$

где $\nu > 0$ — постоянное.

Если в момент поступления требования все обслуживающие приборы заняты, то требование остается ожидать начала обслуживания. Баррер рассмотрел две следующие системы обслуживания:

А) Время, которое требование может посвятить ожиданию, ограничено постоянной величиной τ. Таким образом, если в течение промежутка длительности τ после поступления требования его обслуживание

не было начато, то оно покидает систему необслужанным. Если же время ожидания оказалось меньшим τ, то требование обслуживается до конца.

B) Общее время пребывания в системе (т.е. время ожидания плюс время обсуживания) ограничено постоянным числом τ. Потеря требования при таком ограничении пребывания требования в системе обслуживания может произойти тремя различными путями : время ожидания начала обслуживания превзошло τ, ожидание заняло промежуток времени меньший τ, но сумма времен ожидания и обслуживания оказалось большей τ, требование начало обслуживаться немедленно, без всякого ожидания (в момент его поступления были свободные приборы), но время обслуживания превзошло τ.

Баррер рассмотрел два способа выбора требования из очереди:

a) требования поступают на обслуживание в порядке очереди, b) из среды ожидающих требований освободившийся прибор выбирает требование в случайном порядке.

Чтобы различать постановки задач, введем символическое обозначение, которое поясним на примере. Символом (B, a, n) обозначим следующий порядок обслуживания: время пребывания требования в системе ограничено величиной τ, требования обслуживаются в порядке очередности, число обслуживающих приборов равно n.

Баррер рассмотрел следующие случаи: в [1] $(A, b, 1)$, а во [2] — (A, a, n) и $(B, a, 1)$.

Почти не изменяя рассуждений Баррера, можно также рассмотреть случаи (A, b, n) и (B, a, n). Случай (B, b, n) требует проведения некоторых дополнительных соображений. Мы ограничимся здесь рассмотрением задачи в случае (B, a, n). Легко видеть, что для простейшего потока в случае (B, a, n) не может быть чистых потерь, т. е. потерь требований, которые совсем не обслуживались бы прибором.

3. Обозначим через $c_n(t, \tau)h + o(h)$ вероятность того, что если в момент t в системе находились n требований, то за промежуток от t до $t + h$ одно из требований покинет систему, не будучи обслуженным до конца. Пока мы не касаемся вопроса существования этой вероятности, отложив его рассмотрение до определения функций $c_n(t, \tau)$. Пока же приведем систему уравнений, которой удовлетворяют вероятности $P_k(t)$ того, что в момент t в системе находятся k требований. На выводе уравнений мы не останавливаемся, т. к. это производится достаточно стандартным приемом, использованным еще Эрлангом. Имеем

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + (\nu + c_1(t, \tau)) P_1(t),$$

при $1 \leqslant k < n$

$$P_k'(t) = -(\lambda + k\nu + c_k(t, \tau)) P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + \\ + ((k+1)\nu + c_{k+1}(t, \tau)) P_{k+1}(t), \tag{1}$$

и при $k \geqslant n$

$$P_k'(t) = -(\lambda + n\nu + c_k(t,\tau))P_k(t) + \lambda P_{k-1}(t) + \tag{2}$$
$$+ (n\nu + c_{k+1}(t,\tau))P_{k+1}(t).$$

4. Для определения неизвестных функций $c_k(t,\tau)$ Баррер поступил следующим путем. Он ввел в рассмотрение следующую условную вероятность: $c_k(u,z,h)h$ есть вероятность того, что если в момент t в системе обслуживания находилось k требований, то в момент $z(z>t)$ старшее по порядку появления требование имеет длительность ожидания между $u-h$ и u.

Найдем вероятность $c_k(u+h,t+h,h)h$. Нам придется отдельно рассмотреть два случая: $k<n$ и $k\geqslant n$. Начнем с первого из них.

Событие, вероятность которого мы хотим найти, может осуществиться следующими несовместимыми способами: 1) в момент t первое по порядку поступления требование имело длительность ожидания между $u—h$ и u, за время h ни одно требование не было обслужено; 2) в момент t старшее по времени поступления требование находилось в системе время между $x—h$ и x, следующие по времени поступления требование имело длительность пребывания между $u—h$ и u, за время h было завершено обслуживание старшего по времени поступления требования; 3) в момент t старшее по времени поступления требование находилось в системе промежуток времени, заключенный между $u—h$ и u, за промежуток времени длительности h было завершено обслуживание требования с немаксимальным временем пребывания; 4) в момент t старшее по времени поступление требование пребывало в системе от $\tau—h$ до τ, следующее по старшинству имело длительность пребывания от $u—h$ до u.

Несложные рассуждения приводят нас к равенству

$$c_k(u+h,t+h,h)h = c_k(u,t,h)h(1—k\nu h) +$$
$$+\int_u^\tau c_k(x,t,0)\,\nu h(k—1)\left(\frac{u}{x}\right)^{k-2}\frac{h}{x}\,dx + c_k(u,t,h)h(k—1)\nu h + \tag{3}$$
$$+\frac{k—1}{\tau^{k-1}}u^{k-2}c_k(\tau,t,h)h.$$

Отсюда очевидным путем приходим к следующему интегро-дифференциальному уравнению для определения функции

$$\frac{\partial c_k}{\partial u} + \frac{\partial c_k}{\partial t} = -\nu c_k(u,t,0) +$$
$$+(k—1)\nu u^{k-2}\int_u^\tau c_k(x,t,0)\,x^{1-k}\,dx + \frac{k—1}{\tau^{k-1}}u^{k-2}c_k(\tau,t,0). \tag{4}$$

При составлении соответствующего уравнения для функции $c_k(u,t,0)$ при $k \geqslant n$ нужно учесть следующее обстоятельство: из системы обслуживания могут выйти лишь требования уже находящиеся в обслуживании, находящиеся же в состоянии ожидания покинуть систему не могут. Приняв во внимание это замечание, рассуждениями аналогичными предыдущим приходим к уравнению

$$\frac{\partial c_k}{\partial u} + \frac{\partial c_k}{\partial t} = -\nu c_k(u,t,0) + \tag{5}$$
$$+ (n-1)\nu u^{n-2} \int_0^\tau c_k(x,t,0)\, x^{1-n}\, dx + \frac{n-1}{\tau^{n-1}} u^{n-2} c_k(\tau, t, 0)\,.$$

Мы замечаем, что функции $c_k(u,t,0)$ при $k \geqslant n$ удовлетворяют одному и тому же уравнению. Этого результата и следовало ожидать, т. к. требование с максимальным временем пребывания в системе обслуживания может находиться лишь среди тех требований, которые уже обслуживаются. Для системы (B, b, n) такого положения уже не будет.

5. Т. к. позднее мы станем рассматривать лишь предельные вероятности $p_k = \lim\limits_{t\to\infty} P_k(t)$, то предположим, что существуют перед $c_k(u) = \lim\limits_{t\to\infty} c_k(u,t,0)$ при всех значениях $k, (k = 0, 1, 2, \ldots)$.

Уравнения (4) и (5) в пределе при $t \to \infty$ принимают следующую форму

$$\frac{d\, c_k(u)}{du} = -\nu c_k(u) + (k-1)\nu u^{k-2} \int_u^\tau c_k(x)\, x^{1-k}\, dx + \frac{k-1}{\tau^{k-1}} u^{k-2} c_k(\tau) \tag{6}$$

и при $k \geqslant n$

$$\frac{d\, c_k(u)}{du} = -\nu c_k(u) + (n-1)\nu u^{n-2} \int_u^\tau c_k(x)\, x^{1-n}\, dx + \frac{n-1}{\tau^{n-1}} u^{n-2} c_k(\tau). \tag{7}$$

Умножив обе части уравнения (6) на u^{2-n} и продифференцировав затем один раз по u, убеждаемся, что функция $c_k(u)$ удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению

$$u c_k'' + (2 - k + \nu u) c_k' + \nu c_k = 0. \tag{8}$$

Подобным же путем находим, что функции $c_k(u)$ при $k \geqslant n$ удовлетворяют уравнению

$$u c_k'' + (2 - n + \nu u) c_k' + \nu c_k = 0\,. \tag{9}$$

6. Легко проверить, что функция

$$\overline{c}_k(u) = u^{k-1} e^{-\nu u} \tag{10}$$

является решением уравнения (8). Второе решение, как известно, находится по формуле Остроградского-Лиувилля (см., например, [4], стр. 185, форм. (20)). В нашем случае это второе решение имеет вид

$$\bar{\bar{c}}_k(u) = u^{k-1} e^{-\nu u} \int \frac{e^{\nu u}}{u^k} du. \tag{11}$$

Баррер утверждает, что это второе решение содержит $\ln u$ таким образом, что для него ни при каком выборе постоянных A и B невозможно удовлетворить дополнительному ограничивающему условию

$$\int_0^\tau (A\bar{c}_k(u) + B\bar{\bar{c}}_k(u))\, du = 1, \tag{12}$$

за исключением случая $B = 0$, ([2], стр. 653).

Нужно сказать, что в этом пункте Баррер ощибся. Действительно, при $k \geqslant 2$ решение (11) принимает форму

$$\bar{\bar{c}}_k(u) = e^{-\nu u}\left[\frac{(u\nu)^{k-1}}{(k-1)!} \ln u + \sum_{\substack{s=0 \\ (s \neq k-1)}}^{\infty} \frac{(u\nu)^s}{s!(s-k+1)}\right].$$

Оно ограничено при всех значениях u в отрезке $0 \leqslant u \leqslant \tau$, поэтому можно при $k \geqslant 2$ найти отличное от 0 постоянное B, при котором соотношение (12) будет выполняться.

Мы должны отбросить решение (11) совсем по другой причине. Непосредственной проверкой убеждаемся, что функция (10) удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению (6), а функция (11) ему не удовлетворяет.

Таким образом единственное решение уравнения (6), удовлетворяющее условию $\int_0^\tau c_k(u)\, du = 1$ дается функцией

$$c_k(u) = u^{k-1} e^{-\nu u} \Big/ \left(\int_0^\tau u^{k-1} e^{-\nu u} du\right), \quad (1 \leqslant k \leqslant n). \tag{13}$$

Точно также единственным интересующим нас решением уравнения (7) является функция

$$c_k(u) = u^{n-1} e^{-\nu u} \Big/ \left(\int_0^\tau u^{n-1} e^{-\nu u} du\right), \quad (k \geqslant n). \tag{14}$$

7. Для определения предельных вероятностей p_k служит следующая бесконечная система линейных уравнений: $-\lambda p_0 + (\nu + c_1(\tau))p_1 = 0$ при $1 \leqslant k < n$

$$-(\lambda + k\nu + c_k(\tau))p_k + \lambda p_{k-1} + ((k+1)\nu + c_{k+1}(\tau))p_{k+1} = 0$$

и при $k \geqslant n$

$$-(\lambda + n\nu + c_k(\tau))p_k + \lambda p_{k-1} + (n\nu + c_{k+1}(\tau))p_{k+1} = 0.$$

Отсюда, при $k \leqslant n$, $p_k = \lambda^k p_0 / (\prod_{i=1}^{k}(i\nu + c_i(\tau))$ и при $k \geqslant n$, $p_k = \lambda^{k-n} p_n / (n\nu + c_n(\tau))^{k-n}$

Величина p_0 находится из равенства $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$.

Постоянные $c_k(\tau)$ определены равенствами: при $1 \leqslant k \leqslant n$

$$c_k(\tau) = \nu(\nu\tau)^{k-1} e^{-\nu\tau} \Big/ \left(\int_0^{\nu\tau} z^{k-1} e^{-z}\, dz \right)$$

и при $k \geqslant n$

$$c_k(\tau) = \nu(\nu\tau)^{n-1} e^{-\nu\tau} \Big/ \left(\int_0^{\nu\tau} z^{n-1} e^{-z}\, dz \right).$$

Особенно простой вид принимают эти формулы при $n = 1$:

$$p_0 = 1 - \varrho(1 - e^{-\nu t})$$

и при $k \geqslant 1$

$$p_k = [\varrho(1 - e^{-\nu\tau})]^k p_0.$$

Здесь для краткости введено обозначение $\varrho = \lambda/\nu$.

8. В докладе, который я прочел на Всесоюзном совещании по теории вероятностей и математической статистике в Ереване, помимо систем обслуживания рассмотренных Баррером, были выдвинуты задачи изучения также иных систем обслуживания. Я приведу здесь описание двух таких систем, до некоторой степени близких к тем, которые были изучены Баррером.

Требуется описать две следующие системы обслуживания:

a) Если в момент поступления требования все обслуживающие приборы были заняты обслуживанием, то требование остается ожидать своей очереди. Время, которое требование может посвятить ожиданию ограничено и равно случайной величине τ. Если в течение времени τ после поступления требования обслуживание не началось, то требование покидает систему.

b) При втором способе обслуживания общее время пребывания в системе ограничено случайной величиной τ. Таким образом требование может покинуть систему или не дождавшись начала обслуживания, т.к.

длительность ожидания оказалась слишком большой; или же требование дождалось обслуживания, но сумма времен ожидания и обслуживания оказалась слишком большой и оно покинуло систему, не будучи обслуженным до конца. Наконец, возможен случай, когда обслуживание требования доводится до конца.

Оба способа обслуживания могут представлять интерес для разнообразных практических задач. В частности, со второй постановкой вопроса приходится встречаться при организации службы медицинской скорой помощи.

Обе только что указанные постановки вопросов были рассмотрены нами в простейших предположениях:

1) Поток требований простейший. Т.о. вероятность поступления k требований в течение промежутка времени длительности t равна $p_k(t) = (\lambda t)^k e^{-\lambda t}/k!$, где $\lambda > 0$ — постоянное.

2) Распределение длительности обслуживания отрицательное показательное с параметром ν одинаковым для всех требований.

3) Распределение величины τ показательное с параметром μ. Таким образом при $t > 0$, $P\{\tau < t\} = 1 - e^{-\mu t}$.

4) Величина τ независима от числа требований, находящихся в очереди; длительности обслуживания различных требований представляют собой независимые случайные величины.

Мы не станем приводить здесь решения возникающих математических проблем и ограничимся лишь приведением формул для предельных вероятностей p_k. Для постановки задачи a) имеем при $k \leqslant n$

$$p_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\nu}\right)^k p_0,$$

при $k > n$,

$$p_k = \lambda^k p_0 \Big/ \left[n!\, \nu^n \prod_{i=n+1}^{k} ((i-n)\mu + \nu) \right].$$

Для постановки задачи b) вероятности p_k определяются из равенств: при $k \leqslant n$

$$p_k = \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu + \nu}\right)^k p_0,$$

при $k > n$

$$p_k = \lambda^k p_0 \Big/ \left[n!\, (\mu + \nu)^n \prod_{i=n+1}^{k} (i\mu + n\nu) \right].$$

Вероятность p_0 в обоих случаях находится из равенства $\sum_{k=0}^{\infty} p_k = 1$.

Из полученных формул легко вывести, что при любом соотношении между величинами $0 \neq \lambda, \mu, \nu \neq \infty$, очередь со временем безгранично не возрастает и стремится к некоторому стационарному состоянию, конечно, зависящему от соотношения между параметрами λ, μ и ν.

8. Результаты, изложенные в настоящей заметке, являются лишь началом серии дальнейших исследований. Прежде всего во всех рас-

смотренных нами вопросах мы ввели весьма ограничительные предложения относительно входящего потока и распределения времени обслуживания. Далее мы оставили в стороне важнейшие для практики вопросы, касающиеся распределения вероятностей потерь, времени ожидания и др. Я расчитываю, что в ближайшее время в дальнейших статьях, как моих, так и моих учеников, будет дано решение некоторых из затронутых здесь вопросов.

Поступила 10 VI 1959 г.

Академия Наук УССР,
Киев, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Barrer D. Y., Oper. Res., 1957, **5**, pp. 644-649.
2. — Ibid., 1957, **5**, pp. 650—656.
3. Хинчин А. Я., *Математические методы теории массового обслуживания*, Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова, **49**, Изд. АН СССР, 1955.
4. Степанов В. В., *Курс дифференциальных уравнений*, М., ГОНТИ, 1938.

ALCUNE OSSERVAZIONI CONCERNENTI DUE ARTICOLI DEL D. Y. BARRER

(Sunto)

D. Y. Barrer a esposto in due dei suoi articoli recenti [1], [2] due formulazioni nuove e del tutto naturali dei problemi relativi alla teoria dei codazzi, promettenti una serie di importanti aplicazioni.

L'Autore estende in un certo senso un risultato di Barrer, ne corregge una sua affermazione espressa senza dubbio alcuno in seguito ad una confusione e ne da la formulazioni di un numero di problemi nuovi concernenti questo dominio della teoria dei processe alleatori, degni di essere approfonditi.

UNELE OBSERVAŢII CU PRIVIRE LA DOUĂ ARTICOLE ALE LUI D. Y. BARRER

(Rezumat)

D. Y. Barrer a elaborat în două articole recente [1], [2] două formulări noi şi naturale ale problemelor relative la teoria cozilor sau a deservirii de masă menite să găsească fără îndoială aplicaţii practice de seamă.

Autorul extinde întrucîtva un rezultat al lui Barrer, corectează o afirmaţie a acestuia, exprimată fără îndoială datorită unei confuzii, şi formulează, în fine, un număr de noi probleme în curs de elaborare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

531.011

НОВЫЕ УРАВНЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

И. ЦЕНОВ

1. Пусть $q_1, q_2, \ldots, q_i, \ldots, q_s$ (или, сокращенно, $[q_i]$) обобщенные координаты голономной материальной системы с кинетической энергией T. Мы нашли [1], что уравнения движения этой системы являются

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \ddot{T}}{\partial \ddot{q}_i} - 3\frac{\partial T}{\partial q_i}\right) = Q_i, \quad (i = 1, 2, \ldots, s), \tag{1}$$

где $\ddot{T}$ — вторая полная производная T по t, а $[Q_i]$ — данные обобщенные силы.

Введем в эти уравнения функцию T_0, где этим обозначена функция T, рассматриваемая как зависящая только от $[q_i]$ и t, т. е. при фиксированных $[\dot{q}_i]$. Тогда из $T_0 = T$ получаем

$$\dot{T}_0 = \frac{\partial T}{\partial q_i}\dot{q}_i + \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \ddot{T}_0 = \frac{\partial T}{\partial q_i}\ddot{q}_i + \cdots,$$

где в правой части последнего равенства не выписаны члены не содержащие обобщенные ускорения $[\ddot{q}_i]$. Получаем

$$\frac{\partial \ddot{T}_0}{\partial \ddot{q}_i} = \frac{\partial T}{\partial q_i}$$

и уравнения (1) для голономной системы принимают следующий вид

$$\frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_i} = Q_i, \quad (i = 1, 2, \ldots, s), \tag{I}$$

где

$$R = \frac{1}{2}(\ddot{T} - 3\ddot{T}_0). \tag{2}$$

Функция R совпадает с энергией ускорения, введенной Аппелем [2], с точностью до слагаемых не содержащих обобщенные ускорения $[\ddot{q}_i]$.

Пусть материальная система подчинена новым связям l, аналитически выражамыми p линейными и неинтегрируемыми дифференциальными реляциями между ее обобщенными скоростями $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \ldots, \dot{q}_\alpha, \ldots, \dot{q}_k$ (или $[\dot{q}_\alpha]$) и $\dot{q}_{k+1}, \dot{q}_{k+2}, \ldots, \dot{q}_r, \ldots, \dot{q}_{k+p=s}$ (или $[\dot{q}_r]$) и пусть в этих реляциях $[\dot{q}_r]$ представлены явным образом, т.е.

$$(3)\quad \dot{q}_r = a_{r\alpha}\dot{q}_\alpha + a_r, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k;\ r = k+1, k+2, \ldots, q+p=s),$$

$a_{r\alpha}$ и a_r — функции от $[q_\alpha]$, $[q_r]$, t; тогда материальная система становится неголономной[1]).

При отсутствии этих реляций, т.е. если система голономна, то общее уравнение аналитической динамики согласно с (I) принимает вид

$$\frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_\alpha}\delta q_\alpha + \frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_r}\delta q_r = Q_\alpha \delta q_\alpha + Q_r \delta q_r .$$

Но из (3) имеем

$$(4)\qquad \delta q_r = a_{r\alpha}\delta q_\alpha,\ \ddot{q}_r = a_{r\alpha}\ddot{q}_\alpha + \dot{a}_{r\alpha}\dot{q}_\alpha + \dot{a}_r,\ \frac{\partial \ddot{q}_r}{\partial \ddot{q}_\alpha} = a_{r\alpha} = \frac{\partial \delta q_r}{\partial \delta q_\alpha}$$

и уравнение для неголономной системы становится

$$\left(\frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_\alpha} + \frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_r}\frac{\partial \ddot{q}_r}{\partial \ddot{q}_\alpha}\right)\delta q_\alpha = \left(Q_\alpha + Q_r\frac{\partial \delta q_r}{\partial \delta q_\alpha}\right)\delta q_\alpha \equiv P_\alpha \delta q_\alpha .$$

Так как $[\delta q_\alpha]$ независимые виртуальные перемещения, то из этого уравнения получаются уравнения движения для неголономной системы с линейными связями:

$$(5)\qquad \frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_\alpha} + \frac{\partial R}{\partial \ddot{q}_r}\frac{\partial \ddot{q}_r}{\partial \ddot{q}_\alpha} = P_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k).$$

Этим уравнениям можно дать и другое представление. Функция R, данная в (2), зависит от $[\ddot{q}_\alpha]$ и $[\ddot{q}_r]$. Если вместо $[\ddot{q}_r]$ подставим выражения из (4), то получим новую функцию R_l, зависящую только от независимых обобщенных ускорений $[q_\alpha]$ и (5) становится

$$(\mathrm{II})\qquad \frac{\partial R_l}{\partial \ddot{q}_\alpha} = P_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k).$$

2. Обобщим уравнения Лагранжа для неголономной системы с линейными связями. Кинетическая энергия T этой системы, рассматри-

---

[1]) В неголономных системах греческие индексы пробегают значения от 1 до k, а латинские от $k+1$ до $k+p=s$.

ваемой как голономной, является функцией от $[\dot{q}_\alpha]$, $[\dot{q}_r]$, $[q_\alpha]$, $[q_r]$, t. Пусть T_l означает функцию T, после того как в ней $[\dot{q}_r]$ заменены их значениями из (3); тогда кинетическая энергия T_l неголономной системы будет зависеть от $[\dot{q}_\alpha]$, $[q_\alpha]:[q_r]$, t.

Найдем теперь добавочный член D_α, который необходимо прибавить к левой стороне уравнений Лагранжа с функцией T_l, чтобы получить уравнения движения неголономной системы в форме

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}+D_\alpha=P_\alpha,\quad (\alpha=1,2,\ldots,k). \tag{6}$$

Используя (II) и (6) следует вычислить разницу

$$\frac{\partial R_l}{\partial \ddot{q}_\alpha}-\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}\right)=D_\alpha. \tag{7}$$

При вычислении функции $R=\frac{1}{2}(\ddot{T}-3\ddot{T}_0)$, из которой получается функция R_l, удерживаем только члены, содержащие $[\ddot{q}_\alpha]$ и $[\ddot{q}_r]$.

Из равенств

$$\dot{T}=\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\alpha}\ddot{q}_\alpha+\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\ddot{q}_r+\frac{\partial T}{\partial q_\alpha}\dot{q}_\alpha+\frac{\partial T}{\partial q_r}\dot{q}_r+\frac{\partial T}{\partial t},\quad \dot{T}_0=\frac{\partial T}{\partial q_\alpha}\dot{q}_\alpha+\frac{\partial T}{\partial q_r}\dot{q}_r+\frac{\partial T}{\partial t}$$

находим вторые производные $\ddot{T}$ и $\ddot{T}_0$ и потом функции R, R_l и $\partial R_l/\partial \ddot{q}_\alpha$, а из равенств

$$\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}=\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_\alpha}+\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}a_{r\alpha},\quad \frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}=\frac{\partial T}{\partial q_\alpha}+\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\frac{\partial \dot{q}_r}{\partial q_\alpha}$$

вычислим $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\dfrac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\dfrac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}$. Тогда из (7) находим, что разница

$$D_\alpha=\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\left(\frac{\partial \dot{q}_r}{\partial q_\alpha}-\dot{a}_{r\alpha}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_r}a_{r\alpha}$$

от $[\ddot{q}_\alpha]$ не зависит. Уравнения движения неголономной системы даются

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}+\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\left(\frac{\partial \dot{q}_r}{\partial q_\alpha}-\dot{a}_{r\alpha}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_r}a_{r\alpha}=P_\alpha,\ (\alpha=1,2,\ldots,k), \tag{III}$$

являющимися искомыми обобщенными уравнениями Лагранжа.

Следствия. 1) Пусть T_l не зависит от $[q_r]$. Тогда и T не зависит от $[q_r]$. Уравнения движения неголономной системы суть

$$(8)\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}+\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\left(\frac{\partial \dot{q}_r}{\partial q_\alpha}-\dot{a}_{r\alpha}\right)=P_\alpha,\quad (\alpha=1,2,\ldots,k).$$

2) Пусть T_l и T тоже не зависят от $[q_r]$ и кроме того в реляциях (3) $a_r=0$, и $a_{r\alpha}$ не зависят от времени t. Тогда уравнения (III) принимают вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}+\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r}\left(\frac{\partial a_{r\beta}}{\partial q_\alpha}-\frac{\partial a_{r\alpha}}{\partial q_\beta}\right)\dot{q}_\beta=P_\alpha,$$

данный Чаплыгиным [3].

3) Пусть опять T_l и T не зависят от $[q_r]$ и предположим, что связи l выражаются аналитически конечными уравнениями $q_r=q_r([q_\alpha],t)$, $(r=k+1,\ k+2,\ldots,\ k+p=s)$; тогда система голономна и уравнения движения даются (8). Уравнения (3) в этом случае становятся

$$\dot{q}_r=\frac{\partial q_r}{\partial q_\alpha}\dot{q}_\alpha+\frac{\partial q_r}{\partial t},\quad (r=k+1,\ k+2,\ldots,\ k+p=s).$$

Так как $a_{r\alpha}=\partial q_r/\partial q_\alpha$, $a_r=\partial q_r/\partial t$, то

$$\frac{\partial \dot{q}_r}{\partial q_\alpha}-\dot{a}_{r\alpha}=\frac{\partial^2 q_r}{\partial q_\beta\,\partial q_\alpha}\dot{q}_\beta+\frac{\partial^2 q_r}{\partial t\,\partial q_\alpha}-\frac{\partial^2 q_r}{\partial q_\alpha\,\partial q_\beta}\dot{q}_\beta-\frac{\partial^2 q_r}{\partial q_\alpha\,\partial t}\equiv 0$$

и уравнения (8) для голономной системы принимают вид

$$(9)\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial T_l}{\partial \dot{q}_\alpha}-\frac{\partial T_l}{\partial q_\alpha}=P_\alpha,\quad (\alpha=1,2,\ldots,k).$$

Из уравнений (8) и (9) следует: если имеются две материальные системы с одинаковыми силами, то их уравнения движения различны. Для написания уравнений голономной системы достаточна одна функция T_l. Для неголономной системы эта функция недостаточна, так как $D_\alpha\neq 0$.

3. Запишем уравнения движения (1) так

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \ddot{T}}{\partial \ddot{q}_i}=Q_i+\frac{3}{2}\frac{\partial T}{\partial q_i},\quad (i=1,2,\ldots,s=k+p).$$

Эти уравнения показывают, что используя вторую производную $\frac{1}{2}\ddot{T}$ функции $\frac{1}{2}T$ — полу-кинетической энергии системы — для написания дифференциальных уравнений движения, следует к данным силам прибавить происходящие из функции сил $\frac{3}{2}T$, новые силы, рассматриваемые только как функции обобщенных координат и времени. Тогда сумма виртуальных работ $\partial\tau$, данных и новых сил, дается равенством

(10) $$\delta\tau=Q_i\delta q_i+\frac{3}{2}\delta T=\left(Q_i+\frac{3}{2}\frac{\partial T}{\partial q_i}\right)\delta q_i$$

из которого имеем

$$Q_i+\frac{3}{2}\frac{\partial T}{\partial q_i}=\frac{\partial\delta\tau}{\partial\delta q_i}$$

и уравнения движения голономной системы принимают вид:

(IV) $$\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{T}}{\partial\ddot{q}_i}=\frac{\partial\delta\tau}{\partial\delta q_i},\quad (i=1,2,\ldots,s).$$

Следуя изложению № 1 находим, что уравнения неголономной системы имеют вид:

(V) $$\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{T}_l}{\partial\ddot{q}_\alpha}=\frac{\partial\delta\tau_l}{\partial\delta q_\alpha},\quad (\alpha=1,2,\ldots,k),$$

где $\ddot{T}_l$ получается из $\ddot{T}$ подстановкой при помощи (4), зависимых обобщенных ускорений $[\ddot{q}_r]$ независимыми ускорениями $[\ddot{q}_\alpha]$, а $\delta\tau_l$ получается из $\delta\tau$ (данной (10)) подстановкой $[\delta q_r]$ при помощи (4).

4. Трансформируем теперь уравнения (IV), замещая $[\dot{q}_i]$ новыми величинами ω_j, связанными с $[\dot{q}_i]$ соотношениями

(11) $$\dot{q}_i=b_{ij}\omega_j+b_i,\quad (i,j=1,2,\ldots,s=k+p),$$

где b_{ij} и b_i — функции $[q_i]$ и времени t.

Полагая $\omega_j=\mathrm{d}\mu_j/\mathrm{d}t=\dot{\mu}_j$, эти реляции превращаются в

(11′) $$\dot{q}_i=b_{ij}\dot{\mu}_j+b_i.$$

Отсюда имеем

(12) $$\ddot{q}_i=b_{ij}\ddot{\mu}_j+\dot{b}_{ij}\dot{\mu}_j+\dot{b}_i,\ \delta q_i=b_{ij}\delta\mu_j,\ \frac{\partial\ddot{q}_i}{\partial\ddot{\mu}_j}=b_{ij}=\frac{\partial\delta q_i}{\partial\delta\mu_j}.$$

Используя общее уравнение динамики, написанное в виде

$$\left(\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{T}}{\partial\ddot{q}_i}-\frac{\partial\delta\tau}{\partial\delta q_i}\right)\delta q_i=0$$

и равенств (12), находим, что трансформированные уравнения движения голономной системы даются

(VI) $$\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{\overline{T}}}{\partial\ddot{\mu}_j}=\frac{\partial\delta\overline{\tau}}{\partial\delta\mu_j},\quad (j=1,2,\ldots,s).$$

Здесь $\ddot{\overline{T}}$ и $\delta\overline{\tau}$ получены из $\ddot{T}$ и $\delta\tau$, учитывая (12).

Пусть материальная система неголономна. Реляции (3), учитывая (11) и (11′), становятся

$$\omega_r = c_{\alpha r}\omega_\alpha + c_r, \quad \dot{\mu}_r = c_{\alpha r}\dot{\mu}_\alpha + c_r.$$

Отсюда

$$\ddot{\mu}_r = c_{\alpha r}\ddot{\mu}_\alpha + \dot{c}_{\alpha r}\dot{\mu}_\alpha + \dot{c}_r, \quad \delta\mu_r = c_{\alpha r}\delta\mu_\alpha, \quad \frac{\partial\ddot{\mu}_r}{\partial\ddot{\mu}_\alpha} = c_{\alpha r} = \frac{\partial\delta\mu_r}{\partial\delta\mu_\alpha}. \tag{13}$$

Имея ввиду эти равенства, общее уравнение динамики

$$\left(\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{T}}{\partial\ddot{\mu}_\alpha} - \frac{\partial\delta\bar{\tau}}{\partial\delta\mu_\alpha}\right)\delta\mu_\alpha + \left(\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{T}}{\partial\ddot{\mu}_r} - \frac{\partial\delta\bar{\tau}}{\partial\delta\mu_r}\right)\delta\mu_r = 0$$

дает следующие уравнения движения неголономной системы

$$\frac{1}{2}\frac{\partial\ddot{T}_l}{\partial\ddot{\mu}_\alpha} = \frac{\partial\delta\bar{\tau}_l}{\partial\delta\mu_\alpha}, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, k), \tag{VII}$$

где, учитывая (13), $\ddot{T}_l$ и $\delta\bar{\tau}_l$ получены из $\ddot{T}$ и $\delta\bar{\tau}$.

Поступила 14 IV 1959 г.

Болгарская Академия Наук,
София, Н. Р. Болгария

ЛИТЕРАТУРА

1. Ценов И., ДАН СССР, 1953, **83**, *1*.
2. Appell P., *Traité de mécanique rationnelle*, 1931, **2**, p. 382.
3. Добронравов В. В., Уч. зап. МГУ, 1948, **2**, Механика.

NOUVELLES ÉQUATIONS DE LA DYNAMIQUE ANALYTIQUE

(Résumé)

1. Si l'on prend la fonction $R = (\ddot{T} - 3\ddot{T}_0)/2$, où $\ddot{T}$ est la seconde dérivée par rapport à t de l'énergie cinétique d'un système matériel holonome, $\ddot{T}_0$ cette même dérivée de T considerée comme une fonction des coordonnées généralisées $q_1, q_2, \ldots, q_s$ et t seulement, les équations du mouvement sont données par (I).

Pour un système nonholonome avec des liaisons différentielles linéaires par rapport aux vitesses généralisées exprimées par (3), les équations du mouvement sont donneés par (II).

2. On a trouvé les équations de Lagrange généralisées (III) pour un système nonholonome.

3. En utilisant seulement la seconde dérivée $\ddot{T}/2$ de la demi-énergie cinétique d'un système, pour établir les équations du mouvement, il faut ajouter aux forces données des forces nouvelles, générées par la fonction $3T/2$, cette dernière considerée comme fonction des coordonnées généralisées et du temps t. Les équations du mouvement pour un système holonome sont données par (IV) et pour un système nonholonome, par (V).

4. On a transformé les équations du mouvement (VI) en échangeant les vitesses généralisées par des quantités nouvelles. Les équations transformées pour un système holonome sont données par (VI) et pour un système nonholonome, par (VII).

NOI ECUAŢII ALE DINAMICII ANALITICE

(Rezumat)

Autorul expune pe larg rezultatele enunţate în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

532.5

К КЛАССИФИКАЦИИ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Г. К. МИХАЙЛОВ

Классификация гидродинамических задач теории установившегося движения грунтовых вод в вертикальной плоскости была дана впервые Б. К. Ризенкампфом в его монографии *Гидравлика грунтовых вод* [29]. Однако Б. К. Ризенкампф ограничился для упрощения рассмотрением случаев движения без инфильтрации (или испарения) на свободной поверхности и не остановился на некоторых специальных случаях. Классификацию не отличающуюся существенно от упомянутой классификации Б. К. Ризенкампфа, дал также Г. Н. Положий [48]. В последнее время вопросы классификации привлекли внимание С. Н. Нумерова [45] ... [47], положившего в основу классификации способов решения задач, решаемых методом конформного отображения, рассмотрение области годографа скорости фильтрации. Этот подход позволил более точно проанализировать отдельные особые случаи, однако С. Н. Нумеров указал все же не все возможные схемы области годографа скорости.

Настоящая статья посвящена уточнению классификации задач, решаемых при помощи метода конформных отображений. В библиографических ссылках ниже указаны первые работы, относящиеся к тому или иному вопросу.

В дальнейшем изложении будем всегда предполагать, что скорость фильтраций грунтовых вод U подчиняется закону Дарси:

$$U = -k\frac{\partial h}{\partial s}, \tag{1}$$

где k — коэффициент фильтрации, $\partial h/\partial s$ — градиент напора вдоль осредненной линии тока фильтрационного потока.

Введем следующие обозначения. Пусть $z = x + iy$ — комплексная координата области движения, причем ось y направлена вертикально вверх. Через $f = \varphi + i\psi$ обозначим комплексный потенциал течения. Потенциал скорости фильтрации

$$\varphi = -k(p/\gamma + y) + C, \tag{2}$$

где k — коэффициент фильтрации грунта, p — давление в потоке грунтовых вод, γ — объемный вес фильтрующейся жидкости, C — произвольная постоянная. Как известно, компоненты скорости фильтрации определяются в условиях справедливости закона Дарси выражениями

$$u = \frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \qquad v = \frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \tag{3}$$

а функции φ и ψ удовлетворяют уравнению Лапласа. Пусть, далее, $w = \overline{V} = u - iv$ есть комплексная скорость фильтрации, причем $w = df/dz$. Кроме того, введем функцию $G = f - ikz$, которую будем называть функцией Жуковского. Через ε обозначим величину притока жидкости на единицу длины горизонтальной проекции свободной поверхности (при отсутствии инфильтрации $\varepsilon = 0$, а при испарении, $\varepsilon < 0$).

Вначале будем рассматривать задачи, область движения в которых ограничена только ломаными (эквипотенциалями, линиями тока и изобарами, т. е. участками высачивания) и свободными поверхностями.

Как показал Б. Б. Девисон [3], при ломаных границах области движения грунтовых вод и наличии свободной поверхности, область комплексной скорости фильтрации w (или область годографа скорости $V = \overline{w} = u + iv$) ограничена дугами окружностей и прямолинейными отрезками. Этот вывод был распространен им и на случай кусочно-постоянной инфильтрации (или испарения) на единицу длины горизонтальной проекции сводной поверхности [13], [14].

Как известно, на плоскости годографа скорости:

1) прямолинейные эквипотенциали изображаются отрезками прямых, проходящих через начало координат и перпендикулярных эквипотенциалям на плоскости z;

2) прямолинейные линии тока изображаются отрезками прямых, проходящих через начало координат и перпендикулярных линиям тока на плоскости z;

3) прямолинейные участки высачивания (линии равного давления) изображаются отрезками прямых, проходящих через точку $V = -ik$ и перпендикулярных к соответствующим прямым на плоскости z;

4) свободные поверхности изображаются дугами симметричных, относительно оси v, окружностей, проходящих через точки $V_1 = -ik$ и $V_2 = -i\varepsilon$ ($V_2 = 0$ при $\varepsilon = 0$).

Б. Б. Девисон [28], [33] и Б. К. Ризенкампф [29] показали, что решение задачи может быть сведено к взаимному конформному отображению двух многоугольников и последующей квадратуре, если только все дуги (отрезки) контура области годографа скорости (или их продолжения) пересекаются между собой в некоторой общей точке $V_0 = u_0 + iv_0 = \overline{w}_0$. Они показали, что при этом область движения оказывается заданным многоугольником на плоскостях комплексных переменных $F_0 = f - w_0 z$ и $dz/dF_0 = 1/(w - w_0)$. В этом случае достаточно отобразить области F_0 и dz/dF_0 на полуплоскость или круг вспомогательной комплексной переменной ζ, после чего решение может быть представлено в виде

$$z = \int \frac{dz(\zeta)}{dF_0} \frac{dF_0(\zeta)}{d\zeta} d\zeta, \quad f = w_0 z + F_0(\zeta) \tag{4}$$

или (при $w_0 = \infty$)

$$z = z(\zeta), \quad f = \int \frac{df(\zeta)}{dz} \frac{dz(\zeta)}{d\zeta} d\zeta. \tag{4'}$$

В этих же работах было указано[1]), что решение может быть получено без дополнительной квадратуры, если все дуги контура области годографа скорости пересекаются между собой в некоторых двух общих точках $V_1 = u_1 + iv_1 = \overline{w}_1$ и $V_2 = u_2 + iv_2 = \overline{w}_2$. В этом случае для решения задачи достаточно отобразить взаимно друг на друга многоугольные области движения на плоскостях $F_1 = f - w_1 z$ и $F_2 = f - w_2 z$

В случае отсутствия у дуг (отрезков) контура области годографа скорости общей точки пересечения, решение прямой задачи, вообще говоря, не может быть получено одним применением конформных отображений и квадратурами.

Таким образом, все рассматриваемые задачи в прямой постановке разбиваются по способам решения на три большие класса:

I) задачи, требующие для их решения только одного взаимного конформного отображения двух многоугольников (или, соответственно, двух отображений при помощи формулы Шварц–Кристоффеля на вспомогательную полуплоскость);

II) задачи, требущие для их решения, наряду с конформным отображением двух многоугольников, последующего взятия квадратуры вида (4) или (4');

---

[1]) Б. Б. Девисон указал на это в общей форме, а Б. К. Ризенкампф лишь на примерах, когда область движения задана на плоскости функции Жуковского.

III) задачи, не решаемые, вообще говоря, непосредственно при помощи метода конформных отображений.

При этом, способы решения задач второго класса, связанные с преобразованием области годографа скорости, естественно назвать способами годографа скорости[2]).

Очевидно, что типичными точками взаимного пересечения дуг (отрезков) контура области годографа скорости являются точки $V = \infty$ (для двух прямых), $V = 0$ и $V = -ik$. Соответственно этому существуют по три основных типа задач двух первых классов. В первом классе, это задачи, дуги контура области годографа скорости в которых имеют следующие пары общих точек взаимного пересечения: 1) $V = \infty$ и $V = 0$; 2) $V = \infty$ и $V = -ik$; 3) $V = 0$ и $V = -ik$. Последний тип, естественно, обобщается при наличии инфильтрации (испарения) на пару общих точек пересечения дуг контура области годографа скорости $V = -i\varepsilon$ и $V = -ik$. При этом область изменения функции $f_\varepsilon = f - i\varepsilon z$ оказывается заданным многоугольником. Во втором классе к основным типам задач относятся задачи, дуги контура области годографа скорости у которых имеют следующие общие точки взаимного пересечения: 4) $V = \infty$; 5) $V = 0$; 6) $V = -ik$.

Таковы шесть указанных Б. К. Ризенкампфом основных типов задач, решение которых может быть получено при помощи метода конформных отображений. Для задач каждого из этих типов вид области движения заранее известен на плоскостях двух комплексных переменных.

Воспроизведем здесь заимствованную (с небольшими изменениями) у Б. К. Ризенкампфа [29] классификационную таблицу. В последнем столбце таблицы для задач второго класса указана в квадратных скобках функция, на плоскости которой область движения представляется в задачах с ломаными контурами и свободными поверхностями в виде прямолинейного многоугольника.

Таблица основных типов задач

Типы задач	Границы, которые может иметь поток				Плоскости, на которых определена область движения.
	Свободные поверхности	Прямые линии тока и эквипотенциали	Горизонтальные эквипотенциали и вертикальные линии тока	Прямолинейные негоризонтальные участки высачивания	
1	—	+	+	—	z, f; w
2	—	—	+	+	z, G; w
3	+	—	+	—	$f(f_\varepsilon)$, G; w
4	—	+	+	+	z, w — [df/dz]
5	+	+	+	—	f, w — [dz/df]
6	+	—	+	+	G, w — [dz/dG]
7	+	+	+	+	w

К седьмому типу задач Б. К. Ризенкампф отнес задачи, форма области движения в которых известна только на плоскости годографа скорости.

Рассмотрим кратко каждый из основных типов задач.

К первому типу относятся все задачи напорного движения под гидротехническими сооружениями и напорного притока к дренам, общий метод решения которых[3]) разработан Н. Н. Павловским в его известной монографии 1922 года [1].

Ко второму типу относится незначительное количество задач. Примером этого типа может служить задача о притоке грунтовых вод к ряду узких вертикальных канав при затоплении горизонтальной поверхности и отсутствии водоупора, решенная при помощи отображения полуполос на плоскостях z и G В. В. Ведерниковым [30].

---

[2]) По классификации С. Н. Нумерова: третий способ конформных отображений или способ годографа скорости.

[3]) По классификации С. Н. Нумерова: первый способ конформных отображений или способ Павловского.

К третьему типу относится широкий круг задач безнапорного движения грунтовых вод с горизонтальными эквипотенциалями и вертикальными линиями тока (приток к горизонтальным щелям, истечение из мелких водоемов). Способ решения задач этого типа восходит к одной посмертно опубликованной работе Н. Е. Жуковского [2], в которой им была введена так называемая функция Жуковского $G = f - ikz$ [4]). Последовательное рассмотрение подобных задач [5]) было предпринято В. В. Ведерниковым [4], [6], [30] и Н. Н. Павловским [8], [16], [17] с В. И. Аравиным [5], [10], [18]. Одна из первых задач этого типа была исследована также Е. Д. Хомовской [25] (при помощи способа годографа скорости).

Обобщение метода решения задач третьего типа на случай наличия постоянной инфильтрации (испарения) на свободной поверхности было осуществлено Б. Б. Девисоном [28] и Б. К. Ризенкампфом [29].

Пример задач четвертого типа был рассмотрен впервые, если не считать работы Ч. Слихтера, (1898), Ф. Б. Нельсоном-Скорняковым [15] (фильтрация в симметричном треугольном „ядре" с прямым углом при вершине). Узкий круг задач этого типа ограничивается в основном задачами фильтрации в „ядрах" земляных плотин и при дренаже без свободной поверхности.

К пятом типу относятся многочисленные задачи безнапорной фильтрации без негоризонтальных участков высачивания. Способы решения этих задач были развиты В. В. Ведерниковым [6], [11] и Н. Н. Павловским [23], [24]. Одна задача, приведенная к этому типу, была исследована независимо И. Б. Погребысским [9]. Следует заметить, что задачи этого типа можно решить также при наличии на контуре области движения участков, отграничивающих ее от покоящейся тяжелой жидкости. Как показала П. Я. Полубаринова-Кочина [37], на участках г аниц этого вида годограф скорости очерчивает дуги окгужности, проходящей через начало координат и имеющей центр в точке

$$V = (\varrho_2/\varrho_1 - 1)ki/2, \tag{5}$$

где ϱ_1 и ϱ_2 — плотности, соответственно, фильтрующейся и покоящейся жидкостей. В задачах пятого типа всегда $\varepsilon = 0$.

К шестому типу относятся также многочисленные задачи безнапорной фильтрации с горизонтальными эквипотенциалями, вертикальными линиями тока и прямолинейными участками высачивания. Способ решения этих задач был рассмотрен в работах В. В. Ведерникова [12], [19]. Следует отметить, что в задачах шестого типа достаточно, чтобы интенсивность инфильтрации (испарения) на свободной поверхности ε была лишь кусочнопостоянной функцией вдоль свободной поверхности. Это обстоятельство было использовано Н. Н. Веригиным [42], [44] при решении задач о движении грунтовых вод при местной усиленной инфильтрации.

Задачи седьмого типа являются наиболее общими и не могут быть, вообще говоря, решены при помощи одних конформных отображений. Все задачи первого класса являются, кроме того, частными случаями задач второго класса. Соотношение между задачами различных типов изображено на займствованной у Б. К. Ризенкампфа [29] диаграмме, на которой стрелками указан переход от частных к более общим типам задач (рис. 1).

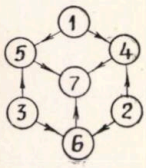


Рис. 1

Надо заметить, что первоначально отдельные задачи первого класса решались при помощи способа годографа скорости, т. е. с взятием одной лишней квадратуры. Такие примеры можно найти в работах В. В. Ведерникова [30], Б. Б. Девисона [27], Б. К. Ризенкампфа [29] и др.

Помимо указанных основных семи типов задач, имеются еще четыре частные случая, в которых решение может быть получено методом конформных отображений.

---

[4]) В отдельных работах функция Жуковского вводится иначе, отличаясь, от приведенной здесь, постоянным множителем.

[5]) По классификации С. Н. Нумерова: второй способ конформных отображений или способ Ведерникова–Павловского.

Три из них относятся к первому классу, а один — ко второму классу. Остановимся вкратце на этих случаях.

Восьмой тип (первый класс). Границы области фильтрации состоят только из взаимноперпендикулярных эквипотенциалей и линий тока и из параллельных участков высачивания (свободная поверхность отсутствует). На плоскости годографа скорости область движения ограничена отрезками двух прямых. Задачи этого типа немногочисленны. Приведем для примера схему, изображенную вместе с соответствующей областью годографа скорости на рис. 2.

Девятый тип (первый класс). Границы области фильтрации состоят только из параллельных негоризонтальных участков высачивания и свободной поверхности с произвольной постоянной величиной ε. На существование этого типа задач указал Б. К. Ризенкампф [29]. Примером может служить задача, изображенная схематично вместе с соответствующей областью годографа скорости на рис. 3.

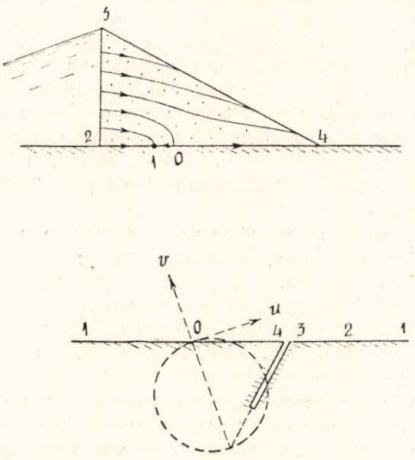


Рис. 2

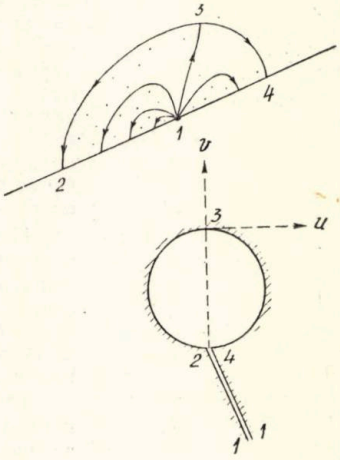


Рис. 3

Десятый тип [6] (первый класс). Границы области фильтрации состоят только из взаимноперпендикулярных эквипотенциалей и линий тока и из свободной поверхности с произвольной величиной ε. Примеры задач этого типа для движения грунтовых вод с горизонтальным водоупором и испарением со свободной поверхности были рассмотрены Б. Б. Девисоном [28], [33] и Б. К. Ризенкампфом [29]. Б. Б. Девисон использовал при этом взаимное конформное отображение областей функций $F_1 = f - \sqrt{-\varepsilon kz}$ и $F_2 = f + \sqrt{-\varepsilon kz}$ [7]), а Б. К. Ризенкампф решал задачу способом годографа скорости, с взятием лишней квадратуры.

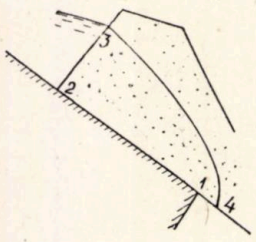
Одиннадцатый тип (второй класс). Контур области движения на плоскости годографа скорости состоит из дуг окружности, соответствующих свободной поверхности и направленных под фиксированным (зависящим от ε) углом отрезков двух пересекающихся на этой окружности прямых, соответствующих системе взаимно-перпендикулярных эквипотенциалей и линий тока и параллельных участков высачивания. Угол между обоими прямыми равен прямому при $\varepsilon = 0$. На существование задач этого типа указал С. Н. Нумеров [47]. Пример такой задачи приведен на схеме, изображенной вместе с соответствующей областью годографа скорости на рис. 4.

---

[6]) По классификации С. Н. Нумерова относящиеся сюда задачи решаются при помощи четвертого способа конформных отображений.

[7]) Первоначально [20], [27] Б. Б. Девисон исследовал задачи этого типа более сложным, искусственным способом.

Такова классификация задач, предполагающая, что область движения ограничена лишь ломаными (эквипотенциалями, линиями тока и участками высачивания) и свободными поверхностями. При произвольном задании области движения на плоскости z сохраняет полный смысл разделение задач на первые шесть общих типов, когда контур области движения известен на каких-либо двух плоскостях комплексных переменных. При этом можно считать, что взаимное конформное отображение двух произвольных областей может быть всегда выполнено точно или приближенно при помощи какого-либо из известных способов, в том числе путем решения соответствующей краевой задачи. Что касается последних четырех частных типов задач, то они имеют значение только при детальном рассмотрении задач с ломаными границами области движения и свободными поверхностями.



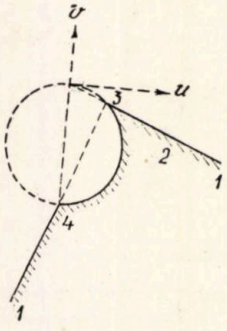


Рис. 4

Следует также отметить, что основные типы задач допускают также полуобратный метод решения, когда на одной или на двух вспомогательных плоскостях часть контура области движения задается искусственно при помощи какого-либо математического соотношения, связывающего неизвестные функции. В результате этого получается строгое решение некоторой задачи, граничные условия которой на исследуемой плоскости (обычно плоскости z) отыскиваются из самого решения (в частности, часть контуров области движения оказывается, как правило, криволинейной). Такой метод позволяет часто получать удобные приближенные решения более сложных задач.

Полуобратный метод был первоначально применен в задачах третьего типа, связанных с исследованиями фильтрации из каналов и притока к дренам. При этом форма канала (или дрены) задавалась на плоскости функции Жуковского полуокружностью, полу эллипсом, ломаной линией [4], [10], [16], [17] и др. Из решения находилась реальная форма канала на плоскости z.

Широко распространено наложение на напорные откосы плотин (каналов) условия $\psi - kx = \text{const}$., позволяющего построить область изменения функции Жуковского. В этом случае откос, очевидно, также оказывается криволинейным. Для каналов это условие было использовано первоначально В. В. Ведерниковым [4], для плотин — С. Н. Нумеровым [35], а впоследствии широко использовалось Ф. Б. Нельсоном—Скорняковым [43], который применял его и к откосам дренажных призм [38]. В. В. Ведерников [39] определял форму напорного откоса земляной плотины из предположения, что он изображается на плоскости функции Жуковского наклонной прямой. Ф. Б. Нельсон-Скорняков применял также и более сложные способы задания верхового откоса плотин на плоскости функции Жуковского ([49], [50] и др.), позволявшие, однако, получить решение задачи в замкнутом виде

А. П. Вощинин [31] и С. Н. Нумеров [36] предложили вводить искусственный криволинейный водоупор, определяемый условием $\varphi + ky = \text{const}$., которое позволяет и здесь построить область изменения функции Жуковского.

В одной из задач третьего типа В. И. Аравин [5] использовал искусственное задание части границ области движения на обоих рассматриваемых плоскостях — f и G.

Отметим также примененное В. И. Аравиным [32] искусственное задание части контура области f при решении одной задачи первого типа, связанной с изучением напорного движения под флютбетом при неравномерном распределении давлений по дну бьефов.

При решении задач второго класса также возможно применение полуобратного метода. Так, Ф. Б. Нельсон-Скорняков [21], [22] использовал для построения верхового откоса плотины в задаче пятого типа задание соответствующего участка контура области годографа скорости в виде подходящей дуги окружности, проходящей через

начало координат. Б. Б. Девисон [27] указал, что введение условия $\psi - kx = \text{const}$. на напорный откос эквивалентно заданию его на области годографа скорости дугой окружности, являющейся продолжением дуги свободной поверхности, т. е. эквивалентно применению полуобратного метода в задачах шестого типа. Другой пример приложения полуобратного метода к задаче шестого типа можно найти у В. С. Козлова [34].

Своеобразный вариант полуобратного метода был применен к одной задаче шестого типа в работе М. И. Базанова [25], рассмотревшего симметричный приток к криволинейному осушительному каналу. При этом форма канала была искусственно определена на области годографа скорости дугой окружности, не проходящей через точки $V = 0$ и $V = -ik$. Однако вся область годографа скорости представляла круговую луночку, которую было легко отобразить на полуплоскость области функции Жуковского. Подобное обобщение задач второго класса, когда многоугольник получается из области годографа скорости не стандартным, указанным в приведенной выше таблице, преобразованием, возможно, вообще говоря, и в задачах других типов.

Говоря об искусственном введении различных границ области движения, упомянем также часто используемую возможность замены любой эквипотенциали или линии тока в каждом решении напорным откосом или водоупором. Этот прием широко распространен при изучении притока к дренам, когда они заменяются в расчетной схеме точечным стоком и затем очерчиваются по подходящей эквипотенциали. Подобные „производные“ схемы движения были рассмотрены также, например, в задаче о движении грунтовых вод по горизонтальному водоупору Н. Н. Павловским [24]. Ф. Б. Нельсон-Скорняков [35] специально ввел для возможности получения криволинейного водоупора в задачах третьего типа уходящий вниз на бесконечность вертикальный разрез на плоскости z. Аналогичные приемы часто применялись и в задачах фильтрации в горизонтальной плоскости, например, в работах И. А. Чарного.

Заканчивая обзор применений метода конформных отображений при решении задач движения грунтовых вод в вертикальной плоскости, следует отметить, что при более сложных граничных условиях и сравнительно простых областях движения может оказаться возможным введение других вспомогательных функций, области изменения которых определены. Примером такой задачи, не укладывающейся непосредственно в приведенную классификацию, является исследованная Н. Н. Веригиным [41] задача о притоке к дрене в полуплоскости, ограниченной горизонтальным малопроницаемым прослойком с постоянным напором на его кровле. В этом случае на действительной оси полуплоскости z выполняется условие вида: $-\partial\varphi/\partial y = a\varphi + b$, ($a$, b = const.).

Решение при этом получено отображением области изменения функции $if/dz + a\varphi + b$ на полуплоскость z с разрезом.

Отметим еще возможность применения метода конформных отображений к некоторым задачам с учетом заданного потенциала внешних сил, например, с учетом электроосмотического потенциала.

Поступила 1 XII 1958 г.

Институт Механики
Академии Наук СССР, Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Павловский Н. Н., *Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения*, Петроград, 1922. (*Собрание сочинений*, 1956, **2**).
2. Жуковский Н. Е., *Просачивание воды через плотины*, М., 1923. (*Полное собрание сочинений*, 1937, **7**).
3. Девисон Б. Б., *Об установившемся движении грунтовых вод через земляные плотины*, Записки гос. гидролог. инст., 1932, **6**.
4. Ведерников В. В., *Фильтрация из каналов*, М., 1934.
5. Аравин В. И., *О фильтрации из резервуаров*, Изв. науч. исследов. инст. гидротех., 1935, **16**.

6. Ведерников В. В., *Влияние капиллярного поднятия на фильтрацию из каналов*, Гидротех. строит,, 1935, *5*.
9. — *Метод решения некоторых задач по фильтрации со свободной поверхностью*, Ibid., 1935, *9*.
8. Pavlovskii N. N., *The Flow of Ground Water to Canals and Rivers and Percolation Forces Arising Therefrom*, XVI International Congress of Navigation, 1935, Sect. **1**, Q. *1*. (Павловский Н. Н., *Собрание сочинений, 1956*, **2**).
9. Погребисський І. Б., *До питання про просочування води крізь земляні греблі*, Вісті Інституту водного господарства, 1935, **5**, *2*.
10. Аравин В. И., *Приток грунтовых вод к водосборам*, Изв. науч.-исследов. инст. гидротехн., 1936, **18**.
11. Ведерников В. В., *Фильтрация из треугольного и трапецоидального каналов*, Науч. зап. Моск. инст. инж. вод. хоз., 1936, *2*.
12. Vedernikov V. V., *Sur la solution du problème à deux dimensions du courant stationnaire des eaux souterraines à surface libre*, C. R., Acad , Sci., Paris, 1936, **202**, *13, 16*.
13. Девисон Б. Б., и Христианович С. А., *О некоторых проблемах теоретической гидрологии*, УМН, 1936, *2*.
14. Davison B., *On the Steady Two-Dimensional Motion of Ground-Water with a Free Surface*, Philos. Mag., 1936 **21**, 7, *143*.
15. Нельсон-Скорняков Ф. Б., *Расчет движения грунтовых вод через земляные плотины*, М., 1936.
16. Павлоский Н. Н., *Основы метода гидромеханического решения задачи о свободной фильтрации из открытых русел*, Изв. науч. исслед. инст. гидротех., 1936, **19**.
17. — *Свободная фильтрация на бесконечность из открытых русел с круглой ссновой формы*, Ibid., 1936, **19**.
18. Аравин В. И., *Приток грунтовых вод к котловану, огражденному шпунтами*, Ibid., 1937, **20**.
19. Ведернинков В. В., *Гидромеханические методы расчета движения грунтовых вод со свободной поверхностью*, Науч. зап. Моск. гидромелиор. инст., 1937, *4*.
20. Девисон Б. Б., *Некоторые случаи плоского установившегося движения грунтовых вод при наличии испарения*, Труды гос. гидрол. инст., 1937, *5*.
21. Нельсон-Скорняков Ф. Б., *Движение грунтовой воды через земляные плотины на проницаемом основании*, Науч. зап. Моск. гидромел. инст., 1937, *4*.
22. — *О движении грунтовой воды через дренированные земляные плотины*, Гидротех. строит., 1937, *2*.
23. Павловский Н. Н., *О применении комплекса Кирхгоффа к гидромеханическому решению задач безнапорной фильтрации*, Изв. науч.-исслед. инст. гидротех., 1937, **20**.
24. — *О притоке воды к горизонтальным фильтрам*, Ibid., 1937, **21**.
25. Хомовская Е. Д., *Гидромеханическое решение задачи о притоке грунтовых вод к водосборной трубе при наличии весьма мощного водопроницаемого слоя*, Труды гос. гидролог., инст., 1937, *5*.
26. Базанов М. И., *Исследование фильтрации для случая притока воды к осушительным каналам*, ПММ, 1938, **2**, *2*.
27. Девисон Б. Б., *Движение грунтовых вод*. (В книге: Христианович С. А., Михлин С. Г. и Девисон Б. Б., *Некоторые новые вопросы механики сплошной среды*, М.-Л., 1938).
28. — *Некоторые точные решения задачи о движении грунтовых вод, получаемые упрощенным приемом*, Изв. АН СССР, ОТН, 1938, *8-9*.
29. Ризенкампф Б. К., *Гидравлика грунтовых вод*, Уч. зап. Саратов. гос. унив., серия физ.-мат. инст., 1938, *1, 2*.
30. Ведерников В. В., *Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа*, М.-Л., 1939.
31. Вощинин А. П., *Движение грунтовых вод в теле и основании однородной земляной плотины с горизонтальным фильтром при конечной глубине проницаемого основания*, ДАН СССР, 1939, **25**, *9*.

32. Аравин В. И., *О влиянии волнения на фильтрацию под гидротехническими сооружениями*, Изв. науч.-исслед. инст. гидротехн., 1940, **28.**
33. Davison B., a. Rosenhead L., *Some Cases of the Steady Two-Dimensional Percolation of Water through Ground*, Proc. Roy. Soc., 1940, **A 175**, *962.*
34. Козлов В. С., *Расчет дренажных сооружений*, М.-Л., 1940.
35. Нельсон-Скорняков Ф. Б., *Земляная плотина на проницаемом основании конечной глубины при негоризонтальном подстилающем водонепроницаемом пласте*, ДАН СССР, 1940, **28**, *6.*
36. Нумеров С. Н., *Гидромеханический метод расчета береговой дрены*, Изв. науч.-исследов. инст. гидротех., 1940, **28.**
37. Полубаринова-Кочина П. Я., *О фильтрации в анизотропном грунте*, ПММ, 1940, **4**, *2.*
38. Нельсон-Скорняков Ф. Б., *Расчет на фильтрацию однородных дренированных земляных плотин*, Изв. АН СССР, ОТН, 1944, *12.*
39. Ведерников В. В., *Фильтрация через земляную плотину на проницаемом основании*, ДАН СССР, 1945, **50.**
40. Нумеров С. Н., *Об одном способе решения фильтрационных задач при наличии, инфильтрации или испарения жидкости со свободной поверхности*, Изв. Всес., науч. исследов. инст. гидротех., 1948, **38.**
41. Веригин Н. Н., *К вопросу о расчете подземных водозаборов в условиях плоского движения грунтовых вод*, ДАН СССР, 1949, **64**, *2.*
42. — *О подъеме уровня грунтовых вод под влиянием усиленной инфильтрации*, Изв. АН СССР, ОТН, 1949. *11.*
43. Нельсон-Скорняков Ф. Б., *Фильтрация в однородной среде*, 2-ое изд., М., 1949.
44. Веригин Н. Н., *Некоторые случаи подъема грунтовых вод при общей и местной усиленной инфильтрации*, Инж. сб., 1950, **7.**
45. Аравин В. И. и Нумеров С. Н., *Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде*, М., 1953.
46. Нумеров С. Н., *Об одном способе решения фильтрационных задач*, Изв. АН СССР, ОТН, 1954, *4.*
47. — *Методы исследования плоской установившейся фильтрации (тяжелой несжимаемой жидкости) в однородной пористой среде.* Диссертация на соискание ученой степени доккора технических наук, 1954, Инст. механики АН СССР.
48. Положій Г. М., *Про граничні задачі теорії функцій комплексного змінного в теорії фільтрації*, Мат. зб. (Київ), 1954, *5.*
49. Нельсон-Скорняков Ф. Б., *Земляные плотины с экраном и понуром на проницаемом основании бесконечной и конечной глубины*, Урк. мат. жур., 1955, **7**, *2.*
50. — *Фильтрация через дренированную земляную плотину на проницаемом основании*, Труды Моск. инст. инж. жел.-дор. трансп., 1955, *80/1.*

SUR LA CLASSIFICATION DES PROBLÈMES DE LA THÉORIE DE L'ÉCOULEMENT PERMANENT DES EAUX SOUTERRAINES DANS UN PLAN VERTICAL

(Résumé)

L'Auteur fournit une classification des problèmes de l'écoulement plan des eaux souterraines en milieu homogène, résolus à l'aide des fonctions analytiques (représentations conformes). On suppose partout que l'écoulement suit la loi de Darcy.

L'Auteur développe la classification donnée par B. K. Riesenkampf [29] et complète et corrige quelques remarques dues à S. N. Numerov [45] ... [47].

ASUPRA CLASIFICĂRII PROBLEMELOR DE TEORIA SCURGERII PERMANENTE A APELOR SUBTERANE ÎNTR-UN PLAN VERTICAL

(Rezumat)

Autorul propune o clasificare a problemelor de scurgere plană a apelor subterane într-un mediu omogen, rezolvate cu ajutorul funcţiilor analitice (reprezentări conforme). Se presupune că scurgerea se supune legii lui Darcy.

Se dezvoltă astfel clasificarea dată de B. K. Riesenkampf [29] şi se completează şi se corectează unele observaţii făcute de S. N. Numerov [45] ... [47].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

531.39

ASUPRA CALCULULUI APROXIMATIV AL PULSAŢIEI OSCILAŢIILOR SISTEMELOR NELINIARE CONSERVATIVE

DE

ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Numeroase sisteme neliniare conservative cu un grad de libertate, întîlnite în tehnica actuală [1] şi anume, sistemele numite cu caracteristică elastică neliniară [2], [3], [4] sînt descrise de ecuaţii de forma

$$\ddot{x} + f(x) = 0. \tag{1}$$

Aceste ecuaţii admit soluţii periodice pentru anumite funcţii $f(x)$ şi în acest caz, în ipoteza că la $t = 0$, $x = A$ şi $\dot{x} = 0$, perioada este dată de expresia [4], [5]:

$$T = 2\sqrt{2}\int_0^A \left[\int_0^A f(x)\,dx\right]^{-1/2} dx. \tag{2}$$

În majoritatea cazurilor, integrala din (2) trebuie calculată prin procedee numerice aproximative, destul de greoaie.

În cazul caracteristicilor parabolice

$$f(x) = c_{2n+1}\,x^{2n+1}, \quad (n = 0, 1, 2, \ldots), \tag{3}$$

se obţine pentru perioadă

$$T = 4\sqrt{\frac{n+1}{c_{2n+1}}}\cdot\frac{1}{A^{n+1}}\cdot\int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1-(\xi^2)^{n+1}}}. \tag{4}$$

În particular, pentru dreaptă ($n=0$) rezultă $T_1 = 2\pi/\sqrt{c_1}$, iar pentru cubică ($n=1$) se obţine [4], [5]

$$T_3 = 4 \,.\, 1{,}8541 \,/\, \left(A\sqrt{c_3}\right). \tag{5}$$

2. Pentru a se evita calculul integralei din (2) s-au propus metode aproximative de studiu al ecuaţiei (1). O metodă simplă şi eficace se datoreşte lui I. G. Panovko [6], [7], [4], denumită de autor „metoda liniarizării directe". În cazul unei caracteristici $f(x)$ simetrice, metoda constă în înlocuirea lui $f(x)$ printr-o caracteristică liniară de forma $f^*(x) = c^*x$ şi determinarea convenabilă a coeficientului c^*. Pentru aceasta se impune

ca c^* să sstisfacă ecuaţia $dI/dc^* = 0$, unde I este integrala abaterii medii pătratice ponderate, calculată între poziţiile extreme ale oscilatorului, $-A$ şi A:

$$I = \int_{-A}^{A} \{[f(x) - c^* x]\, x\}^2 \, dx.$$

Ţinînd seama de faptul că pulsaţia oscilaţiilor liniare echivalente este $\omega^2 = c^*$, se ajunge la formula

$$\omega^2 = \frac{5}{A^5} \int_0^A f(x)\, x^3 \, dx, \tag{6}$$

pe care o vom numi formula lui Panovko.

În cazul cînd caracteristica neliniară nu este simetrică, sistemul rămînînd conservativ, oscilaţiile au loc în jurul unei poziţii medii, situată la distanţa $\Delta = (A_1 + A_2)/2$, unde A_1 şi A_2 sîn coordonatele poziţiilor extreme ale oscilatorului, A_1 este amplitudinea iniţială, iar A_2 verifică ecuaţia $\int_{A_1}^{A_2} f(x)\, dx = 0$, care exprimă egalitatea valorilor energiei potenţiale în poziţiile extreme. Se ajunge la [6],[3]

$$\omega^2 = \frac{5}{2A^5} \int_{-A}^{A} f(x + \Delta)\, x^3 \, dx, \tag{6'}$$

unde $A = (A_2 - A_1)/2$.

3. În lucrarea de faţă, folosind într-o anumită măsură ideea metodei lui Panovko, se descrie un procedeu mai elastic, care permite în fiecare caz obţinerea unei formule aproximative, convenabilă, pentru calculul pulsaţiei oscilaţiilor.

În primul rînd să observăm că ponderarea abaterii medii patratice, esenţială în metoda lui Panovko, este justificată de autor numai prin faptul că ea conduce la rezultate mai exacte decît atunci cînd se foloseşte abaterea patratică sau abaterea simplă, neponderate.

În al doilea rînd să considerăm ceea ce s-ar putea numi „cubizarea directă", adică să înlocuim caracteristica $f(x)$, presupusă pentru simplitate simetrică, printr-o cubică $f^*(x) = c_3 x^3$, determinînd constanta c_3 din ecuaţia $dI/dc_3 = 0$, unde I este integrala abaterii patratice (neponderată). Obţinem $c_3^2 = \frac{7}{A^7} \int_0^A f(x)\, x^3 \, dx$ şi ţinînd seama de (5) şi de faptul că

$$\omega = 2\pi / T_3 = 0{,}8472\, A \sqrt{c_3}, \tag{5'}$$

obţinem

$$\omega^2 = \frac{5{,}0242}{A^5}\int_0^A f(x)\,x^3\,dx. \tag{7}$$

Formula (7) se confundă practic cu (6), diferența fiind de 0,48 %. Aceasta poate explica eficacitatea metodei liniarizării directe, care ar reveni în fond la considerarea indirectă a unei caracteristici cubice.

4. Formula (6) a lui Panovko condiționează aproximarea de calculul unei singure mărimi, integrala din membrul doi, coeficienții și tipul integralei fiind aceiași, oricare ar fi funcția $f(x)$ care se aproximează. Procedeul de mai jos oferă mai multă elasticitate și se va vedea că permite obținerea de rezultate numerice foarte apropiate de cele exacte. Să înlocuim deocamdată funcția $f(x)$, presupusă simetrică, printr-o parabolă

$$f_{2k+1}(x) = c_{2k+1}\,x^{2k+1}, \tag{8}$$

determinînd pe c_{2k+1} din condiția de minim al abaterii patratice, adică din ecuația

$$\frac{d}{dc_{2k+1}}\int_{-A}^{A}[f(x) - c_{2k+1}\,x^{2k+1}]^2\,dx = 0.$$

Rezultă

$$c_{2k+1} = (4k+3)\,A^{-(4k+3)}\,I_{2k+1}, \tag{9}$$

unde s-a folosit notația

$$I_{2k+1} = \int_0^A f(x)\,x^{2k+1}\,dx. \tag{10}$$

Acum, în loc de a înlocui caracteristica $f(x)$ printr-o singură curbă (8), de un grad oarecare, să o înlocuim printr-un polinom de forma

$$f^*(x) = \sum_{k=0}^{n} \gamma_{2k+1}\,c_{2k+1}\,x^{2k+1}, \tag{11}$$

urmînd a determina coeficienții γ de la caz la caz, după fixarea lui n. După cum se va vedea mai departe, aceasta se poate realiza cu ușurință.

Se știe că pentru caracteristici polinomiale de tipul $f(x) = \sum_{k=0}^{n} h_{2k+1}\,x^{2k+1}$, I. M. Tetelbaum, folosind metoda lui Ritz-Galerkin, a obținut pentru pulsația oscilațiilor o expresie [4], pe care o punem sub forma

(12) $$\omega^2 = \sum_{k=0}^{n} \beta_{2k+1} h_{2k+1} A^{2k},$$

unde

$$\beta_{2k+1} = 2\,[(2k+1)!!]\,/\,[(2k+2)!!].$$

Rezultă că aproximînd pe $f(x)$ din (1) prin expresia $f^*(x)$ dată de (12) obţinem pentru pulsaţie următoarea formulă, esenţială pentru procedeul propus

(13) $$\omega^2 = \sum_{k=0}^{n} \alpha_{2k+1} A^{-(2k+3)} I_{2k+1},$$

unde s-a ţinut seama de (8) şi s-a notat $\alpha_{2k+1} = \gamma_{2k+1}\beta_{2k+1}$.

Formula (13) trebuie folosită astfel: funcţie de alura caracteristicii neliniare $f(x)$ se alege numărul şi gradul termenilor polinomului care ar putea s-o aproximeze mai bine, de pildă p termeni (este preferabil ca p să fie mic). Se determină apoi cei p coeficienţi α, folosind soluţia exactă cunoscută pentru un număr de p cazuri simple, apropiate de cel studiat. Mai precis, dacă se înlocuiesc aceste soluţii exacte în (13) rezultă p ecuaţii algebrice liniare pentru determinarea mărimilor α.

5. Este interesant de constatat următoarele: reţinînd din polinomul (11) numai termenul de grad trei ($k = 1$), adică aproximînd pe $f(x)$ printr-o cubică, (13) devine

(15) $$\omega^2 = \alpha_3 A^{-5} I_3.$$

Dacă determinăm acum pe α_3 din condiţia ca în cazul caracteristicii liniare $f(x) = c_1 x$, (15) să coincidă cu soluţia exactă $\omega^2 = c_1$, obţinem $\alpha_3 = 5$ (unde s-a ţinut seama că pentru dreaptă, în baza lui (10), $I_3 = c_1 A^5/5$). Atunci (15) coincide cu formula (6) a lui Panovko.

Astfel, în limbajul procedeului expus, metoda lui Panovko constă în înlocuirea oricărei caracteristici neliniare printr-o cubică, cu particularitatea ca eroarea să rezulte nulă la caracteristica rectilinie. Analog, (7) reprezintă formula aproximativă ce se obţine înlocuind caracteristica neliniară printr-o cubică, cu condiţia ca eroarea să rezulte nulă, de asemenea la cubică.

6. În cazul caracteristicilor $f(x)$ nesimetrice, formula procedeului trebuie scrisă sub forma

(13) $$\omega^2 = \sum_{k=0}^{n} \alpha_{2k+1} A^{-(2k+3)} I^*_{2k+1},$$

unde

$$I^*_{2k+1} = \int_{-A}^{A} f(x+\Delta)\, x^{2k+1}\, \mathrm{d}x,$$

mărimile A și A avînd semnificația expusă la pct. 2. Evident că pentru determinarea coeficienților a se pot folosi acum soluții exacte cunoscute pentru cazuri simple, apropiate de cel studiat, care să se refere la caracteristici atît nesimetrice cît și simetrice.

7. Să ilustrăm procedeul expus pe exemple la care se cunoaște soluția exactă, comparînd rezultatele obținute cu formula (13), cu cele date de alte formule aproximative și anume, formula (6) a lui Panovko și formula lui Krîlov-Bogoliubov care pentru ecuația (1) coincide cu cea dată de metoda Ritz-Galerkin [4]:

$$\omega^2 = \frac{1}{\pi A}\int_0^{2\pi} f(A\sin\varphi)\sin\varphi \, d\varphi . \tag{16}$$

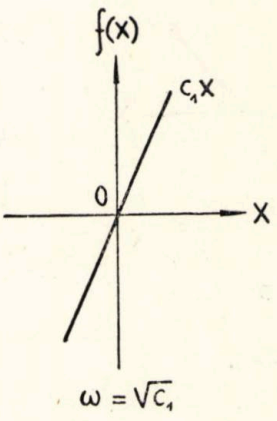


Fig. 1

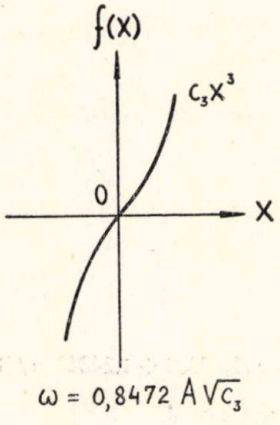


Fig. 2

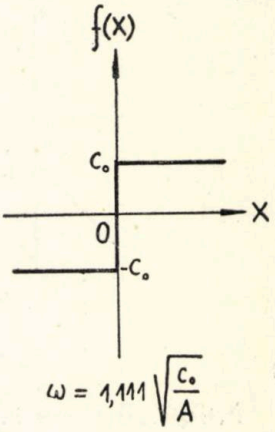


Fig. 3

A. Să considerăm caracteristica neliniară din fig. 4, avînd ecuația

$$f(x) = \begin{cases} cx + f_0 & \text{pentru } x > 0, \\ cx - f_0 & \text{pentru } x < 0. \end{cases} \tag{17}$$

Ne propunem să obținem o formulă aproximativă pentru pulsația oscilațiilor, reținînd doi termeni (de gradul unu și trei) în formula (13), ceea ce revine la aproximarea caracteristicii din fig. 4 printr-un polinom de gradul trei.

Atunci (13) furnizează

$$\omega^2 = a_1 A^{-3} I_1 + a_3 A^{-5} I_3 . \tag{18}$$

Să determinăm constantele a_1 și a_3 din condiția ca (18) să dea eroare nulă la caracteristicile liniară (fig. 1) și cubică (fig. 2), pentru care se cunoaște valoarea exactă a pulsației oscilațiilor. Ținînd seama că pentru dreaptă $I_1 = c_1 A^3/3$ și $I_3 = c_1 A^5/5$, iar pentru cubică $I_1 = c_3 A^5/5$ și $I_3 = c_3 A^7/7$, se obține sistemul de ecuații

$$5a_1 + 3a_3 = 15, \quad 7a_1 + 5a_3 = 35 . (0{,}8472)^2,$$

care are soluțiile $a_1 = -0{,}09088$ și $a_3 = 5{,}15147$. Rezultă atunci formula aproximativă

(A) $$\omega^2 = (5{,}15147\, I_3 - 0{,}09088\, A^2\, I_1)\, A^{-5}\,.$$

Calculînd acum pe I_1 şi I_3 pentru caracteristica (17) studiată se obţine

$$I_1 = cA^3\left\{1/3 + \alpha/[2(1-\alpha)]\right\} \text{ şi } I_3 = cA^5\left\{1/5 + \alpha/[4(1-\alpha)]\right\},$$

unde s-a notat ca şi în [4] $\alpha = f_0/(cA + f_0) < 1$. Obţinem astfel pentru pulsaţia oscilaţiilor în cazul caracteristicii (17), următoarea formulă aproximativă

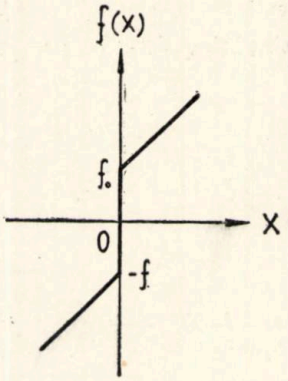


Fig. 4

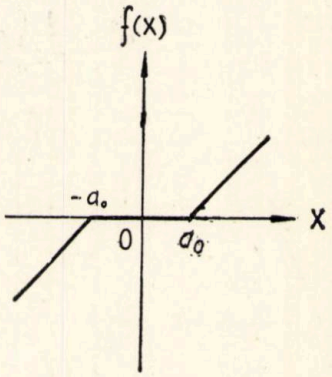


Fig. 5

(19) $$\omega^2 = c\,[1{,}00000 + 1{,}24243\ \alpha/(1-\alpha)].$$

Pulsaţia exactă este în acest caz [4]

$$\omega_{\text{exact}} = \sqrt{c}\,/\left(1 - \frac{2}{\pi}\arcsin\alpha\right),$$

iar formulele aproximative ale lui Panovko (6) şi Krîlov-Bogoliubov dau respectiv

$$\omega_P^2 = c\,[1 + 1{,}25\,\alpha/(1-\alpha)] \quad \text{şi} \quad \omega_{KB}^2 = c\,[1 + 4\,\alpha/\pi\,(1-\alpha)].$$

Se obţin rezultatele numerice grupate în tabelul 1, în care s-au înscris şi erorile relative respective. Rezultă că utilizînd formula (19) se obţin valori apropiate de cele exacte, în special pentru α apropiat de unitate, adică în cazul oscilaţiilor de amplitudine A relativ mică. Se poate obţine un acord şi mai bun cu valorile exacte, în acest caz, folosind „amestecul" (18) de caracteristici de grad unu şi trei, dar determinînd constantele α_1 şi α_3 astfel ca să rezulte eroarea nulă la caracteristica liniară (fig. 1) şi la cea discontinuă din fig. 3, care se apropie de cea studiată (17). Ţinînd seama că pentru caracteristica discontinuă din fig. 3, $I_1 = c\,A^2/2$ şi $I_3 = c\,A^4/4$ şi procedînd ca mai înainte, se obţine formula aproximativă

(B) $$\omega^2 = (5{,}31358\, I_3 - 0{,}18815\, A^2 I_1)\, A^{-5}\,,$$

care aplicată caracteristicii (17) conduce la

(20) $$\omega^2 = c\,[1{,}00000 + 1{,}23432\ \alpha/(1-\alpha)].$$

Tabelul 1

α	$\omega/\sqrt{c}$								
	exact	cu formula (19)		cu formula (20)		Panovko		Krîlov-Bogoliubov	
0	1,0000	1,0000	0,00%	1,0000	0,00 %	1,0000	0,00%	1,0000	0,00%
0,1	1,0681	1,0568	−0,12%	1,0663	−0,17 %	1,0672	−0,09%	1,0684	+0,03%
0,2	1,1471	1,1448	−0,20%	1,1444	−0,24 %	1,1456	−0,13%	1,1482	+0,09%
0,3	1,2406	1,2379	−0,22%	1,2365	−0,33 %	1,2392	−0,11%	1,2434	+0,23%
0,4	1,3552	1,3521	−0,23%	1,3501	−0,38 %	1,3540	−0,09%	1,3596	+0,33%
0,5	1,5000	1,4974	−0,17%	1,4948	−0,35 %	1,5000	−0,00%	1,5079	+0,53%
0,6	1,6939	1,6922	−0,10%	1,6886	−0,31 %	1,6956	+0,10%	1,7058	+0,70%
0,7	1,9749	1,9746	−0,02%	1,9698	−0,26 %	1,9791	+0,21%	1,9927	+0,90%
0,8	2,4415	2,4433	+0,07%	2,4366	−0,20 %	2,4495	+0,33%	2,4684	+1,10%
0,9	3,4829	3,4903	+0,21%	3,4798	−0,09 %	3,5000	+0,49%	3,5297	+1,34%
0,96	5,5349	5,5514	+0,29%	5,5339	−0,02 %	5,5678	+0,57%	5,6176	+1,49%
0,99	11,098	11,136	+0,34%	11,099	+0,009%	11,169	+0,64%	11,272	+1,57%

B. Drept al doilea exemplu să considerăm caracteristica neliniară din fig. 5, avînd ecuația

$$f(x) = \begin{cases} c(x - a_0) \text{ pentru } x > 0. \\ c(x - a_0) \text{ pentru } x < 0. \end{cases} \tag{21}$$

Ținînd seama de alura sa, o aproximăm printr-un „amestec" de caracteristici de gradul unu și cinci, adică reținem din (13) termenii

$$\omega^2 = a_1 A^{-3} I_1 + a_5 A^{-7} I_5 \tag{22}$$

Determinăm constantele pentru ca (22) să dea eroarea nulă la caracteristicile liniară (fig. 1) și cubică (fig. 2) și obținem formula aproximativă de calcul a pulsației

$$\omega^2 = (4{,}63632\ I_5 + 1{,}01301\ I_1 A^4) A^{-7}. \tag{C}$$

Calculînd acum pe I_1 și I_5 pentru caracteristica (21) se obține

$$I_1 = c A^3 (1/3 - \alpha/2 + \alpha^3/6) \quad \text{și} \quad I_5 = c A^7 (1/7 - \alpha/6 + \alpha^7/42),$$

unde s-a notat ca și în [4] $\alpha = a_0/A < 1$. Obținem atunci pentru (21) formula aproximativă

$$\omega^2 = c(1{,}00000 - 1{,}27923\,\alpha + 0{,}16884\,\alpha^3 + 0{,}11039\,\alpha^7). \tag{23}$$

Formula exactă de calcul a pulsației este în acest caz [4]

$$\omega = \sqrt{c} / \{1 + 2\alpha / [\pi(1 - \alpha)]\},$$

în timp ce formulele aproximative ale lui Panovko și Krîlov-Bogoliubov sînt respectiv

$$\omega_P^2 = c(1 - 5\alpha/4 + \alpha^5/4) \quad \text{și} \quad \omega_{KB}^2 = c[1 - 2(\arcsin\alpha + \alpha\sqrt{1-\alpha^2})/\pi].$$

Pentru comparație s-au dat unele valori numerice în tabelul 2.

Tabelul 2

a	$\omega/\sqrt{c}$						
	exact	cu formula (23)		Panovko		Krîlov-Bogoliubov	
0	1,0000	1,0000	0,00%	1,0000	0,00%	1,0000	0,00%
0,1	0,9339	0,9339	0,00%	0,9354	+0,16%	0,9343	+ 0,04%
0,2	0,8627	0,8634	+0,08%	0,8661	+0,39%	0,8643	+ 0,19%
0,3	0,7856	0,7879	+0,29%	0,7909	+0,68%	0,7898	+ 0,53%
0,4	0,7020	0,7066	+0,65%	0,7089	+0,98%	0,7104	+ 1,19%
0,5	0,6110	0,6183	+1,09%	0,6187	+1,26%	0,6263	+ 2,50%
0,6	0,5115	0,5215	+1,95%	0,5191	+1,48%	0,5336	+ 4,32%
0,7	0,4023	0,4142	+2,98%	0,4087	+1,59%	0,4337	+ 7,80%
0,8	0,2820	0,2936	+4,11%	0,2862	+1,49%	0,3226	+14,40%
0,9	0,1486	0,1568	+5,59%	0,1504	+1,21%	0,1933	+24,21%

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Фельдбаум А. А., *Электрические системы автоматического регулирования*, 2-е издание, Оборонгиз, М., 1957 г.
2. Stoker J. J., *Non-linear vibrations in Mechanical and Electrical Systems*, N. Y., 1950.
3. Den Hartog J. P., *Mechanical Vibrations*, Fourth ed., Mc. Graw-Hill Book Company, New-York-Toronto-London, 1956.
4. Пановко Я. Г., *Основы прикладной теории упругих колебаний*, Машгиз, М., 1957.
5. Klotter K., *Technische Schwingungslehre*, Bd. I, Zweite Aufl., Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1951, II C.
6. Пановко Я. Г., Инж. сб., инст. Мех. АН СССР, 1952, **XII**.
7. — Уч. зап. Латв. Унив., 1953, **IV**, техн. наук, стр. 73—90.

О ПРИБЛИЖЕННОМ РАСЧЕТЕ ПУЛЬСАЦИЙ КОЛЕБАНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ КОНСЕРВАТИВНЫХ СИСТЕМ

(Резюме)

Расширяется метод И. Г. Пановко [6] приближенного расчёта пульсаций колебаний описанных выражением (1), заменяя эластичную характеристику многочленом (11). Пользуя результат И. М. Тетельбаума [4] получается для пульсации выражение (13), с I_{2k+1} данными (10), если $x(0) = A$ и $\dot{x}(0) = 0$. В практическом применении, в зависимости от формы $f(x)$ из (1), выбирается номер и степень членов многочлена, наилучше ее приближающего, определяя затем коэффициенты a при условии, что (13) совпадает с точным решением, известным для ряда простых случаев (число которых равно числу многочлена), близких изученному случаю.

Даются пример предлагаемого для случая нелинейных характеристик рис. 4 (варианты (19) и (20)) и рис. 5 выражение (23)).

SUR LA DÉTERMINATION APROXIMATIVE DE LA PULSATION DES OSCILLATIONS DES SYSTÈMES NON-LINÉAIRES CONSERVATIVES

(Résumé)

On donne une extension du procédé dû à I. G. Panovko [6], quant à la détermination aproximative de la pulsation des oscillations décrites par l'équation (1).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

539.152.1

STRUCTURE NUCLÉAIRE DU $_{10}Ne$ ET $_{12}Mg$

PAR
C. G. BEDREAG

1. Introduction

Nous examinons dans ce qui suit la structure nucléaire de trois éléments $_{10}Ne^{21}$, $_{10}Ne^{20}$ et $_{12}Mg^{24}$ qui appartiennent à des modèles nucléaires différents : a) Modèles I, III—structure en couches nucléaires—Ne^{21}; b) Modèles IV, III - modèle collectif—Aage Bohr—Ne^{20} et c) Modèles III, IV—structure alpha-nucléaire—Mg^{24}.

Dans le tableau 1 on peut observer le développement des modèles ci-mentionnés à partir de 1932 et jusqu'à 1958.

Tableau 1

	I Couches nucléaires	II–IV Goutte liquide	III Structure alpha
1932	**1.** W. Heisenberg, *Bau der Atomkerne* [1]		
1934	W. Elsasser[1])		
1936		N. Bohr (*Nature*)	
1937		N. Bohr—Kalckar	J. A. Wheeler (*Ph.Rv.*)[2])
		↓	
1937	**2.** H. Bethe, *Nuclear Physics* [2]		Wefelmeier [3]
1940		↓	Dennison (*Ph. Rv.*)
1945		Fission nucléaire	
1948	M. G. Mayer (*Ph.Rv.*)		
1949	J. Jensen		
	↓	↓	
1952	——————→	IV	
1952	généralisation de I : Modèle collectif ——————→		
	↓	provient de II; conduit à III	
1956	B. S. Djelepow		Glassgold (*Ph. Rv.*)
1957	↓	↓	Kameny (*Ph. Rv.*)
1957	**3.** S. Flügge, *Handbuch d. Physik*, **XXXIX**		
1958	↓	↓	Cüer [4]
1959	Ne^{21}	Ne^{20}	Mg^{24} [5]...[12][3])
	↓	↓	↓

1) Pour économie d'espace, nous ne citons pas dans la Bibliographie les Mémoires rappelés dans le tableau 1, qui sont d'ailleurs classiques; exception pour les Mémoires d'ensamble de Heisenberg, Bethe, Flügge et [3], [4].

2) (*Ph. Rv.*) signifie Physical Review.

3) Nous nous sommes occupé du problème nucléaire dans les Notes [5]...[12].

L'on voit ainsi que le modèle collectif IV occupe actuellement une place centrale: il provient du modèle II de la goutte liquide et apparaît comme une généralisation du modèle I des couches nucléaires; il conduit au modèle III alpha-nucléaire, comme un cas spécial.

2. Le noyau $_{10}Ne^{21}$

Le noyau $_{10}N^{21}_{11}$ pair-impair à Z protons $= 10$, N neutrons $= 11$, masse $A = 21$, dérive du noyau pair-pair $_{10}Ne^{20}_{10} = 5\alpha$ (modèle III) auquel s'ajoute le 11-e neutron; la forme 5α du noyau Ne^{20} est ellipsoïdale, facilement déformable, déformation favorisée par le 11-e neutron célibataire et par la polarisation qu'il induit.

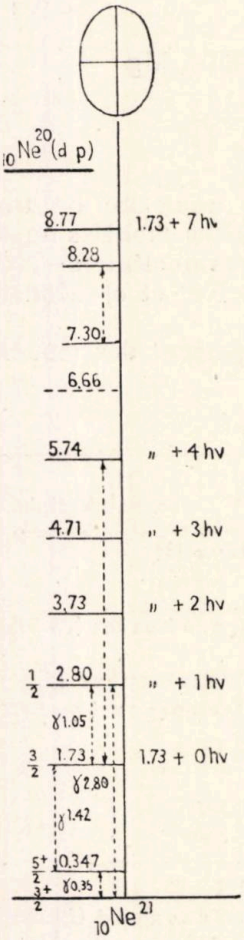


Fig. 1.

Le moment de spin du niveau fondamental du Ne^{21} est égale à 3/2; le modèle en couches I indique pour le 11-e neutron un moment 5/2, mais on y ajoute pour les 3 neutrons qui suivent, la couche saturée et stable de 8 neutrons et le moment résultant de spin peut devenir 3/2.

Nous retenons comme des faits d'expérience le moment fondamental 3/2 et la forme ellipsoïdale, déformable.

Dans le recueil de Ajzenberg-Lauritsen [13] on trouve l'ensemble des niveaux du spectre nucléaire du Ne^{21}, que nous présentons dans la fig. 1, où quelques niveaux sont notés avec leur moment de spin et de parités connus, d'autres sans moment et parités connus; tout récemment Th. Müller [14] analyse par une réaction Ne^{20} (d, p) Ne^{21} les premiers quatre niveaux de Ne^{21} et leur assigne les spins et parités ci-dessous: 0,347 MeV — $5/2^+$, 1,73 MeV — 3/2, 2,80 MeV — $1/2^+$ et le niveau fondamental $3/2^+$.

L'excitation du premier niveau, 0,347 MeV se produit par un mouvement de *rotation* que l'on peut calculer selon la relation des noyaux impairs, avec $\mathfrak{J}$—moment d'inertie, h—constante de Planck, j, j_0—spins respectifs [18]...[21]

$$0{,}347\,\text{MeV} = h^2\,[j(j+1) - j_0(j_0+1)]\,/\,(8\pi^2\mathfrak{J}) = \tag{1}$$
$$= D\,(5/2.\,7/2 - 3/2.\,5/2) = 5D,$$
$$\text{avec } D = h^2/(8\pi^2\mathfrak{J}) = 0{,}347/5 = 0{,}0694\,\text{MeV},$$

donc

$$\mathfrak{J} = h^2/(8\pi^2\,0{,}0694) = 14{,}41\,h^2/(8\pi^2)\ (\text{MeV})^{-1}. \tag{2}$$

Dans les niveaux supérieurs nous remarquons les différences 1, 2, 3 MeV entre les niveau 1,73, 3,73, 4,71, 5,74, 8,77 MeV et aussi entre 7,30... 8,28 MeV; ce sont des harmoniques d'un spectre de vibrations

(phonons), facilitées jusqu'à la septième harmonique par la facile déformabilité du noyau.

En effet, dans le modèle II de la couche liquide, une déformation α est liée à la force F qui la produit par un coefficient C de déformabilité, $F = C\alpha$, et l'énergie potentielle emmagasinée dans la déformation est

$$E_{pot} = \frac{1}{2} C\alpha^2 \tag{3}$$

et l'énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} B\dot{\alpha}^2, \tag{3'}$$

où B est un coefficient de masse ou d'inertie qui s'oppose à la variation de α; $\dot{\alpha}$ et $\ddot{\alpha}$ sont les dérivées de α par rapport au temps.

Le variation périodique de α produit des vibrations de pulsation ω, de fréquence ν, régies par l'équation

$$B\ddot{\alpha} + C\alpha = 0, \tag{4}$$

d'où $\omega = \sqrt{C/B}$.

L'énergie de vibration est donnée par la relation

$$E_\nu = h\nu = \frac{h}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{B}} \quad \text{(avec les harmoniques } E_n = nh\nu\text{)}. \tag{5}$$

Remarque. Le spectre nucléaire du Ne^{21} offre les deux caractéristiques suivantes: a) il offre des harmoniques qui se succèdent jusqu'au 7-e degré d'excitation = 7-e harmonique; b) il offre une fusion des 4 modèles nucléaires: III—par la forme ellipsoïdale des 5 α, I—par le niveau fondamental 3/2, IV—par le calcul du moment de rotation, II—par le calcul des vibrations harmoniques $h\nu$.

3. Le noyau $_{10}Ne^{20} = 5\,{}_2\alpha^4$

Le diagramme représenté dans la fig. 2 reproduit les niveaux du spectre nucléaire de Ne^{20} avec les moments et parités connus tels qu'ils sont inscrits dans les recueils de Endt-Kluyver [15] et de Djelepow-Peker [16]; nous signalons aussi une interprétation et discussion dues à Morinaga [17].

Nous considérons pour Ne^{20} une structure alpha $_{10}Ne^{20}_{10} = 5\alpha$, répartis dans un bitétraèdre à symétrie de révolution ellipsoïdale, avec le rapport grand axe / petit axe $= \sqrt{2}$, donc une déformation notable par rapport à la symétrie sphérique.

Dans le spectre nous constatons d'abord un triplet de rotation pair-pair

$$E_{rot} = h^2\,[j(j+1) - K^2/2]/(8\pi^2\mathfrak{J}) = D \times [...] \tag{6}$$

avec

$$D = h^2/(8\pi^2\mathfrak{J}), \quad K \leqslant j. \tag{6'}$$

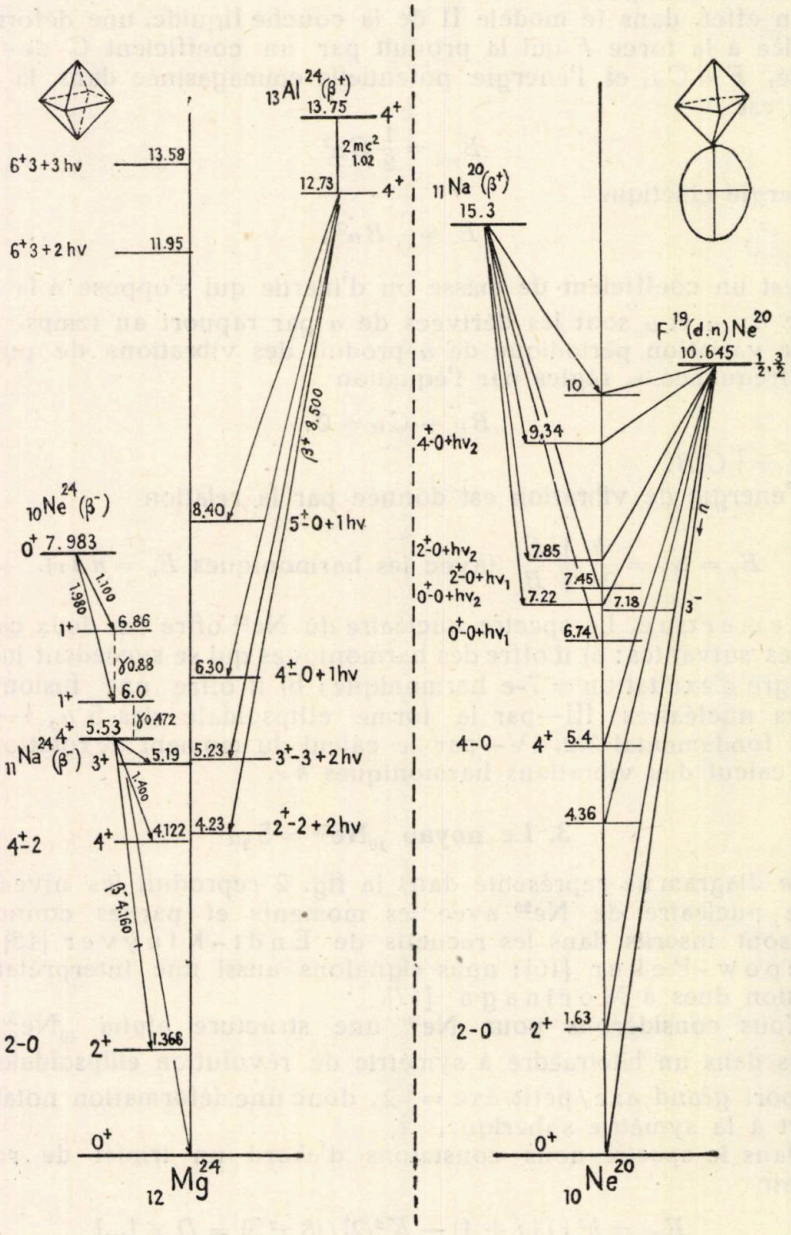

13Al24(β+)
13.75
4+
2mc2 1.02
12.73
4+
6+3+3hν
13.59
6+3+2hν
11.95
β+ 8.500
8.40
5±0+1hν
10Ne24(β−)
0+ 7.983
1.100
7.980
1+
6.86
γ0.88
6.30
4±0+1hν
1+
6.0
γ0.472
11Na24(β−)
4+
5.53
3+
5.19
5.23
3+-3+2hν
1.400
4+
4.122
4.23
2+-2+2hν
4±2
β− 4.160
2-0
2+
1.368
0+
12Mg24
11Na20(β+)
15.3
F19(d.n)Ne20
10.645
1/2, 3/2
10
9.34
4+0+hν2
2±0+hν2
7.85
2+0+hν1
0+0+hν2
7.45
7.22
7.18
3−
0+0+hν1
6.74
4-0
4+
5.4
4.36
2-0
2+
1.63
0+
10Ne20

Fig. 2

Tableau 2

Niveau MeV	Moments	j	K	D	
0	0^+	0	0	$0 \times D$	
1,63	2^+ =	2	0	$6 \times D$	D = 1,63/6 = 0,272 MeV
5,4	4^+	4	0	$20 \times D$	

(7) $\Im = h^2/(8\pi^2 D) = h^2/(8.\pi^2.0{,}272)\,(\text{MeV})^{-1} = 3{,}67\,h^2/(8\pi^2)\,(\text{MeV})^{-1}$.

Morinaga relève dans les niveaux supérieurs deux autres multiplets de rotation :

un doublet $\begin{cases} 0'^+ \ 6{,}738 \text{ MeV} \\ 2'^+ \ 7{,}450 \text{ MeV} \end{cases}$ et un triplet $\begin{cases} 0''^+ \ 7{,}218 \text{ MeV} \\ 2''^+ \ 7{,}854 \text{ MeV} \\ 4''^+ \ (9{,}3) \text{ MeV} \end{cases}$

avec les différences $2^+ \rightarrow 0^+ = 0{,}712$ et $0{,}636$; donc

$$D_2 = 0{,}712/6 = 0{,}119 \ ; \ D_3 = 0{,}636/6 = 0{,}106$$

et

$$\Im_2 = 8{,}40\,h^2/(8\pi^2)\,(\text{MeV})^{-1}, \quad \Im_3 = 9{,}43\,h^2/(8\pi^2)\,(\text{MeV})^{-1}.$$

Remarques. a) La forme ellipsoïdale du noyau Ne^{20} se prête à des mouvements de rotation, et on constate trois degrés différents d'excitation et trois moments d'inertie différents, dans le rapport

$$\Im_1 : \Im_2 : \Im_3 = 3{,}67 : 8{,}40 : 9{,}43.$$

b) Dans les trois cas mentionnés le moment supplémentaire est nul ($K = 0$).

c) Par rapport à son isomère Ne^{21} pair-impair, le Ne^{20} accuse trois moments de rotation, sans spectre de vibration; le Ne^{21} accuse un spectre très étendu de vibration et un seul doublet de rotation.

4. Le noyau $_{12}Mg^{24} = 6\ {}_2\alpha^4$

Dans les recueils [15] et [16] on trouve pour Mg^{24} les niveaux, moments et parités que nous avons inscrits dans le diagramme respectif (fig. 2); nous y relevons les réactions avec emission β^+ et β^-

$_{13}Al^{24} \rightarrow \beta^+ + {}_{12}Mg^{24}$ et le double passage $_{10}Ne^{24}\,(\beta^-) \rightarrow {}_{11}Na^{24}\,(\beta^-) \rightarrow {}_{12}Mg^{24}$.

Nous constatons pour Mg^{24} un spectre de rotation avec la constante $D = 1{,}368/6 = 0{,}228$ MeV, combiné avec un spectre de vibration $h\nu = 1{,}71$ MeV; l'ensemble du spectre est présenté dans le tableau 3.

Tableau 3

$nh\nu$	j	K	$[...]\times D$	Niveaux calculés MeV	Niveaux observés MeV	Répartis
0	2	0	$6\times D$	1,368	1,368	2^+ —
2	2	2	$4\times D$	0,912+3,30	4,21	$2'^+ + 2\,h\nu$
2	3	3	$7{,}5\times D$	1,71 +3,42	5,13	$3^- + 2\,h\nu$
1	4	0	$20\times D$	4,56 +1,71	6,27	$4'^+ + 1\,h\nu$
0	4	2	$18\times D$	4,104	4,122	4^+ —
1	5	0	$30\times D$	6,84 +1,7	8,54	$5^- + 1\,h\nu$
2	6	3	$37{,}5\times D$	8,55 +3,40	11,95	$6 + 2\,h\nu$
3	6	3	$37{,}5\times D$	8,55 +5,10	13,65	$6 + 3\,h\nu$

Nous constatons 8 niveaux classifiés:

2 niveaux rotation simple; $(j;K) = 2;0$ et $4;2$,
2 niveaux rotation $+ 1\,h\nu$; $(j;K) = 4;0$ et $5;0$,
3 niveaux rotation $+ 2\,h\nu$; $(j;K) = 2;2$, $3;3$ et $6;3$,
1 niveaux rotation $+ 3\,h\nu$; $(j;K) = 6;3$.

Avec $D = 0{,}228$ MeV on a pour $\Im = 4{,}386\,h^2/(8\pi^2)\,(\text{MeV})^{-1}$.

Discussion. Dans l'interprétation de la structure 5 α pour Ne, 6α pour Mg, nous nous sommes servis—pour l'état fondamental—des formes géométriques les plus serrées, à symétrie sphérique ou la plus rapprochée de cette symétrie (bitétraèdre, octaèdre); mais dans les états excités interviennent des déformations et la rotation modifie les moments d'inertie.

Nous avons donné pour Ne^{20} trois valeurs de ce moment, à savoir, ,67, 8,40, 9,43 unités $h^2/(8\pi^2)$. $(\text{MeV})^{-1}$,[1]); ces valeurs varient dans le rapport 1; 2,29; 2,56.

Pour Mg^{24}, à coté du moment fondamental 4,38 unités, Morinaga signale un second moment excité, qui correspond à 25,6 unités, six fois plus grand que le fondamental. C'est un cas extrême et Morinaga assume que cet état correspond à un arrangement des six alpha en file, en ligne; en effet, le moment d'inertie de cette file de alpha prend une valeur approchée de 25 unités; il signale un cas analogue pour O^{16}, qui possède un moment d'inertie excité qui correspond à une file de 4 alpha et une déformation ellipsoïdale qui s'allonge jusqu'à une ligne continue.

Dans ce cas extrême, Morinaga assume que les alpha ne sont pas encore défaits dans leurs constituants élémentaires, les protons et neutrons libres, individuels.

Reçu 10 VI 1959

Académie de la République Populaire Roumaine,
filiale de Jassy,
Section des Sciences Physiques

1) Cette unité $= 0{,}348 \times 10^{-48}$ gcm^2.

BIBLIOGRAPHIE

1. Heisenberg W., Zts. f. Physik, 1932, **77**, S.1.
2. Bethe H., Rev. Mod. Phys., 1936, **VIII**, p. 82; Ibid., 1937, **IX**, p. 69.
3. Wefelmeier W., Zts. f. Physik, 1937, **107**, S. 332.
4. Cüer P. et Samman A., J. Phys., 1958, **19**, p. 13.
5. Bedreag C. G., Bul. Şt. Univ. Cern., 1936, **X**, p. 345.
6. — C. R. Ac. Sci., Paris, 1935, **200**, p. 1197.
7. — C. r. Ac. Sci., Buc., 1942, **VI**, p. 59.
8. — Ann. Sc. Univ. Jassy, 1943, **XXX**, p. 251.
9. — Rev. Adamachi, 1945, **XXXI**, p. 229.
10. — Ibid., 1949, **XXXI**, p. 163.
11. — St. şi Cerc şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1957, Fizică şi Şt. Tehnice, **VIII**, *2*, p. 141.
12. — Ibid., 1958, **IX**, *2*, p. 249.
13. Ajzenberg F. a. A. Lauritsen T., Rev. Mod. Phys., 1955, **27**, p. 77.
14. Müller Th., Ann. de Phys., 1958, **3**, p. 254.
15. Endt P. a. Kluyver J., Rev. Mod. Phys., 1954, **26**, p. 95.
16. Djelepow B. S. a. Peker L. K., *Decay Schemes of Radioactive Nuclei*, Moscow, 1958.
17. Morinaga H., Phys. Rev., 1956, **101**, p. 254.
18. Bohr Aage, Dan. Mat. Fys. Medd., 1952, **26**, p. 14.
19. — Thèse, Köbenhagen, 1954.
20. Bohr A. a. Mottelson B., Dan. Mat. Fys. Medd., 1955, **30**, *1*.
21. Gustafson T., Ibid., 1955, **30**, *5*.

СТРОЕНИЕ ЯДРА $_{10}Ne$ И $_{12}Mg$

(Резюме)

Эта предварительная заметка посвящена модели альфа-ядра III приводящей к внешним основным формам: эллипсоид для Ne^{20}, сферическая симметрия для Mg^{24}. Для момента основного спина Ne^{21} использовалась модель I ядерных слоев; уровни вращения вычислены на основании коллективного моделя IV. Вклад от вибраций $h\nu$ определился на основании модели II, жидкого слоя.

Из специфических результатов отмечаем:

а) Ядерный спектр Ne^{21} выявляет вибрационные гармоники вплоть до 7-ой.

б) Спектр Ne^{20} показывает 3 мультиплета вращения и некоторую прибавку вибрации.

в) Спектр Mg^{24} показывает комплекс или же вращательно-вибрационное слияние указанное в таблице 3.

г) Вычисление моментов инерции дает указания о деформациях возбуждённых состояний.

STRUCTURA NUCLEARĂ A $_{10}Ne$ ŞI $_{12}Mg$

(Rezumat)

Drept punct de plecare în această Notă preliminară îl constituie modelul alfa-nuclear III, care ne-a dat formele exterioare fundamentale: elipsoid pentru Ne^{20}, simetrie sferică pentru Mg^{22}; pentru momentul de spin fundamental al lui Ne^{21} am recurs la modelul I al păturilor nucleare; nivelele de rotaţie le-am calculat pe baza modelu-

lui IV colectiv ; contribuţia de vibraţie $h\nu$ am determinat-o pe baza modelului II al picăturii lichide.

Ca rezultate specifice semnalăm :

a) Spectrul nuclear Ne^{21} prezintă armonice de vibraţie pînă la armonica 7-a.

b) Spectrul Ne^{20} prezintă 3 multipleţi de rotaţie şi un adaos de vibraţie.

c) Spectrul Mg^{24} prezintă complexul sau fuziunea rotaţional-vibraţională dată în tabelul 3.

d) Calculul momentelor de inerţie dă indicaţii asupra deformărilor stărilor excitate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

530.1

THE GEOMETRICAL INTERPRETATION OF RAYLEIGH'S PRINCIPLE AND SCHWINGER'S VARIATIONAL PRINCIPLE[1]

BY
LL. G. CHAMBERS

1. Relation between Schwinger's Variational Principle and Rayleigh's Principle

Schwinger's variational principle [1] may briefly be formulated as follows. Consider a quantity Q_0 which is defined by $Q_0 = \int_R A(y) X_0(y)\, dy$ where $X_0(y)$ satisfies the integral equation $A(y) = \int_R G(y, y') X_0(y')\, dy'$, A and G are known, and G is symmetrical. It follows that $Q_0 = \int_R \int_R X_0(y') G(y, y') X_0(y)\, dy\, dy'$, whence

$$Q_0 = \left[\int_R A(y) X_0(y)\, dy\right]^2 \Big/ \left[\int_R \int_R X_0(y') G(y, y') X_0(y)\, dy\, dy'\right].$$

G is such that the denominator is positive definite. Consider the functional

$$Q(X) = \left[\int_R A(y) X(y)\, dy\right]^2 \Big/ \left[\int_R \int_R X(y') G(y, y') X(y)\, dy\, dy'\right].$$

Then it may be shown that $Q(X) < Q(X_0) = Q_0$ provided that $X \neq X_0$, and that $Q(X)$ is stationary for small variations of X about $X = X_0$. This leads us to ask ourselves whether there is any relation between Schwinger's principle and Rayleigh's principle which gives somewhat similar properties for the frequencies of vibration of a mechanical system, and the corresponding Sturm-Liouville Theory.

Multiplying the two fundamental formulae for the Schwinger's principle together,

---

1) The substance of this paper was given as a talk in section V of the International Congress of Mathematicians at Amsterdam on 9th September, 1954.

$$Q_0 \int_R G(y, y') X_0(y')\, dy' = A(y) \int_R A(y') X_0(y')\, dy'.$$

Consider now the integral equation defined by

$$Q \int_R G(y, y') X(y')\, dy' = \int_R B(y, y') X(y')\, dy',$$

where $B(y, y') = A(y) A(y')$, Q being the parameter of the equation. This integral equation is clearly satisfied by $Q = Q_0$, $X = X_0$.

However, there exists another solution $Q = 0$, which is given by any $X(y)$ which is orthogonal to $A(y)$ over the range R. As these are an infinity of functions $X(y)$ such that this condition is satisfied it follows that the multiplicity of the value $Q = 0$ is infinite.

That this is the case can be seen by a rather heuristic approach. Let $\{\Phi_r(y)\}$ be some, complete orthogonal normal tet over R. Let

$$A(y) = \sum_{r=0}^{\infty} a_r \Phi_r(y), G(y, y') = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} \Phi_r(y) \Phi_s(y'), g_{rs} = g_{sr}, X(y) = \sum_{r=0}^{\infty} x_r \Phi_r(y).$$

The stationary property with respect to $X(y)$ is clearly equivalent to a stationary property with respect to the x_r. It follows

$$Q(X) = \left(\sum_{r=0}^{\infty} a_r x_r \right)^2 \Big/ \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} x_r x_s \right) = \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} b_{rs} x_r x_s \right) \Big/ \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} x_r x_s \right)$$

where $b_{rs} = a_r a_s$.

Now the eigenvalues h^2 of the determinant, which may be infinite $|h^2 g_{rs} - b_{rs}| \neq 0$ are equally well given [2] by the condition that the quantity defined by

$$h^2 = \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} b_{rs} x_r x_s \right) \Big/ \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} x_r x_s \right)$$

should be stationary.

The condition that Q should be stationary is given by $Q \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} x_s = \sum_{s=0}^{\infty} b_{rs} x_s = a_r \sum_{s=0}^{\infty} a_s x_s$.

Thus Q is the solution of the infinite determinant $|b_{rs} - Q g_{rs}| = 0$.

Consider now the quantity defined by

$$A_N = \prod_{r=0}^{N} a_r^{-2} |b_{rs} - Q g_{rs}|, \quad 0 \leqslant r, s \leqslant N,$$

whose zeros are the same as those of $|b_{rs} - Q g_{rs}|$.

$$A_N = \prod_{r=0}^{N} a_r^{-2} |a_r a_s - Q g_{rs}| = |1 - Q f_{rs}| =$$

$$= \begin{vmatrix} 1-Qf_{00} & \cdots & 1-Qf_{0s} & \cdots & 1-Qf_{0N} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1-Qf_{r0} & \cdots & 1-Qf_{rs} & \cdots & 1-Qf_{rN} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1-Qf_{N0} & \cdots & 1-Qf_{Ns} & \cdots & 1-Qf_{NN} \end{vmatrix},$$

where $f_{rs} = g_{rs}\,(a_r\,a_s)^{-1}$.

Subtracting the first row from each of the others does not alter the value of a determinant and so

$$\Delta_N = \begin{vmatrix} 1-Qf_{00} & \cdots & 1-Qf_{0s} & \cdots & 1-Qf_{0N} \\ Q(f_{00}-f_{10}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Q(f_{00}-f_{r0}) & \cdots & Q(f_{0s}-f_{rs}) & \cdots & Q(f_{0N}-f_{rN}) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ Q(f_{00}-f_{N0}) & \cdots & Q(f_{0s}-f_{Ns}) & \cdots & Q(f_{0N}-f_{NN}) \end{vmatrix} =$$

$$= Q^N \begin{vmatrix} 1-Qf_{00} & \cdots & 1-Qf_{0s} & \cdots & 1-Qf_{0N} \\ (f_{00}-f_{10}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ (f_{00}-f_{r0}) & \cdots & (f_{0s}-f_{rs}) & \cdots & \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \end{vmatrix} = K_N\,Q^N\,(Q-Q_N)$$

and Q_N must from our previous working be positive.

Now if f_{rs} tends to zero sufficiently rapidly as $N \to \infty$, $\Delta_N/(K_N\,Q^N)$ is convergent, and Q_N will tend to a limit which will be the required value Q_0.

Thus Schwinger's principle is a highly degenerate form of Rayleigh's principle in which one eigenvalue is positive and finite and all the rest are zero.

It will be noted that Q_0 as defined by the original equations was a perfectly definite quantity, but by utilizing a variational formula for Q, a zero value of Q has arisen.

This is because the variational formula does not actually give Q, but Q^2/Q which is indeterminate at $Q = 0$.

The eigenfunctions can be derived as follows. Let $X(y) = \sum_{r=0}^{\infty} x_r \Phi_r(y)$. The x_r must satisfy, for an eigenfunction $\sum_{r=0}^{\infty} (b_{rs} - Qg_{rs}) x_s = 0$ only the ratios being of importance. If $Q = Q_0$, no difficulty arises in the solution of this set of equations for the x_r rations.

If Q is zero we have $\sum_{r=0}^{\infty} b_{rs} x_s = a_r \sum_{s=0}^{\infty} a_s x_s = 0$. Now the equation $\sum_{s=0}^{N} a_s x_s = 0$ can be solved so as to give N solutions for the ratios of the x_r this being the sort of thing that always happens when an eigenvalue becomes degenerate.

If N tends to infinity, an infinite set of ratios will be generated. These values of x_r however will be such that $X(y)$ will not satisfy the integral equation for $X_0(y)$, and it remains true that this is the only solution of the required problem. This may be seen symbolically as follows

$$AX = 0; \quad A = GX, \quad X = G^{-1}A; \quad AX = AG^{-1}A.$$

Now $AX = 0$, but G is pozitive definite and so $AG^{-1}A$ is > 0 if $A \neq 0$ and so there is a contradiction.

With Rayleigh's Principle for a finite number $N+1$ of degrees of freedom if $h_N^2 \leqslant h_r^2 \leqslant h_0^2$ then

$$h_N^2 \leqslant \left(\sum_{r=0}^{N} \sum_{s=0}^{N} c_{rs} x_r x_s \right) \Big/ \left(\sum_{r=0}^{N} \sum_{s=0}^{N} g_{rs} x_r x_s \right) \leqslant h_0^2 \text{ for al real } x_r .$$

If we extend this to a system of an infinite number of degrees of freedom such that h_N tends to zero, then

$$h_0^2 \geqslant \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} c_{rs} x_r x_s \right) \Big/ \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} x_r x_s \right).$$

Schwinger's Principle corresponds to $h_0^2 = Q_0 > 0$, $h_r^2 = 0, r > 0$, and so it follows that

$$Q_0 = h_0^2 \geqslant \left(\sum_{r=0}^{\infty} a_r x_r \right)^2 \Big/ \left(\sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} g_{rs} x_r x_s \right) \geqslant 0$$

and so when the variational formula is of the form indicated the true value is greater than any approximate value. It does not seem possible to obtain an upper bound for Q except by applying relaxation methods similar to those used to determine bounds for frequencies, or finding a similar variational expression for Q_0^{-1}.

Iterative methods exist for finding the bounds for eigenfrequencies [3]. These however involve the operator G^{-1}, and are therefore useless for this problem.

This is because we require $Q = AX_0$, where $A = GX_0$, X_0 being unknown, whence $Q = AG^{-1}A$, and if we know G^{-1}, the problem is solved anyhow.

2. Geometrical Interpretation of Rayleigh's Principle

Consider the formula for the eigenvalues of a system of N degrees of freedom

$$h^2 = \left(\sum_{r=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} c_{rs}\, x_r\, x_s\right) \Big/ \left(\sum_{r=1}^{N}\sum_{s=1}^{N} g_{rs}\, x_r\, x_s\right).$$

Consider the hyperellipsoids defined in the relevant hyperspace of N dimensions

$$C = \sum_r \sum_s c_{rs}\, x_r\, x_s = h^2, \quad G = \sum_r \sum_s g_{rs}\, x_r\, x_s = 1.$$

Consider the hypersurface $F = C - h^2 G = 0$. This is of the second degree and is a hyperquadric passing trough the intersection of $C = h^2$ and $G = 1$.

It is degenerate, containing no constant terms and is therefore a hypercone.

Now the condition that two hyperquadrics touch at a point, is that they have a common tangent plane there. This occurs when $F = C - h^2 G = 0$, degenerates further into a pair of hyperplanes, possibly imaginary, the points of contact lying in the intersection of the hyperplanes.

The centre of the hypercone is given by finding the solution of the set of equations

$$\frac{\partial F}{\partial x_r} = \frac{\partial C}{\partial x_r} - h^2 \frac{\partial G}{\partial x_r} = 0 \text{ for all } r.$$

This is the condition that h^2 is stationary and is given by

$$\sum_s (c_{rs} - h^2 g_{rs})\, x_s = 0.$$

The hyperquadric has a definite centre, the apex, whose coordinates are given by this expression.

Now the solution of this set of equations is in general the origin, unless $|c_{rs} - h^2 g_{rs}| = 0$.

This is the equation for the eigenvalues and there are N values of h^2 for which the centre is not at the origin.

The centre is not unique however, and is given by

$$x_1 : x_2 : \ldots = a_1^{(h)} : a_2^{(h)} : \ldots ,$$

where $\sum (c_{rs} - h_p^2 g_{rs}) a_s^{(p)} = 0$, h_p^2 being the p-th root of the determinantal equation.

This equation for the centre is a line. The hiperconce F is then degenerate and is a pair of hyperplanes, the „centre" being any point upon the intersection of these hyperplanes. Thus the hyperquadrics $G = 1$ and $C = h^2$ touch when h^2 is one of the eigenvalues of the system.

Now because both G and C are positive definite forms $h_p^2 > 0$ always.

Thus the problem of determining the eigenvalues is equivalent to determining the scale of one hyperellipsoid when it touches the other. When this is done, any point on the join of the origin and point of contact will be a possible normal node.

Furthermore, in order that $G = 1$ and $C = h^2$ have a real common point, is necessary that $h_{\max}^2 \geqslant h^2 \geqslant h_{\min}^2$, where $h_{\max}^2$ is the greatest eigenvalue, and $h_{\min}^2$ is the least.

If $h^2 > h_{\max}^2$, $C = h^2$ surrounds $G = 1$. If $h^2 < h_{\min}^2$, $G = 1$ surrounds $C = h^2$. It follows that any approximation to h^2 obtained by $h^2 = C/G$ lies between the minimum and maximum values.

We note, that if we have an infinite number of degrees of freedom the theory still holds, provided that everything converges suitably. This will be true in nearly all physical problems because e. g. the Kinetic and Potential energies, or e. g. the Magnetic and Electrical energies are both finite. If this is noth the case, then the spectrum is continuous, and of course Rayleigh's Principle is not applicable.

3. Geometrical Interpretation of Schwinger's Principle

As indicated in section **1**, Schwinger's Principle can be formulated in the form: $Q = h_0^2$ is the non zero stationary value of

$$Q(X) = h^2 = B/G = \left(\sum_r \sum_s b_{rs} x_r x_s\right) \Big/ \left(\sum_r \sum_s g_{rs} x_r x_s\right), \text{ where } b_{rs} = a_r a_s .$$

Consider now the hypersurfaces, defined by $G = \sum_r \sum_s g_{rs} x_r x_s = 1$ and $B = \left(\sum_r a_r x_r\right)^2 = h^2$.

The first of these represents, as in the case of Rayleigh's Principle, a hyperellipsoid, whereas the second represents the pair of hyperplanes

$$\sum_r a_r x_r = \pm h .$$

This pair of planes may be regarded also as a highly degenerate ellipsoid in which all the semi axes, except one, are infinite.

The analysis of the previous section carries over uncharged, and the geometrical interpretation is that the hyperellipsoid $G = 1$ touches the pair of hyperplanes $B = h^2$, h effectively measuring the lenght of the perpendicular from the origin.

Furthermore in order that $B = h^2$ and $G = 1$ have a common point it is necessary that $0 < Q < Q_0$, or $0 < h^2 < h_0^2$.

It thus follows that any approximation will give a lower bound.

4. Orthogonality relationship between nodes

Let ζ^2, η^2, be two non degenerate eigenvalues of $|c_{rs} - h^2 g_{rs}| = 0$ and let $x_r = \alpha_r$, β_r represent states corresponding to these eigenvalues. Then $\sum_s \left(c_{rs} - \zeta^2 g_{rs}\right) \alpha_s = 0$ for all r, $\sum_r \sum_s \left(c_{rs} - \zeta^2 g_{rs}\right) \alpha_s \beta_r = 0$ and also $\sum_r \sum_s \left(c_{rs} - \eta^2 g_{rs}\right) \alpha_s \beta_r = 0$ and so $\sum_r \sum_s c_{rs} \alpha_r \beta_s = 0$, $\sum_r \sum_s g_{rs} \alpha_r \beta_s = 0$.

Consider the hyperplanes defined by $\sum_r \sum_s c_{rs} \alpha_r x_s = 0$, $\sum_r \sum_s g_{rs} \alpha_r x_s = 0$.

These are the conjugate hyperplanes of the point $x_r = \alpha_r$ with respect to the hyperellipsoids $C = \sum_r \sum_s c_{rs} x_r x_s = 1$, $G = \sum_r \sum_s g_{rs} x_r x_s = h^2$.

Now $x_r = \alpha_r$ represents a state of the system in a normal node, and so lies on both of the ellipsoids, which have a common tangent plane there. It follows that the two orthogonality hyperplanes are identical when $h^2 =$ one of the eigenvalues, and that the two orthogonality relations are in fact one.

As is well known, this orthogonal property may be used to determine all the eigenvalues. From the first eigenvalue, the corresponding node can be determined, and it can then be eliminated from the system, and the next eigenvalue calculated.

If the state represented by x_r does not contain any component of the state represented by α_r, it must obey $\sum_r \sum_s g_{rs} \alpha_r x_s = 0$.

Expressing some suitable x_s in terms of all the others, and substituting in the quadratic forms, the degree of freedom is reduced by unity. Further eigenvalues can now be determined, the number of degrees of freedom being reduced by unity in each case. The geometrical significance is as follows. The introduction of the constraint $\sum_r \sum_s g_{rs} \alpha_r x_s = 0$ is equivalent to a section of a N dimensional space by a single hyperplane, i.e. an $N-1$ dimensional space, e.g. consider the very simple 3 dimensional problem

$$h^2 = (\alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 + \gamma^2 z^2)/(x^2 + y^2 + z^2).$$

The two ellipsoids are $h^2 = a^2 x^2 + \beta^2 y^2 + \gamma^2 z^2$, $1 = x^2 + y^2 + z^2$, one eigenvalue is given by $h^2 = \gamma^2$, $x : y : z = 0 : 0 : 1$ and the conjugate plane is $z = 0$.

Eliminating $a^2 x^2 + \beta^2 y^2 = h^2$, $x^2 + y^2 = 1$ a new eigenvalue problem $h^2 = (a^2 x^2 + \beta^2 y^2)/(x^2 + y^2)$ arises.

5. Expansions in terms of eigenfunctions associated with a Schwinger type problem

It is of interest to determine the conditions under which an arbitrary function may be expanded in terms of eigenfunctions which have been derived from Schwinger's Principle. Let

$$(\Phi, \Psi) = \int_R \int_R \Phi(y)\, G(y, y')\, \Psi(y')\, dy\, dy' = (\Psi, \Phi).$$

We note that because of the positive definite nature of G, that $(\Phi, \Phi) > 0$ if $\Phi \neq 0$.

Let $\chi_m(y)$ be a set such that $(\chi_m, \chi_n) = \delta_{mn}$, $m, n \geqslant 0$.

The completeness of the set is determined as follows.

Suppose $f(y)$ has an expansion

$$f(y) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \chi_n(y), \quad (f, \chi_m) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n (\chi_n, \chi_m) = f_n.$$

Now, if the set is complete $N \to \infty$, $Y_N = 0$, where

$$Y_N = \left(f - \sum_{m=0}^{N} f_m \chi_m, f - \sum_{n=0}^{N} f_n \chi_n\right) = (f,f) - \sum_{m=0}^{N} f_m (f, \chi_m) - \sum_{n=0}^{N} f_n (f, \chi_n) +$$

$$+ \sum_{m=0}^{N} \sum_{n=0}^{N} f_m f_n (\chi_m, \chi_n) = (f,f) - \sum_{n=0}^{N} f_m^2 - \sum_{n=0}^{N} f_n^2 + \sum_{m=0}^{N} \sum_{n=0}^{N} f_m f_n \delta_{mn} =$$

$$= (f, f) - \sum_{n=0}^{N} f_n^2.$$

It follows therefore that the condition of completeness of the set $[\chi_n(y)]$ is given by $\sum_{n=0}^{\infty} f_n^2 = (f,f)$.

An orthogonal set can be constructed as follows.

Let $P_s(v)$ be an infinite linearly independent set of functions such $\int_R A(y)\, P_s(y) dy = 0$. By the usual Schmidt orthogonalisation and normalisation process [4] these may be converted into a set $[\chi_n(y)]$, $n > 0$, such that $(\chi_m, \chi_n) = \delta_{mn}$, $m, n > 0$.

Then each of these functions is an eigenfunction corresponding to the zero eigenvalue.

The finite eigenvalue has as the corresponding eigenfunction $\chi_0(y) = X_0(y)\, Q_0^{-1/2}$.

For

$$(\chi_0,\ \chi_0) = Q_0^{-1}(X_0,\ X_0) = Q_0^{-1}\int_R\int_R X_0(y)\, G(y, y')\, X_0(y')\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}y' =$$

$$= Q_0^{-1}\int_R X_0(y)\, A(y)\, \mathrm{d}y = 1,$$

also

$$(\chi_0, \chi_r) = \int_R \chi_0(y)\, G(y, y')\, \chi_r(y')\, \mathrm{d}y\, \mathrm{d}y' = Q_0^{-1/2}\int_R A(y')\, \chi_r(y')\, \mathrm{d}y' = 0, \quad r > 0.$$

Thus the set of functions $[\chi_r(y)]$ form a normal orthogonal set, and will be complete. This may be proved by using the integral equation form

$$Q\int_R G(y, y')\, X(y')\, \mathrm{d}y' = \int_R B(y, y')\, X(y')\, \mathrm{d}y'$$

and using the formulae already developed for the case where B is not degenerate.

An example of the physical meaning of these eigenfunctions is as follows. Consider a waveguide which is such that only one mode propagates [1], the others being evanescent, and suppose that there is an iris in this guide. The eigenfunction $\chi_0(y)$ corresponds to iris currents which would set up the propagating mode, and the other eigenfunctions represent currents which set up evanescent or storage fields. In these problems, Q_0 usually represents the reflection from the iris when there is unit field in the propagated mode incident.

Received 7 III 1959

University College of South Wales,
Bangar, England

REFERENCES

1. Marcuvitz N., *Waveguide Handbook*, p. 143.
2. Lamb H., *Higher Mechanics*, p. 233.
3. Morse P. M. a. Feshbach H., *Methods of Theoretical Physics*, **II**, p. 1137.
4. Sommerfeld A., *Partial Differential equations in Physics*, p. 173.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПРИНЦИПА РЕЛИ И ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА ШВИНГЕРА

(Резюме)

Известно (обобщение принципа Рели), что отношение $\mu^2 = C/G$ пары квадратичных положительно определенных форм $C(x,x) = \sum_r \sum_s c_{rs}\, x_r\, x_s$ и $G(x,x) = \sum_r \sum_s g_{rs}\, x_r\, x_s$ от бесконечного числа переменных (x_r) допускает бесконечное количество стационар-

ных значений $\mu^2 > 0$, таких, что $\mu_0^2 \geqslant \mu_1^2 \geqslant \cdots \geqslant \lim_{n\to\infty} \mu_n^2 = 0$, где μ^2 — характеристические числа ассоциированной бесконечной матрицы $[c_{rs} - \mu^2 g_{rs}]$. Доказывается в настоящей заметке, что вариационный принцип Швингера — дегенерированная форма принципа в котором положительно-определенная форма $C(x,x)$ заменена квадратом линейной формы $B(x,x) = \{A(x)\}^2$, где $A(x) = \sum_r a_r x_r$. Эта последняя допускает лишь одно единственное положительное характеристическое число, все остальные же становятся равными нулю.

Доказывается, что в принципе Рели условие стационарности значения μ^2 соответствует двум гиперэллипсоидам $C(x,x) = \mu^2$ и $G(x,x) = 1$ касающимся друг друга. При этом, гиперквадрика $C(x,x) - \mu^2 G(x,x) = 0$ дегенерирующая в гиперконус, дегенерирует далее в пару плоскостей пересечение которых соединяет начало с точкой соприкасания. Каждая точка этой прямой представляет собою характеристический вектор системы.

В вариационном принципе Швингера гиперэллипсоид $C(x,x) = \mu^2$ замещается $B(x,x) = \{A(x)\}^2 = \mu^2$. Это равносильно паре гиперплоскостей $A(x) = \sum_r a_r x_r = \pm \mu$, (или же гиперэллипсоиду имеющему конечной лишь одну из осей). Геометрические условие сводится теперь к определению μ^2, таким образом чтобы пара гиперплоскостей была бы касательной к эллипсоиду. Остюда следует, что при использовании приблизительного значения характеристического вектора $\{x_r^{(0)}\}$ для вычисления отношения B/G, значение этого отношения будет меньше чем значение μ_0^2.

INTERPRETAREA GEOMETRICĂ A PRINCIPIULUI LUI RAYLEIGH ŞI A PRINCIPIULUI VARIAŢIONAL AL LUI SCHWINGER

(Rezumat)

Se ştie (generalizarea principiului lui Rayleigh) că raportul $\mu^2 = C/G$ al unei, perechi de forme patratice pozitiv definite $C(x,x) = \sum_r \sum_s c_{rs} x_r x_s$ şi $G(x,x) = \sum_r \sum_s g_{rs} x_r x_s$ depinzînd de un număr infinit de variabile (x_r), admite o infinitate de valori staţionare $\mu^2 > 0$, astfel încît $\mu_0^2 \geqslant \mu_1^2 \geqslant \cdots \geqslant \lim_{n\to\infty} \mu_n^2 = 0$, μ^2 fiind numere caracteristice ale matricii infinite duble asociate $[c_{rs} - \mu^2 g_{rs}]$. În această Notă se demonstrează că principiul variaţional al lui Schwinger este o formă degenerată a principiului în care forma definită $C(x,x)$ este înlocuită prin patratul formei liniare $B(x,x) = \{A(x)\}^2$, în care $A(x) = \sum_r a_r x_r$. Aceasta din urmă admite un singur număr caracteristic pozitiv, toate celelalte numere caracteristice devenind egale cu zero. Se demonstrează că în cazul principiului lui Rayleigh condiţiei de staţionarietate a lui μ^2 îi corespund doi hiperelipsoizi $C(x,x) = \mu^2$ şi $G(x,x) = 1$, tangenţi între ei. Totodată hipercuadrica $C(x,x) - \mu^2 G(x,x) = 0$, degenerată într-un hipercon, degenerează şi mai mult devenind o pereche de plane avînd drept intersecţie dreapta ce uneşte originea cu punctul de contact. Fiecare punct al acestei drepte este un vector caracteristic al sistemului.

În principiul variaţional al lui Schwinger hiperelipsoidul $C(x,x) = \mu^2$ se înlocuieşte prin $B(x,x) = \{A(x)\}^2 = \mu^2$. Acest lucru este echivalent cu perechea de hiperplane $A(x) = \sum_r a_r x_r = \pm \mu$ (sau cu un hiperelipsoid ce are doar o singură axă finită). Condiţia geometrică se reduce acum la determinarea lui μ^2 în aşa fel ca perechea de hiperplane să fie tangentă la elipsoid. De aici rezultă că valoarea raportului B/G este mai mică decît μ_0^2 dacă se foloseşte pentru calculul acestuia o valoare aproximativă a vectorului caracteristic $\{x_r^{(0)}\}$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

538.71

LES CARTES MAGNÉTIQUES DE LA ROUMANIE DE 1895 À 1954, LES ÉLÉMENTS MAGNÉTIQUES DE BUCAREST DE 1772 À 1954 ET DE JASSY DE 1828 À 1954 ET LES VARIATIONS CYCLIQUES SÉCULAIRES DE LA ROUMANIE

PAR

ŞT PROCOPIU
Membre de l'Académie de la République Populaire Roumaine
et
C. PĂPUŞOI

1. Éléments du magnétisme terrestre

La distribution du champ des forces magnétiques autour de la Terre, considérée comme un aimant sphérique, peut être connue si on mesure, pour un grand nombre de points répandus sur le Globe, les éléments magnétiques, à savoir: la déclinaison D, l'inclinaison I et la composante horizontale H de l'intensité du champ magnétique terrestre.

Connaissant les valeurs mesurées des éléments H et I on peut calculer la composante verticale Z et la force magnétique totale F, par les formules:

$$Z = H \operatorname{tg} I \quad \text{et} \quad F = H/\cos I. \tag{1}$$

Les valeurs de H et I permettent le calcul de la quantité G, introduite par L. A. Bauer, qu'il appelle „constante magnétique locale" et qui est définie par l'expression

$$G = \sqrt{H^2 + \frac{1}{4} Z^2} = \sqrt{H^2 \left(1 + \frac{1}{4} \operatorname{tg}^2 I\right)}. \tag{3}$$

Cette quantité G est constante et peut exprimer le moment magnétique M de la Terre, uniformément aimantée, par la relation

$$M = GR^3, \tag{4}$$

où R est le rayon de la Terre.

Habituellement, les éléments magnétiques D, H et I sont mesurés et les éléments Z, F et G sont calculés; la composante verticale Z peut être aussi mesurée.

Une des méthodes d'observation de la distribution du champ magnétique terrestre consiste à tracer des cartes magnétiques. Réunissant les points pour lesquels, à une même date, les éléments magnétiques D, H et I ont des valeurs égales, on obtient les lignes *isogones* pour la déclinaison magnétique, les lignes *isoclines* pour l'inclinaison magnétique et les lignes *isodynames* pour la composante horizontale. La distribution de ces lignes isomagnétiques a un caractère dynamique; elle change en temps et dans l'espace. On peut déterminer ces changements en connaissant les variations séculaires des éléments magnétiques D, H et I.

Dans cette Note on présente une vue d'ensemble sur: a) les éléments magnétiques D, H et I, mesurés en Roumanie, b) l'évolution des cartes magnétiques de la Roumanie, c) les cycles de variation séculaire des éléments magnétiques établis pour Jassy et Bucarest.

2. Mésures magnétiques à Jassy et à Bucarest

Les éléments du magnétisme terrestre, D, H et I, ont été assez souvent mesurés dans notre pays. On connait une détermination de déclinaison magnétique, effectuée par Ivan Islenieff [1], à

Bucarest, 1772, ... $D=11°36{,}5'$ W

et une série de déterminations du même élément, la déclinaison magnétique, pour 28 localités des pays roumains, effectuées entre 1828 et 1832 par les officiers de l'état majeur russe, à l'occasion de la guerre russo-turque. F. G. W. Struve [1] trouve pour

Bucarest, 1829, ... $D=9°14{,}4'$ W
Jassy, 1828, ... $D=11°50{,}7'$ W.

Une détermination de T. Stamati [5] donne comme déclinaison magnétique à

Jassy, 1846, ... $D=9°30'$ W

et une détermination de D. Asachi [6] donne comme valeur de la déclinaison magnétique à

Jassy, 1854, ... $D=9°$ W.

Des mesures systématiques pour les trois éléments magnétiques D, H et I ont été faites par Karl Kreil [2], pour 241 localités des pays d'Autriche, entre 1843 et 1858. Parmi ces localités il y en a 5 des pays roumains (Calafat, Bucarest, Galatzi, Sulina, Ile des Serpents). Les valeurs des éléments magnétiques établies pour

Bucarest, 1853,6: $D=7°55{,}4'$ W; $H=0{,}22638$ cgs; $I=59°51{,}5'$ N.

De 1893 à 1897 quelques mesures des éléments magnétiques ont été effectuées par D. Negreanu [6]. Les valeurs établies sont à

Bucarest, 1893, $D=5°0'$ W (16 Mars), $I=59°5'$ N (20 Déc.), $H=0{,}233$ cgs (16 Avril);

Bucarest, 1895, $D=4°50'$ W, $I=59°3'$ N, $H=0{,}233$ cgs

et les variations séculaires annuelles:

$dD=-6'$, $dI=-2'$, $dH=+0{,}00018$ cgs.

Jassy, 1894, $I=61°30'$ N (3 Juillet).

Des mesures systématiques des éléments magnétiques D, H et I ont été faites par St. Hepites et I. Murat [1] entre 1898 et 1901, pour 72 localités de la Roumanie. Ces mesures ont été réduites au 1-er Janvier 1901 et au 1-er Janvier 1906. En même temps les trois éléments magnétiques étaient inscrits graphiquement à l'Observatoire magnétique de Filaret-Bucarest. Cet Observatoire magnétique de Bucarest n'a fonctionné que depuis Mai 1898 jusqu'en Mai 1901. Hepites et Murat ont donné les valeurs suivantes pour

Bucarest, 1898,5, $D=4°31{,}8'$ W, $I=58°51'$ N, $H=0{,}23302$ cgs,
Bucarest, 1901, $D=4°12{,}7'$ W, $I=58°46'$ N, $H=0{,}23330$ cgs

et les variations séculaires entre 1858 et 1901:

$dD=-5{,}1'$, $dI=-1{,}5'$, $dH=+0{,}00017$ cgs et

Jassy, 1898,5, $D=3°38{,}2'$ W, $I=60°53{,}8'$ N, $H=0{,}22259$ cgs.

Depuis l'année 1931, les mesures des éléments magnétiques D, H et I ont été reprises par Ştefan Procopiu, professeur à l'Université de Jassy, et ses collaborateurs. Les mesures effectuées plusieurs années de suite, à une même date, par exemple quelques jours après le 1-er Juillet, et dans un même endroit, le Jardin horticole „Adamachi" de Copou (Jassy, Longitude Est Greenwich 27°32′, Latitude Nord 47°11′, altitude 100 m), vont nous permettre d'établir les variations séculaires annuelles pour ces années à Jassy. De 1931 à 1954 ils ont fait des déterminations dans plusieurs localités. Toutes ces déterminations pourront être raménées à une même date, à savoir, le 1-er Juillet, à 1934, 1940 et 1954. La déclinaison et la composante horizontale ont été déterminées par Şt. Procopiu, pendant 24 années consécutives, depuis 1931 à 1954, tandis que l'inclinaison a été mesurée par ses collaborateurs du Laboratoire d'électricité de l'Université de Jassy, Gh. Vasiliu, N. Catinicenco, N. Florescu et Eugen Ionescu.

Dans l'intervalle de 1931 à 1954 les élémenis magnétiques D, H, et I ont été déterminés, en dehors de Jassy, dans 90 localités. Les mesures de Jassy ont servi comme point de répère et pour réduire toutes les autres mesures megnétiques effectuées dans le pays. En outre elles ont servi pour déterminer les variations séculaires. Nous donnons ci-dessous les valeurs des éléments D, H et I mesurées par Şt. Procopiu à Bucarest en 1936,5 et à Jassy pendant les années 1936, 1945 et 1954.

Bucarest, 1936,5, $D=0°21,5'$E, $H=0,22684$ cgs, $I=60°41'$N.

Jassy	1936,5	1945,5	1954,5
	$D=1°01,1'$ E,	1°41,7′ E,	2°18,1′ E,
	$H=0,21396$ cgs,	0,21331 cgs,	0,21300 cgs,
	$I=62°55,6'$ N,	63°14,5′ N,	63°31,1′ N,
	$Z=0,41859$ cgs,	0,42304 cgs,	0,42755 cgs,
	$F=0,47010$ cgs,	0,47377 cgs,	0,47760 cgs,
	$G=0,29930$ cgs,	0,30040 cgs,	0,30177 cgs.

Les variations séculaires à Jassy, 1942,5, moyennes :

$dD=+4,9'$, $dI=+2'$, $dH=-9$ gammas (1 gamma$=10^{-5}$ cgs), $dZ=+43$ gammas, $dF=+34$ gammas.

3. Les appareils de mesure et les méthodes

La déclinaison magnétique et la composante horizontale ont été mesurées avec le théodolite magnétique, modèle moyen, de la Maison Chasselon, Paris, No. 156, et l'inclinaison magnétique avec la boussole d'inclinaison, modèle moyen, Chasselon, No. 167. Avec le théodolite magnétique on détermine le méridien géographique, par l'observation du Soleil à un moment donné [7], [8]. Puis on adopte au même appareil le fil de suspension avec le barreau aimanté et on détermine sa direction qui va nous donner celle du méridien magnétique. Toutes les déterminations ont été faites avec deux barreaux magnétiques, et on a pris la valeur moyenne. La différence entre la direction du méridien géographique et celle du méridien magnétique représente la déclinaison magnétique D (Orientale, Est ou +, ou Occidentale, Ouest, ou —).

Le même appareil sert a déterminer la composante horizontale par deux mesures : l'une des mesures donne la période T d'oscillation d'un barreau aimanté suspendu au fil de l'appareil, l'autre mesure est celle d'une déviation φ exercée par le même barreau, disposé à une distance déterminée, sur une courte aiguille aimantée, suspendue à la place du barreau magnétique, dans la méthode de Gauss-Lamont. Avec les deux barreaux on fait deux déterminations, H_1 et H_2, dont on calcule la valeur moyenne H.

La mesure de l'inclinaison magnétique a été faite par la méthode directe, dans le plan du méridien magnétique. La méthode comporte 48 lectures pour une aiguille aimantée, dans deux aimantations renversées. Avec les deux aiguilles on obtient deux valeurs I_1 et I_2, dont on calcule la valeur moyenne I.

4. Cartes magnétiques de la Roumanie

Les valeurs des éléments magnétiques *D*, *H* et *I*, mesurés dans plusieurs localités de la Roumanie, ont servi pour tracer les cartes magnétiques de la Roumanie, à différentes époques, comme il suit :

1° D. Negreanu, Cartes magnétiques de la Roumanie, au 1-èr Janvier 1895, pour *D*, *H* et *I*.

2° Şt. Hepites et I. Murat, Cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Janvier 1906, (3 cartes magnétiques) pour *D*, *H* et *I*.

3° Ch. Maurain (et les collaborateurs L. Eblé, M-me de Madinhac et M-lle Homery), Carte de la déclinaison magnétique de la Roumanie au 1-er Janvier 1921. [9].

4° Şt. Procopiu, Cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Juillet 1934 (3 cartes magnétiques) pour *D*, *H* et *I*; cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Juillet 1940 (3 cartes magnétiques) pour *D*, *H* et *I* ; cartes magnétiques de la R. P. Roumaine au 1-er Juillet 1954 (3 cartes magnétiques) pour *D*, *H* et *I*.

5. Cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Janvier 1895, pour *D*, *H* et *I*, tracées par D. Negreanu [4]

Dans l'intervalle de 1893 à 1897, D. Negreanu, alors professeur a l'Université de Bucarest, et son assistant Marius Mureşanu, ont fait des mesures magnétiques en Roumanie. Ils ont déterminé la déclinaison *D* pour 5 localités (Bucarest, Brăila, Botoşani, Focşani, Roman); l'inclinaison *I* dans 15 localités (Bucarest, Jassy, Adjud, Bacău, Bîrlad, Brăila, Constanţa, Craiova, Dorohoi, Giurgiu, Huşi, Ploieşti, Roman, T. Severin, Predeal) ; pour la composante horizontale de l'intensité magnétique, ils ont fait une détermination dans le Laboratoire de Physique de l'Université de Bucarest et on a calculé encore les valeurs de *H* pour 12 localités de Roumanie, en les rapportant à la valeur mesurée à Bucarest. Ces mesures, non systématiques et sporadiques, ont été faites avec des appareils de faible précision. La déclinaison magnétique a été déterminée avec une boussole de déclinaison, simple, constituée d'une aiguille aimantée suspendue dans un plan horizontal, qui donnait la direction du méridien magnétique, et d'une lunette astronomique avec laquelle on déterminait la direction du méridien géographique par la méthode des hauteurs égales. L'inclinaison *I* a été mesurée avec une boussole d'inclinaison par la méthode directe, ou par la méthode des cotangentes. La composante horizontale était mesurée par la méthode des oscillations en utilisant l'aiguille de la boussole d'inclinaison.

Avec les résultats de cette campagne magnétique D. Negreanu a tracé la carte magnétique de la Roumanie, en rapportant les valeurs des éléments *D*, *H* et *I*, déterminées entre 1893 et 1897, à la même date, le 1-er Janvier 1895 (fig. 1).

Sur la carte sont représentées les isogones, les isoclines et les isodynames, par des lignes droites, comme elles devraient être si la distribution des éléments magnétiques était régulière. En réalité ces lignes présentent des sinuosités et irrégularités.

6. Cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Janvier 1906 pour *D*, *H*, et *I*, tracées par Şt. Hepites et I. Murat

Les mesures exécutées entre 1898 et 1901, par Hepites et Murat, alors directeurs de l'Observatoire Magnétique de Bucarest, ont donné les valeurs des éléments magnétiques, *D*, *H* et *I*, pour 72 localités de la Roumanie. Ils ont effectué des mesures absolues, systématiques, avec des apparaeils de précision. La déclinaison magnétique était mesurée avec un théodolite magnétique pourvu des accessoires nécessaires pour la mesure de la composante horizontale, dans la méthode de Gauss-Lamont. L'inclinaison magnétique était mesurée avec une boussole d'inclinaison, par la méthode directe. Les déterminations, exécutées dans diverses localités, étaient rapportées aux inscriptions graphiques pour les trois éléments magnétiques, effectuées *continuellement à l'Observatoire magnétique de Bucarest.* Les valeurs des éléments magnétiques *D*, *H* et *I* mesurées dans 72 localités ont été rapportées, à l'aide des variations séculaires, au 1-er Janvier

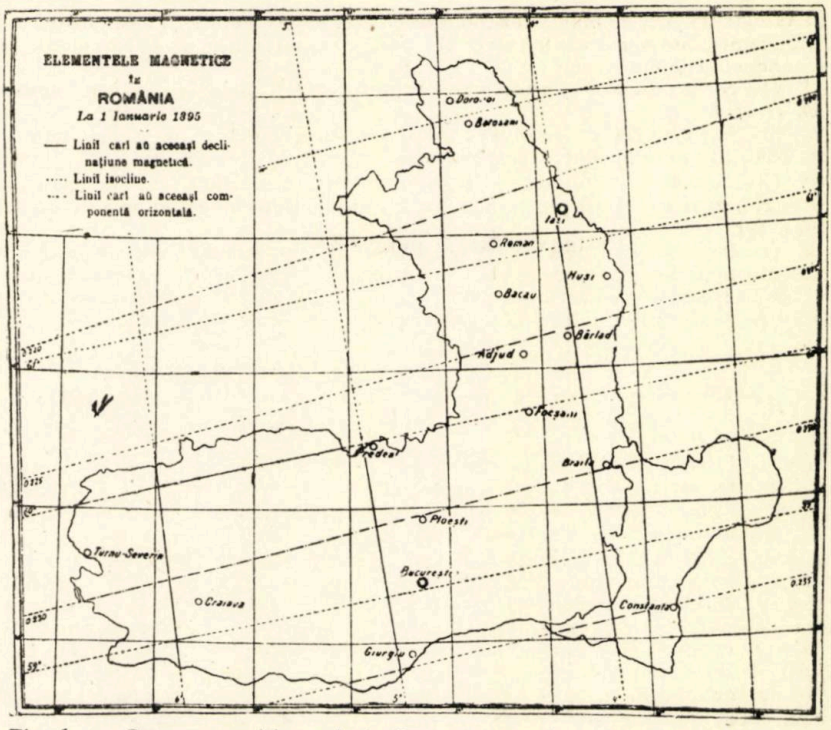


Fig. 1. — Carte magnétique de la Roumanie au 1-er Janvier *1895*, tracée par D. Negreanu, pour les éléments *D*, *H* et *I*.

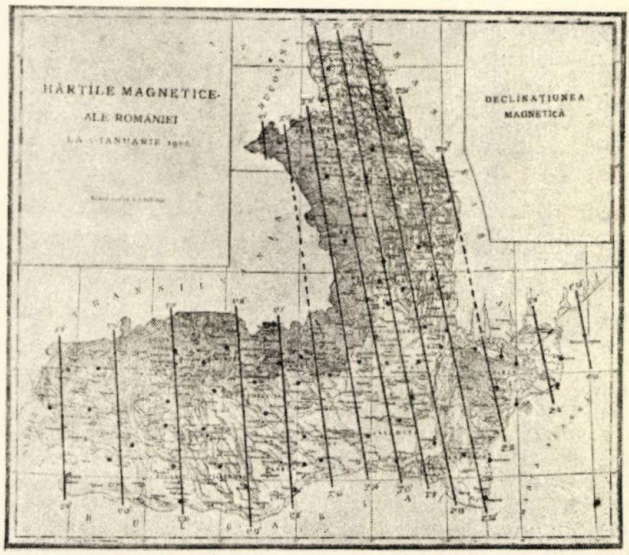
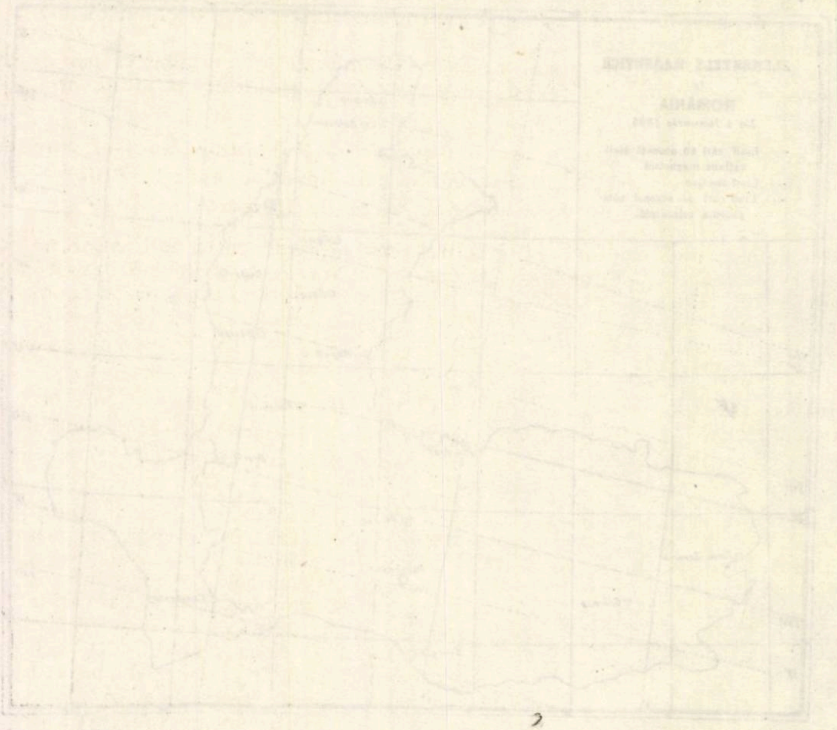


Fig. 2. — Carte de la déclinaison magnétique pour la Roumanie au 1-er Janvier *1906*, tracée par St. Hepites et I. Murat.



1901 et encore une fois rapportées au *1-er Janvier 1906*, dans la but de dresser les cartes magnétiques de la Roumanie. La fig. 2 reproduit lacarte de la déclinaison magnétique de la Roumanie au 1-er Janvier 1906.

On y voit les isogones tracés de 15 en 15 minutes et représentées par des lignes droites qui correspondent au cas d'une aimantation uniforme et idéale de la Terre.

7. Carte de la déclinaison magnétique de la Roumanie, au 1-er Janvier 1921, tracée par Ch. Maurain (en collaboration avec L. Eblé, M-me de Madinhac et M-lle Homery)

Ces auteurs ont employé les résultats des mesures de la déclinaison, effectuées par Hepites et Murat en Roumanie. Ils ont réduit les mesures du 1-er Janvier 1906 au 1-er Janvier 1921. En construisant la carte de variation 1906...1921, ils ont constaté que les lignes d'égale variation de la déclinaison sont dirigées du Nord vers le Sud et correspondent à des valeurs qui vont en croissant de l'Ouest à l'Est, depuis 21′ jusqu'à 29′.

8. Cartes magnétiques de la Roumanie ; la première, dressée pour le 1-er Juillet 1934, la deuxième, dressée pour le 1-er Juillet 1940, et la troisième, dressée pour le 1-er Juillet 1954, par Şt. Procopiu, pour *D*, *H* et *I*

La mesure des éléments magnétiques *D*, *H* et *I* a été reprise pour toute la Roumanie, depuis 1931, par Şt. Procopiu et ses collaborateurs. Depuis lors on mesure systématiquement, chaque année, les trois éléments magnétiques, autour du 1-er Juillet, à Jassy-Copou, toujours à un même endroit, le jardin horticole „Adamachi". La déclinaison *D* et la composante horizontale *H* ont été déterminées par Şt. Procopiu pendant 24 ans consécutifs, tandis que l'inclinaison *I* a été mesurée successivement par Gh. Vasiliu, N. Calinicenco, N. Florescu et E. Ionescu. Sauf à Jassy on a mesuré dans l'intervalle de 1931 à 1954, les éléments *D*, *H* et *I* dans 90 localités du pays. Les mesures ont été effectuées avec les mêmes appareils décrits antérieurement, à savoir : la déclinaison et la composante horizontale avec le théodolite magnétique, type Chasselon, Paris, No. 156, et l'inclinaison avec la boussole d'inclinaison, type Chasselon, No. 167. Les mesures effectuées par Şt. Procopiu et ses collaborateurs à Jassy et dans les 90 localités de la Roumanie, pendant 24, ans ont permis de tracer les premières cartes magnétiques complètes de la Roumanie, pour trois époques différentes : 1934,5 1940,5 et 1954,5.

a) *Cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Juillet 1934, tracées par Şt. Procopiu*, [10] *pour* D, H *et* I. Entre 1931 et 1934, on a mesuré a Jassy les éléments magnétiques *D* et *H* (Şt. Procopiu) et *I* (Gh. Vasiliu ou N. Calinicenco). Les valeurs obtenues pour Jassy en *1934,5* sont :

$$D = 0°46′\,\text{E}, \qquad H = 0{,}21415 \text{ cgs}, \qquad I = 62°48{,}4′\,\text{N}.$$

Dans le même intervalle ils ont mesuré les éléments *D*, *H* et *I* dans 27 localités du pays. Les variations séculaires établies à Jassy ont servi pour rapportér au 1-er Juillet 1934 toutes les déterminations d'autres 27 localités. En comparant les valeurs de 3 de ces stations, communes au réseau magnétique de Hepites et Murat (1901), et de 2 autres stations, communes au réseau de L i z n a r (1890) [3], on a rapporté tous ces réseaux au 1-er Juillet 1934. Donc, pour tracer les cartes magnétiques au 1-er Juillet 1934 on disposait des stations suivantes :

69 stations du réseau Hepites et Murat, 1901,
12 stations du réseau Liznar, 1890,
4 stations du réseau P o p o f f, 1919, [19],
27 stations déterminées par Şt. Procopiu, Vasiliu et Calinicenco, 1934,5.

Au total 112 stations, qui ont été ramenées à la même date du 1-er Juillet 1934, pour représenter la distribution des isogones, des isoclines et des isodynames. La fig. 3 reproduit la carte des isogones en Roumanie, tracée pour le 1-er Juillet 1934.

b) *Cartes magnétiques de la Roumanie, au 1-er Juillet 1940, tracées par Şt. Procopiu*, [11], [12] *pour* D, H *et* I. Entre 1934 et 1940, le nombre des localités de la Roumanie déterminées magnétiquement, a été porté de 27 à 85 stations. Les déterminations de déclinaison D et de la composante horizontale H ont été faites par Şt. Procopiu ou par Gh. Vasiliu ; celles d'inclinaison I ont été faites par N. Calinicenco ou par N. Florescu. En même temps, les mesures des éléments D, H et I ont été continuées annuellement à Jassy, jusqu'en 1940, et elles ont permis d'établir les variations séculaires pour Jassy. Ces variations ont servi pour réduire les valeurs prises au diverses époques, dans 85 localités de la Roumanie, à la même date, le 1-er Juillet 1940 Les valeurs établies pour Jassy en 1940,5, sont :

$$D = 1°18{,}7' \text{ E}, \qquad H = 0{,}21335 \text{ cgs}, \qquad I = 62°58{,}1' \text{ N}$$

et les *variations séculaires* annuelles moyennes, établies dans l'intervalle *1931...1940*, sont :

$$dD = +6{,}12', \qquad dH = -0{,}00009 \text{ cgs}' \qquad dI = +2{,}4'.$$

Les 85 localités, mesurées magnétiquement jusqu'en 1940, ont permis un nouveau tracé des trois cartes magnétiques de la Roumanie, pour D, H et I, avec une meilleure précision, à l'époque 1940,5. Pour tracer ces cartes, on a utilisé :

50 stations du réseau Hepites et Murat, 1901,
4 stations du réseau Liznar, 1890,
85 stations du réseau Procopiu, Vasiliu, Calinicenco, Florescu, 1940,5.

Au total 139 stations. Dans la fig. 4 on donne la carte des isogones en Roumanie, tracée par Şt. Procopiu, pour le 1-er Juillet 1940, avec les valeurs de ces 139 stations.

c) *Cartes magnétiques de la République Populaire Roumaine, pour* D, H *et* I, *réduites au 1-er Juillet 1954, par Şt. Procopiu.* On a continué systématiquement la mesure des éléments magnétiques [20], [21] à Jassy, jusqu'en 1954, D et H étant mesurées par Şt. Procopiu et I par N. Calinicenco jusqu'en 1947, et depuis 1948 par E. Ionescu. Les valeurs mesurées à Jassy en 1954,5 sont :

$$D = 2°18{,}1' \text{ E}, \quad H = 0{,}21300 \text{ cgs}, \quad I = 63°31{,}1' \text{ N}.$$

Pendant l'année 1942 [13], [13 a], [13 b] le nombre des localités de la Roumanie, mesurées magnétiquement, a été augmenté à 90. Pour ramener les valeurs des éléments magnétiques mesurées en Roumanie, dans l'intervalle 1931 à 1954, à une même date, le 1-er Juillet 1954, il faut connaître les variations séculaires annuelles dans chaque point. On peut admettre que ces *variations séculaires*, établies dans un point, par exemple à Jassy, sont valables pour une région plus étendue. N'ayant déterminé ces variations séculaires que pour Jassy, nous les avons étendues pour toute la Roumanie.

On connait les valeurs des éléments D, H et I au 1-er Juillet 1954, dans :

50 localités du réseau Hepites et Murat, 1901,
4 localités du réseau Liznar, 1890,
90 localités du réseau Procopiu, Vasiliu, Florescu, Calinicenco, Ionescu, 1954.

Au total 144 stations. On a adopté comme moyenne les variations séculaires des éléments D, H et I, mesurées à Jassy dans l'intervalle 1940,5 à 1954,5 :

$$\text{Jassy, } 1940{,}5...1954{,}5, \quad dD = +59{,}4', \quad dH = -55 \text{ gammas}, \quad dI = +33{,}0'.$$

Nous avons ramené toutes les valeurs des éléments D, H et I, connues dans les 144 localités de la Roumanie, à la même date, le 1-er Juillet 1954, en leurs appliquant les variations séculaires établies à Jassy dans l'intervalle 1940,5...1954,5.

De la sorte, nous avons entrepris la construction des nouvelles cartes magnétiques de la République Populaire Roumaine, (R. P. R.), pour D, H et I, en rapportant ce réseau magnétique de 144 localités à la même date, le 1-er Juillet 1954.

Dans les trois figures suivantes (fig. 5, 6 et 7), on donne les cartes des isogones, des isoclines et des isodynames, au 1-er Juillet 1954, tracées par Şt. Procopiu.

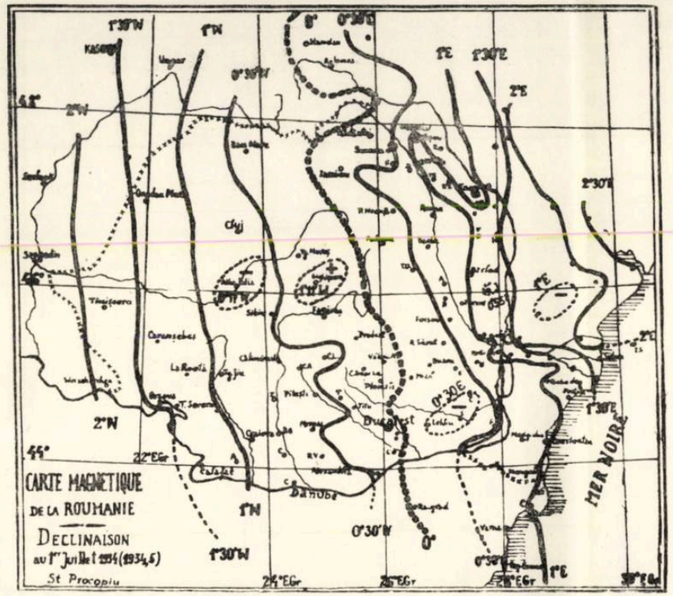


Fig. 3. — Carte magnétique de la Roumanie. *Déclinaison* au 1-er Juillet *1934*, tracée par Şt. Procopiu.

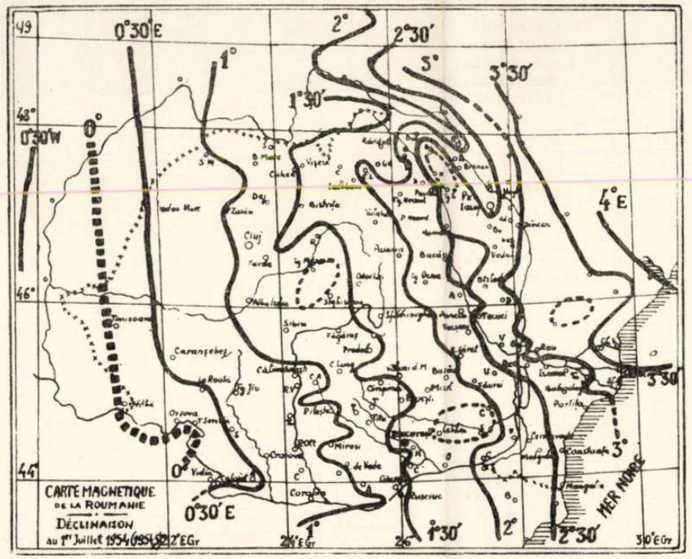


Fig. 5. — Carte magnétique de la République Populaire Roumaine. *Déclinaison* au 1-er Juillet *1954*, tracée par Şt. Procopiu.

Fig. 4. — Carte magnétique de la Roumanie. *Déclinaison* au 1-er Juillet *1940*, tracée par Şt. Procopiu.

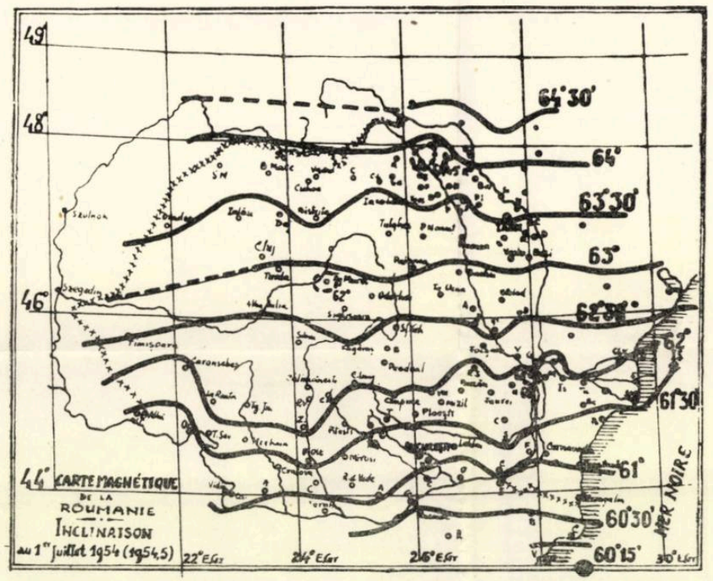


Fig. 6. — Carte magnétique de la République Populaire Roumaine. *Inclinaison* au 1-er Juillet *1954*, tracée par Şt. Procopiu.

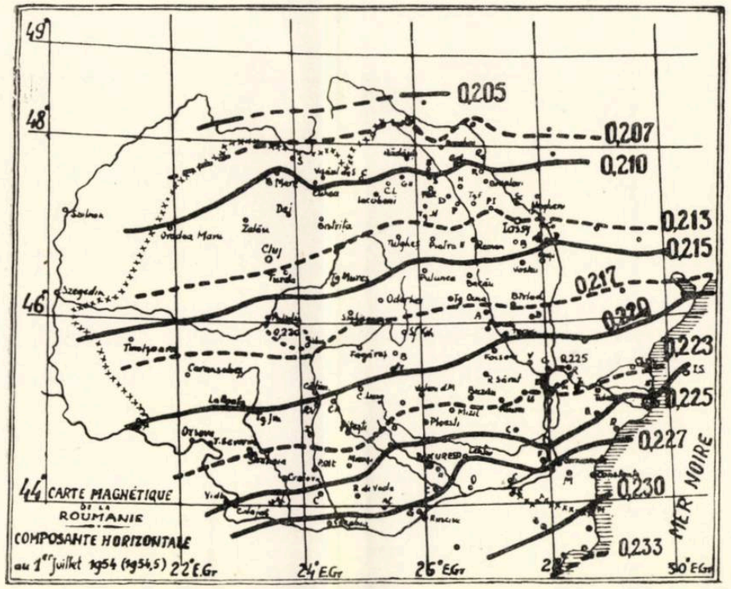
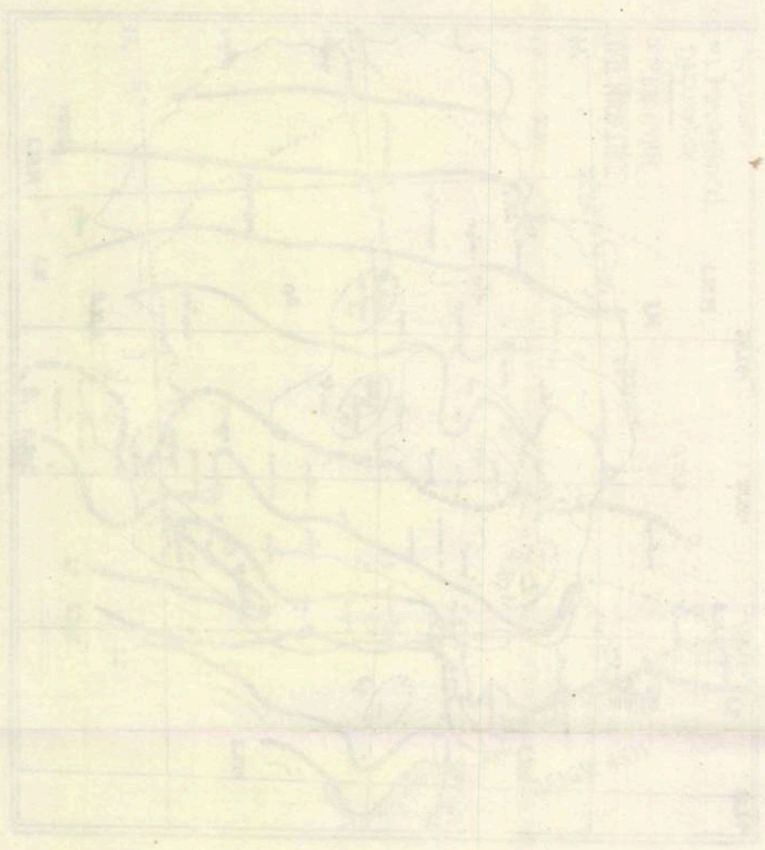
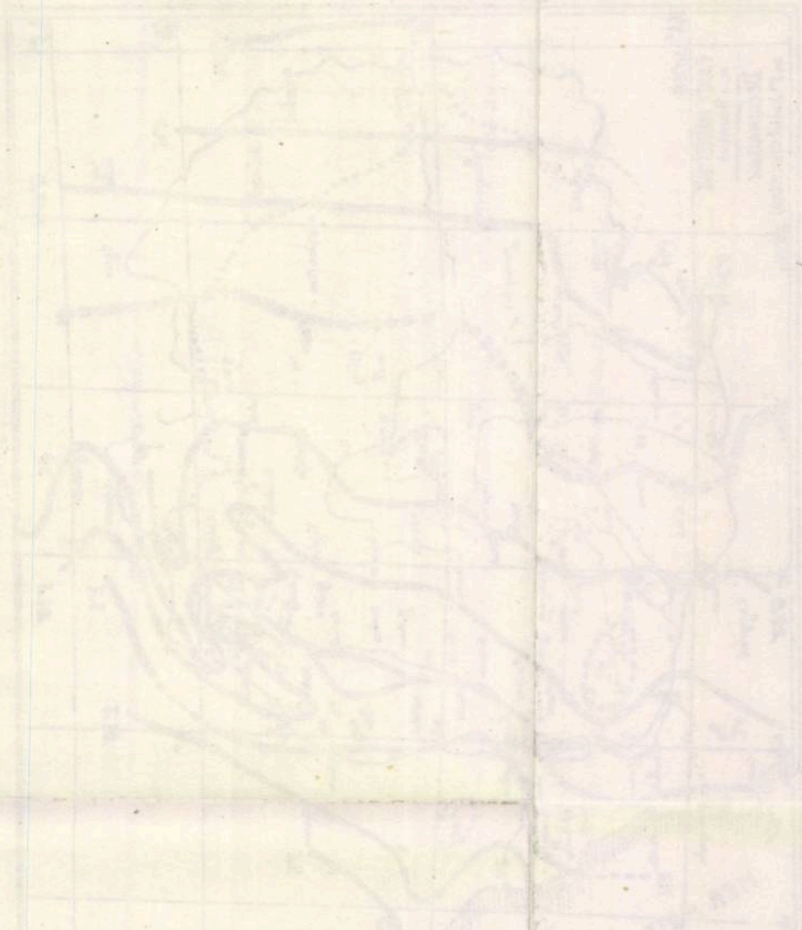
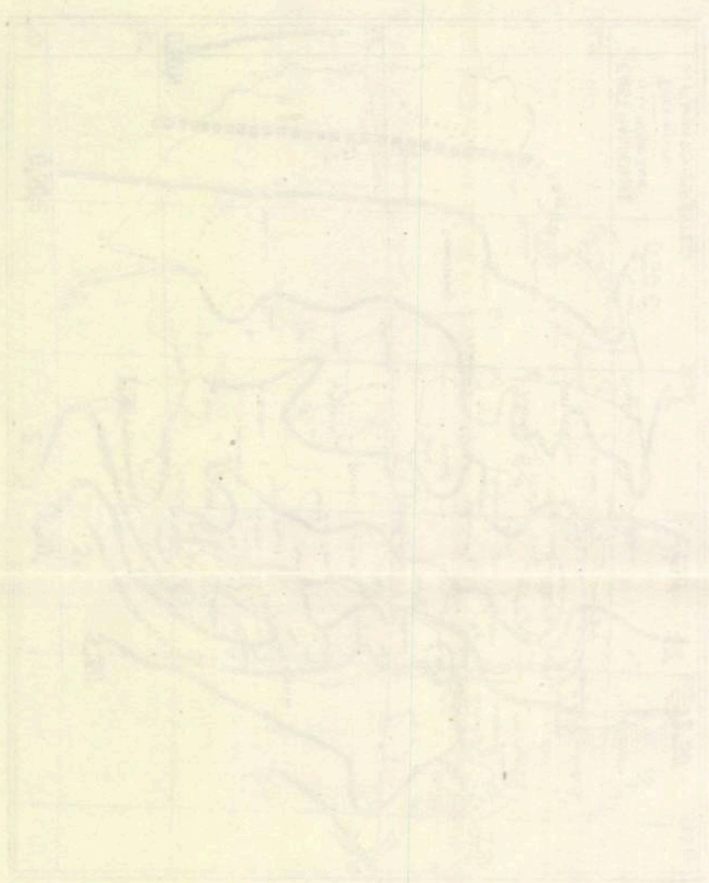
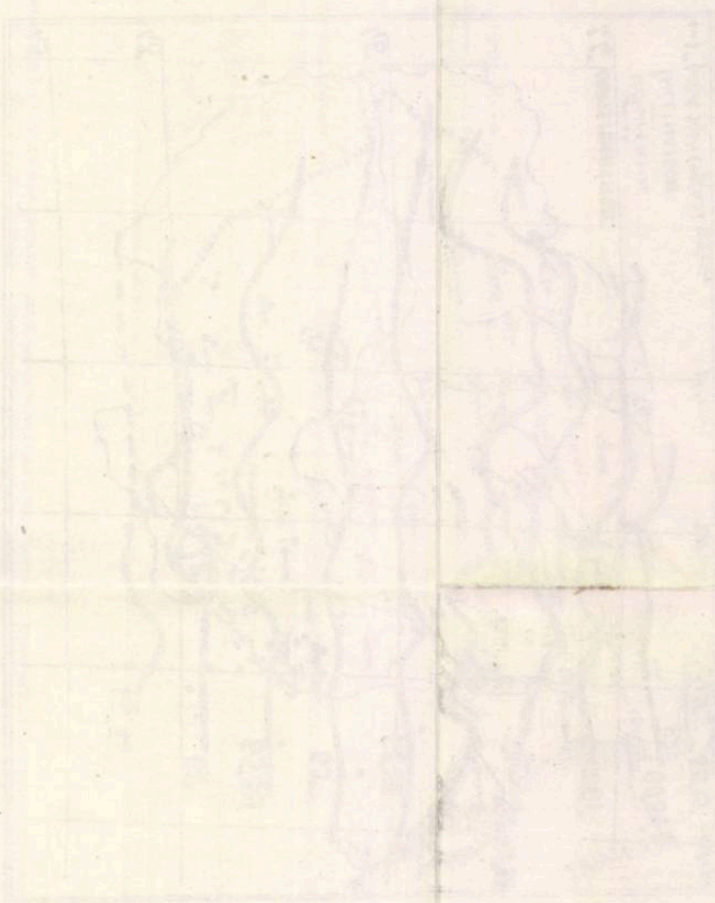


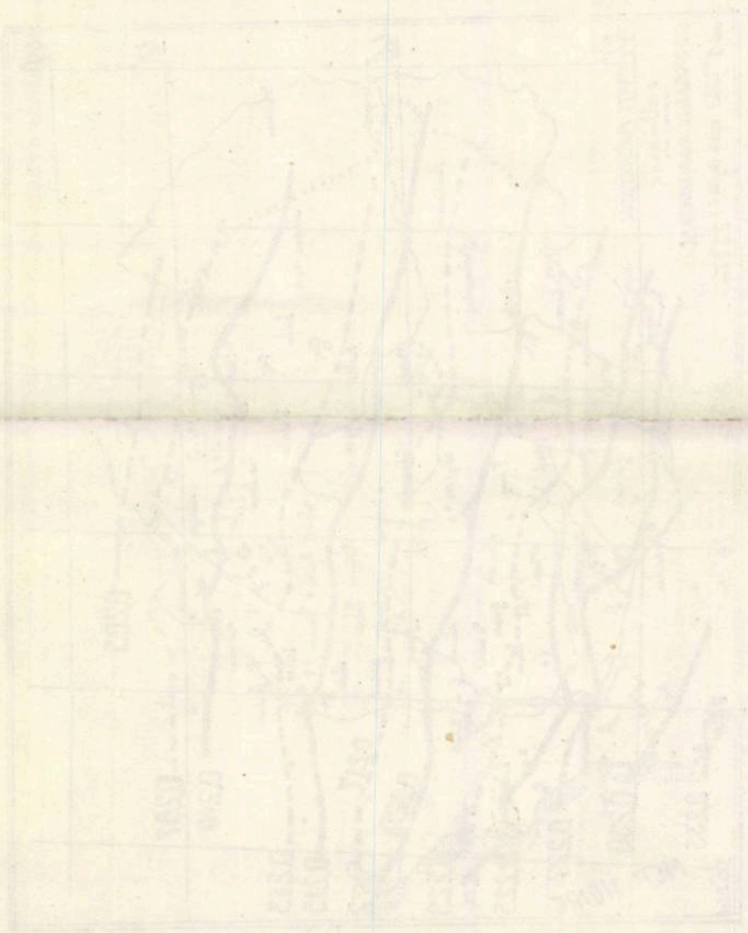
Fig. 7. — Carte magnétique de la République Populaire Roumaine. *Composante horizontale* au 1-er Juillet *1954*, tracée par Şt. Procopiu.











9. Propagation du minimum de l'inclinaison de l'Est vers l'Ouest et l'évolution du déplacement des isogones de l'Est vers l'Ouest

Le minimum de l'inclinaison qui a eu lieu entre 1901 et 1909 à Jassy et à Bucarest s'est propagé vers l'Ouest. Le déplacement simultané du minimum de l'inclinaison et du maximum de la composante horizontale s'est effectué pendant une durée d'environ 20 ans, de l'orient à l'occident de l'Europe. Ainsi, des données publiées pour les valeurs des éléments magnétiques dans divers observatoires magnétiques depuis 1900, il résulte que le minimum de l'inclinaison a été atteint, vers 1905 à Pavlovsk (30°92′ E Gr.) et Potsdam (13°4′ E Gr.) et ce minimum s'est déplacé de l'Est vers l'Ouest de la façon suivante: Uccle (4°21′ E Gr.) et De Bilt (5°11′ E Gr.) en 1911; Val-Joyeux (2°1′ E Gr.), Greenwich (0°), Kew (0°19′ W Gr.) et Eskdalemuir (3°12′ W Gr.) en 1914. Ces localités présentent donc, successivement, entre 1905 et 1914, un changement de variation pour H et pour I et ce changement se continue vers l'occident (Şt. Procopiu, [10, p. 290]).

Quant à l'évolution des isogones, les cartes magnétiques pour la déclinaison en 1934, 1940 et 1954 indiquent de même un déplacement des isogones de l'Est vers l'Ouest. La ligne agonique (avec $D=0$), figurée pointillé sur la carte de 1934, traverse la Roumanie près de la localité *Bucarest*; sur la carte de 1940, la ligne agonique se trouve déplacée vers l'Ouest, près de la localité *Piteşti* et ensuite sur la carte de 1954 on la retrouve à l'Ouest de la Roumanie, près de la localité *Timişoara*. Par conséquent, pendant 20 ans (1934...1954) la ligne agonique s'est déplaceé de l'Est vers l'Ouest, entre Bucarest et Timişoara, ayant parcouru sur le Globe une distance d'à peu près 5° longitude, à savoir de 26° E Gr. à 21° E Gr.

On peut supposer que cette ligne agonique, en se déplaçant vers l'Ouest, n'entoure pas la Terre pour repasser après une période, par Bucarest, mais qu'elle exécute une oscillation autour de cette localité.

Dans cette hypothèse, la ligne agonique va continuer son déplacement vers l'Ouest de Bucarest, jusqu'à une certaine distance, d'ou elle revient par les mêmes positions vers Bucarest; puis elle va se déplacer à l'Est de Bucarest, à la même distance, pour y revenir ensuite.

Il serait intéressant à calculer *la période* de cette oscillation. Pour effectuer ce calcul on doit connaître la *vitesse* de déplacement de l'isogone zero tant que *l'amplitude* de son oscillation, c'est-à-dire la distance entre Bucarest et les positions extrèmes sur le Globe, qui probablement seront atteintes par cette isogone.

On peut approximer la *vitesse* de cette isogone, en considérant le déplacement de l'isogone zero, entre Bucarest et Timişoara. En rapportant la distance de 5° longitude à l'intervalle du temps de 20 ans, on trouve une *vitesse de 15 minutes longitude par an.*

On pourrait considérer comme *l'amplitude* de l'oscillation, la distance entre la position de l'isogone *zéro* et la position de l'isogone qui a la valeur de la déclinaison *maxima* connue pour Bucarest. L'isogone zéro se trouve près de la localité Bucarest, à l'époque 1935. À la même époque, (1935), l'isogone de valeur 13°50′ W qui représente la déclinaison maxime connue pour Bucarest (26°E Gr.), se trouve près du méridien 4° W Gr. Par conséquent, la distance entre 26° E Gr. et 4° W Gr. représente *l'amplitude de l'oscillation, dont l'étendue est de 26°+4°=30° longitude sur le Globe.*

Cette amplitude de 30° longitude sera parcourue, avec la vitesse de 15′ minutes longitude par an, pendant *120 ans.*

Dans ces hypothèses, l'isogone zéro, en se déplaçant à l'Ouest de Bucarest, (26° E Gr.), va arriver au méridien 4° W Gr. après 120 ans, d'où elle reviendra à Bucarest après 240 ans; puis, en se déplaçant à l'Est de Bucarest avec la même amplitude, elle va arriver au méridien 26°+30°= 56°E. Gr., après 360 ans, en y revenant à Bucarest après *480 ans.*

Ce temps de 480 ans représente la période de l'oscillation de l'isogone, ou la période de variation séculaire cyclique de la déclinaison à Bucarest (C. P ă p u ş o i).

Des résultats similaires pour Bucarest ont été obtenus antérieurement par Şt. Procopiu [13]: „La déclinaison dans un point croît continuellement jusqu'à un maximum de valeur orientale; puis elle diminue, passe par le zéro pour devenir occidentale et arrive à un minimum de valeur Ouest; ensuite elle revient vers zéro et proprobablement qu'elle accomplit un cycle complet. Une telle oscillation complète, dans les deux sens, est calculée pour avoir une durée de 480 ans. Voici les données

qui ont conduit à la détermination de la période d'oscillation : à Londres, en 1580, la déclinaison arrive à un maximum de 11° E, et en 1814 à un minimum de — 24° W en total une oscillation de 35°. À Paris, où il existe de même des mesures régulières depuis 1541, la déclinaison a passé par un maximum en 1580, de valeur 9° E et par zero en 1662, pour arriver à un minimum en 1816 de valeur—22,5° W; donc une oscillation de l'amplitude de 31,5°. Par conséquent, ces variations séculaires, regulières et continuelles, ont couvert une démie-période, dans un intervalle de 240 ans.

À Bucarest, quelques mesures faites en 1772, 1828, 1858, 1901 et 1938, conduisent à la conclusion que la déclinaison magnétique a passé par un minimum en 1798, de valeur — 13,8° W, prend la valeur zéro en 1935; depuis lors la déclinaison est devenue orientale et croît continuellement d'environ 5,8 minutes par an, atteignant en Janvier 1945 la valeur $D = 1°03'$ E. Il est probable que dans l'année 2040 la déclinaison de Bucarest va arriver à un maximum d'environ 10° E.

10. Anomalies magnétiques signalées dans les cartes magnétiques de la Roumanie

Les lignes droites tracées dans les cartes de Negreanu et de Hepites et Murat n'indiquent que d'une manière générale la distribution des éléments magnétiques à la surface de la Roumanie. On peut quand même se rendre compte de certaines anomalies du magnétisme terrestre et de quelques irrégularités de distribution.

Les lignes d'égale déclinaison de la première carte (1934) mettent en évidence une grande anomalie magnétique dans la région Jassy-Botoşani, de direction SE vers NW, qui semble se continuer au Nord de la Roumanie. Cette anomalie a été signalée encore depuis 1931, à l'occasion des premières mesures magnétiques effectuées en Moldavie [16] vers le Nord, et peut être cette anomalie s'étend vers le Sud, en se prolongeant vers Odessa. Cette anomalie de Jassy-Botoşani a intéressé M. David [17] à l'occasion d'une étude géologique ; il y a une concordance entre l'anomalie magnétique et les failles de la région nordique du plateau sarmatique. Dans la fig. 8 on donne la carte magnétique *Relief de Jassy* (carte magnétique pour la déclinaison). On y remarque l'anomalie magnétique de Jassy-Tg. Frumos-Botoşani, au 1-er Juillet 1934.

Les cartes magnétiques de la déclinaison permettent à'observer quelques *anomalies locales*, à savoir : une anomalie dans la steppe de Bărăgan (Lehliu-Cioara-Slobozia); une anomalie à Sighişoara-Tg. Mureş ; une anomalie dans la Delta du Danube ; une anomalie à Curtea de Argeş ; une anomalie à Orşova-T. Severin-Calafat ; une anomalie à Iacobeni ; une autre anomalie dans la vallée du Sireth et enfin une autre anomalie entre Vaslui et Bacău. Ce sont les cartes de la déclinaison de 1934, 1940 et 1954 qui ont conduit à ces observations.

Des anomalies on trouvent surtout dans les régions situées au Nord de la Roumanie et encore au Nord de la Pologne [18].

Dans le plateau de la Transylvanie les cartes magnétiques régionales, tracées par G. Atanasiu [14], [15], signalent une anomalie magnétique dans la région de Cluj, 1937, et une autre anomalie dans la région de Rădăuţi (Bucovine), 1940. Dans la fig. 9, nous reproduisons la carte magnétique régionale de la Transylvanie, pour la déclinaison au 1-er Août 1936, tracée par G. Atanasiu.

11. Variation des éléments magnétiques à Bucarest et à Jassy de 1772 à 1954. Représentation graphique des cycles de variation séculaire

Les plus anciennes mesures de magnétisme terrestre dans la Roumanie datent de 1772 pour Bucarest et de 1828 pour Jassy.

Dans les tableaux 1 et 2 on donne les valeurs des éléments magnétiques connues à diverses époques, entre 1772 et 1954. Ces valeurs nous serviront pour tracer les courbes de variation cyclique de la déclinaison et de l'inclinaison magnétique pour Bucarest et pour Jassy.

La déclinaison magnétique à Bucarest était occidentale avant 1772 et semble avoir passé par un maximum de 13°50′ W vers 1798, calculé par Hepites ; depuis lors elle a diminué continuellement, puis a passé par la valeur zéro vers 1932, devenant orientale. Maintenant sa variation est positive, d'environ 5 minutes par an.

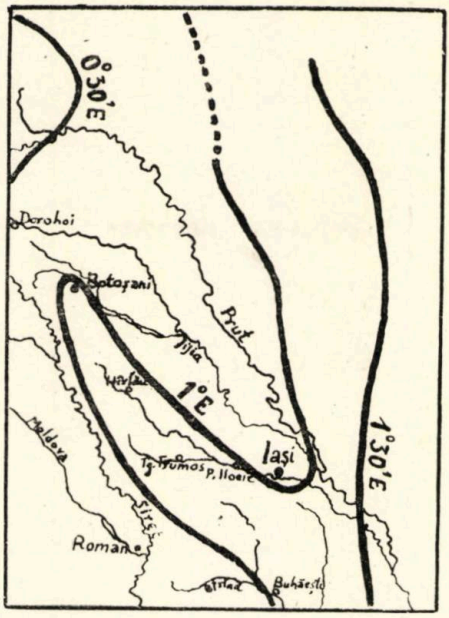


Fig. 8. — Carte magnétique représentant l'anomalie magnétique de Jassy—Tg. Frumos—Botoşani.

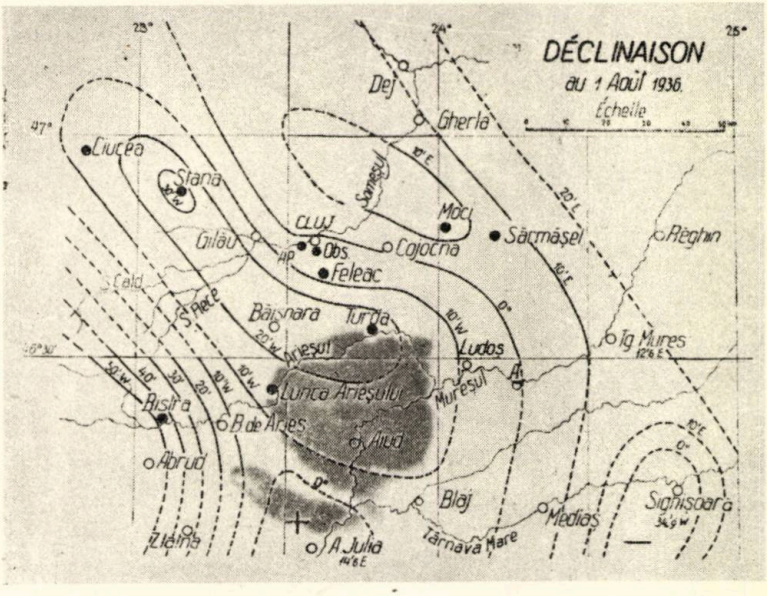


Fig. 9. Carte magnétique de la déclinaison au 1-er Août *1936*. Anomalie à Cluj, tracée par G. Atanasiu.

Tableau 1

Bucarest, Long. Est Gr. 26°6', Lat. Nord 44°25'

Époque	Déclinaison	Composante horizontale	Inclinaison	Auteur
1772	—11°36,5'W	—	—	I. Islenieff
1798	—13°50' W	—	—	Şt. Hepites (calculée)
1829	—11°14' W	—	—	F. G. W. Struve
1850	—9°03,3'W	0,22440 cgs	60°14' N	K. Kreil (calculée)
1858,6	—7°55,4'W	0,22638 cgs	59°51,5' N	—
1893,5	—5° W	0,233 cgs	59°5' N	D. Negreanu
1898,5	—4°31,8'W	0,23302 cgs	58°51' N	Şt. Hepites et I. Murat
1899,0	—4°22,4'W	0,23309 cgs	58°48' N	— —
1900,0	—4°19' W	0,23319 cgs	58°47' N	— —
1901,0	—4°12,7'W	0,23330 cgs	58°46' N	— —
1906,0	—3°47,2'W	0,23420 cgs	58°38,5' N	— — (calculée)
1936,5	0°21,5'E	0,22684 cgs	60°41' N	Şt. Procopiu et N. Florescu
1947,5	1°15,5'E	0,22585 cgs	61°03,1' N	Şt. Procopiu (calculée)
1954,5	1°41,2'E	0,22588 cgs	61°16,5' N	— (calcuée)

Tableau 2

Jassy, Long. Est Gr. 2 °32', Lat. Nord 47°11'

Époque	Déclinaison	Composante horizontale	Inclinaison	Auteur
1828,5	—11°50' W	—	—	F. G. W. Struve
1846	—9°30' W	—	—	T. Stamati
1854	—9° W	—	—	D. Asachi
1894,5	—4° W	0,223 cgs	61°30' N	D. Negreanu
1898,5	—3°38,2'W	0,22259 cgs	60°53,8' N	Şt. Hepites et I. Murat
1901,0	—3°28,9'W	0,2236 cgs	60°53,8' N	— —
1906,0	—3°03,4'W	0,2245 cgs	60°46,3' N	— — (calculée)
1931,5	0°23,6'E	0,21438 cgs	62°10' N	Şt. Procopiu et Gh. Vasiliu
1932,5	0°34,2'E	0,21432 cgs	62°38,9' N	Şt. Procopiu et N. Calinicenco
1947,5	1°55,3'E	0,21297 cgs	63°17,7' N	— —
1954,5	2°18,1'E	0,21300 cgs	63°31,1' N	Şt. Procopiu et E. Ionescu

À Jassy, la declinaison est connue plus récemment, depuis 1828; alors elle était occidentale. La valeur zéro est atteinte vers 1927 et depuis lors la déclinaison est devenue orientale, ayant une variation positive d'environ 5 minutes par an.

La composante horizontale, à Bucarest et à Jassy, a passé par un maximum vers l'époque 1901...1905. L'inclinaison, au contraire, a passé à la même époque par un minimum et depuis lors elle croît d'environ 2 minutes par an.

On peut représenter les variations séculaires de la déclinaison et de l'inclinaison à Bucarest et à Jassy, pour l'intervalle de 1772 à 1947, par un diagramme préconisé par L. A. Bauer. Dans la fig. 10 (publiée par Şt. Procopiu en 1947 [22]) les courbes tracées représentent le déplacement en temps de l'extremitéd'une aiguille aimantée, suspendue de telle manière, qu'elle peut tourner librement dans toutes les directions dans l'espace; cette courbe est projetée sur un plan tangent à la sphére décrite par l'extrémité de l'aiguille. La position de l'aiguille ainsi placée va montrer par le mouvement de son extremité les variations séculaires de la déclinaison et de l'inclinaison.

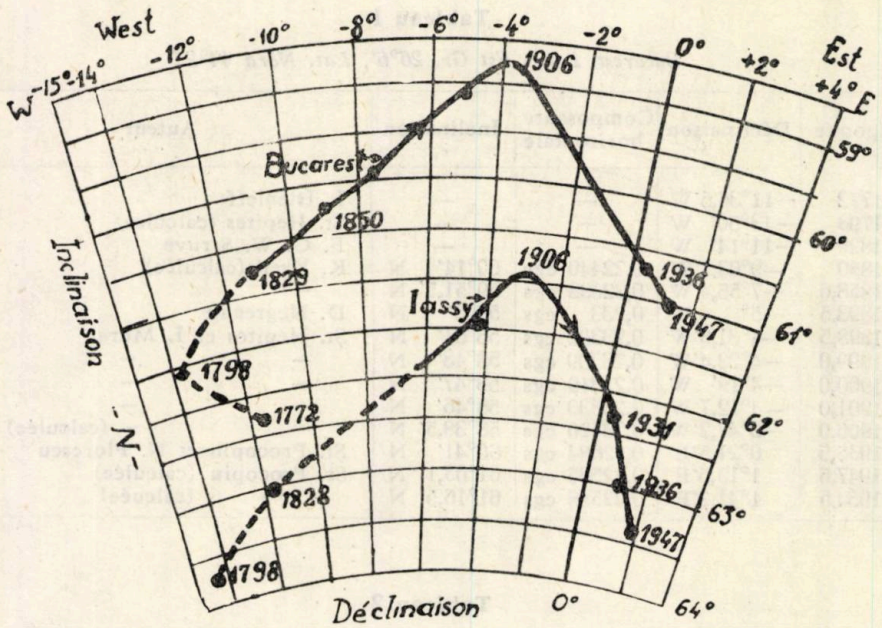


Fig. 10. — Les cycles de variation séculaire des éléments magnétiques *D* et *I*, à Bucarest et à Jassy, établies par Şt. Procopiu.

Les valeurs de *D* et *I* données dans les tableaux 1 et 2 ont permis de tracer de la manière indiquée deux courbes, pour Bucarest et Jassy. Elles montrent que le déplacement de l'aiguille aimantée a eu lieu sur une surface conique dans le sens indiqué par les flèches. Ce fait correspond tant en direction qu'en grandeur à la courbe similaire tracée pour Londres, entre 1540 et 1955 et pour Paris, entre 1540 et 1950 [24].

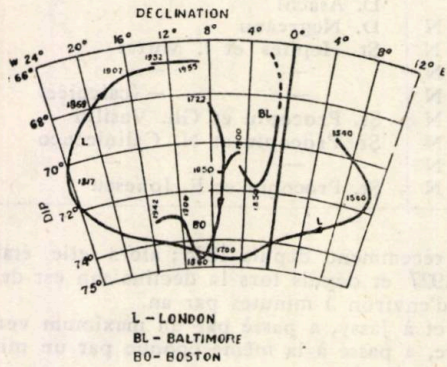


Fig. 11. — Cycle de variation séculaire des éléments magnétiques *D* et *I* à Londres, entre 1540 et 1955 [23].

À Londres la déclinaison magnétique arrive à un maximum de 11° E, vers 1580, et à un minimum de — 24,5° W, vers 1817. L'intervalle de 1580 à 1817 représente dans la fig. 11 un démicycle de 237 ans; il en résulte le cycle complet de variation de la déclinaison magnétique, d'environ 480 ans.

À Paris la déclinaison a une valeur maximum de 9°E en 1580, et une valeur minimum de — 22,5° W après 240 ans, c'est-à-dire en 1820; on déduit la même durée d'un cycle complet, de 480 ans, comme il en résulte de la fig. 12.

Si l'on admet que le cycle de 480 ans d'une oscillation complète de la déclinaison, constatée pour Londres et pour Paris, est valable aussi pour toute l'Europe, alors on peut considérer qu'un démi-cycle de 237 ans pour Bucarest s'étendra entre les extrèmes 13°50′ W, valeur constatée en 1798, et 8°30′E, valeur qu'on va constater probablement vers l'an 2035. Dans ces conditions l'amplitude de la variation de la déclinaison entre les deux valeurs extrèmes, Est et Ouest, sera de 22,5° à Bucarest, alors

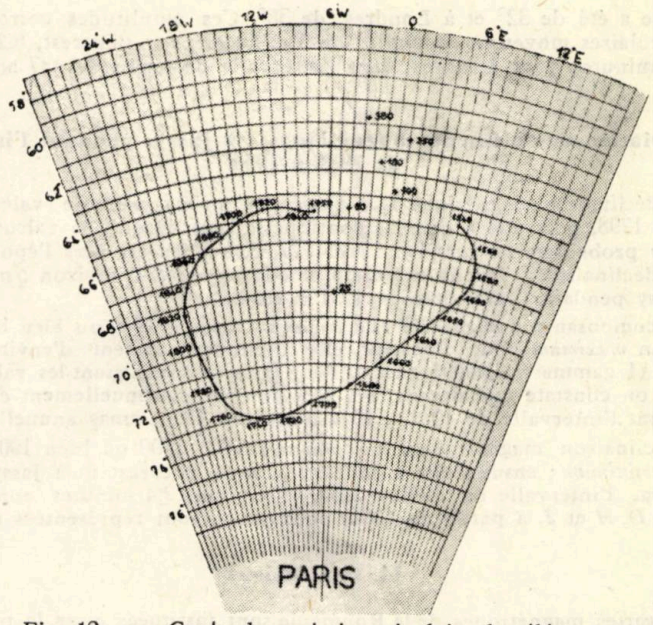


Fig. 12. — Cycle de variation séculaire des éléments magnétiques *D* et *I* à Paris entre 1540 et 1950 [24].

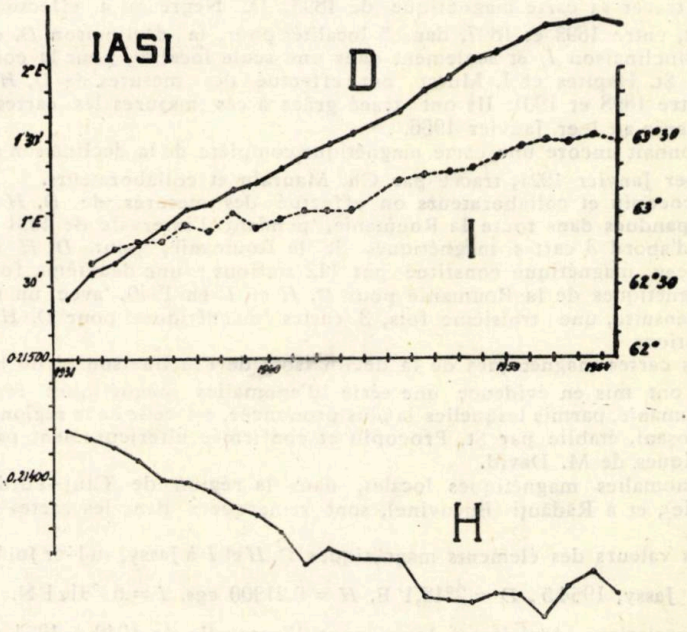


Fig. 13. — Variations de *D*, *H* et *I* à Jassy, pendant l'intervalle de 1931 à 1954, tracées Şt. Procopiu et E. Ionescu.

qu'à Paris elle a été de 32° et à Londres de 35°. Ces amplitudes correspondent à des variations séculaires moyennes annuelles de 5 minutes pour Bucarest, 8,2 minutes pour Paris et 8,8 minutes pour Londres, dans l'intervalle de temps de 237 ans.

13. Variation des éléments magnétiques, à Jassy, pendant l'intervalle de 1931 à 1954

a) La déclinaison magnétique D a passé par un *maximum* de valeur occidentale vers l'époque 1798, puis elle a *diminué* continuellement, jusqu'à la valeur *zéro* (0°), atteinte à *Jassy* probablement vers l'époque 1927, et à Bucarest vers l'époque 1933. Depuis lors la déclinaison a devenu orientale, et elle *augmente* d'environ 5 minutes annuellement à Jassy pendant l'intervalle de 1931 à 1954.

b) La composante horizontale H a *augmenté* jusqu'à 1900 ou bien 1905, lorsqu'elle a passé par un *maximum* pour Bucarest, elle diminue à présent d'environ 10 gammas annuellement (1 gamma = 0,00001 gauss). Pour Jassy ne connaissant les valeurs de H que depuis 1898, on constate que depuis lors H a *diminué* continuellement et elle diminue encore pendant l'intervalle de 1931 à 1954 d'environ 10 gammas annuellement

c) L'inclinaison magnétique I a *diminué* jusqu'à 1900 ou bien 1905, lorsqu'elle a passé par un *minimum*; ensuite elle a *augmenté*, tant à Bucarest qu'à Jassy, et augmente encore pendant l'intervalle de 1931 à 1954, d'environ 2,4 minutes annuellement. Ces variations de D, H et I, à partir de 1931, pour Jassy, sont représentées dans la fig. 13.

14. Conclusions

1. Les cartes magnétiques de la Roumanie sont instituées pour la première fois en 1895 par D. Negreanu, puis en 1906 par Şt. Hepites et I. Murat et ensuite pour toute la Roumanie par Şt. Procopiu, d'abord en 1934, puis une deuxième fois en 1940 et une troisième fois en 1954.

Pour tracer sa carte magnétique de 1895, D. Negreanu a effectué des mesures magnétiques, entre 1893 et 1897, dans 5 localités pour, la déclinaison D, dans 15 localités, pour l'inclinaison I, et seulement dans une seule localité, pour la composante horizontale H. Şt. Hepites et I. Murat ont effectué des mesures de D, H et I dans 72 localités, entre 1898 et 1901. Ils ont tracé grâce à ces mesures les cartes magnétiques de la Roumanie au 1-er Janvier 1906.

On connaît encore une carte magnétique complète de la declinaison pour la Roumanie au 1-er Janvier 1921, tracée par Ch. Maurain et collaborateurs.

Şt. Procopiu et collaborateurs on effectué des mesures de D, H et I, dans 90 localités, répandues dans toute la Roumanie, pendant l'intervale de 1931 à 1954. On a tracé tout d'abord 3 cartes magnétiques de la Roumanie, pour D, H et I, en 1934, avec un réseau magnétique constitué par 112 stations; une deuxième fois on a tracé 3 cartes magnétiques de la Roumanie pour D, H et I en 1940, avec un réseau de 139 stations, et ensuite, une troisième fois, 3 cartes magnétiques pour D, H et I en 1954, avec 144 stations.

2. Les cartes magnétiques de la déclinaison, de l'inclinaison et de la composante horizontale ont mis en évidence une série d'anomalies magnétiques répandues dans toute la Roumanie, parmis lesquelles la plus prononcée, est celle de la région de Jassy-Tg. Frumos-Botoşani, établie par Şt. Procopiu et confirmée ultérieurement par les recherches géologiques de M. David.

Des anomalies magnétiques locales, dans la région de Cluj-Turda-Tg. Mureş (Transylvanie), et à Rădăuţi (Bucovine), sont remarquées dans les cartes régionales de G. Atanasiu.

3. Les valeurs des éléments magnétiques D, H et I à Jassy, au 1-er Juillet 1954, sont:

$$\text{Jassy, } 1954{,}5\text{, } D = 2°18{,}1'\text{ E, } H = 0{,}21300 \text{ cgs, } I = 63°31{,}1'\text{N.}$$

Les variations séculaires à Jassy, pour l'intervalle de 1940 à 1954 sont:

$$\text{Jassy, } 1940...1954,\ dD = +\,59{,}4'\ ;\ dH = -\,55 \text{ gammas};\ dI = +\,33{,}0'.$$

4. On a établi pour la première fois les cycles de variation séculaire des éléments *D* et *I* pour Bucarest et pour Jassy, avec les donnnées connues entre 1772 et 1954 à Bucarest et entre 1828 et 1954 à Jassy.

Un calcul effectué par Şt. Procopiu, en considérant les cycles de 480 ans connues pour Londres (1540.. 1955) et pour Paris (1540...1950), conduit à la conclusion qu'il est possible qu'à Bucarest, la déclinaison va arriver à un maximum de 8°30′ à peu près en 2035.

Les cartes magnétiques de Şt. Procopiu indiquent un déplacement des isogones de l'Est vers l'Ouest. Un calcul fait par C. Păpuşoi, en considérant le déplacement de l'isogone zéro, conduit à la conclusion que cette isogone n'entoure pas la Terre, mais qu'elle exécute une oscillation dont la période est de 480 ans.

5. On a tracé les courbes de variation séculaire des éléments magnétiques *D*, *H* et *I* à Jassy, pendant l'intervalle de 1931 à 1954, en considérant les mesures effectuées chaque année dans cet intervalle par Şt. Procopiu pour *D* et *H* et par N. Calinicenco et E. Ionescu pour *I*.

Reçu 23 VI 1959

Université „Al. I. Cuza", Jassy,
Laboratoire d'Électricité

BIBLIOGRAPHIE

1. Hepites Şt. C. et Murat I. Şt., An. Ac. Rom. S. II, 1907, **30.**
2. Kreil K., Denkschr. d. math.-naturwiss. Cl. der K. Akad. d. Wiss., Wien, 1862, **20.**
3. Liznar J. [1]), Ibid., 1895, **62,** S. 137—368; Ibid., 1899, **67,** S. 1—96.
4. Negreanu D., C. R. Ac. Sci., Paris, 1899, **128,** p. 813.
5. Stamati T., *Fizica elementară*, Tip. Albina, Jassy, 1849.
6. Asachi D, *Topografie sau elemente de inginerie aplicate la hotărîrea moşiilor*, Jassy, 1854.
7. Eblé L., *Manuel pratique de magnétisme terrestre*, Paris, 1929, Ed. Presses Univ.
8. * * * Anuarul Observatorului din Bucureşti.
9. Maurain Ch, Eblé L., de Madinhac et Homery, *Atlas magnétique*, Paris, 1925.
10. Procopiu Şt., Ann. Sci. Univ. Jassy, 1935, **21,** pp. 270—302.
11. — Ibid., 1940, **26,** pp. 535—562.
12. — Anuarul Observatorului din Bucureşti, 1942, pp. 247—258.
13. — Rev. Şt. V. Adamachi, Iaşi, 1945, **35,** pp. 87—88.
13 a. Calinicenco N., Ibid., 1945, **35,** pp. 88—89.
13 b. Procopiu Şt., Ibid., 1945, **35,** pp. 122—123.
14. Atanasiu G., Bul. Soc. Şt. Cluj, 1937, **8,** pp. 482—502; Anuarul Inst. Geol. Rom., 1941, **21,** p. 8; Ibid., 1943, **22,** p. 12.
15. — Rev. Şt. V. Adamachi, Iaşi, 1937, **23,** pp. 68—74.
16. Procopiu Şt., Bull. Sci. Buc., 1931, **14,** *9—10*.
17. David M, Lucr. Soc. Geogr. „D. Cantemir", Iaşi, 1940, **3,** p. 15.
18. Chapman S. a. Bartels J., *Geomagnetism*, Oxford, 1940, **I,** p. 145.
19. Popoff K., [2]) Z. f. Geophysik, 1930, **6,** S. 221—224.
20. Procopiu Şt. et Calinicenco N., Bul. Inst. Polyt. Jassy, 1947, **2,** pp. 443—446, 447—448.
21. Procopiu Şt. şi Ionescu E., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., Filiala Iaşi, 1950, **1,** *1—2*, pp. 528—533; Ibid., 1952, **3,** *1—4*, pp. 54—56, Ibid., 1958, **9,** *1—2*, pp. 17—21.
22. Procopiu Şt., Bull. Inst. Polyt Jassy, 1947, **2,** pp. 457—470.
23. Hope E. R., J. Geophys. Res., 1957, **62,** p. 242.
24. Thellier E., Astronomie, Paris, 1957, **71,** pp. 177—196.

[1]) Avec 8 cartes. 11 localités appartiennent à la Transylvanie: Alba Iulia, Baia Mare, Caransebeş, Cluj, Făgăraş, Oradea Mare, Orşova, Sibiu, Sighişoara, Timişoara, et Tg. Mureş, et 2 à la Bucovine: Iacobeni, Suceava.

[2]) Mesures magnétiques effectuées entre 1917 et 1920. Les déterminations se rapportent aux stations de Dobroudja: Constanţa, Mangalia, Tulcea et Măcin.

МАГНИТНЫЕ КАРТЫ РУМЫНИИ ОТ 1895 ДО 1954 ГГ. МАГНИТНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ БУХАРЕСТА ОТ 1772 ДО 1954 ГГ. И Г. ЯСС ОТ 1828 ДО 1954 ГГ. ВЕКОВЫЕ ЦИКЛИЧЕСКИЕ ВАРИАЦИИ В РУМЫНИИ

(Резюме)

1. Магнитные карты Румынии впервые были составлены в 1895 г. Д. Негряну, а затем в 1905 г. Шт. Гепитесом и И. Муратом; позднее были составлены Шт. Прокопиу, в 1934, 1940 и 1954 гг.

Для составления своей магнитной карты 1895 года, Д. Негряну проводил магнитные измерения, начиная с 1893 до 1897 гг., в 5-и местностях для склонения *D*, в 15 местностях для наклонения *I* и только в одной местности для горизонтальной составляющей *H*. Шт. Гепитес и И. Мурат проводили измерения для *D*, *H*, *I* в 72-х местностях, начиная с 1898 до 1901 гг. На основании этих измерений они составили магнитные карты Румынии 1-го января 1906 г.

Известна еще одна магнитная карта для Румынии, составленная К. Мореном и сотрудниками 1-го января 1921 г.

Шт. Прокопиу и сотр. проводили измерения *D*, *H*, *I* в 90-х местностях, по всей Румынии, между 1931...1954 гг. Были составлены 3 карты Румынии для *D*, *H*, *I*, в 1934 году, охватившие магнитную сеть состоящую из 112 станций. Вторично были составлены три карты для *D*, *H*, *I*, в 1940 г., по сети 139-и станций, а затем 3 карты для *D*, *H*, *I* в 1954 г., для 144-х станций.

2. Карты магнитных отклонения, наклонения и горизонтальной компоненты выявили ряд магнитных аномалий для всей румынской территории, из которых наиболее сильные находятся в области Яссы—Тыргул Фрумос—Ботошань. Позднее, М. Давид, в своих геологических изысканиях, подтвердил существование этой аномалии. Местные магнитные аномалии в областях Клуж—Турда—Тыргул Муреш (Трансильвания) и Рэдэуць (Буковина) отмечены Г. Атанасиу в его районных картах.

3. Магнитные элементы *D*, *H*, *I* в Яссах, 1-го июня 1954 года, следующие: Яссы, 1954, 5, $D = 2°18{,}1'$ E, $H = 0{,}21300$ cgs, $I = 63°31{,}1'$ N.

Вековые вариации в Яссах между 1940.. 1954 гг, следующие: Яссы, 1940...1954 гг. $dD = + 59{,}4'$, $dH = - 55$ гамма, $dI = + 33{,}0'$.

4. Были установлены впервые циклы вариаций элементов *D* и *I* для Бухареста и Ясс с учётом известных данных годов 1772...1954, для Бухареста и годов 1828...1954, для Ясс.

Расчёт произведенный Шт. Прокопиу, с учётом циклов 480 лет известных для Лондона (1540...1955) и для Парижа (1540...1950) приводит к заключению, что для Бухареста явление склонения максимального значения в 8°30 возможно приблизительно в 2035 году.

Магнитные карты Шт. Прокопиу указывают смещение изогон с востока на запад. Расчёт, произведенный К. Пэпушой с учётом перемещения нулевой изогоны, приводят к заключению, что указанная изогона не окружает землю, а образует колебания с периодом в 480 лет.

Были составлены кривые вековых изменение магнитных элементов *D*, *H*, *I* в Яссах на протяжении 1931...1954 годов, с учётом измерений ежегодно проводимых в этом периоде Шт. Прокопиу для *D* и *H*, а Н. Калиниченко и Е. Ионеску для *I*.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Магнитная карта Румынии 1-го января 1895 г., составленная Д. Негряну для элементов *D*, *H* и *I*.

Рис. 2. — Карта магнитного склонения для Румынии 1-го января 1906 г., составленная Шт. Гепитесом и И. Муратом.

Рис. 3. — Магнитная карта Румынии, склонение 1-го июля 1934 г., составленная Шт. Прокопиу.

Рис. 4. — Магнитная карта Румынии, склонение 1-го июля 1940 г., составленная Шт. Прокопиу.

Рис. 5. — Магнитная карта РНР, склонение 1-го июля 1954 г., составленная Шт. Прокопиу.

Рис. 6. — Магнитная карта РНР, наклонение 1-го июля 1954 г., составленная Ш т. Прокопиу.
Рис. 7. — Магнитная карта РНР, горизонтальная составляющая 1-го июля 1954 г., составленная Ш т. Прокопиу.
Рис. 8. — Магнитная карта представляющая магнитные аномалии области Яссы—Тыргул Фрумос—Ботошань.
Рис. 9. — Магнитная карта склонения 1-го августа 1936 г, аномалия области Клуж, составленная Г. Атанасиу.
Рис. 10. — Циклы вековых колебаний магнитных элементов *D* и *I*, в Бухаресте и Яссах, установленных Ш т. Прокопиу.
Рис. 11. — Циклы вековых колебаний магнитных элементов *D* и *I*, в Лондоне, между 1540 и 1955 годами [23].
Рис. 12. — Циклы вековых колебаний магнитных элементов *D* и *I*, в Париже, между 1540 и 1950 годами [24].
Рис. 13. — Колебания *D* и *I* в Яссах между 1931 и 1954 годами, составленная Ш т. Прокопиу и Е. Ионеску.

HĂRŢILE MAGNETICE ALE ROMÎNIEI DE LA 1895 LA 1954. ELEMENTELE MAGNETICE LA BUCUREŞTI DE LA 1772 LA 1954 ŞI LA IAŞI DE LA 1828 LA 1954. VARIAŢIILE CICLICE SECULARE ALE ROMÎNIEI

(Rezumat)

1. Hărţile magnetice ale Romîniei au fost instituite pentru prima oară în 1895. Ele se datoresc lui D. Negreanu, apoi în 1905 lui Şt. Hepites şi I. Murat şi apoi, pentru trei date succesive 1934, 1940 şi 1954, lui Şt. Procopiu.

Pentru a trasa harta sa magnetică din 1895, D. Negreanu a efectuat măsuri magnetice, între 1893 şi 1897, în 5 localităţi pentru declinaţia *D*, în 15 localităţi pentru înclinaţia *I* şi numai într-o singură localitate pentru componenta orizontală *H*. Şt. Hepites şi I. Murat au efectuat măsurătorile pentru *D, H, I* în 72 localităţi, între anii 1898 şi 1901. Pe baza acestor măsurători ei au trasat hărţile magnetice ale Romîniei la 1 ianuarie 1906.

Pentru Romînia se mai cunoaşte încă o hartă magnetică completă a declinaţiei. Ea este trasată la 1 ianuarie 1921 de către Ch. Maurin şi colaboratori.

Şt. Procopiu şi colaboratorii au efectuat măsurătorile lui *D, H, I* în intervalul 1931...1954 în 90 localităţi, răspîndite în toată Romînia. S-au trasat mai întîi trei hărţi magnetice ale Romîniei, pentru *D, H, I*, în 1934, avînd o reţea magnetică constituită din 112 staţii. Pentru a doua oară, s-au trasat trei hărţi magnetice ale Romîniei pentru *D,H,I*, în 1940, avînd o reţea de 139 staţii şi apoi, pentru a treia oară, trei hărţi magnetice, pentru *D, H, I*, în 1954, avînd 144 staţii.

2. Hărţile magnetice ale declinaţiei, inclinaţiei şi componentei orizontale au pus în evidenţă o serie de anomalii magnetice răspîndite în toată Romînia, printre care cea mai pronunţată se referă la regiunea Iaşi—Tg.-Frumos—Botoşani. Stabilită de Şt. Procopiu ea este confirmată ulterior prin cercetările geologice ale lui M. David.

Anomaliile magnetice locale, în regiunea Cluj—Turda—Tg.-Mureş (Transilvania) şi Rădăuţi (Bucovina) sînt observate de G. Atanasiu în hărţile sale regionale.

3. Valorile elementelor magnetice *D, H, I* la Iaşi, la 1 iulie 1954 sînt:

Iaşi, 1954, 5, $D = 2°18{,}1'$ E, $H = 0{,}21300$ cgs, $I = 63°31{,}1'$ N.

Variaţiile seculare la Iaşi, pentru intervalul 1940...1954:

Iaşi, 1940...1954, $dD = + 59{,}4'$, $dH = - 55$ gamma, $dI = + 33{,}0'$.

4. S-au stabilit pentru prima oară ciclurile variaţiilor seculare ale elementelor *D* şi *I* pentru Bucureşti şi Iaşi, ţinîndu-se seamă de datele cunoscute între 1772 şi 1954. pentru Bucureşti şi între 1828 şi 1954 pentru Iaşi.

Un calcul efectuat de Şt. Procopiu, considerînd ciclurile de 480 ani cunoscute pentru Londra (1540...1955) şi pentru Paris (1540...1950), conduce la concluzia că este posibil ca la Bucureşti declinaţia să ajungă la un maxim de 8°30', aproximativ în anul 2035

Hărţile magnetice ale lui Şt. Procopiu indică o deplasare a izogonalelor de la est la vest. Un calcul făcut de C. Păpuşoi, considerînd deplasarea izogonalei zero, conduce la concluzia că această izogonală nu înconjoară Pămîntul, ci execută o oscilaţie avînd o perioadă de 480 ani.

S-au trasat curbele de variaţie seculară a elementelor magnetice *D*, *H*, *I* la Iaşi, pentru intervalul 1931...1954, luîndu-se în considerare măsurările efectuate în fiecare an în acest interval de timp de Şt. Procopiu pentru *D*, *H* şi de N. Calinicenco şi E. Ionescu pentru *I*.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Harta magnetică a Romîniei la 1 ianuarie 1895, pentru elementele *D*, *H*, *I*, trasată de D. Negreanu.

Fig. 2 — Harta declinaţiei magnetice pentru Romînia, la 1 ianuarie 1934, trasată de Şt. Hepites şi I. Murat.

Fig. 3. — Harta magnetică a Romîniei. Declinaţia la 1 iulie 1934, trasată de Şt. Procopiu.

Fig. 4 — Harta magnetică a Romîniei. Declinaţia la 1 iulie 1940, trasată de Şt. Procopiu.

Fig. 5. — Harta magnetică a Republicii Populare Romîne. Declinaţia la 1 iulie 1954, trasată de Şt. Procopiu.

Fig. 6. — Harta magnetică a Republicii Populare Romîne. Înclinaţia la 1 iulie 1954, trasată de Şt. Procopiu.

Fig. 7. — Harta magnetică a Republicii Populare Romîne. Componenta orizontală la 1 iulie 1954, trasată de Şt. Procopiu.

Fig. 8. — Harta magnetică reprezentînd anomalia magnetică din regiunea Iaşi — Tg. Frumos—Botoşani.

Fig. 9. — Harta magnetică a declinaţiei la 1 august 1936. Anomalia de la Cluj, trasată de G. Atanasiu.

Fig. 10. — Ciclurile de variaţie seculară a elementelor magnetice *D* şi *I*, la Bucureşti şi Iaşi, stabilite de Şt. Procopiu.

Fig. 11. — Ciclul de variaţie seculară a elementelor magnetice *D* şi *I* la Londra, între anii 1540 şi 1955 [23].

Fig. 12. — Ciclul de variaţie seculară a elementelor magnetice *D* şi *I* la Paris, între anii 1540 şi 1950 [24].

Fig. 13. — Variaţiile lui *D*, *H* şi *I* la Iaşi, între anii 1931 şi 1954, trasate de Şt. Procopiu şi E. Ionescu.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

681.143.2

THE INVESTIGATION OF THE TEMPERATURE INFLUENCE ON ELECTRIC STRENGTH OF IONIC CRYSTALS

I. ONE-ELECTRON MODEL

BY
V. D. KUCHIN

The investigation of temperature dependence of electric strength of ionic crystals is necessary for the development of the theory of solids in general and for the study of the behaviour of solids in electric field in particular. The existing theories of the electric breakdown of solids do not explain the influence of temperature on electric strength satisfactorily. The authors of the theories of electrostatic ionisation [1], [2] considered that the electric strength of ionic crystal dielectrics under the electric breakdown does not depend upon temperature. However the denominator of the equation for the determination of the electric strength, which they derive from these theories, contains the lattice constant. It was found experimentally [3] ... [5] that the coefficient of thermal expansion of ionic crystals rises with temperature Hen e the lattice constant will rise with temperature. Therefore the electric strength from the theories of electrostatic ionisation should decrease, when the temperature rises. Similarely, the electric strength from the theories of the impact ionisation by ions should decrease with temperature [6]. According to the theories of impact ionisation by electrons, the electric strenght of the ionic crystal dielectrics should rise, when temperature increases.

These theories, originating from the different initial conditions assume formal or uncertain criterion of breakdown. All electron ionisation theories of breakdown of solids associate the begining of breakdown with the originating of the impact ionisation (with the extremely sharp rise of current). Therefore, to be strict, they are not the theories of breakdown but the theories of electron conductivity. In order to cause the breakdown it is necessary that the process of the impact ionisation by electrons in solids be unstable and independent as the first event of ionisation does not signify the begining of the breakdown in solids. The begining developement of the electron avalanche can stop under the unfavourable conditions and the breakdown may does not occur.

According to the theories of the impact ionisation by electrons, the increase of temperature increases the probability of interaction of electrons with the oscillations of the lattice and the decrease of the mean free path travelled by the electrons in the direction of the field. The electrons accumulate the energy necessary for the rise of the impact ionisation on the shorter mean free path followed by the increase of the electric field. Therefore with increase of temperature, the electric strengh of the ionic crystal dielectrics shall increase. The theories of impact ionisation by electrons give various changes of the electric strength with temperature. According to the theories of A. v. Hippel,

H. B. Callen, F. Seitz, R. J. Seeger and E. Teller, W. Franz and V. A. Chuenkov, the electric strength should rise with temperature and the velocity of increase change from 0,5 to 3 kV. cm^{-1}. $degree^{-1}$. According to the theory of H. Fröhlich and his followers (J. J. O'Dwyer, K. Lehovec a.o.) the maximum in temperature dependence of the electric strength of ionic crystals should exist. The temperature of crystals at the maximum of electric strength is different in these theories.

The theory of breakdown of solids by H. Fröhlich [7] which is widely applied at the present time has its own imperfactions too. One of the drawbacks of this theory is the inconstancy of the relation between the theoretical data of the electric strength and the experimental ones. The different values of this relationship for different crystals show inadequacy of Fröhlich's criterion as the electric strenght should be determined by the nature of a dielectric. The steeper change of the experimental dependence of the electric strength with temperature in comparison with theoretical evidence also indicates the imperfection of Fröhlich's criterion, which does not consider the increase with temperature of the number of electrons capable of producing the ionisation. The experimental data do not confirm the conclusion of the theories of electric breakdown on the basis of the temperature dependence of the electric strength. Because of the experimental diversity they do not give definite dependence of the electric strength of solids with temperature [8].

The majority of theories of electric breakdown of solids discuss the process of breakdown without any connection with physical and chemical characteristics of materials. In the calculation mentioned below, the temperature dependence of the electric strength of solids is connected with the basic constants of materials.

When the electron moves in the electric field F it recieves on the mean free path λ the energy

$$A = \varepsilon F \lambda . \tag{1}$$

On the other hand, the energy which the electron loses under the interaction with the lattice may be expressed by wave vector $\vec{k}$ as [9]

$$B = \hbar^2 \vec{k}^2 / (2 m^*) . \tag{2}$$

Under low temperatures ($T < T_c$) the transmission of the energy from electron to lattice by phonons is by basic kind of the interaction of electrons with crystal lattice [10]. From the law of the energy conservation it follows, that the minimum wave vector $\vec{k}_0$ of any electron which may dissipate the phonon with the wave number p is determined by the expression [10]

$$\vec{k}_0 = p/2 - m^* v/\hbar . \tag{3}$$

Substituting the term $\vec{k}_0$ in the equation (2), the minimum energy of electron is found which it possess when it may interact with lattice. It is equal to

(4) $$B_0 = \hbar^2 \omega^2 / (8 m^* v^2) - \hbar\omega/2 + m^* v^2/2,$$

where $\omega = pv$—the corner frequency of phonon. Since for $T < T_c$ the phonons have the energy of the order of $3kT/2$, then substituting $\hbar\omega \cong 3kT/2$ in the expression (4) we recieve

(5) $$B_0 = kT[9kT/(16 m^* v^2) - 3/2 + m^* v^2/(kT)]/2,$$

or

(6) $$B_0 = [3kT/(4a) - a/2]^2 - 3kT/8,$$

where $a = \sqrt{2m^* v^2}$. From the equation it is seen that the minimum energy of electron which it is transmitted to lattice should rise with temperature (Fig.1).

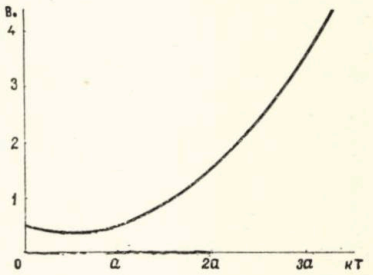


Fig. 1. —The variation with temperature, of the minimum energy of electron, which it is transmitted to lattice

The equilibrium state in the dielectric will be observed while the energy which the electron recieves from the field will be less than the energy which the electron transmit to the lattice. If the energy recieved by the electron from the field will be more that the energy lost, the steady state in the dielectric disappears. This results in the breakdown. Hence, the equality of the energy gained and the lost one by electron is the criterion of the breakdown. Comparing the expression (1) and (6) it is found that

(7) $$F = \{[3kT/(4a) - a/2]^2 - 3kT/8\}/[e\lambda(T)].$$

The mean free path enters this equation. Let us take the meaning of λ from [11] in the form of $\lambda = C a_0^3$, where C—constant. The experiments show that the coefficient of thermal expansion rises with temperature [3]...[5]. The dependence of the coefficient of thermal expansion from temperature from 50 to 500 K°, may be expressed by the equation $\alpha = A\sqrt[4]{T/T_n}$. Hence, the distance a_0 between ions will rise with temperature proportional α as $a_0\alpha$ or $a_0 A\sqrt[4]{T/T_n}$. After the dependence of a_0 from the temperature has been defined the value λ will be found for different temperatures. The calculation gives $\lambda \cong 10^{-8}$ cm.

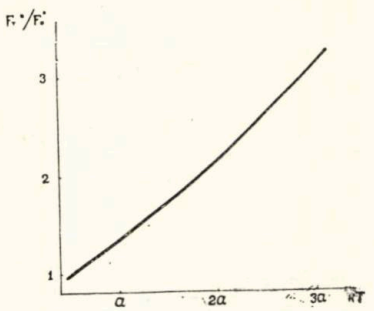


Fig. 2. — The relative change with temperature of the electric strength of the ionic crystals.

Let us compare values obtained with λ for the air. If the density of molecules in the solids is assumed to be of the order of 100 times the density of gases, the mean free path for gases should be of the order of 10^{-6} cm. Indeed, $\lambda_a = 6.2.10^{-6}$ cm for the air [12]. Thus, the value for the ionic crystal dielectrics are almost real. When the value λ and the dependence

of λ from temperature have been determined the temperature change of the electric strenght of ionic crystals may be calculated by the method of gradual approximation for the temperature from 50 to 500° K. The relative change of the electric strength of the ionic crystals with temperature is shown in Fig. 2.

Received 16 I 1959

The Institute of Nuclear Physics, Tomsk, USSR

LITERATURE

1. Rogowski W., Arch. f. Elektrotechn., 1927, **18**, S. 123.
2. Смуров А. А., *Электротехника высокого напряжения и передача энергии*, 1931, М., ГОНТИ, **1**.
3. Eucken A. u. Dannöhl W., Zeit. f. Elektrochem, 1934, **40**, S. 814.
4. Стрелков П. Г., ЖЭТФ, 1937, **7**, стр. 519.
5. Fletcher G. C., Phil. Mag., 1957, **2**, p. 639.
6. Иоффе А. Ф., *Физика кристаллов*, 1929, М., ГТТИ.
7. Fröhlich H. a. Paranjape B. V., Proc. Phys. Soc., 1956, **B69**, p. 21.
8. Кучин В Д., Диссертация, Томск, 1957.
9. Зейтц Ф., *Современная теория твёрдого тела*, М.. ГИТТЛ, 1949.
10. Stratton R., Phil. Mag., 1957, **2**, p. 422.
11. Seeger R. J. a. Teller E., Phys. Rev., 1938, **54**, p. 515; Ibid., 1939, **56**, p. 352.
12. Королёв В. И., *Основы вакуумной техники*, ГЭИ, М.-Л., 1956.

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ЭЛЕКТРИЧЕСКУЮ ПРОЧНОСТЬ ИОННЫХ КРИСТАЛЛОВ (I)

(Резюме)

Электрическая прочность ионных кристаллов по теориям электростатической ионизации должна падать с ростом температуры. По теории ударной ионизации ионами, электрическая прочность должна уменьшаться по мере увеличения температуры. Согласно теории ударной ионизации электронами, электрическая прочность ионных кристаллов должна расти с повышением температуры. Эксперименты, также как и теории пробоя, не дают определённой зависимости электрической прочности ионных кристаллов от температуры. Автор рассчитал температурную зависимость прочности, исходя из одноэлектронной модели. В окончательное расчётное выражение входят основные константы материал. Данные расчёта хорошо подтверждаются экспериментами.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение с температурой минимума энергии электрона при её передаче к решетке.

Рис. 2. — Относительное изменение с температурой, электрической прочности ионных кристаллов.

STUDIUL INFLUENŢEI TEMPERATURII ASUPRA RIGIDITĂŢII DIELECTRICE A CRISTALILOR IONICI (I)

(Rezumat)

Pornind de la modelul cu un singur electron, autorul stabileşte dependenţa de temperatură a rigidităţii dielectrice a solidelor ţinîndu-se seama de constantele fundamentale ale materialului.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Variaţia cu temperatura a energiei minime a electronului cînd aceasta este transmisă reţelei.

Fig. 2. — Variaţia relativă cu temperatura a rigidităţii dielectrice a cristalilor ionici.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

536.512

DIE KONSTRUKTION EINES PRÄZISIONSKRYOMETERS MIT QUECKSILBERTHERMOMETER

VON

MIHAI ŞCHIOPU, VIORICA ONU und MARIANA PĂSTRĂVANU

Mitteilung an die wissenschaftliche Tagung der Technischen Hochschule Jassy, 26–29 Juni 1958

1. Vorwort

Es liegen viele Arbeiten vor, die kryoskopische Präzisionsanordnungen berichten. Mit wenigen Ausnahmen [1], [2] kommt die thermoelektrische Temperaturmessung in Anwendung, wegen ihrer hohen Empfindlichkeit, die ungefähr 10^{-5} Grad erreicht. Einen Überblick der dabei benutzten Messmethoden findet man in [3].

Die Messergebnisse verschiedener Autoren zeigen doch eine Streuung auf, die auch bei konzentrierten Lösungen 1% beträgt. Ausser den Fehlern der bis auf 0,5% sicheren Thermokraftmessung [3] und der Analyse der mit der festen Phase im Gleichgewicht stehenden Lösung, muss als eine den thermoelektrischen Gefrierpunktsapparaten eigentümliche Fehlerquelle der Wärmeaustausch mit dem Thermostat in Betracht gezogen werden. Der Wärmefluss kann nicht beliebig klein gemacht werden, so lange die beiden Gefriergefässe sich in einem gemeinsamen Thermostat befinden, was leicht an dem Temperaturverlauf zu erkennen ist [4], [5]. Man muss beachten dass der Wärmezufluss die Gleichgewichtstemperatur um einen Betrag verschiebt, der von der Grösse der Phasenberührungsfläche abhängt, also unkontrollierbar ist.

Wir haben eine kryoskopische Apparatur zusammengestellt, die ein in 0,01 °C geteiltes Quecksilberthermometer als Messinstrument benutzt. Die Temperatur wurde auf 2.10^{-4} °C sicher bestimmt, indem wir eine geeignete optische Ablesevorrichtung und eine von uns ausgearbeitete Kalibrierungsmethode [6] anwandten. Die Gleichgewichte mit reinem Lösungsmittel und mit Lösung fanden nacheinander in demselben Gefriergefäss statt, so dass die Adiabatik wesentlich verbessert werden konnte. Die ausgeschiedene feste Phase wurde elektrisch bestimmt und daraus die Konzentration der Gefrierlösung berechnet. Die an KCl-Lösungen ermittelten Gefrierpunktserniedriegungen weisen im Vergleich mit den sichersten Angaben einen mittleren relativen Fehler bis zu $1‰$ auf.

2. Beschreibung der Apparatur

Das Gefriergefäss *1* (Abb. 1) ist aus Jena'er Glasrohr angefertigt. In das mit NS-Hülse 19 und NS-Kern 29 versehenen Übergangsstück wird das in 0,01 °C geteilte Beckmann-Thermometer *2* eingesetzt und

durch zwei Seitenrohren der Luftrührer und Heizkörper eingeführt. Als Luftmantel dient das oben mit dem Gummiring *4* gedichtete Aussenrohr *3*. Vermittels der mit Gummischlauch umkleideten Drahtringen *5*, kann der Apparat leicht an die Stange *6* festgeklemmt werden. Zu diesem Zwecke hat der obere Ring einen Bajonettverschluss.

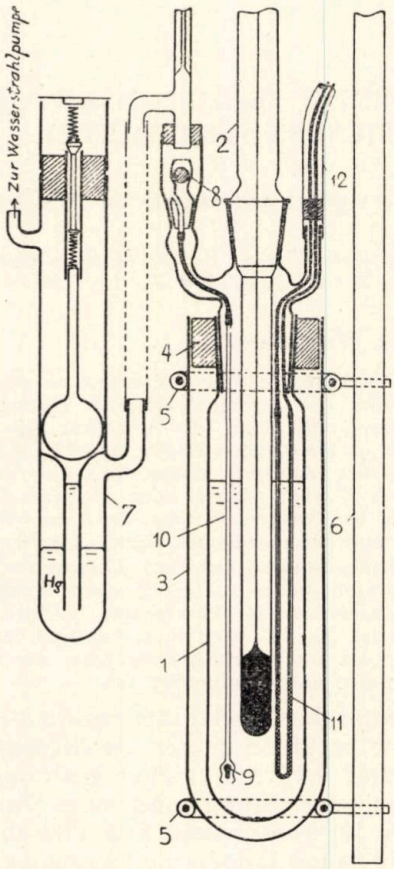


Abb. 1

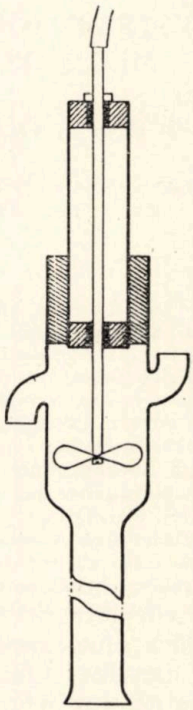


Abb. 2

Die Gefrierlösung wird mit Luft gerührt. Die Luftrührung wurde schon früher angewandt [4], [7], aber der Luftstrom war dabei offen. Infolgedessen muss die Luft gereinigt, getrocknet und konditioniert werden. Trotzdem kann man nicht die Verdampfung bzw. Kondensation des Lösungsmittels in dem Gefriergefäss vollkommen ausschliessen. Um die Rührung handlicher und doch frei von jedem störenden Effekt zu machen, haben wir einen Luftumlaufstrom verwirklicht. Die Oszillationspumpe *7* saugt die Luft vom oberen Raum des Gefrierrohres auf

und drückt sie am dessen Boden, in die Flüssigkeit hinein. Das obere Kugelventil *8* ist aus rostfreiem Stahl, das untere *9* aus Glas angefertigt. Die Luft strömt durch das 2 mm weite Kapillarrohr *10*. Die Oszillationspumpe ist in demselben Thermostat wie der Apparat versenkt, so dass kein thermischer Effekt oder Lössungsmittelübertrag stattfindet.

Die Bestimmung der Menge fester Phase in der Gefrierlösung erfolgte mit dem elektrischen Heizkörper *11*. Ein 0,1 mm starker, spiralig aufgewickelter Konstantandraht wird in ein 1,5 mm lichter Weite, dünnwandiges, mit durch Vakuumdistillation gereinigtem Umformeröl gefülltes U-förmiges Kapillarrohr eingeführt. Dasselbe wird oben mit biegsamen, dünnen Isolierschläuchen verbunden, durch welche die Kupferdrähte aussen verlaufen. Der Gummischlauch *12* dichtet die Stromleitung ab. Der Heizkörperwiderstand betrug 40 Ω und die Stromstärke 0,2 A. Zum Messen derselben dient ein Manganinwiderstand von 5,093 Ω, an dessen Enden die Spannung gegen ein Normalelement kontrolliert wird. Diese Kompensationseinrichtung wurde einem einfachen Strommesser vorgezogen, um den Apparat auch für die Messung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten anwenden zu können.

Der Thermostat besteht in einer 20 L fassenden Glasflasche, die in einen mit Sägespänen gefüllten, abgedichteten Holzkasten eingebaut ist. Die Rührung des Aussenbades erfolgt mit einem in Abb. 2 gezeigten Rührer. Der aus rostfreiem Stahl angefertigte Propeller hat ein Durchmesser von 32 mm und ist durch eine biegsame Übertragung mit 3000 U/Min. betätigt. Die Welle ist zwecks Korrosionsschutzes durch zwei Gleitlager aus Plexiglas geführt. Der Förderdruck beträgt mehr als 300 mm Wassersäule. Der Thermostat wurde mit Wasser gefüllt. Bei Versuchstemperaturen in der Nähe von 0 °C werden Salz und gestossenes Eis zugegeben.

Die Temperatur des Aussenbades wurde an einem zweiten, mit dem inneren gleich eingestellten Beckmann-Thermometer abgelesen und durch die Regelung der zugegebenen Eismenge bis auf ±0,005 °C gleich der Innentemperatur eingehalten. Ein so kleiner Temperaturabfall, den man auch weiter verringen kann, erlaubt eine gegenüber anderen kryoskopischen Präzisionsanordnungen wesentlich verbesserte Adiabatik zu erreichen. Durch entsprechende Versuche haben wir eine Wärmedurchgangszahl von 2,35 cal. $Grad^{-1}.Min^{-1}$ bestimmt, d. h. gleich der bei den Apparaten mit Dewar-Bechern [5]. Das ist auf die geringe Wärmeleitung durch den Gefässdeckel zurückzuführen. Ein Temperaturabfall von 0,01 °C entspricht dann einem Wärmeaustausch von 0,0235 cal. $Min.^{-1}$, gleich 0,0003 g Eis/Min. Bei einem Inhalt von 100 g wässrige Lösung, wird deren Zusammensetzung um 1‰ erst nach 5 Stunden geändert, so dass wir auch bei konzentrierten Lösungen keinen Temperaturverlauf beobachten konnten.

Das Innenthermometer war in seiner herausragenden Länge von Wasser aus dem Thermostat umströmt. Zu diesem Zwecke trägt der Rührer (Abb. 2) einen nach oben gerichteten Rohransatz, in den ein Gummischlauch eingesetzt wurde.

Die Temperaturablesung an dem Innenthermometer erfolgte mit einer in Abb. 3 gezeigte optische Vorrichtung. Das Fernrohr *1* hat eine 10-fache Vergrösserung, bei einem 300 mm Abstand. Die optische Axe ist waagerecht gelegen, während das Thermometer senkrecht steht. Ein von den drei Füssen des Stativs ist längst der optischen Axe gerichtet und mit einer sauber geschliffenen Metallplatte verlängert. Mittels der Fussstellschraube *2* kann man kleine Neigungen der optischen Axe hervorrufen, die mit der in 1/1000 mm geteilten Messuhr *3* gemessen werden. Eine Verschiebung des Okularfadens um einem Skalen-

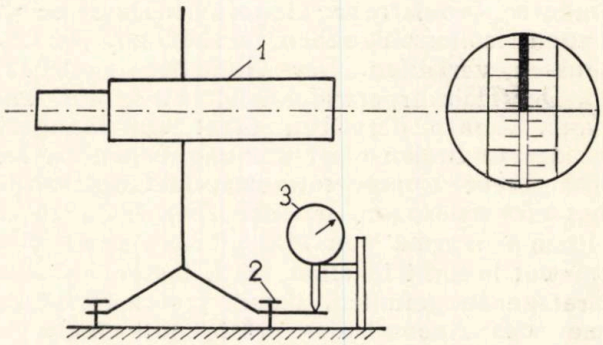


Abb. 3

teil des Thermometers entsprechen 200 Teilen an der Messuhr. Die Fadeneinstellungen werden auf 0,01 des Thermometerskalenteiles also auf 1.10^{-4} °C reproduzierbar. Den Thermometerablesungen wurden die nach [6] berechneten Korrektionen angebracht.

3. Handhabung der Apparatur

In das Gefrierrohr *1* (Abb. 1) wird eine auf 0,01% bestimmte Menge reines Lösungsmittels eingeführt. Bei den oben angegebenen Rohrabmessungen, betrug die Wassermenge ungefähr 100 g. Nachdem das Thermometer aufgesetzt wird taucht man das Gefrierrohr in ein Kühlbad, dessen Temperatur um etwa 15 °C tiefer als die Gefriertemperatur des Lösungsmittels liegt. Mittels der Oszillationspumpe *7* wird dauernd gerührt, damit eine Unterkühlung eintritt. Das ist Notwendig um eine feste Phase lockerer Beschaffenheit auszuscheiden, die das Phasengleichgewicht sich schneller einstellen fördert. Durch Eintauchen des Gefrierrohres in einem mit Raumtemperatur betragenden Wasser gefüllten Becher, schmelzt man die feste Phase bis auf 1...2 g. Durch kurzes Eintauchen in das Kühlbad, werden die Wände des Gefrierrohres wiedergekühlt, das Aussenrohr *3* aufgesetzt, der Apparat an dem Stativ *6* befestigt und in das Thermostat eingetaucht. Die Temperatur des Aussenbades wird gleich der abgelesenen Innentemperatur eingestellt und die Rührung 15.. 20 Minuten lang fortgesetzt, nach dem

das Gleichgewicht erreicht wird. Jetzt wird die Rührung unterbrochen um die Erschütterungen zu vermeiden. Durch das Kapillarrohr *12* wird das Gefriergefäss mit der Atmosphäre in Verbindung gebracht. Der Quecksilbermeniskus wird wiederholt nach leichtem Klopfen eingestellt, bis seine Lage unverändert bleibt. Das Anhaften des Meniskus ist als die wichtigste Fehlerquelle anzusehen.

Um die den auf den Quecksilberbehälter des Thermometers ausgeübten hydrostatischen Druck berücksichtigende Korrektion berechnen zu können, bestimmt man den Druckkoeffizient $\partial T/\partial p$, indem man den Apparat mit einem Manometer verbindet und schnell einen Unterdruck von 100...200 mm Hg erzeugt. Bei dem von uns benutzten Beckmann-Thermometer betrug diese Ableitung $0{,}80.10^{-4}$ Grad/mm Hg. Der Barometerstand zeigt während des Versuches Schwankungen kleiner als 1 mm Hg, so dass sie vernachlässigt werden können. Die entsprechend der Gefriertemperaturen des Lössungsmittels bzw. der Lösung verschiedenen Höhen des Quecksilberfadens und die damit bedingte hydrostatische Druckdifferenz ist aber zu berücksichtigen.

Nachdem die Gefriertemperaturen des reinen Lösungsmittels bestimmt wurde nimmt man den Apparat heraus und bringt man eine abgewogene Menge der zu untersuchenden Substanz ein. Um den oberen Rand des Gefrierrohrschliffes gut abwischen zu können, wurde jener flach geschliffen. Das Auflösen der Substanzpastillen erfolgt unter Rührung mit der Oszillationspumpe 7, um Verdampfungs- bzw. Kondensationserscheinungen fernzuhalten. Weiter verfährt man wie im Falle des reinen Lösungsmittels.

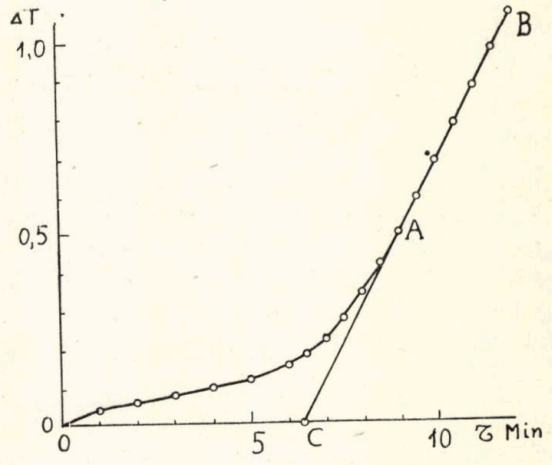


Abb. 4

Um aus den bemessenen Mengen des reinen Lösungsmittels und der zu untersuchenden Substanz die Gleichgewichtkonzentration der Lösung zu berechnen, bestimmt man die Menge der während der Temperaturablesung vorhandenen ausgeschiedenen festen Phase. Zu diesem Zwecke wird die Rührung der Thermostatflüssigkeit eingestellt, indem man die Gefrierlösung weiterrührt und den Heizstrom fliessen lässt. Die Temperatur wird jede halbe Minute abgelesen. Der Temperaturverlauf wird wie in Abb. 4 dargestellt, wo man die Heizzeit als Abszisse und die Temperaturänderung als Ordinate einträgt. Der Wendepunkt *A* entspricht dem Ausschmelzen der festen Phase. Die Kurvenast *AB* sieht fast geradlinig aus, da der Wärmeaustausch nach Aussen verhältnismässig gering ist. Würde die Wärmeaustausch zwischen der Lösung

und der festen Phase mit unendlicher Geschwindigkeit stattfinden, so würden die Gangbeobachtungen auf den Geraden OC und CB liegen. Aus der dem Punkte C entsprechenden Heizzeit τ kann jetzt die Eismenge berechnet werden.

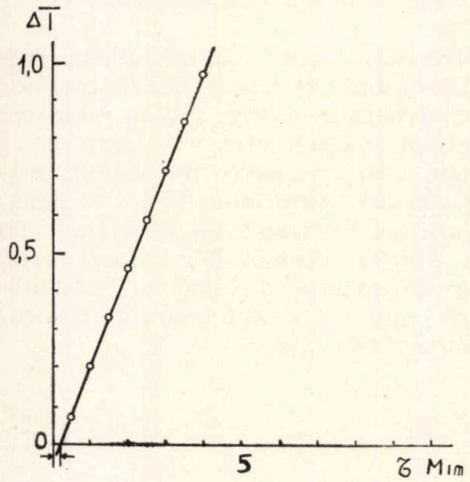


Abb. 5

Der so ermittelten Heizzeit muss eine Korrektion angebracht werden, die sich auf die thermische Trägheit des Thermometers bezieht. Die Gerade AB wird infolgedessen nach rechts parallel verschoben. Die entsprechende Korrektion wird bestimmt, indem man die von fester Phase befreite Lösung aufheizt. Die graphische Darstellung des Temperaturverlaufs ist eine Gerade (Abb. 5), deren Abszissenschnitt die gesuchte Korrektion ist. Sie betrug in unseren Versuchen 0,20 Minuten und wurde von den oben bestimmten Heizzeit abgezogen.

Die feste Phase berechnet sich dann:

$$s = 60\,RI^2\tau/(4{,}18\,l_t)\,. \tag{1}$$

Hier bedeutet R: (Ω)—der Widerstand des Heizkörpers, I(A) — die Stromstärke, τ (Min.) — die Heizzeit, l_t(cal. g^{-1})—die bei der Gleichgewichtstemperatur Schmelzwärme des reinen Lösungsmittels. Die so in Gramm erhaltene feste Phase wird von der Menge des bei der Syntese der Lösung angewandten Lösungsmittels abgezogen.

4. Messergebnisse

Um die Apparatur zu prüfen, haben wir Messungen an wässrigen KCl-Lösungen durchgeführt. Die erhaltenen Gefrierpunktserniedrigungen ϑ wurden mit denen verglichen, die sich aus der von G. Scatchard [8] empirisch festgestellte Beziehung ergeben:

$$j = 0{,}3738\sqrt{m}/(1 + 1{,}7\sqrt{m}) - 0{,}0149m + \delta_j\,. \tag{2}$$

Hier ist:

$$j \equiv 1 - \vartheta/(3{,}718\,m)\,, \tag{3}$$

m— die Molalität (gewichtsmässige Konzentration in Grammol Salz/1000 g Wasser) und δ_j — eine in [8] gegebene Korrektion. Daraus berechnen sich die folgende Werte, die der in Abb. 6 ausgezogenen Kurve zugrunde liegen:

m	0,01	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	1,0
j	0,0313	0,0417	0,0585	0,0734	0,0890	0,0978	0,1080	0,1150	0,1216

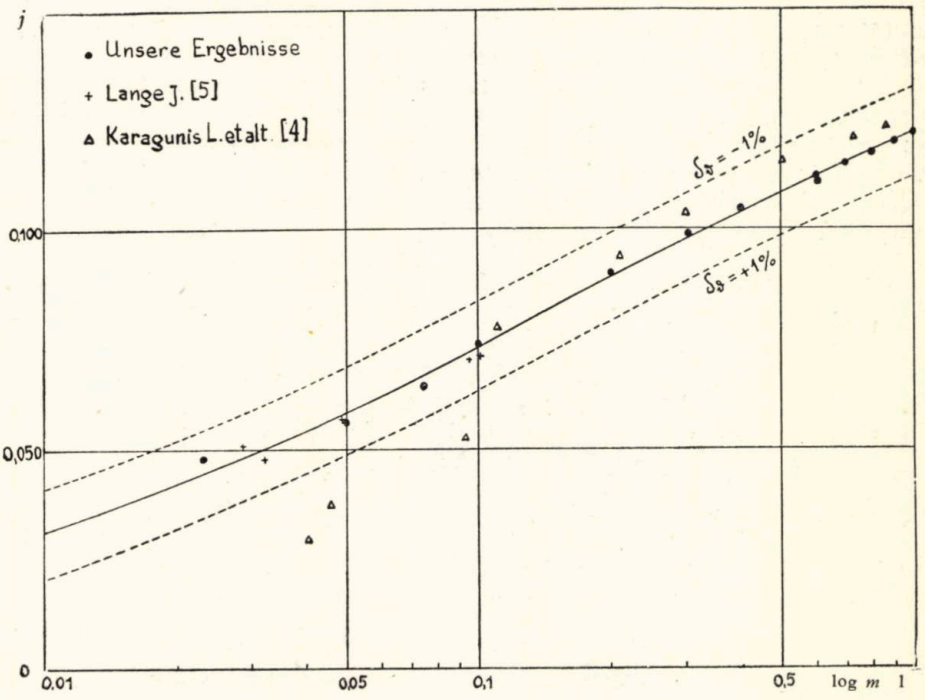


Abb. 6

Unsere Ergebnisse sind aus folgender Tabelle zu entnehmen:

m	ϑ (gemessen)	ϑ (berechnet)	$\delta\vartheta$ ‰
0,02308	0,0817	0,0820	− 3,7
0,05001	0,1755	0,1750	+ 2,8
0,07512	0,2613	0,2605	+ 3,1
0,10001	0,3444	0,3445	− 0,3
0,10007	0,3458	0,3457	+ 0,3
0,2020	0,6840	0,6841	− 0,1
0,3025	1,0132	1,0144	− 1,2
0,4020	1,3382	1,3392	− 0,7
0,5000	1,6557	1,6577	− 1,2
0,6008	1,9805	1,9835	− 1,5
0,6011	1,9873	1,9846	+ 1,4
0,6998	2,3050	2,3029	+ 0,9
0,8025	2,6349	2,6331	+ 0,7
0,9022	2,9549	2,9530	+ 0,6
1,0038	3,2801	3,2779	+ 0,7

Sehr verdünnte Lösungen ausgenommen, bleibt der relative Fehler der Gefrierpunktserniedrigungen unter $1^0/_{00}$. Die gestrichelten Kurven in Abb. 6 entsprechen einem relativen Fehler von $\pm 1^0/_0$. Zum Vergleich sind hier die Ergebnisse anderer Autoren eingetragen, die thermoelektrische Apparaturen benutzten. Wie ersichtlich, ist unsere Anordnung präziser, wen auch konstruktiv viel einfacher.

Die Anwendung anderer Lösungsmittel bietet keine Schwierigkeit vor, weil die Rührungsluft in geschlossenem Raum umläuft. Während der beiden nacheinanderfolgenden Gefrierpunktsbestimmungen, mit reinem Lösungsmittel und mit Lösung, bleibt die Konzentration an Luft oder an Feuchtigkeit unverändert, so dass das Lösungsmittel nicht peinlichst gereinigt werden muss.

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl der physikalischen Chemie,
Laboratorium für physikalische Chemie

LITERATURVERZEICHNIS

1. Richards T. W., Z. phys. Chem., 1903, **44**, S. 563.
2. Schreiner E. u. Frivold O. E., Ibid., 1926, **124**, S. 1.
3. Ebert L. u. Lange J., Ibid., 1930, **149**, S. 389.
4. Karagunis G., Hawkinson A. u. Damköhler G., Ibid., 1930, **151**, S. 433
5. Lange J., Ibid., **168**, S. 147.
6. Şchiopu M., Onu V. şi Păstrăvanu M., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4**, (**8**), *1—2*, p. 135.
7. Abel E., Redlich O., u. v. Lengyel B., Z. phys. Chem. 1928, **132**, S. 189.
8. Scatchard G. a. Prentiss S. S., J. Am. Chem. Soc., 1933, **55**, p. 4355.

ПРЕЦИЗИОННЫЙ КРИОМЕТР С РТУТНЫМ ТЕРМОМЕТРОМ

(Резюме)

Предлагается прецизионный криометрический аппарат, с термометром Бекманна в качестве измерительного элемента. Аппарат отличается адиабатическими условиями работы, закрытым циклом воздушного возмущения и электрическим методом дознровки сопровождающей твёрдой фазы. Применен оригинальный расчётный метод коррекций температур термометра.

Опыты, проводимые с водным раствором хлористого калия, дают большую точность чем с аналогичные термо-электрические аппараты для измереиия разности температур.

CONSTRUCŢIA UNUI CRIOMETRU DE PRECIZIE CU TEMOMETRU CU MERCUR

(Rezumat)

Se descrie construcţia unui aparat criometric de precizie care utilizează un termometru Beckmann ca instrument de măsură. Aparatul se distinge prin condiţiile adiabatice de funcţionare, printr-o agitare cu aer în circuit închis, şi printr-o metodă electrică de dozare a fazei solide coexistente. Se aplică o metodă originală de calculare a corecţiilor temperaturilor citite la termometru. Experienţele executate asupra soluţiilor apoase de KCl indică o precizie mai mare decît cea care se obţine cu aparatele similare care fac uz de metode termoelectrice pentru măsurarea diferenţelor de temperatură.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

545.8

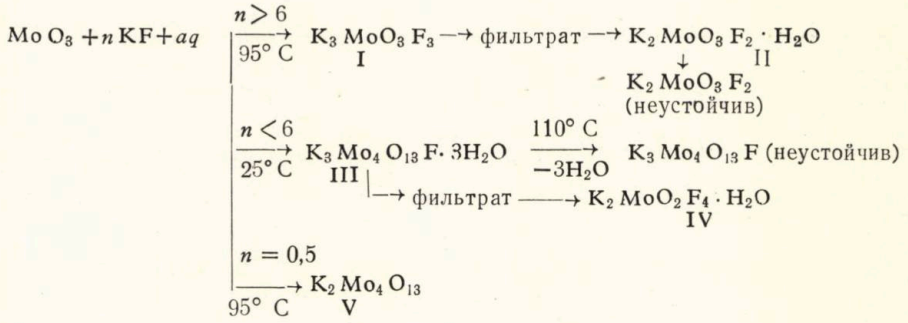
ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ $KF—MoO_3—H_2O$
ИЗОТЕРМА 15° С

Н. С. НИКОЛАЕВ, А. А. ОПАЛОВСКИЙ и Н. Д. МАЛЫГИНА

При исследовании системы $HF—MoF_6—H_2O$ методом изотермической растворимости [1] было выделено соединение состава $H_2MoO_3F_2 \cdot H_2O$ в форме твердой фазы. Изучение растворов молибдена (VI) во фтористоводородной кислоте подтвердило факт образования в растворе дифтороксимолибденовой кислоты $H_2MoO_3F_2$, а так же показало формирование соединения состава — $H_2MoO_2F_4$. Условием образования последнего соединения является большая концентрация HF, чем это необходимо для $H_2MoO_3F_2$.

С целью изучения образования солей этих кислот было предпринято изучение системы $KF—MoO_3—H_2O$, методом изотермической растворимости (изотерма 25° С).

Шмитц-Думонт с сотрудниками [2], [3], [4], [5] изучали взаимодействие молибдена (VI) со фторидами щелочных металлов. Ими было получено ряд соединений включающих в свой состав трехокись молибдена и фторид щедочного металла в различных соотношения. Общая картина взаимодействия водного раствора фтористого калия с трехокисью молибдена представленна в виде следующей схемы [4]:



Интересно отметить, что при непосредственном взаимодействии трехокиси молибдена с избытком водного раствора фтористого калия образуется лишь соединение $K_3MoO_3F_3$. Все остальные соединения, выделенные упомянутыми авторами, получены в менее определенных условиях с точки зрения состава, и могут быть рассматриваемы как твердые растворы, в состав которых KF и MoO_3 входят в различных соотношениях.

Полную картину взаимодействия трехокиси молибдена со фтористым калием можно получить лишь в случае изучения системы $KF—MoO_3—H_2O$ методом физикохимического анализа—методом изотермической растворимости. Настоящее сообщение является описанием такого исследования.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

В качестве исходных продуктов применялись: молибденовая кислота (марки ч. д. а.) и водные растворы фтористого калия различных концентраций. Приготовленная смесь, содержащая твердую фазу, помещалась в тефлоновый стакан и перемешивалась в течение суток при постоянной температуре (25° С). Предварительные опыты показали, что равновесие устанавливается медленно и поэтому необходимо перемешивание в течение 24-х часов. Этого времени вполне достаточно для установления равновесия в системе. Жидкая и твердая фазы анализировались на молибден и фтор. Молибден определялся объемным методом, основаным на том, что пропущенный через редуктор Джонсона раствор вводят в раствор сульфата железа (III) и образующееся при этом железо (II) титруют раствором перманганата калия [6]. Перед восстановлением сернокислого раствора молибдена (VI) добавлялась борная кислота для связывания F' - ионов. Малые количества молибдена определялись колориметрированием роданидного комплекса молибдена (V) [7]. Колориметрирование проводилось на фотоколориметре марки ФЕК—М.

Фтор определялся по Куртенакеру [8]. Раствор предварительно нейтрализовался по фенолфталеину, после чего насыщался хлористым натрием (при температуре 70...80° С) и титровался в горячем состоянии хлоритым алюминием с применением метилрот в качестве индикатора.

Полученные данные по растворимости и по составу твердых фаз в системе $KF—MoO_3—H_2O$ сведены в таблицу 1 и представлены на

Таблица 1

Растворимость в системе $KF—MoO_3—H_2O$ (*изотерма* 25° С)

Жидкая фаза %		Твердая фаза %		Отношение KF : MoO_3 в твердой фазе	Состав твердой фазы
KF	MoO_3	KF	MoO_3		
0,63	0,97	5,02	72,50	0,158	
2,55	2,55	11,98	76,91	0,371	
4,95	2,29	—	—	—	
6,91	2,75	—	—	—	
8,52	3,27	17,22	57,53	0,625	Область неопределенных составов
10,39	2,36	21,72	39,87	1,101	
11,84	3,51	—	—	—	
12,71	4,21	28,95	34,79	1,341	
14,59	4,90	35,82	34,16	2,35	
15,65	4,69	—	—	—	
18,05	5,94	43,11	36,85	2,69	
19,00	6,11	—	—	—	
20,32	3,91	46,15	36,32	3,00	
21,59	1,87	—	—	—	
22,43	1,33	46,83	34,26	3,00	
34,71	0,19	49,22	32,92	3,00	$K_3Mo_3OF_3$
36,40	0,28	—	—	—	
39,18	0,16	47,73	28,36	3,00	
50,20	0,44	52,17	22,00	3,00	

треугольной диаграмме Гиббса (см. рис. 1). Рассмотрение полученных результатов позволяет сделать следующие заключения:

1. С увеличением концентрации фтористого калия в растворе, растворимость трехокиси молибдена возрастает, достигая максимального значения при концентрации равной 19,00% KF.

2. Начальные концентрации KF в системе выявили области твердых фаз неопределенных составов. Это обстоятельство указывает на возможность образования в этой области твердых растворов.

3. Соль, отвечающая дифтороксимолибденовой кислоте, в рассматриваемой системе не была обнаружена.

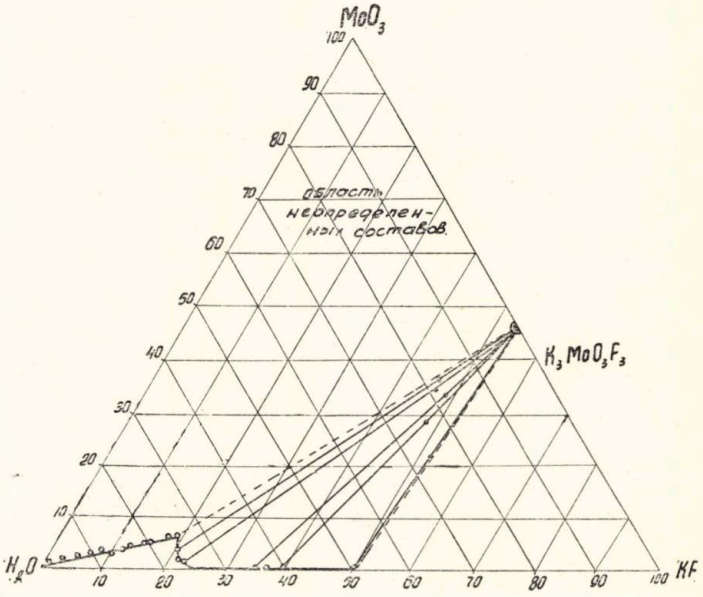


Рис. 1. — Растворимость в системе $KF—MoO_3—H_2O$ (изотерма 25° С).

4. Увеличение концентрации фтористого калия в растворе приводит к резкому уменьшению растворимости трехокиси молибдена. Состав твердой фазы на этом участке кривой растворимости остается постоянным и соответствует соединению $K_3MoO_3F_3$. Была выделена твердая фаза и приведен химический анализ, который подтвердил состав, полученный методом лучей Шрейнемакерса (см. таблицу 2).

Таблица 2

Химический анализ твердой фазы $K_3MoO_3F_3$

Состав	Mo_3O %	KF %	Отношение KF : MoO_3
$K_3MoO_3F_3$			
Получено	44,89	54,92	3,03
Рассчитано	45,23	54,77	3,00

ВЫВОДЫ

1. Изучена системы $KF—MoO_3—H_2O$ методом изотермической растворимости (изотерма 25° С).

2. Обнаружено образование соединения $K_3MoO_3F_3$ в форме твердой фазы.

3. При концентрации фтористого калия в растворе менее 19,00% твердые фазы не имеют постоянного состава и, очевидно, являются твердыми растворами фтористого калия в трехокиси молибдена.

Поступила 9 XI 1958 г. *Академия Наук СССР, Москва*

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаев Н. С. и Опаловский А. А., Журнал неорганической химии, 1958, (в печати).
2. Schmitz-Dumont O. u. Weeg A., Z. anorg. allg. Chem., 1951, **265**, S. 139.
3. Schmitz-Dumont O. u. Heckimann I., Ibid., 1952, **267**, S. 277.
4. Schmitz-Dumont O. u. Opgengoff P., Ibid., 1954, **275**, S. 21.
5. — Ibid., 1954, **276**, S. 235.
6. Гиллебрант В. Ф., Лендель Г. Э., Брайт Г. А. и Гофман Д. И., *Практическое руководство по неорганическому анализу*, 1957.
7. Сендэл Е., В., *Калориметрическое определение следов металлов*, 1949.
8. Kurtenacker A. u. Jurenka W., Z. f. analyt. Chem., 1930, **82**, S. 210.

THE INVESTIGATION OF THE SYSTEM $KF—MoO_3—H_2O$. THE 25°C ISOTHERM

(Summary)

The solubility isoterm at 25°C has been investigated for the system $KF—MoO_3—H_2O$. The solid phases have been found to have no constant composition at the concentration of $KF < 19\%$, they are supposed to be solid solutions of KF in MoO_3. The solid phase $K_3MoO_3F_3$ has been detected at the concentration of $KF > 19\%$.

Explanation of the figures

Fig. 1. — The solubility in the system $KF—MoO_3—H_2O$ (the 25° isotherm).

STUDIUL SISTEMULUI $KF—MoO_3—H_2O$. IZOTERMA 25°C

(Rezumat)

S-a studiat sistemul $KF—MoO_3—H_2O$ prin metoda solubilităţii izotermice (izoterma 25°C). S-a constatat că fazele solide într-o soluţie de concentraţie $KF < 19\%$ prezintă o componenţă constantă. Ele sînt, evident, soluţii solide de KF în MoO_3. Substanţa $K_3MoO_3F_3$ se prezintă ca fază solidă într-o soluţie de concentrare $KF < 19\%$.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Solubilitatea în sistemul $KF—MoO_3—H_2O$ (izoterma 25°C).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

549.6

ÉTUDE GÉOLOGIQUE, PÉTROGRAPHIQUE ET CHIMIQUE DE LA RÉGION DE CHIUZBAIA (RÉG. ADM. DE BAIA MARE)

PAR
OREST NICHITA

Note présentée à la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, 26—29 Juin 1959

1. Introduction

La région étudiée est délimitée entre les limites suivantes:

Au Nord, le ruisseau Cornesei en partant de son confluent avec la vallée de Firiza et en continuant vers l'Est par le sommet Cremeni et ensuite par le sommet Igniş, cote 1307, jusqu'à Piciorul Pisticelul.

À la Ouest, la vallée de Firiza, située entre la vallée de Jidova et la vallée de Cornesei.

Au Sud, la vallée de Jidova dès son confluent avec la vallée de Firiza et continuant vers la région Est du sommet Tius, jusqu'à la vallée de Chiuzbaia en face de son confluent avec le ruisseau Tulbure.

À l'Est, la crête située entre le ruisseau Cionca et le ruisseau Tulbure, en partant de la vallée de Chiuzbaia et en continuant par le sommet Seuţi, Piatra Albă, Blidar, jusqu'à Piciorul Pisticelul.

a) *Au point de vue morphologique*

La région contient surtout de grandes formes de relief structurales, dues à une intense activité volcanique, qui a donné naissance à des masses éruptives, ayant parfois la forme de cônes volcaniques ou de couches effusives. Moins souvent apparaissent de petites formes de relief sculpturales, c'est-à-dire des formes d'érosion et de depôt, moins dans les roches éruptives et d'avantage dans les formations sédimentaires.

b) *Au point de vue géologique*

La région contient des roches sédimentaires et des roches éruptives volcaniques. Les roches volcaniques occupent la surface la plus étendue de la région.

2. Les roches sédimentaires

Les roches sédimentaires apparaisent sur des surfaces restreintes, couvertes parfois par des roches volcaniques ou du sol argileux provenant de leur désagrégation. Elles sont plus visibles dans les lits des rivières.

Les roches sédimentaires qui appartiennent au paléogène [1] forment l'ancien fondement sédimentaire et sont représentées par des grès et des marnes.

Les grès apparaissent à l'embouchure des rivières Pipilogi et Capuşni, affluents de gauche de la vallée de Firiza et sont de couleur presque blanche, sablonneuses et friables.

Les marnes apparaissent dans la vallée de Chiuzbaia au Nord et au Sud du village, dans la vallée de Cionca, dans la vallée des Gugioarvelor, le ruisseau Berdö et le ruisseau Limpedele. Les marnes de la vallée de Chiuzbaia, de la partie Sud du village, sont de couleur foncée, presque noire et assez compactes. Au microscope ces roches sont constituées par des matériaux pélitiques, où l'on observe des granules de quartz tantôt nombreuses et de petites dimensions, tantôt moins nombreuses et plus grandes. Plus en aval (à une altitude de 410 m) apparaissent dans le fond de la vallée des marnes de couleur gris-verdâtre assez compactes et avec de petits filons contenant des minéralisations de galène et de pyrite [2].

Les marnes qui se trouvent dans les vallées des ruisseaux Berdö, Limpedele et Gugioarvelor sont les unes de couleur brunâtre, les autres verdâtres, moins compactes et contiennent parfois des couches minces intercalées de grès. Dans la vallée de Chiuzbaia, en amont de son confluent avec la vallée des Gugioarvelor, les marnes apparaissent au contact de la roche éruptive et sont de couleur noire, ayant l'aspect de l'ardoise.

Outre les roches sédimentaires décrites précédemment, on aperçoit de place en place, dans les bassins supérieur et moyen des vallées de Jidova, Chiuzbaia et Cionca, des formations sédimentaires appartenant au sarmatien [3] et au pontien [1], [3], représentées par des agglomérats andésitiques, des tufs fins sablonneux, des marnes gréseuses avec intercalations de charbons, des argiles noires sablonneuses, des sables qui contiennent des blocs de grès, des schistes marneux mous, de couleur gris-verdâtre, parfois gris-jaune-brun. Ces schistes marneux sont visibles parfois grâce aux glissements de terrain qui se produisent à cause de leur imperméabilité et de leur aspect luisant. Ces schistes ressemblent aux schistes argileux de l'époque pontienne [4] des bords de la rivière Sasar dans la ville de Baia Mare [5].

Les habitants nomment ces schistes marneux „polochiu" ou „graisse de la terre" et les emploient couramment comme engrais pour les sols de la région. Nous avons constaté cet usage dans les villages de Herja, Ferneziu, Handal et Chiuzbaia.

L'analyse chimique de ces schistes donne les valeurs inclues dans le tableau 1.

Tableau 1

	%
SiO_2	48,52
TiO_2	0,62
Al_2O_3	14,38
Fe_2O_3	2,35
FeO	1,98
CaO	10,80
MgO	2,93
MnO	0,08
Na_2O	2,06
K_2O	1,37
P_2O_5	0,18
H_2O	1,52
H_2O+	12,80
Total	99,59

Par rapport aux schistes argileux de l'époque pontienne de la rivière Sasar, cette roche a un caractère plus basique.

Nous avons fait l'analyse chimique pour voir à quel élément chimique on doit attribuer l'emploi mentionné. De la proportion des macroéléments on ne peut tirer aucune conclusion dans ce sens, mais une analyse plus complète déterminant également les parties volatiles, qui existent en très grande quantité pourrait nous donner quelques indications dans ce sens.

Au cas où cette analyse ne donnerait pas non plus de résultats satisfaisants il serait nécesaire de faire l'analyse chimique de certains microéléments mais cela depasse le cadre de cette étude.

L'emploi des schistes marneux comme engrais pour les sols locaux a été observé par nous durant les 5 ans consécutifs que nous avons travaillé dans la région de Baia Mare. En effet les récoltes des sols traités au moyen de ce complèment sont meilleures que celles des sols non traités.

3. Les roches éruptives

L'ancien fondement sédimentaire a été en partie traversé et en partie recouvert par des roches éruptives volcaniques. Nous allons décrire d'abord les formations éruptives du centre de la région et ensuite les formations volcaniques des parties latérales, c'est-à-dire de Sud-Est, du Nord et de l'Ouest de la région étudiée.

a) *La partie centrale*

Vers l'Est du village de Chiuzbaia s'élève une masse éruptive en forme de cône volcanique circulaire, le sommet Poca, cote 788 m, qui est constitué par des couches d'andésites ayant des fissures dans différentes directions. La roche est de couleur foncée, presque noire, compacte et dure.

Au microscope, la roche présente une structure porphyrique, contenant des phénocristaux de plagioclase et de pyroxène. Le plagioclase se présente sous forme de grands phénocristaux de 3...4 mm de longueur, souvant en groupes de cristaux, de structure zonaire fine et parfois avec des zones d'inclusions vitreuses, étant de l'andésine à 40...50% An. C'est le pyroxène qui est l'élément coloré, est représenté par l'augite et l'hyperstène. L'hyperstène prédomine sous forme de cristaux bien développés, atteignant parfois les dimensions des cristaux de plagioclase.

La masse fondamentale pour les échantillons de la cote 788 m est microlithique mais pour les échantillons du versant occidental de ce sommet, elle est vitreuse.

La roche est un *andésite avec pyroxène (hyperstène et augite).*

Une autre masse andésitique de dimensions plus petites que celles du sommet Poca se trouve entre les affluents de la rivière Cionca à la cote de 586 m

La roche est de couleur brun foncé ; c'est un *andésite avec pyroxène,* avec une mase fondamentale finement microlithique, de texture fluidale semblable à l'andésite du sommet Poca.

La masse andésitique qui constitue le sommet Măgura, cote 844 m, est un cône volcanique de forme ovoïdale-allongée en direction approximative Nord—Sud, dont le versant Sud-Est est abrupt et dénudé sur une grande surface. La roche est de couleur foncée presque noire, dure et rude au toucher.

Au microscope, la roche présente une structure porphirique contenant des phénocristaux de oligoclase avec 20..30% An, d'hornblende basaltique et en quantité très réduite, le pyroxène. La masse fondamentale est tantôt microlithique, tantôt vitreuse. La roche est un *andésite avec hornblende et pyroxène.*

L'analyse chimique de la roche est donnée dans la tableau 2.

Dans la partie occidentale du sommet Măgura, à une altitude de 600...620 m, apparaît un petit sommet formé d'andésites qui debitent en plaques. La roche est de couleur gris clair, rude au toucher et on y observe des cristaux noirs de hornblende. La roche est un *andésite avec hornblende et pyroxène.*

Tableau 2

	%
SiO_2	61,84
TiO_2	0,62
Al_2O_3	18,21
Fe_2O_3	1,97
FeO	3,10
CaO	6,16
MgO	1,85
MnO	0,08
Na_2O	2,22
K_2O	1,56
P_2O_5	0,27
H_2O	1,26
H_2O+	1,02
Total	100,16

Dans la partie Nord du sommet Măgura on trouve une autre masse andésitique nommée sommet de Blidăriței. La roche de ce sommet est de couleur foncée et représente un *andésite avec hornblende et pyroxène.*

Dans la partie occidentale du sommet Măgura, dans le versant qui descend jusque dans la vallée de Chiuzbaia, on découvre de façon sporadique une roche andésitique caolinisée-silicéfiée ayant des minéralisations de pyrite. Cette roche apparaît encore en faible proportion dans le cours de la vallée de Chiuzbaia, en amont du confluent de la vallée avec le ruisseau de Gugioarvelor, où elle contient du biotite.

Nous croyons que cette roche constitue les restes d'un ancien fondement éruptif traversé à son tour par des éruptions plus recéntes, au cours desquelles se sont produites certaines minéralisations de pyrite qui ont fait l'objet de quelque explorations anciennes aux environs du sommet Măgura. Comme preuve de ces travaux d'exploration il existe un jompe, situé dans la partie méridionale du sommet Măgura qui fait actuellement l'objet des recherches minières de l'entreprise de Herja. Comme restes d'un ancien fondement éruptif, nous trouvons encore des apparitions de roches caolinisées dans la partie occidentale du sommet Măgura, sur les bords de la rivière, au nord de la cote 597 m. Cette roche, fortement altérée, ayant le feldspath complètement détruit, contient de

nombreux cristaux de quartz, avec des phénomènes de corrosion magmatique; c'est le biotite qui représente l'élement coloré, actuellement fortement altéré. La roche a une couleur blanc-rose et paraît avoir été un *dacite*.

b) *La partie Sud-Est de la région*

Ces formations contiennent les roches de la crête qui s'élève en partant de la vallée de Chiuzbaia, entre les rivières Tulbure et Cionca, en passant par le sommet Seiuți, le sommet Piatra Albă, le sommet Blidar et tout le versant Est de la vallée de Chiuzbaia, jusqu'à la crête du massif Igniș, vers le sommet Pistricelul.

Les roches de cette région sont de couleur gris foncé, parfois presque noires, dures, compactes et les unes très cassantes.

Au microscope, les roches présentent une structure porphyrique contenant des phénocristaux de plagioclase, de pyroxène et d'hornblende. Le plagioclase apparaît sous forme de grands cristaux de 3...4 mm, au contour arrondi, parfois clairs, d'autres fois ayant de nombreuses inclusions, surtout vitreuses. Le feldspath varie d'une roche à l'autre, c'est-à-dire de l'oligoclase à 20% An à l'andésine à 30...40% An et au labrador à 50...60% An. Le pyroxène est représenté par l'augite et l'hyperstène, parfois bien conservé, d'autres fois fortement altéré. L'hornblende apparaît en quantité plus reduite que le pyroxène et dans la plupart des cas elle est complètement transformée en magnétite.

La masse fondamentale est en général vitreuse et rarement microlithique quand y prédominent les microlithes de plagioclase.

Les roches sont des *andésites avec pyroxène et hornblende*.

Une apparition de roche sur la cime du Nord du sommet Piatra Albă forme une note discordante par rapport aux roches décrites antérieurement; c'est un andésite de couleur gris-bleuâtre, compact, cassant, ayant de nombreuses enclaves de marne grise, mais c'est aussi un andésite avec pyroxène contenant de rares cristaux d'hornblende. Cette roche provient probablement du même magma mais a assimilé le matériel sédimentaire dont il est resté des parties non digérées. Le sommet Piatra Albă est composé d'une crête d'agglomerats andésitiques sous forme d'une parois de direction approximative Nord—Sud. Vers le Sud du sommet Piatra Albă apparaît de nouveau la roche andésitique mais vers l'Est, près de Baia Sprie, apparaît un roche andésitique blanchâtre complètement caolinisée.

c) *La partie nordique*

Vers le Nord s'étend le massif du mont Igniș dont la cime est orientée approximativement dans la direction Est—Ouest formant un plateau étendu avec une pente de faible inclinaison, aussi bien vers le Nord que vers le Sud et se terminant ensuite vers le Sud par une pente abrupte d'où partent une série de ramifications entre les rivières Berdiul, Zlipul, Limpedele, Jidova et Lazul, qui se terminent parfois par une pente tantôt douce, tantôt inclinée et dont les extrémités méridio-

nales, vues de la partie Sud de la région, apparaissent sous l'aspect de cônes volcaniques. Ainsi nous avons : la cote 1061 m, le sommet Săritei, Piciorul Calului, le sommet Ciontolan, Piatra Marcului, le sommet Pleşiu, cote 924 m, et le sommet La Nucu.

Tableau 3

	%
SiO_2	57,48
TiO_2	0,82
Al_2O_3	19,30
Fe_2O_3	2,96
FeO	4,52
CaO	6,26
MgO	3,59
MnO	0,14
Na_2O	2,15
K_2O	1,24
P_2O_5	0,24
H_2O	1,06
H_2O^+	0,72
Total	100,48

Nous décrirons d'abord les roches du plateau Igniş et puis les roches de ces ramifications. Le plateau du mont Igniş (Rosaly) apparaît complètement couvert et seulement de place en place sont restés des blocs énormes d'andésites stratifiés, surtout aux sommets les plus élevés, constituant parfois les points trigonométriques du massif. La roche est de couleur gris clair.

Au microscope, la roche présente une structure porphyrique, contenant des phénocristaux de plagioclase variant de l'andésine à 40% An au labrador à 60% An et des pyroxène représenté par l'hyperstène et l'augite.

La roche est un *andésite à pyroxène (hyperstène et augite)*. Elle manifeste une grande ressemblance avec les andésites des couches supérieures des monts Călimani et surtout avec celle du sommet Pietrosul (2102 m).

L'analyse chimique des roches est connée dans la tableau 3.

d) *Les prolongements du massif Igniş vers le Sud*

Ces prolongements du massif Igniş vers le Sud contiennent des andésites de couleur foncée, presque noire et seulement rarement d'agglomérats andésitiques.

Nous allons décrire ces prolongements en partant de l'Est vers l'Ouest.

1. Le premier prolongement est celui de Nord du sommet Blidăriţei qui contient la cote 1061 m, jusqu'à la crête du massif Igniş vers le sommet Pisticelul. En commençant par la partie inférieure de cette crête apparaissent d'abord sur le versant Ouest, vers la vallée de Lazului, de grands blocs d'agglomérats andésitiques, se superposant sur les roches andésitiques qui se découvrent de place en place, surtout sur le sommet.

Les roches sont constituées d'andésites avec pyroxène et hornblende de couleur gris foncé, fortement altérées.

2. Le deuxième prolongement est constitué par la crête dont la cote est 1194 m, et est continuée vers le Sud par Piciorul Calului et encore plus au Sud par le sommet Săritei (à l'Ouest de la vallée de Lazului).

La roche de couleur gris, compacte, est un *andésite avec pyroxène (augite et hyperstène) et hornblende.*

Sous le sommet Săritei s'étend une zone riche en agglomérats andésitiques qui se prolongent jusqu'aux roches sédimentaires.

3. Le troisième prolongement est constitué par le sommet Ciontolan, cote 1062 m, compris entre les bras de la rivière Jidova.

Sous le sommet de l'Igniş, entre les cotes 1229 m et 1279 m, apparaissent dans le versant Sud des roches andésitiques aux parois verticales d'une hauteur de plus de 20 m, en couches horizontales, plus minces à la partie supérieure et plus épaisses à la partie inférieure. La roche de ces couches est un andésite de couleur gris, compact, où l'on observe à l'oeil nu des cristaux de feldspath et des cristaux de pyroxène qui prédominent quantitativement sur le feldspath.

Au microscope la roche présente une structure porphyrique contenant des phénocristaux de plagioclase — labrador à 55...60% An — et de pyroxène. Le pyroxène est de l'hyperstène et de l'augite, l'hyperstène y se trouvant en quantité plus grande.

La roche est un *andésite avec pyroxène (hyperstène et augite).*

En ce qui concerne la crête d'Igniş, jusqu'à la cote 1062 m elle est fortement recouverte et se dénude seulement de temps en temps, contenant des roches de couleur tantôt plus claire tantôt plus sombre, fortement altérées.

Au microscope la roche présente une structure porphyrique, contenant des phénocristaux de plagioclase, de pyroxène et d'hornblende.

La roche est un *andésite avec pyroxène (augite et hyperstène) et hornblende.*

Une apparition sporadique d'andésite où prédomine sur le pyroxène l'hornblende commune et basaltique, se trouve dans le rocher nommé Biserica Sf. Spiridon, sur la rive droite de la vallée de Jidova, dans la partie droite du plateau, à une altitude de 950 m. A côté de ce rocher apparaissent également des schistes marneux de couleur jaunâtre, gardant des empreintes de feuilles.

4. Un autre prolongement vers le Sud du mont Igniş est Piatra Marcului, qui contient les cotes 1002 m, 807 m, 703 m et qui se termine par la colline Corneaţia, cote 630 m, au confluent du ruisseau Limpedele avec le ruisseau Jidova.

Les roches de cette portion sont pour la plupart de couleur gris clair et rarement de couleur plus foncée, tirant au noir, poreuses et assez altérées. Les roches sont des *andésites avec pyroxène et hornblende.*

Dans cette région, aussi bien que dans le voisinage de la cote 1002 m et de la cote 807 m, apparaissent de faibles phénomènes de minéralisation de pyrite ayant des depôts d'opale. Il pourrait s'agir d'une petite apparition d'un ancien fondement éruptif faiblement minéralisé, élevé à la suite des éruptions volcaniqes.

Dans la partie Ouest de ce prolongement, à la source du ruisseau Limpedele, apparaît la roche dénudée sous forme de colonnes prismatiques verticales semblables à des colonnes de basaltes; la dénudation est si forte que l'on observe à plus de 10 km distance. La roche est de couleur gris foncé, presque noire.

Au microscope la roche présente une structure porphyrique contenant des cristaux de plagioclase et de pyroxène. Le plagioclase apparaît parfois clairement, non altérée; c'est un andésine à 40% An et d'autres

fois fortement altéré et plein d'inclusions vitreuses; c'est du labrador à 50...60% An. L'élément coloré c'est le pyroxène représenté par l'hyperstène et l'augite, ce dernier en quantité plus réduite. La masse fondamentale de la roche est microlithique et contient des microlithes de plagioclase et de pyroxène, parfois de dimensions très petites.

La roche est un *andésite avec pyroxène* (hyperstène et augite).

e) *La partie occidentale*

Cette région est située à l'Est du ruisseau Limpedele. Elle est délimitée par le ruisseau Jidova au Sud, la vallée de Firiza à l'Ouest, le ruisseau Corneaţiei au Nord, continuant vers le Nord-Est jusqu'au sommet du mont Igniş. Les sommets les plus importants qu'on y trouve sont: Berdö, Corneaţia, La Nucu, Pleşiu avec des prolongements des crêtes respectives jusque dans la vallée de Firiza.

Dans la partie Sud de cette région, c'est-à-dire au confluent de la vallée de Firiza avec le ruisseau Jidova, apparaissent sur la rive gauche de la vallée de Firiza des couches compactes de roches de couleur gris verdâtre où on a ouvert une carrière d'exploitation. Nous avons trouvé ici une petitemasse andésitique qui a traversé un fondement éruptif plus ancien dont les traces se conservent même au-dessus de cette intrusion. La roche a une couleur gris-verdâtre, parfois avec des enclaves de roches sédimentaires de couleur gris.

Au microscope la roche présente une structure porphyrique où l'on observe seulement des phénocristaux de plagioclase de type zonaire, transformés pour la plupart en calcite et sourtout dans les parties centrales. L'élément coloré prédominant a été le pyroxène. Actuellement on n'observe plus que le contour prismatique des cristaux constituées de chlorite.

La roche est un *andésite avec pyroxène, propilitisé.*

Le versant de la rive gauche de la vallée de Firiza, jusqu'au troisième affluent, contient des quantités appréciables de tuf et de cendre volcanique avec des puissants phénomènes de caolïnisation qui se constatent dans les travaux executés à l'occasion de l'installation de la conducte d'eau, en vue de l'exploitation de Sasar.

En amont, dans la vallée de Firiza, près du troisième affluent gauche apparaît une roche andésitique compacte de couleur foncée, presque noire.

Au microscope, la roche présente une structure porphyrique et contient des phénocristaux de plagioclase, labrador à 55% An et de pyroxène (hyperstène et augite).

La roche est un *andésite avec pyroxène* (hyperstène et augite).

Plus en amont, dans la vallée de Firiza, avant d'arriver au ruisseau Zlipului, la roche traverse le lit de la vallée sous forme d'un filon de 20...30 m d'épaisseur, de direction Nord-Est — Sud-Ouest. La roche est de couleur foncée, presque noire, compacte et dure, semblable à la roche décrite précédemment; c'est également un *andésite avec pyroxène*

(hyperstène et augite), ayant une masse fondamentale vitreuse et une partie de pyroxène transformé en amphiboles fibreux.

Dans la vallée de Zlipului nous trouvons des roches de couleur foncée, presque noire, cassantes, dures, ayant parfois une masse fondamentale vitreuse, ou d'autres fois une masse fondamentale microlithique; ce sont des *andésites avec pyroxène ayant l'aspect de basalte-andésites.*

Quant aux roches qui se trouvent au-dessus de celles-ci, c'est-à-dire sur les sommets des monts, elles ont une couleur plus claire, gris ou gris-rosé. Ce sont des roches poreuses et moins compactes, à savoir, des *andésites avec pyroxène et hornblende.*

Plus haut, vers les sommets La Nucu, Pleşiu et la cote 924 m, nous trouvons des andésites de couleur gris clair, plus poreuses, sous forme de grands blocs semblables aux andésites avec pyroxène de type Igniş (au sommet La Nucu) et d'autres fois de couleur gris foncé (au sommet Pleşiu et à la cote 924 m). Les roches sont des *andésites avec pyroxène (hyperstène et augite) et hornblende.*

Les roches de la vallée de Berdö, de la vallée de Cornesei et du ruisseau Zlipului sont de couleur foncée, presque noires, compactes et dures, les unes cassantes, se montrant surtout dans le lit des vallées et contenant le labrador à 50% An, l' hyperstène et l'augite. Elles sont des *andésites avec pyroxène (hyperstène et augite)-basalte-andésites*; leur composition chimique est donnée dans la tableau 4.

Parmi ces types de roche mérite d'être mentionnée la roche de la rive gauche de la vallée de Firiza, aux couches de direction Nord-Est. Elle est de couleur noire, compacte et dure.

Tableau 4

	%
SiO_2	59,16
TiO_2	0,72
Al_2O_3	20,94
Fe_2O_3	2,17
FeO	3,23
CaO	6,98
MgO	2,05
MnO	0,12
Na_2O	2,03
K_2O	1,19
P_2O_5	0,35
H_2O	0,88
H_2O^+	0,60
Total	100,42

Au microscope la roche présente une structure porphyrique contenant des phénocristaux de plagioclase. Le plagioclase a de grands cristaux de 3...4 mm de structure zonaire formée en deux stades. Ainsi on trouve des cristaux au contour idiomorphe et de structure zonaire, entourées de masses feldspathiques, disposées d'une façon nonuniforme ; ces cristaux se terminent de nouveau par une fine structure zonaire. On reconnaît donc deux périodes de croissance bien distinctes de structure zonaire entre lesquelles se place une croissance nonuniforme des cristaux de plagioclase. L'élément coloré n'apparaît pas en phénocristaux, mais seulement sous forme de granules de pyroxène répandues dans la masse fondamentale de la roche.

La masse fondamentale microlithique granulaire contient des granules de plagioclase et de pyroxène. De même, dans la masse fondamentale apparaissent encore des cristaux de quartz, fortement corrodés par réaction avec la masse fondamentale, semblables aux types d'andésites avec pyroxène et quartz, décrits dans la région occidentale de Valea Firiza [5].

La roche s'est consolidée sous l'action du processus d'assimilation de deux magmes d'acidités différentes, processus par lequel se sont

cristallisés des feldspaths d'acidité différente, de l'oligoclase à 20% An et du laborador à 50...60% An. L'expansion des cristaux de pyroxène sous forme de microlithes dans la masse fondamentale de la roche nous montre le même phénomène; les cristaux de pyroxène n'ont pas pu rester en équilibre dans une masse fondamentale de composition différente de celle ou ils se sont cristalisés au commencement. Une même mention quant à la présence et la corrosion des cristaux de quartz.

La roche est un *andésite avec pyroxène (hyperstène et augite) et quartz avec l'aspect du basalt-andésite.*

Les roches des sommets Berdö et Corneaţia, dont la couleur varie du gris foncé au noir, assez compactes et dures, sont des *andésites avec pyroxène (augite et hyperstène) et hornblende.*

Une apparition spéciale a pour effet le fait que la roche de couleur noire qui apparaît sur la crête Corniaţia, plus haut que le sommet, contient un plagioclase beaucoup plus basique, à savoir, du labrador à 60% An, sous forme de cristaux de dimensions relativement petites, en quantité réduite et avec beaucoup d'élément coloré formé seulement d'hyperstène et d'augite.

La masse fondamentale est microlithique avec de nombreuses baguettes de plagioclase et des granules de pyroxène.

La roche est un *andésite avec d'hyperstène et d'augite, d'aspect basalt-andésitique.*

Les roches de cette partie de la région ont un caractère basique prononcé.

4. L'âge des formations éruptives

En ce qui concerne l'âge des éruptions de la région de Baia Mare, elles datent du début du tortonien jusqu'à la limite du méotien et du pontien [1]. Quant à l'encadrement des différentes formations éruptives décrites par nous dans les phases d'effusion constatées dans la region, nous pouvons donner les précisions suivantes.

À la première phase d'éruptions lui manquent les pyroclastites anciens [6]; le vieux fondement éruptif est représenté dans notre région par des roches fortement altérées, pyritisées, faiblement répandues aux environ du sommet Măgura et dans le bassin supérieur de la vallée de Chiuzbaia, en amont de son confluent avec le ruisseau Gugioarvelor. Durant la deuxième phase éruptive du dacite de Sindilău, apparaissent ici des roches ayant l'acidité la plus forte de la région, représentées par des andésites avec hornblende et pyroxène du mont Măgura et du sommet Blidăriţei.

À la troisième phase, de l'andésite quartzifère de Piscuiatul lui appartiennent les andésites avec pyroxène et hornblende, très répandues dans la partie méridionale et orientale de la région qui fait la transition vers la dernière phase d'éruption.

À la dernière phase d'éruption lui appartiennent les andésites avec pyroxène (hyperstène et augite), des couches effusives de lave du massif Ignis, ainsi que les andésites avec pyroxène (hyperstène et augite), basalt-andésite; ces derniers sont plus répandus dans la partie

Nord-Ouest de la région étudiée car ce sont des roches de basicité plus prononcée.

5. Conclusions

La région étudiée contient des roches sédimentaires et des roches éruptives.

Les roches sédimentaires se divisent en deux groupes, à savoir: les roches de l'époque paléogène, surtout oligocène, qui contiennent des grès et des marnes en faibles apparitions et qui forment l'ancien fondement sédimentaire avant les éruptions volcaniques; suivent les roches sédimentaires de l'époque miocène et pliocène, surtout du Sarmatien supérieur et du Pontien, formées de conglomérats andésitiques de grès, de sable, de schistes marneux, de tufs, etc. On ne peut faire une cartation séparée entre ces dernières formations.

Pendant et avant ces dernières formations se sont produites les éruption volcaniques de cette région.

Parmi les roches éruptives on peut distingueur plusieurs types d'andésites, a savoir:

1. Des andésites avec hornblende et pyroxène qui apparaissent dans la partie centrale, dans les sommets Măgura et Blidărița.

2. Des andésites avec pyroxène (hyperstène et augite) et hornblende ou prédomine le pyroxène. Ces andésites ont une couleur qui varie du gris clair au noir, tantôt compactes, tantôt poreuses et occupent la plus grande partie de la région.

3. Des andésites avec pyroxène (hyperstène et augite) de couleur gris clair ou prédomine l'hyperstène. Ces roches occupent la partie supérieure du massif Igniș et ressemblent aux andésites avec pyroxène des laves supérieures des monts Călimani.

4. Des andésites avec pyroxène (hyperstène et augite) des basalt-andésites, de couleur noire, répandues surtout dans la partie Nord-Ouest de la région.

5. Des agglomérats andésitiques, faiblement représentés par des apparitions réduites sur les versant des prolongements méridionaux du massif Igniș.

Dans la région, l'ancien fondement éruptif minéralisé apparaît faiblement répandu, seulement dans les environs du sommet Măgura, assez pauvre en minéralisation. Les marnes de couleur claire de la vallée de Chiuzbaia (Sf. Ioan) au Sud du village sont plus minéralisées et présentent à ce point de vue un plus grand interêt, compte tenu que cette portion fait la liaison entre les deux centres fortement minéralisés, Herja et Baia Spriei.

On reprenda l'étude des schistes marneux mous dans le but de les utiliser comme engrais pour les sols de cette région.

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Chimie Physique,
Laboratoire de Minéralogie et Pétrographie

BIBLIOGRAPHIE

1. Păucă M., Dări de seamă ale şedinţelor Comit. Geol., 1951—1952, **39**, p. 57.
2. Nichita O., *Asupra geologiei şi mineralizaţiei de la Herja-reg. Baia-Mare.* Manuscris, Comit. Geol., 1951.
3. Iorgulescu Th., Dări de seamă ale şed. Comit. Geol., 1951 — 1952, **39**, p. 77.
4. Palfy M., Jahresbericht der K. ungarn. geol. Reichanstalt, 1914, Budapest, S. 441—445.
5. Nichita, O., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, p. 71.
6. Dumitrescu R. şi Bleahu M., Dări de seamă ale şed. Comit. Geol., 1951—1952, **39**, p. 54.

ГЕОЛОГИЧЕСКОЕ, ПЕТРОГРАФИЧЕСКОЕ И ХИМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТИ КЮЗБАЯ (АДМИН. ОБЛ. БАЯ МАРЕ)

(Резюме)

Изученная область сложена осадочными и эруптивными породами. Осадочные породы представлены отчасти песчанниками и мергелями олигоценового возраста, а отчасти туфами, глинами, песками, песчанником и мергелистыми сланцами сарматского и понтийского возраста.

Эруптивные породы предетавлены: андезитами с роговой обманкой и пироксеном, образующими вулканические конусы, андезитами с пироксеном в виде лавового покрова, андезитами с пироксеном и роговой обманкой и базальт-андезитами.

Минерализация области в общем слабая.

STUDIUL GEOLOGIC, PETROGRAFIC SI CHIMIC AL REGIUNII CHIUZBAIA (REG. BAIA MARE)

(Rezumat)

Regiunea studiată este situată la nord-est de oraşul Baia Mare, cuprinzînd în interiorul său satul Chiuzbaia.

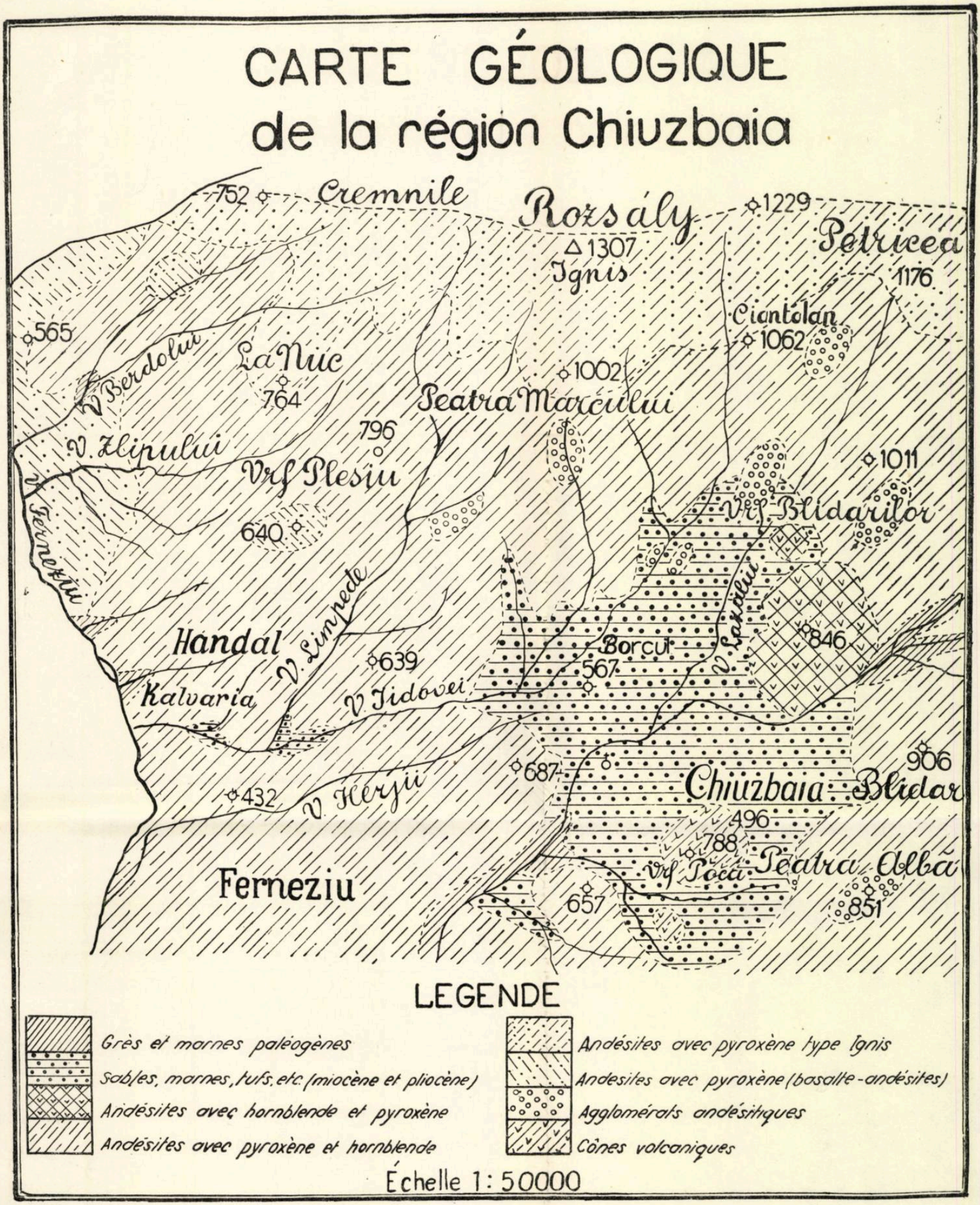
În regiune se găsesc roci sedimentare şi roci eruptive.

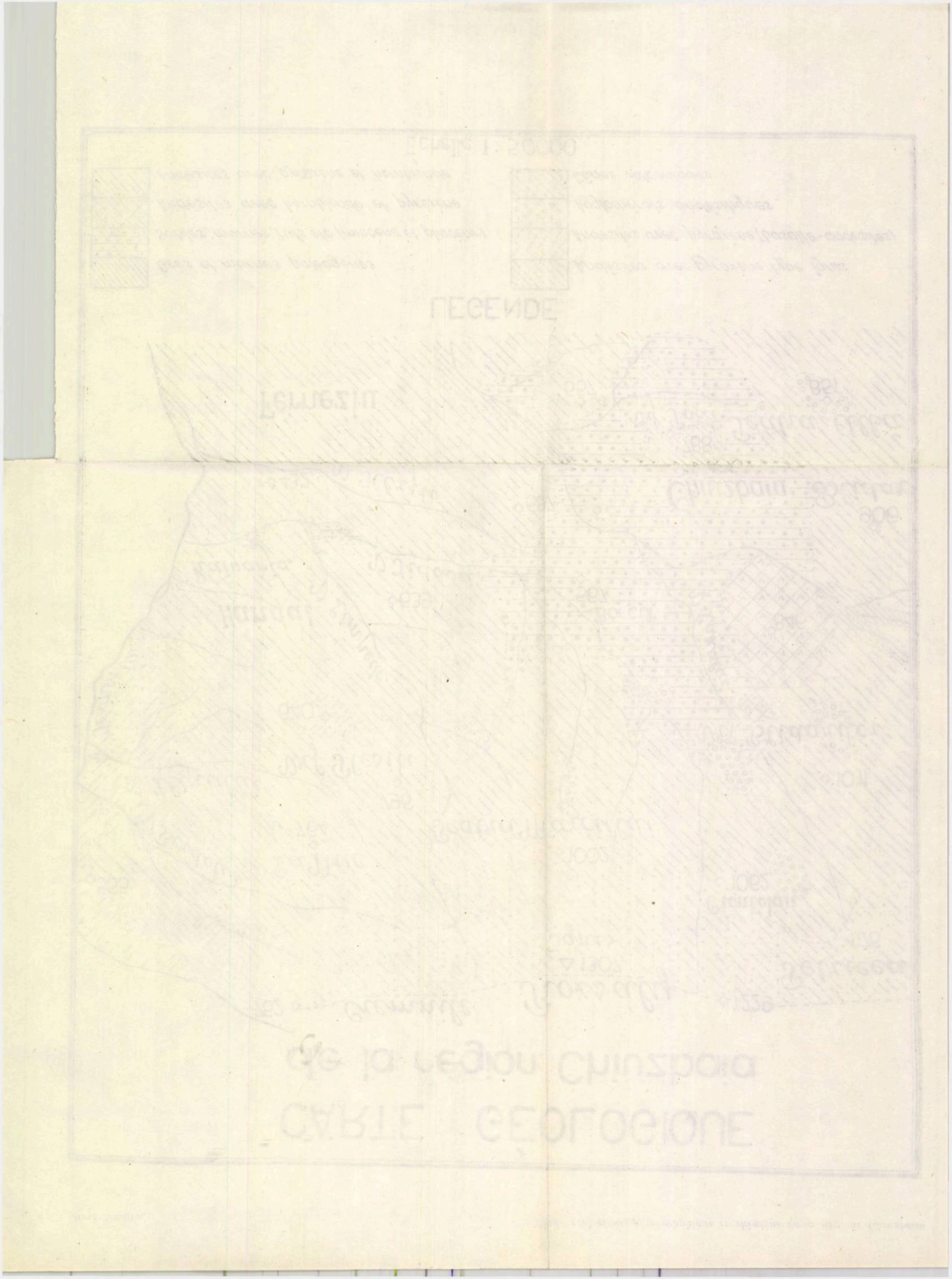
Rocile sedimentare sînt reprezentate parte prin grezii şi marne de vîrstă oligocenă şi parte prin tufuri, argile, nisipuri, grezii şi şisturi marnoase, de vîrstă sarmaţiană şi ponţiană.

Rocile eruptive sînt reprezentate prin andezite şi anume: a) andezite cu hornblendă şi piroxen care apar sub formă de conuri vulcanice, de exemplu Vf. Măgura şi Vf. Blidăreasa; b) andezite cu piroxen sub formă de pînză de lavă constituind masivul Igniş; c) andezite cu piroxen şi hornblendă, cu cea mai mare răspîndire în părţile marginale ale regiunii şi d) bazalt-andezite în partea de nord-vest a regiunii, sub o răspîndire mai redusă.

În regiune s-au deschis numeroase cariere care exploatează andezitele cu hornblendă ca piatră de construcţie, iar şisturile marnoase de vîrstă ponţiană sînt întrebuinţate de localnici ca îngrăşămînt agricol pentru solurile sărace din regiune.

Mineralizaţia în regiune este în general slabă şi ar prezenta interes pentru prospectare numai regiunea cu mineralizaţia de pirită din jurul Vf. Măgura şi regiunea cu mineralizaţia de blendă şi galenă din Vf. Sf. Ioan, din partea de sud a satului Chiuzbaia.


CARTE GÉOLOGIQUE
de la région Chiuzbaia
752
Cremnile
Rozsály
1229
Petricea
1307
Ignis
1176
Ciantolan
1062
565
V. Berdolui
La Nuc
764
1002
Peatra Marcului
796
V. Zlipului
Vrf Plesiu
1011
Vrf Blidarilor
640
V. Ferneziu
V. Limpede
Handal
639
Borcul
567
846
Kalvaria
V. Tidovei
906
687
Chiuzbaia
Blidar
432
V. Herjii
496
788
Vrf Poca
Peatra Albă
Ferneziu
657
851
LEGENDE
Grès et marnes paléogènes
Sables, marnes, tufs, etc. (miocène et pliocène)
Andésites avec hornblende et pyroxène
Andésites avec pyroxène et hornblende
Andésites avec pyroxène type Ignis
Andesites avec pyroxène (basalte-andésites)
Agglomérats andésitiques
Cônes volcaniques
Échelle 1: 50000



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

549.6

SUR LA GÉOLOGIE ET LA MINÉRALISATION DE „ISVORUL COLBULUI"-RÉGION COLIBIŢA-MONTS CĂLIMANI

PAR

OREST NICHITA ET CORNELIA BOTEZ

Note présentée à la session scientifique de la l'Institut Polytechnique de Jassy, 26–29 Juin 1958

1. Introduction

Dans les études géologiques et pétrographiques antérieures [1], [2], [3], concernant le versant Nord et Nord-Ouest des Monts Călimani nous avons signalé parmi les diverses régions minéralisées, celle de la région Colibiţa.

Cette minéralisation apparaît dans la partie Nord-Est du Mont Struniorul, c'est-à-dire dans Piciorul Piatra Dălbidanului, Piciorul Arşiţa Imbrei, le sommet Aurarul et Piciorul Gura Plaiului.

À sa surface cette minéralisation est de nature pyriteuse, disséminée finement dans la masse des roches et se maintient d'une altitude de 1250 m, depuis le lit des rivières: Colbului, Imbrei, Struniorul et Aurarul, jusqu'à une altitude de 1700...1800 m dans les sommets déjà cités. La concentration la plus forte de la minéralisation apparaît dans le lit de Isvorul Colbului et du ruisseau de l'Imbrei, surtout à leur confluent, où on a trouvé également deux anciennes galeries d'exploitation aurifère.

À la suite des explorations faites en 1920 par I. S. E. M., sous la direction du Comité Géologique, on a découvert dans les galeries récemment ouvertes, des minéralisations de sulfures complexes de pyrite, blende et de galène. La nature de ces minéralisations nous a déterminé à effectuer le présent travail, ayant en vue l'importance des métaux nonferreux Zn, Pb, pour le développement de l'industrie lourde dans la période de l'édification du socialisme.

Les premières données concernant la géologie et la minéralisation de ces régions ont été fournies en 1907 par Thomas Szontagh [4], qui mentionne une minéralisation de pyrite, blende et galène sans la localiser d'une façon précise.

En 1925 Th. Krautner [5] fait paraître une étude géologique, où il insiste surtout sur l'âge des roches sédimentaires.

En 1952 Z. Török [6] fournit une série de données concernant le rapport qui existe entre les sédiments et les masses intrusives sousvolcaniques et observe une série d'actions hidrothermales.

Au cours des années 1948 et 1950 Or. Nichita [1], [2] et en 1955 M. Savul et Or. Nichita [3] fournissent des données précises au point de vue pétrographique et minéralogique mais sans étudier la minéralisation des gisements de Colibiţa.

Nous nous sommes proposés, dans le présent travail, d'étudier la géologie de cette région et surtout la nature de la minéralisation et les conditions de sa génèse.

2. Géologie de la région

Au point de vue géologique la région qui entoure le gisement qu'on étudie contient des roches sédimentaires et des roches éruptives.

A. *Les roches sédimentaires*

Les roches sédimentaires sont de l'âge oligocène, constatation faite par Th. Krautner (loc. cit.) et n'apparaissent que dans la partie Ouest de la région. Elles contiennent des grès, des schistes marneux et des marnes silicéfiées. Elles sont visibles surtout sur la rive gauche de Isvorul Colbului et sur les deux rives du ruisseau de l'Imbrei en couche d'une direction de 20...30° Sud - Ouest et de 15...20° d'inclinaison.

Le grès apparaît intercalé, en couches d'une grosseur de 10...12 cm, parmi les schistes marneux, en quantité réduite. Il est d'une couleur gris clair, compact et dur.

On observe au microscope, dans la masse de la roche, de nombreuses granules de quartz, d'une grosseur qui atteint 0,5 mm, au contour faiblement arrondi. Le quartz occupe 60...70% de la masse de la roche, il est clair et contient rarement des inclusions vitreuses.

On reconnaît à côté de la muscovite, des rares cristaux de feldspath plagioclase et des cristaux plus rares encore de microclin. La muscovite apparaît assez abondemment sous forme de baguettes droites ou courbes d'une longueur qui dépasse la grandeur des cristaux de quartz. Le ciment de liaison, c'est la calcite disséminée finement dans toute la masse de la roche. La calcite se rencontre rarement sous forme de granules et de plages.

Les schistes marneux sont de couleur foncée, presque noire, parfois friables, d'autres fois plus compacts et plus durs et ayant l'aspect de l'ardoise.

La roche apparaît au microscope ayant une structure finement granuleuse, la grosseur des granules étant inférieure à 0,1 mm. Compte tenu de la grosseur réduite des granules, quant aux éléments on ne peut distinguer que le quartz qui occupe environ 40...50% de la masse de la roche, et des baguettes fines de muscovite. On observe encore de rares granules de magnétite et un pigment noir, charbonneux. La calcite constitue le ciment de liaison de ces éléments.

Les marnes silicéfiées se trouvent au confluent des ruisseau de l'Imbrei et du Colbului et sur les bords de ces rivières, ayant une inclinaison de 20...30° Sud-Ouest. Elles sont de couleur gris-verdâtre, compactes, avec de nombreuses fissures remplies de calcite et de minéralisation de pyrite. Au contact de ces marnes et des andésites apparaissent les minéralisations les plus fortes.

Au microscope, la roche apparaît sous forme d'une masse fondamentale pélitique où l'on distingue des fines granules de quartz, des granules de pyrites et des granules et plages de calcite. Rarement apparaissent des groupes d'aiguilles fines d'actinolite.

B. *Les roches éruptives*

Quant au roches éruptives nous avons trouvé des andésites, des diorite-porphirites, des brèches andésitiques et des andésites silicéfiées.

Les andésites sont les plus répandues. On peut en distinguer deux types: andésites avec pyroxène et andésites avec hornblende.

Les andésites avec pyroxène apparaissent sous forme de filons, de dyks et de petites masses intrusives autour du gisement de Colibița, c'est-à-dire dans la Piatra Dălbidanului, Piciorul Arșița Imbrei, le sommet Aurarul et Piciorul Poiana Gura Plaiului. Les andésites ont une couleur qui varie du gris au gris-verdâtre et sont minéralisés avec de la pyrite disséminée finement dans toute leur masse.

Au microscope la roche présente une structure porphyrique et contient des phénocristaux de plagioclase et de pyroxène, rarement des cristaux de hornblende. Le plagioclase a une faible structure zonaire; c'est un andésine avec 30...50% An. C'est le piroxène qui est l'élément coloré prédominant représenté par l'augite, l'enstatite et l'hyperstène. L'augite et l'hyperstène se trouvent, soit dans des cristaux isolés, soit dans des groupes de cristaux, en général bien conservés et présentant rarement de faibles transformations. L'enstatite est entièrement uralitisé. L'hornblende est basaltique, entourée de zones d'opacite. Parfois le feldspath, aussi que les éléments ferromagnésiens sont transformés par des formations de séricite, aiguilles de pénine, épidote, calcite et quartz. Lorsque le phénomène d'altération est plus avancé, le plagioclase ainsi que le pyroxène disparaissent complètement et dans la masse de la roche apparaissent des plages de quartz traversées d'aiguilles fines d'amphiboles fibreux (actinolite).

La masse fondamentale est microgranuleuse. Les microcristaux de plagioclase et les granules des éléments colorés, la magnétite et la pyrite, y prédominent.

L'andésite avec hornblende apparaît en petite quantité dans le Piciorul Imbrei, sur le versant Sud de la Piatra Dălbidanului et sur le versant Nord du sommet Aurarul, à l'altitude de 1300 m, sous forme d'un reste d'une mince couche effusive.

La roche a une couleur gris clair avec de nombreux cristaux de hornblende de 8...10 mm de dimension. Les cristaux de feldspath ont une dimension deux fois plus petite que ceux de hornblende.

Au microscope, la roche présente une structure porphyrique avec des phénocristaux de plagioclase et de hornblende. Le plagioclase est de l'andésine avec 30...50% An, souvent transformé en épidote, calcite et chalcédoine. L'hornblende apparaît mieux conservée que le feldspath et rarement en réaction avec la masse fondamentale, où elle sépare les granules de la magnétite. À l'intérieur des cristaux de hornblende apparaissent des inclusions d'apatite, d'épidote, de plagioclase et de magnétite. La masse fondamentale est finement microlitique. A côté des microlites fins de plagioclase, qui indiquent souvent une tendance de texture fluidale, on trouve encore des granules d'épidote, des plages de quartz et de calcite, et dans certains cas, d'actinolite.

Diorite-porphyrites. La roche n'est visible que sur le versant Est du Piciorul Imbrei. Elle est de couleur gris-verdâtre, compacte et dure.

Au microscope sa structure apparaît comme un passage graduel de la structure porphyrique au hollocristalin granulé. En ce qui concerne l'élement leucocrate la roche contient du feldspath plagioclase andésine avec 40...50% An, ayant une faible structure zonaire. C'est le pyroxène qui est l'élément coloré, représenté par des cristaux d'augite et d'enstatite. L'enstatite est presque totalement uralitisé, transformé en actinolite, chlorite, penin. L'augite est relativement bien conservé, mais parfois désagrégé en petites granules et répandu dans toute la masse fondamentale en entourant les cristaux de feldspath et en donnant une texture glomérogranulaire; d'autres fois la désagrégation est complète et l'éparpillement ne se produit plus.

Dans la masse de la roche on trouve du quartz en petites plages qui cimente les cristaux de plagioclase et de pyroxène. Le biotite apparaît aussi de façon secondaire, indiquant certaines transformations de température plus élevée. De rares cristaux radials de turmaline indiquent également des transformations de température élevée et sous l'action des minéralisateurs.

Outre les roches décrites apparaissent de façon sporadique dans la Piatra Dălbidanului des brèches andésitiques qui contiennent également des fragments de roches sédimentaires et sont traversées parfois par des filons andésitiques, ainsi que des andésites fortement silicéfiés, dans le lit du ruisseau de l'Imbrei, de Izvorul Colbului et du ruisseau Struniorului. Dans cet andésite a disparu complètement aussi bien le feldspath que l'élément coloré, la roche apparaît de couleur claire, d'un blanc-jaunâtre, fortement caolinisée et ayant une riche minéralisation de pyrite.

Outre les roches éruptives de la surface, on a étudié également les roches des trois galeries, à différents intervalles dans le parcours des galeries, à savoir: dans la galerie I, au fond, à 60 m de la bouche de la galerie, dans la galerie II, au fond, à 60 m de la bouche de la galerie et dans la galerie III, à 30, 45, 57, 76, 80, 85, 90 et 110 m de la bouche de la galerie.

On constate que ni la structure ni le degré d'altération ne progressent parallèlement avec la distance, car on trouve des roches à des distances plus grandes de la bouche de la galerie ayant des minéraux mieux conservés que ceux qui sont plus rapprochés.

En lignes générales on constate un processus prononcé d'altération des roches avec une transformation très forte de l'élément coloré. En analysant les restes de cristaux il en résulte que c'est le pyroxène qui a prédominé primordialement sous forme de hornblende. Souvent le fer de l'élément coloré est transformé en pyrite, déposée sous forme de granules isolées soit sous forme de petits filons. Le feldspath est également transformé, dans la plupart des cas, en séricite, calcite et caolin.

Dans la masse de la roche apparaît un processus accentué de silicéfaction. La roche présente de nombreuses fissures où se sont déposés de petits filons de pyrite, galène, calcite, rodocrosite et quartz.

3. Le gisement

Le gisement dont nous nous occupons est localisé au confluent de Izvorul Colbului et du ruisseau de l'Imbrei, sous le Piciorul Imbrei.

La minéralisation affleure sur les deux versants du Piciorul Imbrei, mais surtout sur la rive gauche du ruisseau de l'Imbrei et sur la rive droite de Izvorul Colbului.

Les filons ont une direction approximative Est—Ouest, presque verticale. Les deux premières galeries ont suivi le même filon, de direction Est—Ouest au contact des roches eruptives et des marnes silicéfiées, à une différence de niveau de 6 m. La galerie III, récemment ouverte (en 1950), a suivi un filon dans la roche éruptive jusqu'à une profondeur de 110 m, gardant la même direction Est—Ouest, mais plus en amont de 60 m sur Izvorul Colbului et à un horizon plus élevé de 13 m que celui de la galerie I.

Dans ce filon, la minéralisation sporadique à la surface a commencé à s'épaissir graduellement et à une profondeur de 8 m atteint une épaisseur de 10...20 cm. Dans l'intervalle de 20...30 m depuis la bouche de la galerie, le filon a atteint une grosseur de 30...50 cm. La minéralisation formée de blende, pyrite et de galène a été suivie jusqu'à une distance de 68 m à partir de laquelle la galerie continue à être traversée par des minéralisations de pyrite.

Nous croyons que l'interruption des travaux a été prématurée et que la zone d'épaississement du filon jusqu'à 50 cm devrait être explorée de nouveau, surtout par une transversale de la galerie I, ainsi que nous l'avons montré dans le rapport déposé en 1950 au Comité Géologique [2]. Cette transversale atteindrait à 40 m le filon de la galerie III à un niveau de 13 m plus bas et on constaterait si le filon s'épaissit ou s'amincit en profondeur.

Le premier filon suivi dans les galeries I et II et le deuxième filon suivi dans la galerie III sont à peu près parallèles, à inclinaison presque verticale.

Le filon II contient de la blende, de la galène et de la pyrite, mais la blende y prédomine. On rencontre rarement des géodes de petites dimensions tapissées de calcite, de sidérite, de quartz et de rodocrosite. Le minérai est assez compact, contenant parfois de cristaux de blende bien formés.

A. *Chimisme de la minéralisation*

En considérant qu'une valorification économique des éléments composants majeurs est possible nous avons effectué l'analyse chimique de l'échantillon moyen de minérai concentré, du filon 2.

On a employé, pour analyser les éléments majeurs, les méthodes indiquées par la littérature de spécialité, d'aprés S. I. Fainberg [7]

en I. N. Knipovitch [8]. Les éléments qui s'y trouvent en quantités beaucoup plus faibles ont été déterminés en employant les méthodes colorimétriques selon E. Sendel [9] et V. G. Gorinchina et E. Gaïlis [10].

La composition chimique du minérai utile est la suivante:

soufre	25,83%	antimoine	0,35 %
zinc	26,72%	cuivre	0,17 %
plomb	21,27%	argent	0,032 %
fer	14,03%	or	0,00008%
arsenic	1,70%		

Les données obtenues permettent à remarquer les contenus plus élevés en Zn, S, Pb et Fe, le reste des éléments représentant des quantités assez réduites.

Quoique faible, le contenu en Ag et Au présente une grande importance pratique. V. V. Stcherbina [11] précise que le rapport Ag/Au peut être considéré comme un indicateur géochimique.

Pour pouvoir tirer une série de conclusions on prend comme étalon le rapport du contenu moyen de ces éléments dans l'écorce terrestre. D'après les recherches de V. I. Vernadski, A. E. Fersman, A. P. Vinogradov et d'autres auteurs, on admet aujourd'hui pour ce rapport la valeur 20.

Dans le cas de la minéralisation de Colibița ce rapport a la valeur:

$$Ag/Au = 0{,}062\% / 0{,}00008\% = 775,$$

c'est à dire une valeur bien supérieure au chiffre moyen pour l'écorce. C'est pour ce fait que le gisement de Colibița peut être considéré comme *un gisement de minérais sulfuriques contenant de l'argent.*

Compte tenu que ce rapport dépend du degré de basicité on peut préciser que le dépôt d'argent a été produit par des solutions faiblement alcalines. V. V. Stcherbina (loc. cit.). suppose que le passage de l'argent dans la solution hydrothermale a lieu sous forme de combination AgHS et de l'or sous forme de ions $(AuS_3)^{3-}$ et $(AuS_2)^-$. Une légère augmentation de l'alcalinité fait diminuer la solubilité de l'argent qui se dépose sous forme de Ag_2S, tandis que l'or se dépose à une alcalinité beaucoup plus élevée. Une série de données permettent de constater que dans des conditions faiblement basiques la valeur du rapport Ag/Au depasse 150, mais dans des conditions fortement basiques est elle de 14...80.

Même le dépôt de la galène, conformément aux données expérimentales de J. J. Hemley [12], qui a lieu à la suite du complexe $Pb(SH)_2$, nécessite un pH un peu plus grand que 7.

Par conséquent, la valeur plus élevée du rapport Ag/Au pour la minéralisation de Colibița indique les conditions d'un pH faiblement alcalin pour le milieu où s'est effectuée la séparation des minéraux.

Fig. 1. — 151 ×. Séparations orientées de calcopyrite (blanc) en blende (gris)

Fig. 2. — 65 ×. Cristaux idiomorphes de mispichel (losanges blancs) dans la blende: pyrite (surface criblée) associée à la galène (blanc) et à la blende (gris).

Fig. 3. — 25 ×. Blende (gris) traversée de galène (blanc) avec de figures de clivage triangulaires.

Fig. 4. — 287 ×. Cristaux idiomorphes de mispichel, pris dans la gangue.

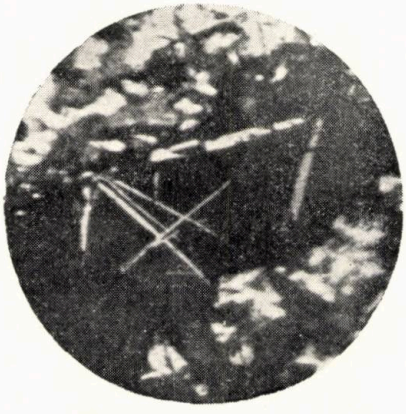


Fig. 5. — 287 ×. Cristaux aciculaires de stibine pris dans la gangue.

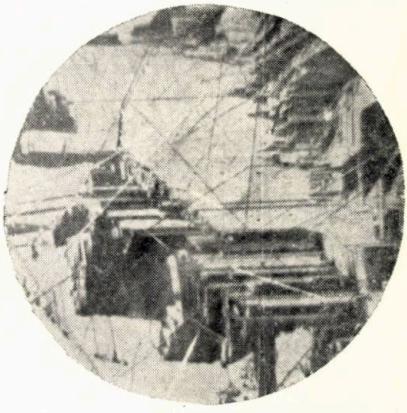


Fig. 6. — Burnonite (structure parquetée).

B. *Description du minérai*

Par des observation macroscopiques on constate la présence de la blende, de la galène et de la pyrite ; quant aux minéraux de gangue apparaissent le quartz, la sidérite, la calcite et le rodocrosite.

Au microscope par réflexion, en utilisant des sections calcographiques, on reconnaît la pyrotine, le mispikel, le bournonite et la stibine.

La blende est le minérai prédominant. À l'oeil nu elle apparaît soit en masse compacte, soit sous forme de cristaux, brun-noirâtres. Cette couleur est due au contenu élevé en fer.

A. G. Betekhtin [13] signale le fait que pour les variétés de blende ayant un contenu de 20% Fe, la séparation de certaines inclusions fines de pyrotine produites par la séparation de la solution solide est caractéristique. Ce fait semble exister aussi dans le cas de la blende de Colibița.

La blende contient également des inclusions de calcopyrite sous forme de lentilles de 0,02 jusqu'à 0,25 mm de dimension, parallèles aux directions de cristallisation de la blende (fig. 1).

La galène est subordonnée quantitativement à la blende. Elle est de couleur gris-argent et apparaît surtout en masses compactes et moins souvent sous forme de cristaux

Au microscope elle se présente en plage associée à la blende, en montrant parfois un dépôt produit en même temps que la blende, d'autres fois ultérieur à la blende (fig. 3).

En sachant que l'un des constituants mineurs les plus caractéristiques de la galène est l'argent, on a cherché l'existence de certains minérais porteurs d'argent, à savoir : l'argentite ou le fahlertz riche en argent. On constate que l'argent contenu reste un constituant mineur dans le réseau de la galène sans pouvoir être identifié au microscope. D'ailleurs une telle substitution est possible comme le remarque L. Ahrens [14], parce que les rayons $Pb^{2+} = 1{,}20$ Å et $Ag^{+} = 1{,}26$ Å sont similaires.

La pyrite se trouve en quantité plus petite que la blende et la galène. Elle apparaît dans le filon en petits nids, compacte, soit granulleuse, soit en cristaux idiomorphes de dimensions réduites de 1...2 mm, parsemés dans la masse de blende.

Les observations microscopiques revèlent une expansion beaucoup plus large qu'elle ne paraît à l'oeil nu. Dans les individes idiomorphes, hypidiomorphes ou allotriomorphes, on la rencontre seule ou associée au mispikel, à la blende et parfois à la galène.

Le mispikel ne se distingue pas à l'oeil nu, car il est associé fortement à la pyrite. Mais on l'observe au microscope, soit sous forme de cristaux idiomorphes d'une dimension de 0,17 jusqu'a 0,42 mm, soit sous forme de granules hypidiomorphes associées à la sulfure de fer. Les cristaux idiomorphes sont fréquents dans les sections en forme de losange ou allongées. Ceux qui ont une dimension de 0,05 mm sont souvent inclus dans la blende (fig. 2) ou dans la gangue (fig. 4).

Dans certains cristaux de mispikel sont contenus des cristaux idiomorphes hexagonaux de pyrotine de dimensions extrêmement réduites. Ce fait indique la formation de mispikel ultérieure à la pyrotine. H. Schneiderhöhn [15] montre que ce phénomène est possible.

La calcopyrite visible à l'oeil nu seulement sporadiquement sous forme de granules de 1...2 mm, apparaît au microscope en quantité un peu plus grande et en relation étroite avec la blende. Elle apparaît associée également à la galène, vis-à-vis de laquelle elle montre parfois un dépôt concomitent.

La pyrotine est visible seulement au microscope et apparaît rarement. On en trouve une seule granule de dimension un peu plus grande que 0,2...0,7 mm, associée au mispikel, tandis que le reste est disséminé en cristaux très petits dans la blende et le mispikel.

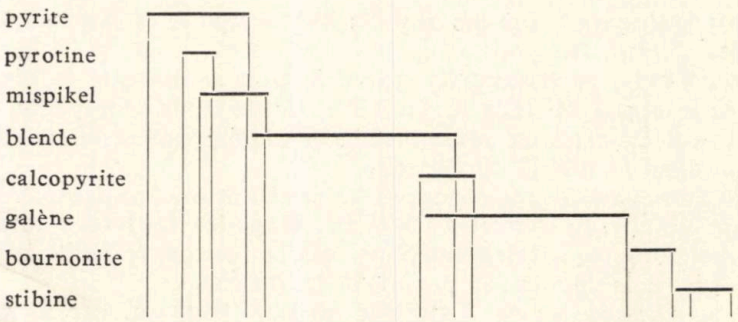
Le bournonite s'observe seulement au microscope, mais très rarement. Dans une seule section il apparaît sous forme de quelques granules allotriomorphes, d'une dimension qui varie entre 0,5 et 1,36 mm. Entre N^+, surtout à l'immersion, on observe des effets d'anisotropie et des macles polysynthétiques sur deux directions, phénomène connu sous le nomme de parquetage (fig. 6).

Le bournonite est associé à la galène. Sa présence indique une température moyenne de formation.

La stibine se distingue également seulement au microscope, sous forme de cristaux aciculaires d'une dimension qui varie entre 0,006 et 0,125 mm, inclus dans la gangue de quartz (fig. 5).

C. *Succession de la minéralisation*

Par les observations macroscopiques et microscopiques on peut établir la succession de minéralisation donnée ci-dessous:



On constate donc qu'il existe une seule période de minéralisation, à savoir, la période hypogène. Cette période commence par la séparation de la pyrite, ainsi qu'il en résulte des rapports qui apparaissent entre la pyrite et les autres sulfures. Suit le depôt de mispikel, ayant bien entendu des phases de dépôts communes avec la pyrite, et puis la blende.

La calcopyrite se sépare en même temps que la galène et la blende, ensuite suivent le bournonite et la stibine.

La prédominance des minéraux de température un peu plus élevée et de température moyenne indique l'origine hydrothermale de ces minéralisations, c'est-à-dire mésothermale et épithermale.

La présence de certaines quantités, quoique faibles, de pyrotine, la présence des séparations de calcopyrite dans la blende et la présence du bournonite, renforcent cette conclusion concernant la génèse de cette minéralisation.

La présence de la stibine peut indiquer une tendance épithermale mais, comme l'affirme aussi H. Schneiderhöhn (loc. cit.), elle peut apparaître également dans les formations de température élevée, vers la fin de la période de minéralisation. D'ailleurs ce fait est reconnu aussi dans le cas de la minéralisation de Colibița où la stibine se trouve inclue sous forme de cristaux idiomorphes dans la gangue de quartz et en petite quantité.

4. Conclusions

Compte tenu des recherches effectuées quant à la géologie et la minéralisation de la région de Colibița ils en résultent les conclusions générales suivantes :

1. Le fondement sédimentaire contenant des grès et des schistes marneux de l'âge oligocène, situé dans la partie Nord-Ouest des monts Călimani, près du gisement de Izvorul Colbului, a été traversé par des magmas qui se sont consolidés sous forme de roches volcaniques.

2. Les roches volcaniques qui se trouvent dans les environs du gisement sont : des andésites avec du pyroxène, les plus répandues, formant les massifs les plus minéralisés, des andésites avec de la hornblende, comme reste d'une mince couche d'andésite et des diorites-porphyrites qui indiquent une consolidation qui passe de l'hypoabissale à l'abyssale. Les andésites silicéfiées du fondement montrent un degré avancé de l'action hydrothermale.

3. La minéralisation des sulfures complexes de blende, galène, pyrite s'est déposée surtout au point de contact des roches eruptives et des roches sédimentaires. La nature de la minéralisation est hydrothermale.

La présence de la pyrite indique un stade de l'action hydrothermale de température plus élevée, tandis que la galène indique un stade hydrothermale de température plus basse. La blende serait intermédiaire.

Ces phases de dépôt ont eu un intervalle de temps court avec des passages relativement rapides d'une phase à l'autre, à cause de la position géologique du gisement qui se trouve dans des magmas éruptifs andésitiques, en contact avec la roche sédimentaire et à l'extrémité de la masse éruptive.

Il n'est pas exclu que ces phases de dépôts hydrothermals aient eu une intensité plus prononcée vers l'intérieur du massif, d'autant plus

que la direction du filon et la nature de la minéralisation correspondent à celles qui existent sur la rivière Tihu, affluent de la Dorna sur le versant Est du mont Struniorul, à une distance de quelques km du gisement Izvorul Colbului.

4. Outre les minéralisations de cette région, dans les études concernant tout le versant Nord et Nord-Ouest du massif des monts Călimani nous avons signalé également d'autres régions fortement minéralisées [16], qui atteignent une altitude d'environ 2000 m dans les sources Văii Haita, sous le sommet Pietrosul et dans le sommet Haitei.

Nous croyons que ces régions devraient être également prospectées pour leurs gisements de minéraux utiles, soit pour les pyrites aurifères, soit pour valorifier les sulfures complexes.

Institut Polytechnique de Jassy,
Chaire de Chimie Physique,
Laboratoire de Minéralogie et Pétrographie

BIBLIOGRAPHIE

1. Nichita O., *Cercetări geologice făcute în partea de nord-vest a munților Călimani.* Raport înaintat Comit. Geol., 1948.
2. — *Asupra geologiei și mineralizației de la Colibița.* Raport înaintat Comit. Geol., 1950.
3. Savul M. și Nichita O., An. Șt. Univ. „Al. I. Cuza" Iași, 1955, **I**, *1—2*, seria I, p. 221.
4. Szontagh Th., Jahresber. d. Kgl. Geol. Reichsanst., 1907, S. 67.
5. Kräutner Th., An. Inst. Geol. al Rom., 1925—1926, **XIV**, p. 98.
6. Török Z., Dări de seamă ale șed. Comit. Geol., 1952—1953, **XL**, p. 111.
7. Файнберг С. Ю., *Анализ руд цветных металлов,* М., 1958.
8. Книпович Н. Ю. и Морачевский Ю. В., *Анализ минерального сырья,* Ленинград, 1956.
9. Сендел Е., *Колориметрическое определение следов металлов,* Госхимиздат, М., 1949.
10. Гориншина В. Г. и Гаилис Е., Зав. лаб., 1956, *8*, стр. 905.
11. Щербина В. В., Геохимия, 1956, *3*, стр. 65.
12. Хемли Дж., *Исследование растворимости сульфида свинца и ее связь с отложением руд. Экспериментальные исследования в области петрографии рудообразования,* ИЛ, 1954, стр. 490—517 (перевод с англ.).
13. Betehtin A. G., *Curs de mineralogie,* 1953, Buc., Ed. Tehn., (trad. din l. rusă).
14. Ahrens L. H., Geochimica et Cosmochimica Acta, **2**, 1952, p. 155.
15. Schneiderhőhn H. u. Ramdohr P., *Lehrbuch der Erzmikroskopie,* Berlin 1931.
16. Nichita O., Ann. Sc. Univ. Jassy, 1934, **XX**, pp. 197—314.

О ГЕОЛОГИИ И МИНЕРАЛИЗАЦИИ РАЙОНА РУЧЬЯ ИЗВОРУЛ КОЛБУЛУЙ (КОЛИБИЦА—КЭЛИМАНСКИЕ ГОРЫ)

(Резюме)

Исследуются минерализация района ручья Изворул Колбулуй и породы окружающие эту залежь.

С геологической точки зрения область сложена осадочными и эруптивными породами.

Осадочные породы олигоценового возраста представлены: песчаниками, мергелистыми сланцами и кремнезёмистыми мергелями.

Эруптивные породы представлены андезитами с пироксеном, андезитами с роговой обманкой и диорит-парферитами, из которых некоторые весьма кремнезёмистые.

Химический анализ средней пробы концентрированной руды из второй жилы дает указание на высокое содержание цинка, свинца и железа и на слабое содержание меди, антимония (сурьмы), серебра, золота и др.

Идентифицированы цинковая обманка, свицовый блеск, серный колчедан, пиротин, халкопирит, миспикель, бурнонит и стибнит и установлена парагенетическая последовательность минерализации этих минералов.

Залежь эта гидротермального происхождения, а именно мезотермального и эпитермального, с короткими интервалами от стадии к стадии, вероятно, благодаря геологическому положению залежи, расположенной на поверхности и на краю эруптивного масива.

Объяснение рисун ов

Рис. 1. — (151 ×). Ориентированные отрывки халькопирита (белого) в цинковой обманке (серой).

Рис. 2. — (65 ×). Идиоморфные кристаллы мышьякого колчедана (белые ромбы) в цинковой обманке; сернистый колчедан (дырявая поверхность) в смеси со свинцовой (белой) и цинковой (серой) обманками.

Рис. 3. — (25 ×). Цинковая обманка (серая), засечённая свинцовым блеском с треугольной зарисовкой кливажа.

Рис. 4. — (287 ×). Идиоморфные кристаллы мышьякового колчедана, фиксированные жилой.

Рис. 5. — (287 ×). Игóльчатые кристаллы антимонита, фиксированные жилой.

Рис. 6. — Бурнонит (колесная руда) с паркетной структурой.

ASUPRA GEOLOGIEI ŞI MINERALIZAŢIEI DE PE IZVORUL COLBULUI — REGIUNEA COLIBIŢA — MUNŢII CĂLIMANI

(Rezumat)

În lucrarea de faţă se cercetează mineralizaţia de pe Izv. Colbului şi rocile care înconjură zăcămîntul.

Regiunea mineralizată se situează în partea de nord-vest a muntelui Struniorul şi cuprinde piciorul Piatra Dălbidanului, piciorul Arşiţa Imbrei, Vf. Aurarului şi piciorul Gura Plaiului.

Din punct de vedere geologic, regiunea cuprinde roci sedimentare şi roci eruptive.

Rocile sedimentare, de vîrstă oligocenă, sînt: gresii, şisturi marnoase şi marne silicefiate. Ele apar la zi mai ales în malul stîng al Izv. Colbului şi în ambele maluri ale pîrîului Imbrei.

Rocile eruptive sînt: andezite cu piroxen, andezite cu hornblendă şi diorit-porfirite, din care unele puternic silicefiate.

În ceea ce priveşte mineralizaţia, ea apare cu cea mai mare concentraţie la confluenţa Izv. Colbului cu pîrîul Imbrei. Zăcămîntul este deschis în două filoane, primul la contactul rocii eruptive cu marnele silicefiate, iar al doilea în roca eruptivă.

Analiza chimică a probei medii de minereu concentrat din filonul al doilea arată un conţinut ridicat de Zn, Pb şi Fe şi un conţinut redus de Cu, Sb, Ag, Au, etc.

S-au identificat: blenda, galena, pirita, pirotina, calcopirita, mispichelul, burnonitul şi stibina şi s-a stabilit succesiunea paragenetică de mineralizaţie a acestor minerale.

Zăcămîntul este de origine hidrotermală şi anume, mezotermală şi epitermală, cu intervale de timp scurte de la un stadiu la altul, probabil din cauza poziţiei geologice a zăcămîntului, care se află la suprafaţă şi în marginea masivului eruptiv.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — (151×). Separaţiuni orientate de calcopirită (alb) în blendă (cenuşiu).
Fig. 2. — (65×). Cristale idiomorfe de mispichel (romburi albe) în blendă; pirită (suprafaţă ciuruită) asociată cu galenă (alb) şi blendă (gri).
Fig. 3. — (25×). Blendă (gri) traversată de galenă (alb) cu figuri de clivaj triunghiulare.
Fig. 4. — (287×). Cristale idiomorfe de mispichel prinse în gangă.
Fig. 5. — (287×). Cristale aciculare de stibină prinse în gangă.
Fig. 6. — Burnonit (structură în parchet).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

STUDIUL TĂBĂCIRII COMBINATE FORMOL-CROM-TANIN
NOTA III

DE

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, VALERIU NĂNESCU şi I. MAIOR

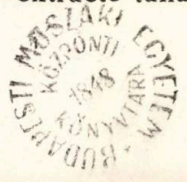
Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Influenţa buchetului de tanin în tăbăcirea combinată formol-crom-tanin

Una din cele mai importante probleme tehnico-economice în industria noastră de pielărie o constituie renunţarea la importul de extracte tanante vegetale. Această problemă reprezintă o sarcină grea în momentul de faţă, deoarece extractele tanante indigene au o valoare practică mediocră. Cifrele de raport ale extractelor indigene sînt mai mici chiar decît a extractelor tanante din Europa centrală, a căror valoare tehnică este de asemenea mediocră. Extractele tanante indigene sînt caracterizate printr-o putere de tăbăcire redusă şi o viteză de difuzie scăzută. În aceste condiţii trebuie considerat ca un lucru stabilit că o tăbăcire vegetală rapidă numai cu extracte indigene, nu este posibilă [1].

Prin tăbăcirea combinată formol-crom-tanin, după cum s-a arătat, pielea este pregătită de aşa natură încît poate fi pătrunsă şi tăbăcită de substanţele tanante vegetale într-un timp mult mai scurt. Prin tăbăcirea cu formol, pătrunderea taninurilor vegetale în interiorul pieii este mult uşurată, iar prin tăbăcirea în crom, se măreşte afinitatea pieii pentru taninurile vegetale, fiind posibil a utiliza la tăbăcire taninuri cu o viteză de pătrundere şi de legare mai mică.

Pentru a se verifica această presupunere s-au făcut trei încercări de tăbăcire semi-industrială pe cantităţi de cîte 100 kg piele gelatină crupon bovine, categoria 26...29 kg, la întreprinderea „Partizanul"— Bacău. S-a respectat întocmai procesul tehnologic indicat [6] variindu-se buchetul de extracte tanante atît la tăbăcirea în bazine cît şi la butoi. S-a lucrat cu soluţii proaspete de extracte tanante.



La proba I, la bazine, pînă la 5° Bé, s-a utilizat o soluţie de quebracho solubil la rece, întărindu-se soluţia tanantă în acelaşi bazin pînă la 7° Bé cu extract de castan din Iugoslavia. La butoi s-a utilizat o soluţie tanantă formată din acelaşi buchet de extracte cu o concentraţie de 8° Bé, întărindu-se pînă la 12° Bé cu următorul buchet de extracte tanante calculate în tanin pur: 20% extract de valonee, 20% extract de castan din Iugoslavia, 60% extract solid de stejar, „Argeşul"-Piteşti.

La proba II, la bazine s-a folosit următorul buchet de extracte tanante : 60% extract de quebracho, 20% extract de coajă de molid şi stejar, Orăştie, 20% extract solid de stejar, „Argeşul"-Piteşti. La butoi s-a folosit o soluţie de 8° Bé, obţinută dintr-acelaşi buchet de extracte tanante ca şi la bazine, întărindu-se pînă la 12° Bé cu acelaşi buchet de tanin ca şi la proba I (folosit la butoi).

La proba III, la bazine, s-a folosit buchetul de extracte tanante format din: 40% extract de quebracho, 30% extract de coajă de molid şi stejar, Orăştie, 30% extract solid de stejar, „Argeşul"-Piteşti. La butoi s-a folosit o soluţie de 8° Bé, format din acelaşi buchet de extracte tanante ca şi la bazin, întărindu-se pînă la 12° Bé cu acelaşi buchet de tanin, folosit la butoi, ca şi la proba I.

La alcătuirea planului de lucru al lucrării de faţă, au fost prevăzute la tăbăcirea la butoi aceleaşi procente de extracte de quebracho ca şi la bazine, pentru fiecare probă. Toate trei probele de tăbăcire au fost executate concomitent. La bazine, pătrunderea completă a probelor s-a produs întîi la proba III, apoi la proba II şi în sfîrşit la proba I. Deci pătrunderea cea mai rapidă a avut loc la proba cu cel mai puţin extract de quebracho. Aceasta ne-a determinat să începem tăbăcirea cu proba III ; întrucît după tăbăcire s-a obţinut piele de bună calitate, toate celelalte probe au fost tăbăcite la butoi în aceleaşi condiţii ca şi la proba III, eliminîndu-se astfel, pe cît a fost posibil, utilizarea extractelor din import şi în special a quebracho-ului.

În urma analizei chimice şi fizico-mecanice a probelor tăbăcite cu formol-crom-tanin, s-au obţinut rezultatele date în tabelele 1 şi 2.

Din examinarea datelor cuprinse în aceste tabele rezultă că s-au obţinut piei pentru talpă cu caracteristici chimice şi fizico-mecanice corespunzătoare unor piei de calitate.

Din datele analitice se vede că este posibil, încă, de a se folosi un procent şi mai ridicat de taninuri indigene la tăbăcirea vegetală, chiar dacă se va mări timpul de şedere a pieilor în bazinele de tăbăcire.

În urma concluziilor trase de la primele trei încercări semiindustriale, în vederea folosirii în proporţie cît mai mare a extractelor tanante indigene şi a înlocuirii pe cît cu putinţă a extractului de quebracho, s-a procedat la efectuarea a două probe semiindustriale pe aceeaşi categorie de piei de bovine şi în aceleaşi condiţii tehnologice, la care s-a variat buchetul de tanin la tăbăcirea vegetală, micşorîndu-se procentul de tanin din import şi în special a extractului de quebracho.

La tăbăcirea la bazine pieile au fost trecute prin 6 bazine, rămînînd 24 ore în fiecare bazin, cu excepţia ultimului bazin unde au rămas 48 ore.

S-a întrebuinţat următorul buchet de extracte tanante, exprimat în procente de tanin pur :

La proba IV-a : 20% extract de quebracho sulfitat, 40% extract de coajă de molid şi de stejar, Orăştie, 40% extract de stejar, „Argeşul"-Piteşti.

La proba V-a : 40% extract de coajă de molid şi de stejar, Orăştie, 60% extract de stejar, „Argeşul"-Piteşti.

La tăbăcirea pieilor la bazine, au fost urmăriţi următorii parametri : concentraţia soluţiilor tanante, temperatura, pH-ul şi pătrunderea taninului în secţiunea pieilor. Nu s-a observat o acidifiere a zemurilor tanante vegetale.

Tabelul 1

Analiza chimică

Proba	Umiditatea %	Cenuşa %	Oxidul de crom %	Substanţe grase %	Substanţe solubile totale %	Substanţa dermică %	Tanin combinat %	Indicele de tanaj %	Aciditatea liberă (pH-ul extrasului apos)
I	13,45	2,78	1,18	1,99	22,00	42,54	30,99	85,89	4,27
II	13,28	2,93	1,20	2,47	21,25	42,11	29,94	84,43	4,60
III	13,72	3,08	1,27	1,74	17,19	46,98	28,98	71,45	4,45

Valorile din coloanele 3, 4, 6, şi 7 sînt raportate la pielea liberă de apă şi substanţe grase.
Valorile din coloana 5 sînt raportate la pielea liberă de apă.

Tabelul 2

Analiza fizico-mec anică

Proba	Rezistenţa la tracţiune kg/mm²	Alungirea la rupere %	Densitatea g/cm³	Temperatura de contracţie °C	Indicele de contracţie %	Coeficientul de absorbţie faţă de apă după 2 ore %	Coeficientul de absorbţie faţă de apă după 24 ore %	Permeabilitatea la vapori de apă în 24 ore mg	Permeabilitatea la apă ore	Randamentul %
I	2,41	21	1,12	89	8,65...9,56	15,47	32,22	284,4	78...104	73,55
II	2,21	20	1,00	89	11,16...11,60	13,77	34,28	244,5	78...104	73,18
III	2,29	22	1,01	89	11,16...12,24	14,91	32,72	276,6	78...104	70,00

Variaţia diferiţilor parametri la tăbăcirea la bazine este dată în tabelele 3 şi 4.

Tabelul 3

Variaţia diferiţilor parametri la tăbăcirea la bazine a probei IV

Ziua	Concentr. iniţ. °Bé	Concentr. fin. °Bé	Temper. iniţ. °C	Temper. finală °C	Pătrunderea %
1	2	1,8	25	25	10
2	3	2,6	28	25	15
3	4	3,7	32	26	40
4	5	4,3	35	28	60
5	6	5,5	38	30	75
6...7	7	6,6	40	36	90...100

Tabelul 4

Variaţia diferiţilor parametri la tăbăcirea la bazine a probei V

Ziua	Concentr. iniţ. °Bé	Concentr. fin. °Bé	Temper iniţ. °C	Temper finală °C	Pătrunderea %
1	2	1,7	25	25	10
2	3	2,5	28	24	20
3	4	3,6	32	26	40
4	5	4,6	36	27	60
5	6	5,5	38	30	70
6...7	7	6,8	40	36	90...100

Din datele cuprinse în aceste tabele se constată că absorbţia taninului de către piele la probele IV şi V este destul de bună. Pieile sînt pătrunse aproape complet în timp de 7 zile de şedere la bazine.

La tăbăcirea la butoi s-au utilizat următoarele buchete de tanin exprimat în tanin pur:

Pentru proba IV: 20% extract de quebracho, 30% extract de stejar, 30% extract de valonee, 20% extract din coajă de molid şi de stejar, Orăştie.

Pentru proba V: 60% extract de stejar, „Argeşul"-Piteşti, 20% extract de valonee, 20% extract de castan din Iugoslavia.

În urma analizei chimice şi fizico-mecanice a probelor IV şi V, tăbăcite cu formol-crom-tanin s-au obţinut rezultatele înscrise în tabelele 5 şi 6.

Din examinarea datelor cuprinse în aceste tabele rezultă că s-au obţinut piei pentru talpă, de bună calitate, cu caracteristici chimice şi fizico-mecanice superioare standardelor în vigoare.

Organoleptic, pieile pentru talpă obţinute au o culoare uniformă, ceva mai închisă decît a pieilor tăbăcite vegetal, au o plinătate foarte bună şi sînt ceva mai flexibile decît pieile tăbăcite normal.

Din datele tabelului 6 rezultă că pieile pentru talpă, atît din proba IV cît şi din proba V, au un coeficient redus de absorbţie pentru apă şi temperatura de contracţie destul de ridicată. Randamentul piele verde/produs finit este destul de bun.

Rezultă deci că aplicînd procedeul de tăbăcire combinată formol-crom-tanin pieilor pentru talpă, putem renunţa la importul de extract de quebracho, folosind extractele indigene în vederea obţinerii de produse de bună calitate, durata de tăbăcire, aşa după cum s-a arătat mai sus, fiind destul de scurtă.

2. Încercări în fază industrială a procedeului de tăbăcire combinată cu formol-crom-tanin, pentru talpă.

Încercările efectuate pe piele gelatină în fază de laborator sau în fază semi-industrială au dus la rezultate satisfăcătoare în ceea ce pri-

Tabelul 5

Analiza chimică

Proba	Umiditatea %	Cenuşa %	Oxidul de crom %	Substanţe grase %	Substanţe solubile totale %	Substanţa dermică %	Tanin combinat %	Indicele de tanaj %	Aciditatea liberă (pH-ul extrasului apos)
IV	14,20	4,31	1,26	3,53	22,97	42,52	25,45	72,23	4,65
V	14,58	4,13	1,29	2,14	19,38	47,97	24,61	61,37	4,50

Valorile din coloanele 3, 4, 6 şi 7 sînt raportate la pielea liberă de apă şi substanţe grase.
Valorile din caloana 5 sînt raportate la pielea liberă de apă.

Tabelul 6

Analiza fizico-mecanică

Proba	Rezistenţa la tracţiune kg/mm²	Alungirea la rupere %	Rezistenţa la flexiune	Densitatea g/cm³	Temperatura de contracţie °C	Indicele de contracţie %	Coeficientul de absorbţie faţă de apă după		Permeabilitatea la apă ore	Randamentul %
							2 ore	24 ore		
IV	2,42	25	rezistă la ϕ=20 mm	1,03	90	9,51	17,04	35,31	48...72	72,05
V	2,22	20	plesnituri fine la ϕ=20 mm	0,99	90	8,89	21,54	37,52	48...72	71,21

veşte calităţile produsului finit cît şi a diferitelor caracteristici ale procesului tehnologic.

S-a constatat că procesul tehnologic stabilit se poate adapta cu uşurinţă la utilajul existent al fabricilor de tăbăcărie. Ciclul de fabricaţie pentru talpă după sistemul formol-crom-tanin este de circa 30 zile.

Se poate folosi la tăbăcirea vegetală un procent destul de ridicat de extracte tanante indigene, excluzîndu-se întrebuinţarea extractului de quebracho, fapt care nu duce la diminuarea calităţilor produsului finit.

De asemenea, în încercările de pînă acum s-au respectat cu strictețe parametrii tehnologici aleşi, lucru care este mai greu de îndeplinit în condiţiile de uzină.

La tăbăcirea vegetală la bazine cît şi la butoi s-au utilizat numai soluţii proaspete de extracte tanante vegetale, ceea ce nu se întîmplă în realitate, în practica industrială.

Faţă de cele mai sus arătate, s-a găsit necesar să se efectueze o probă de tăbăcire combinată formol-crom-tanin în condiţii industriale, pe o cantitate mică de piele, pentru a se verifica şi adapta o serie de parametri tehnologici ai procesului tehnologic stabilit. Proba s-a efectuat la întreprinderea „Partizanul"—Bacău. S-au prelucrat 22 piei întregi, indigene, categoria 21 ... 25 kg.

Pînă la tăbăcirea vegetală la bazine, cele 22 piei au fost prelucrate separat, respectîndu-se întocmai parametrii tehnologici ai tăbăcirii combinate formol-crom-tanin.

Din această fază cele 22 piei au fost prelucrate împreună cu pieile din fabricaţia curentă. La tăbăcirea la bazine, pieile au fost trecute numai prin 7 bazine cu concentraţii aproximativ corespunzătoare celor prevăzute în procesul tehnologic al tăbăcirii formol-crom-tanin. Din cauza temperaturii joase a zemurilor tanante de la bazine, durata de tăbăcire la bazine a fost de 12 zile, în 5 bazine pieile rămînînd cîte 48 ore.

Din tabelul 7 rezultă parametrii tehnologici la care s-a efectuat tăbăcirea la bazine.

Tabelul 7

Parametrii tehnologici de la tăbăcirea la bazine

Bazin	Ziua	Timp staţ. în bazin ore	Parametrii			Pătrunderea %
			°Bé	pH	t°C	
I	13	24	1,9	6,5	11	5
II	14...15	48	3,0	5,4	12	10
III	16...17	48	4,0	6,4	12	20
IV	18...19	48	5,3	4,5	17	30
V	20	24	6,5	4,5	17	30
VI	21...22	48	7,0	3,9	25	70
VII	23...24	48	8,5	3,9	23	80...85

La tăbăcirea la butoi s-a utilizat următorul buchet de extracte tanante, calculat în tanin pur :

extract de valonee . .	21,8 %
extract de molid şi de stejar, Orăştie . .	33,2 %
extract de castan . .	17,0 %
extract de stejar, „Argeşul"-Piteşti	19,1 %
extract de quebracho . .	11,9 %
total	100,0 %.

Durata tăbăcirii la butoi a fost de 48 ore, temperatura 30...38°, concentrația zemurilor tanante 8...12 Bé.

După tăbăcirea la butoi pieile au urmat ciclul normal de fabricație al întreprinderii „Partizanul"-Bacău.

Din analiza chimică și fizico-mecanică a tălpii-crupon, s-au obținut datele din tabelele 8 și 9. Din datele analitice rezultă că s-a obținut o talpă cu caracteristici chimice și fizico-mecanice corespunzătoare, comparabile cu rezultatele obținute la probele semi-industriale.

În timpul procesului de fabricație nu s-a produs nici o dificultate, procedeul de tăbăcire fiind ușor de condus.

Din punct de vedere organoleptic, atît crupoanele cît și gîturile și poalele au culoare uniformă și fața foarte fină. Pieile sînt pline și dese.

Încercările efectuate la întreprinderea „Partizanul"—Bacău le-am considerat suficiente pentru a putea încerca metoda de tăbăcire combinată formol-crom-tanin, pentru talpă, pe cantități mai mari de piei și pe partizi consecutive, pentru a ne putea da seama de rentabilitatea metodei și pentru a avea posibilitatea să definitivăm toți parametrii procesului tehnologic care nu au putut fi verificați la încercările precedente.

Este știut că un proces tehnologic destul de complex, cum este în cazul de față, poate fi definitivat numai după o experimentare îndelungată. De aceea s-a experimentat în fază industrială la întreprinderea „8 Mai"—Mediaș. S-au tăbăcit în formol-crom-tanin 33 partizi de piele pentru talpă, consecutive, ce reprezintă aproximativ 11 vagoane de piele brută. S-a aplicat procesul tehnologic stabilit [3], cu unele modificări care au rezultat drept concluzii a experimentărilor anterioare și din necesitatea adaptării metodei la condițiile aplicării industriale. Astfel, organoleptic, analiza chimică și fibra scurtă rezultată la ruperea epruvetei pentru rezistența la tracțiune a crupoanelor tăbăcite pentru talpă, a dus la concluzia că pielea tăbăcită după sistemul formol-crom-tanin este prea încărcată cu tanin. Această concluzie ne-a determinat să micșorăm cantitatea de oxid de crom utilizat la tăbăcirea în crom, de la 1% la 0,8% și apoi la 0,7%. Decalcificarea s-a efectuat nu cu acid lactic, care ar scumpi produsul finit, ci cu clorură de amoniu.

Întrucît urmele de clorură de amoniu rămase în piele de la operația de decalcificare consumă 0,2% din formaldehida utilizată la pretăbăcirea în formol s-a făcut pretăbăcirea cu 1,2% formol de 36% în loc de 1% formol, cît era indicat în procesul tehnologic în cazul decalcificării cu acid lactic. S-a găsit inutilă spălarea după formolare cu o soluție de 0,5% sulfat de amoniu și pieile au fost spălate cu apă curgătoare prin agitare la butoi timp de 15..20 minute.

S-a arătat că solubilele totale [3] sînt mai mari din cauza efectuării defectuoase a retanajului. La încercările industriale s-a redus cantitatea de extract la operațiunea de retanaj de la 6% extract de valonee exprimat în tanin pur, la 5% extract de valonee luat ca atare, fapt care a dus la scăderea solubilelor din pielea tăbăcită fără ca plinătatea pieii să se micșoreze.

Tabelul 8

Analiza chimică

Proba	Umiditatea %	Cenuşa %	Oxidul de crom %	Substanţe grase %	Substanţe solubile totale %	Substanţa dermică %	Tanin combinat %	Indicele de tanaj %	Aciditatea liberă (pH-ul extrasului apos)
I	14,38	3,14	1,10	3,74	23,38	41,42	28,61	83,80	4,18

Valorile din coloanele 3, 4, 6 şi 7 sînt raportate la pielea liberă de apă şi substanţe grase.
Valoarea din coloana 5 este raportată la pielea li beră de apă.

Tabelul 9

Analiza fizico-mecanică

Proba	Rezistenţa la tracţiune kg/mm²	Alungirea la rupere %	Rezistenţa la flexiune	Densitatea g/cm³	Temperatura de contracţie °C	Indicele de contracţie %	Coeficientul de absorbţie faţă de apă după 2 ore	Coeficientul de absorbţie faţă de apă după 24 ore	Permeabilitatea la apă ore	Randamentul %
I	2,10	18	rezistă la ϕ=20 mm	0,95	86	16	21,62	37,95	48...72	72,05

Tabelul 10

Analiza chimică

Sortimentul	Umiditatea %	Cenuşa %	Oxidul de crom %	Subst. grase %	Subst. solubile tot. %	Subst. dermică %	Tanin combinat %	Indicele de tanaj %	Aciditatea liberă (pH-ul extrasului apos)
Crupon talpă	14,79	2,99	0,87	2,68	16,23	45,62	30,60	80,88	4,65
Crupon talpă	12,46	2,15	0,84	3,39	15,37	41,27	34,50	98,85	4,80
Crupon talpă	13,80	3,36	1,08	2,56	19,50	46,20	26,01	67,00	4,90
Poale talpă	11,60	2,68	0,65	5,31	15,50	44,80	30,97	82,50	5,20
Poale C. R.	12,85	3,46	0,74	6,55	16,30	42,70	30,68	88,50	5,40
Gît C.R.	13,60	2,92	0,92	5,22	7,45	41,90	39,16	114,00	5,20

Valorile din coloanele 3, 4, 6, şi 7 sînt calculate la pielea liberă de apă şi substanţe grase.
Substanţele grase sînt calculate la pielea liberă de apă.

Tabelul 11

Analiza fizico-mecanică

Sortimentul	Rezist. la tracţiune kg / mm²	Alung. la rupere %	Rezist. la flexiune	Densitatea g / cm³	Temp. de contr. °C	Indicele de contr. %	Coef. de absorbţie faţă de apă după 2 ore %	Coef. de absorbţie faţă de apă după 24 ore %	Permeabilitatea faţă de apă ore	Randamentul %	Randamentul planificat al într. „8 Mai" Mediaş %
Crupon talpă	2,36	23	rezist. la $\Phi = 20$ mm	0,98	90	9,75	16,06	32,20	48...72	72,00	67,56
Crupon talpă	2,64	23	idem	1,08	89	9,80	18,72	37,89	48...72	72,18	67,56
Crupon talpă	2,05	22	plesnituri fine la $\Phi = 20$ mm	1,11	89	10,16	15,82	32,92	48...72	72,40	67,56
Poale C. R.	2,90	30	rezist. la $\Phi = 20$ mm	0,97	—	—	—	—	—	51,92	55,55
Poale C. R.	2,68	25	idem	1,04	—	—	—	—	—	50,99	46,29
Gît C. R.	2,25	38	idem	0,98	—	—	—	—	—	52,88	39,06

La pretăbăcirea în bazine cu soluţii tanante vegetale s-a folosit un circuit de 6 bazine, utilizîndu-se zemuri preîncălzite.

Buchetul de extracte tanante vegetale folosit la tăbăcire a fost: 50% extract de stejar, „Argeşul"—Piteşti, 10% extract din coajă de molid şi stejar, Orăştie, 5% extract de quebracho, 20% extract de stejar din Iugoslavia, 5% extract de castan (Progil) şi 10% extract de castan din Iugoslavia.

În urma încercărilor industriale efectuate la întreprinderea „8 Mai"—Mediaş, s-au efectuat o serie de analize a produselor finite şi rezultatele sînt date în tabelele 10 şi 11.

Din examinarea datelor din aceste tabele rezultă s-au obţinut piei cu caracteristici chimice şi fizico-mecanice superioare standardelor în vigoare. Solubilele totale sînt mai mici decît în cazul probelor semiindustriale şi aceasta se datoreşte modurilor diferite în care s-a făcut retanajul. Rezultă că pielea pentru talpă tăbăcită cu formol-crom-tanin nu are nevoie de un retanaj prea intens, aşa după cum a fost preconizat, deoarece, datorită tăbăcirii în crom a pieii formolate, ea va fi în stare să absoarbă într-un timp scurt o cantitate suficientă de tanin, pentru a corespunde normelor în vigoare.

Se remarcă de asemenea că absorbţia şi permeabilitatea faţă de apă sînt mult superioare normelor din standarde. S-a obţinut după acest procedeu un randament foarte bun pentru toate sortimentele de piele tăbăcite cu formol-crom-tanin, aşa cum reiese din tabelul 12.

Tabelul 12

Randamentele obţinute la partizile de piele tăbăcite cu formol-crom-tanin la întreprinderea „8 Mai"-Mediaş

Cantitatea de piele înmuiată kg	Sortimentul	Greutatea pieii verde kg	Greutatea pieii finite kg	Randament realizat v/f	Consum piele gelatină/produs finit realizat
43.873 piei indigene	Crupon talpă	14.754	9.918	67,22	1,48
	Curele transmisie	3.400	2.594	76,29	1,31
	Gîturi talpă	3.560	2.105	59,41	1,68
	Poale talpă	8.191	4.284	52,30	1,91
	Gîturi C. R.	8.848	4.371	49,40	2,02
	Poale C. R.	5.120	2.361	46,11	2,17
41.591 piei Argentina	Crupon talpă	17.336	13.370	74,83	1,33
	Gîturi talpă	3.056	2.093	66,38	1,46
	Poale talpă	2.347	1.435	59,54	1,63
	Gîturi C. R.	8.600	4.817	54,38	1,78
	Poale C. R.	10.573	5.180	49,00	1,97

Tabelul 13

Analiza chimică

Sortimentul şi modul de tăbăcire	Umiditatea %	Cenuşa %	Oxidul de crom %	Subst. grase %	Subst. solubile totale %	Subst. dermică %	Tanin combinat %	Indicele de tanaj %
Crupon talpă tăbăcită cu formol-crom-tanin, la întreprinderea „8 Mai"-Mediaş	14,79	2,99	0,87	2,68	16,23	45,62	30,60	80,88
Crupon talpă tăbăcită vegetal la întreprinderea „8 Mai"-Mediaş	13,42	2,05	—	2,42	21,03	47,43	26,24	65,48
Crupon talpă tăbăcită cu crom-aluminiu-tanin, la întreprinderea „Janoş Herbak"-Cluj	13,44	2,16	0,47	2,46	14,68	49,85	29,43	69,92
Crupon talpă tăbăcită cu formol-tanin la întreprinderea „Partizanul"-Bacău	14,16	1,90	0,80	2,80	19,72	41,81	26,23	64,39

Valorile din coloanele 3, 4, 6 şi 7 sînt raportate la pielea liberă de apă şi substanţe grase.
Valorile din coloana 5 sînt raportate la pielea liberă de apă.

Tabelul 14

Analiza fizico-mecanică

Sortimentul şi modul de tăbăcire	Rezistenţa la tracţiune kg/mm²	Alungirea la rupere %	Rezistenţa la flexiune	Densitatea g/cm³	Temperatura de contracţie °C	Indicele de contracţie %	Coeficientul de absorbţie faţă de apă după	
							2 ore %	24 ore %
Crupon talpă tăbăcită cu formol-crom-tanin, la întreprinderea „8 Mai"-Mediaş	2,36	23	rezistă la Φ=20 mm	0,98	90	8,75	16,06	32,20
Crupon talpă tăbăcită vegetal la întreprinderea „8 Mai"-Mediaş	2,28	26	idem	0,87	76	17,16	31,33	44,88
Crupon talpă tăbăcită cu crom-aluminiu-tanin la întreprinderea „Janoş Herbak"-Cluj	3,25	32	plesnituri fine la Φ=20 mm	1,01	84	16,88	16,65	36,72
Crupon talpă tăbăcită cu formol-tanin la întreprinderea „Partizanul"-Bacău	1,87	15	idem	0,93	78	16,54	29,16	39,32

Examinînd organoleptic produsele finite, se constată că s-au obţinut produse de o culoare deschisă şi uniformă, fără a se fi făcut vreo decolorare prealabilă. În secţiune pieile sînt omogene, neexistînd nici un produs incomplet tăbăcit.

Crupoanele, gîturile, poalele pentru talpă şi în aceeaşi măsură articolele C.R. sînt mai flexibile decît semifabricatele tăbăcite vegetal.

Pentru a compara talpa tăbăcită după sistemul de tăbăcire formol-crom-tanin, cu talpa rezultată după alte metode de tăbăcire folosite curent, se dau alăturat datele analizei chimice şi fizico-mecanice a unor probe de talpă crupon, tăbăcite: vegetal, la întreprinderea „8 Mai" Mediaş, crom-aluminiu-tanin, la întreprinderea „Janoş Herbak"—Cluj şi formol-tanin la întreprinderea „Partizanul"—Bacău.

Rezultatele analizei chimice şi fizico-mecanice dovedesc că talpa crupon tăbăcită cu formol-crom-tanin este o talpă de bună calitate, superioară altor piei pentru talpă, tăbăcite după alte sisteme de tanaj. Rezultatele analitice sînt date în tabelele 13 şi 14.

3. Caracterizarea tehnico-economică a produsului finit

Semifabricatele de talpă tăbăcite cu formol-crom-tanin au fost urmărite la comportarea în timpul confecţionării mecanice a încălţămintei; s-a efectuat proba la purtare a tălpii şi s-a urmărit rezistenţa la depozitare.

Privitor la prelucrarea semifabricatelor de piele tăbăcite cu formol-crom-tanin în sectorul încălţămintei s-au făcut observaţii la întreprinderile „Partizanul"—Bacău şi „8 Mai"—Mediaş. Se poate conchide că nu s-a produs nici o defecţiune la confecţionarea încălţămintei cu semifabricate tăbăcite cu formol-crom-tanin.

Pentru proba la purtare s-au confecţionat la întreprinderea „Partizanul"—Bacău 25 perechi bocanci. Fiecare pereche a avut la stîngul sau dreptul talpă tăbăcită cu formol-crom-tanin, iar respectiv la dreptul sau la stîngul talpă tăbăcită cu formol-tanin, produsă de întreprinderea „Partizanul"—Bacău, sau talpă tăbăcită cu crom-aluminiu-tanin, de la întreprinderea „Janos Herbak"—Cluj. În urma purtării bocancilor menţionaţi mai sus, s-au constatat următoarele:

a) Talpa tăbăcită cu formol-crom-tanin este mai rezistentă la purtare decît talpa tăbăcită cu formol-tanin şi tot aşa de rezistentă ca şi cea tăbăcită cu crom-aluminiu-tanin.

b) Talpa tăbăcită cu formol-crom-tanin este mai impermeabilă la apă decît talpa rezultată după celelalte două sisteme de tăbăcire.

c) Talpa tăbăcită cu formol-crom-tanin nu se deformează absolut deloc la purtare, spre deosebire de talpa rezultată după celelalte două sisteme de tăbăcire.

Pentru rezistenţa la depozitare s-au determinat rezistenţa la tracţiune şi pH-ul extrasului apos la cîteva probe de talpă tăbăcite cu formol-crom-tanin, după o depozitare de circa 10 luni.

Nu s-a observat nici un fel de modificare a rezultatelor iniţiale. S-a găsit de cuviinţă să se facă aceste determinări deoarece în cazul

pielilor tăbăcite cu formol-crom-tanin, ar fi cele mai caracteristice pentru a semnala eventualele transformări ale produsului finit.

Din punct de vedere economic, costul unui kilogram de semifabricat se poate scumpi în comparaţie cu semifabricatele tăbăcite vegetal, cu valoarea substanţelor chimice care intervin în plus în procesul de fabricaţie după sistemul de tăbăcire combinată formol-crom-tanin, în comparaţie cu tăbăcirea vegetală. Dar dacă luăm în consideraţie scurtarea considerabilă a ciclului de fabricaţie în sistemul de tăbăcire formol-crom-tanin (circa 30 zile) în comparaţie cu tăbăcirea vegetală, faptul că se obţine o talpă cu o rezistenţă superioară la uzură, cu un coeficient de absorbţie pentru apă mult mai redus, randamentul (piele verde/produs fin t) destul de ridicat, faptul că se îmbunătăţesc indicii de folosire a butoaielor, faptul că se asigură cu mai multă certitudine pătrunderea completă şi rapidă a tananţilor vegetali, faptul că se obţin piei cu un aspect mai plăcut, fără a fi supuse decolorării, nu se poate spune că produsele obţinute sînt mai scumpe decît cele obţinute după alte metode de tăbăcire pentru talpă.

De asemenea, faptul că se poate obţine o talpă de bună calitate cu un procent destul de ridicat de taninuri indigene şi se exclude folosirea quebracho-ului, se poate considera că s-au realizat avantaje economice.

Observaţii. P. Chambard şi R. Lasser [4], într-o serie de încercări asupra tăbăcirii combinate crom-tanin au ajuns la concluzia că pielile obţinute au toate o floare casantă, ceea ce arată că sînt supratăbăcite la faţă. Mai mult, pielile tăbăcite cu crom-tanin prezintă colorаţii puţin agreabile cu excepţia pielii tăbăcite în quebracho care are un aspect plăcut.

P. Chambard, G. Gastellu şi I. Julien [5] constataseră că pătrunderea taninului în cursul tăbăcirii vegetale devine cu mult mai lentă, pe măsură ce pielea conţine mai mult oxid de crom. Pentru a evita greutăţile semnalate, autorii au propus de a se căuta să se efectueze tăbăcirea în crom cu minimum de crom, care după părerea lor nu trebuie să depăşească 2 kg de oxid de crom la 100 kg piele gelatină.

În ceea ce priveşte pielea de tanaj crom-tanin, pentru piei de talpă, P. Chambard şi I. Julien constată un slab randament în greutate şi care nu poate fi mai mare de 60% şi o permeabilitate mai mare la apă. Aceeaşi autori au arătat că dacă randamentul este adus la 70% prin două retanaje succesive, pielea devine atunci prea tare şi nu mai poate conveni pentru montaj sudat.

Faptul că pielea tăbăcită cu crom-tanin prezintă o floare casantă nu este surprinzător deoarece sarcina pozitiv pronunţată a fibrei dermice retăbăcită în crom face ca suprafaţa pielii să acumuleze o cantitate de tanin cu atît mai mare cu cît cantitatea de oxid de crom fixată de această suprafaţă este mai mare. Astfel se obţin piei cu o floare casantă.

Toate inconvenientele semnalate de autorii mai sus citaţi sînt îndepărtate în tanajul combinat formol-crom-tanin. Tanajul formol-crom-tanin prezintă simultan avantajele formolării ca şi avantajele cromării prealabile [3].

4. Concluzii

1. Prin studiul influenţei buchetului de tanin în tăbăcirea combinată cu formol-crom-tanin s-a constatat că se poate obţine o piele pentru talpă, de bună calitate, cu un procent ridicat de taninuri indigene, excluzîndu-se extractul de quebracho.

2. În fază industrială, procedeul de tăbăcire combinată cu formol-crom-tanin duce la piei pentru talpă de calitate superioară, iar procesul tehnologic ales este uşor de condus.

3. Este necesar să se efectueze un număr mai mare de încercări industriale pentru a se verifica o serie de parametri ai procesului tehnologic ca piclajul sau neutralizarea.

4. S-au obţinut piei de talpă cu caracteristici superioare pieilor de talpă tăbăcite după alte sisteme de tăbăcire, ceea ce are consecinţe avantajoase din punct de vedere economic.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Tehnologia Pieilor,
Blănurilor şi Materialelor tanante,
Întreprinderea „Partizanul", Bacău,
Întreprinderea „8 Mai", Mediaş

BIBLIOGRAFIE

1. M. I. U., I. C. T. P. C., *Caracteristicile materiilor tanante indigene extrase din coji de molid, coji de stejar, lemn de stejar şi salcie*, Buc., 1954.
2. Alexa Gh. şi Chiriţă Gh., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 77—90.
3. — Rev. Techn. Ind. Cuir, 1958, *5*, pp. 96—106.
4. Chambard P. et Lasserre R., Doc. Scient. Techn. Ind. Cuir, 1955, pp. 129—234.
5. Chambard P., Gastellu G. et Julien I., Ibid., 1957, pp. 11—12
6. Alexa Gh. şi Chiriţă Gh., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Chimie, 1957, **8**, *2*, pp. 370—374.

ИЗУЧЕНИЕ ФОРМАЛЬДЕГИД-ХРОМ-КРАСНОДУБНОГО ДУБЛЕНИЯ (III)

(Резюме)

В настоящей работе изучают влияние букета таннидов на полузаводской установке, делают ряд технико-экономических соображений относительно подметочной кожи, полученной заводским путем. Формальдегид-хром-краснодубное дубление позволяет получить подметочную кожу хорошего качества с высоким содержанием отечественных таннидов, за исключением экстракта квебрахо.

Полученные заводским способом пробы кожи, хорошего качества, показывают лучшие показатели по сравнению с кожами, продубленными другими методами. Разработанный технологический процесс несложен.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DU TANNAGE FORMOL-CHROME-TANIN (III)

(Résumé)

Dans le présent travail on étudie : l'influence du mélange des tanins dans le tannage formol-chrome-tanin pour cuirs à semelles et on en fait une série de considérations technico-économiques. Ce procédé permet à obtenir un cuir à semelle de bonne qualité, même si l'on utilise des extraits tanniques indigènes à l'exclusion de l'extrait de quebracho.

Les caractéristiques physico-chimiques du cuir à semelle obtenu dans ces conditions sont supérieures à celles obtenues pour le cuir à semelle tanné d'après d'autres modes de tannage.

Le processus de tannage peut être appliqué sans aucune difficulté.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

CARACTÉRISATION CHIMICO-TÉCHNOLOGIQUE DE L'EXTRAIT D'ÉCORCE DE SAULE (*SALIX CAPREAE* L.)

PAR
GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ et GH. CHIRIŢĂ

Note présentée à la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, 26–29 Juin 1958

1. Introduction

Dans un travail antérieur [1], nous nous sommes occupés de l'écorce de saule (*Salix Capreae* L.) en déterminant son contenu en tanin, la période optime de l'écorcage, les conditions optimes d'extraction ainsi que sa nature catéchique.

Dans le présent travail on étudie le comportement chimico-technologique de l'extrait tannant obtenu de cette variété d'écorce, en vue de son utilisation pratique.

L'écorce de *Salix Capreae* L. récoltée au mois de Juin, de la région de Paşcani, après avoir été laissée sécher à l'abri de l'humidité et des rayons du soleil, a été ensuite analysée, les résultats en étant les suivants:

humidité	8,65 %
non-extractibles et insolubles	74,46 %
tanin	9,84 %
non-tanins	7,05 %
chiffre de pureté	58,25 %

2. L'extraction de l'écorce

L'écorce, moulue en morceaux de 0,5...1,5 cm en a été soumise à l'extraction dans une baterie de six diffuseurs, ayant chacun un diamètre de 20 cm et l'hauteur de 50 cm, chaque diffuseur pouvant contenir 1,5 ... 1,9 kg d'écorce moulue et 250.. 300 % d'eau rapportée au poids de l'écorce. La diffusion a été conduite suivant le principe de contre-courant en faisant pour chaque diffuseur six extractions. Les températures de l'extraction sont celles indiquées ci-joint.

Diffuseur	1	2	3	4	5	6
Température °C	50	60	70	80	90	100

La durée d'un traitement a été prolongée jusqu'à 12 heures, pour pouvoir parvenir à concentrer les jus qui étaient récoltés à tous les 24 heures. En effet, après 72 heures de la mise en marche de la baterie de diffusion, on a récolté chaque fois 7...8 l de jus à une concetration de 2,5...3° Bé.

Ces jus après avoir été laissés se décanter dans des récipients fermés, pendant 3...5 jours, ont été ensuite concentrés dans le vide à une température variant de 48°C à 72° C, en obtenant ainsi un extrait de saule ayant une concentration de 18° Bé, d'odeur spécifique et de couleur brun-rougeâtre. Dissout dans l'eau froide cet extrait donne des jus troubles, qui se clarifient par repos, en laissant un résidu.

Une partie de l'extrait brut obtenu a été sulfité avec 6% de bisulfite de sodium rapporté au poids du résidu de l'extrait analysé; la sulfitation a été conduite d'après les indications de Krasuhin [2], (3...4 heures, à une température de 90...100°C).

Après la sulfitation l'extrait de saule sulfité, posède une concentration de 27° Bé; il est plus soluble dans l'eau froide que le même extrait non sulfité. On n'a pas fait d'essais variés quant à la quantité de sulfite à employer, en sulfitant seulement avec la quantité de bisulfite indiquée par Krasuhin (loc. cit.).

3. Caractérisation des extraits de saule obtenus, en comparaison avec d'autres extraits tannants

Cette caractérisation a été faite en comparaison avec l'extrait de quebracho sulfité et l'extrait de chataignier adouci Progil. L'analyse tannique des extraits a été faite d'après la méthode officielle d'analyse [3] (Schake méthode). Le dosage des sucres, a été fait d'après la méthode d'Appelius et Schmidt [4]. Les résultats des analyses sont donnés dans le tableau 1.

Tableau 1
Analyse des extraits

Dates analytiques %	Extrait de				
	Quebracho sulfité (solide)	Chataignier (solide)	Saule non sulfité 18°Bé	Saule sulfité	
				27°Bé	18°Bé
Humidité	13	13	65,74	54,02	65,74
Residu total	87	87	34,26	45,98	34,26
Matières solubles	86,43	86,07	32,88	45,45	33,86
Tanin	75,77	66,87	20,61	26,94	20,08
Non-tanins	10,66	19,20	12,17	18,51	13,78
Insolubles	0,57	0,93	1,38	0,53	0,40
Chiffré de pureté	87,66	77,69	62,68	59,27	59,27
Substance sucrées	0,60	0,71	—	—	—
Cendres	5,73	2,71	2,03	5,51	4,10
pH	5,4...5,5	4,2	4,8...4,9	5,0 ..5,1	—
Couleur des extraits au tinomètre Levibond:					
unités jaunes	6,1	5	8,7	8,9	—
unités rouges	3,5	1,6	5,0	5,0	

Analysant ces données on constate que les chiffres de pureté des extraits de saule obtenus sont assez bonnes, compte tenu que la littérature indique une chiffre de pureté pour les extraits de saule égale à 58...63%. Par sulfitation les insolubles diminuent de 0,98% en augmentant les solubles.

Si l'on fait la correction concernant l'augmentation des non-tanins dans l'extrait sulfité, due aux cendres solubles, en rétranchant de la quantité des non-tanins de l'extrait de saule sulfité la différence

entre les cendre de l'extrait de saule sulfité et celles de l'extrait non sulfité (4,87 — 2,03 = 2,84), on trouve que les vrais non-tanins représentent 11,72% et par conséquent le tanin représente 22,92% au lieu de 20,07% et le chiffre de pureté est de 67,6%.

Pour nous rendre compte quant aux qualités chimico-technologiques des extraits de saule, nous avons fait les déterminations suivantes:

1. vitesse de diffusion des extraits dans la peau en tripe;
2. indices de fixation et de combinaison;
3. précipitation fractionnée par le sel;
4. floculation par les acides minéraux;
5. sédimentation a) en absence de la peau en tripe, b) en présence de la peau en tripe.

3. Vitesse de diffusion

La vitesse de diffusion des solutions d'extrait de saule a été étudiée sur peau en tripe croupon bovidé, catégorie 19 kg, épaisseur 3...5 mm (pelanné à la chaux et à la

Tableau 2

Pénétration du tanin dans la peau en tripe (%)

Extrait de	Durée du tannage (heures)				
	1	3	6	12	24
Concentration de la solution tannique : 0,5% substance seche					
Quebracho sulfité	12,5	13,8	15,9	17,4	21,0
Chataignier	4,7	7,3	10,2	13,5	17,1
Saule non sulfité	4,9	11,9	12,2	15,4	16,2
Saule sulfité	7,5	8,5	16,7	17,1	18,2
Concentration de la solution tannique : 1% substance sèche					
Quebracho sulfité	14,3	15,5	16,2	20,5	27,0
Chataignier	11,1	14,7	15,2	17,1	19,5
Saule non sulfité	10,5	13,4	17,1	21,6	20,5
Saule sulfité	11,2	14,1	17,9	19,4	24,7
Concentration de la solution tannique : 2% substance sèche					
Quebracho sulfité	17,5	18,0	19,5	27,3	32,4
Chataignier	7,3	11,9	18,5	20,5	26,1
Saule non sulfité	12,9	18,4	19,5	20,0	27,8
Saule sulfité	15,6	17,1	20,0	22,8	28,2
Concentration de la solution tannique : 4% substance sèche					
Quebracho sulfité	18,7	20,1	27,8	32,2	50,0
Chataignier	8,8	12,2	17,8	26,3	36,4
Saule non sulfité	8,3	10,3	19,5	25,0	31,6
Saule sulfité	10,3	15,8	20,0	29,1	30,6
Concentration de la solution tannique : 8% substance sèche					
Quebracho sulfité	17,5	18,4	27,2	33,3	54,5
Chataignier	11,8	12,0	18,6	26,6	37,5
Saule non sulfité	9,0	12,2	19,5	28,0	40,0
Saule sulfité	9,0	12,5	25,0	31,4	41,7

sulfure de sodium et décalcifié à la chlorure d'amonium et à l'acide chlorhydrique). Après déchaulage les échantillons de peau ont été soigneusement lavés et conservés pendant 24 heures dans une solution de chlorure de potassium $n/10$.

Le pH des peaux mesuré à l'électrode de quinhydrone était de 6,8. Les échantillons de peaux ayant les dimensions de 5×7 cm, après avoir été lavés à l'eau distillée, ont été suspendus dans des vases ayant chacun une capacité de 500 cm^3, des solutions contenant 0,5 ; 2 ; 4 et 8% de résidu sec. Après 1, 3, 6, 12 et 24 heures de la mise des morceaux dans la solution tannique on a découpé de chaque échantillon des bandes de peau de 3 ..5 mm et on a observé au microscope la pénétration du tanin dans le peau. On n'a pas cru nécessaire de laisser les échatillons de peaux séjourner dans les solutions tanniques plus de 24 heures, compte tenu que des variations entre les vitesses de diffusion des différents tanins se remarquent plutôt dans les premières heures de contact entre la peau et la solution tannique [5], les différences tendant à s'annuler avec le temps.

La pénétration du tanin dans la peau a été mésurée du coté de la fleur vers l'intérieur de la peau et calculée en pour cent de l'épaisseur entière. La température des solutions tanniques a été de 18...20°C.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau 2.

De ce tableau on voit que la pénétration du tanin de saule se rapproche de celle de l'extrait de châtaignier et que la sulfitation aug-

Tableau 3

Vitesses de diffusion des extraits (mm/h)

Extrait de	Durée du tanage (heures)					Valeur moyene
	1	3	6	12	24	
Concentration de la solution tannique : 0,5 % substance sèche						
Quebracho sulfité	0,500	0,184	0,106	0,058	0,035	0,176
Chataignier	0,188	0,097	0,058	0,068	0,045	0,085
Saule non sulfité	0,196	0,158	0,081	0,051	0,025	0,012
Saule sulfité	0,300	0,114	0,111	0,057	0,030	0,122
Concentration de la solution tannique : 1% substance sèche						
Quebracho sulfité	0,572	0,203	0,107	0,068	0,045	0,199
Chataignier	0,444	0,196	0,101	0,057	0,032	0,166
Saule non sulfité	0,420	0,178	0,115	0,072	0,034	0,162
Saule sulfité	0,448	0,187	0,119	0,064	0,047	0,172
Concentration de la solution tannique : 2% substance sèche						
Quebracho sulfité	0,700	0,240	0,130	0,091	0,054	0,243
Chataignier	0,278	0,058	0,123	0,068	0,043	0,134
Saule non sulfité	0,516	0,245	0,129	0,066	0,046	0,200
Saule sulfité	0,624	0,228	0,133	0,072	0,047	0,220
Concentration de la solution tannique : 4% substance sèche						
Quebracho sulfité	0,747	0,268	0,185	0,107	0,083	0,278
Chataignier	0,352	0,163	0,118	0,087	0,060	0,156
Saule non sulfité	0,332	0,137	0,129	0,083	0,052	0,146
Saule sulfité	0,412	0,210	0,133	0,097	0,051	0,138
Concentration de la solution tannique : 8% substance sèche						
Quebracho sulfité	0,526	0,245	0,181	0,111	0,091	0,230
Chataignier	0,354	0,160	0,124	0,088	0,062	0,155
Saule non sulfité	0,300	0,162	0,130	0,093	0,061	0,149
Saule sulfité	0,300	0,166	0,166	0,101	0,069	0,161

mente la pénétration de l'extrait de saule, la rapprochant à celle de l'extrait de quebracho sulfité. Connaissant la pénétration dans la peau en tripe en mm on a calculé la vitesse de diffusion en appliquant la formule : $v = s / t$, dans laquelle v—vitesse de diffusion, s—section pénétrée (mm), et t — temps (heures). Les résultats de ces déterminations sont données dans le tableau 3.

Quant aux vitesses de diffusion des tanins examinés on peut faire les mêmes observations que pour celles se rapportant à la pénétration.

4. Indices de fixation et de combinaison

L'indice de fixation représente la quantité de tanin absorbé par 100 g de poudre de peau non chromée après une agitation de 3 heures et de 24 heures.

L'indice de combinaison représente la quantité de tanin fixé irréversiblement par 100 g de poudre de peau après une agitation de 3 heures ou bien de 24 heures. Les solutions tanniques centrifugées ont été portées à une concentration de 6% tanin.

La détermination de ces indices a été suivie d'après la methode de Wilson et Kern [6].

Les résultats de ces essais sont donnés dans le tableau 4.

Tableau 4

Indices de fixation et de combinaison

Extrait de	Indices de fixation, après		Indices de combinaison, après	
	3 heures	24 heures	3 heures	24 heures
Quebracho sulfité	58,45	68,96	29,66	37,84
Chataignier	63,56	80,25	31,55	41,58
Saule non sulfité	67,42	81,34	34,13	40,12
Saule sulfité	67,39	73,04	27,10	34,51

On voit que les indices de fixation, tant après 3 heures qu'après 24 heures, sont meilleurs pour les extraits de saule que pour les extraits de quebracho sulfité et de chataignier, mais l'indice de fixation de l'extrait de saule sulfité est plus petit que pour l'extrait de saule nonsulfité; cela est du, sans doute, à l'effet que la sulfitation produit sur les particules tannantes qui devenant plus liophyles, donc moins astringeantes, leur fixation sur la fibre dermique se trouve diminuée par rapport à l'extrait de saule nonsulfité.

Les indices de combinaison de l'extrait de saule sont comparables aux mêmes indices des extraits de quebracho sulfité et de chataignier.

5. Précipitation fractionnée par le sel

On sait que la précipitation fractionée par le sel permet de nous rendre compte du degré de l'astringeance d'une solution tannique.

Ces essais suivis d'après la méthode indiquée par Stiasny et Salomon [7] ont donné les résultats consignés dans le tableau 5.

Tous les essais ont été faits sur des solutions centrifugées, à 1% de tanin pur. De chaque solution claire on a pris 10 cm³ et on a ajouté 1 g ClNa finement pulverisée ; après avoir agité 30 minutes on a séparé le précipité par centrifugation, dans le filtrat on a ajouté encore 1 g ClNa, on a de nouveau agité, centrifugé et dans le filtrat on a ajouté encore 1 g ClNa, en répétant les mêmes opérations pour la séparation du dernier précipité. Chaque précipité a été dissout dans l'eau distillé chaude et porté ensuite à 100 cm³, et ensuite on a dosé le tanin par la méthode de Löwenthal.

Tableau 5

Précipitation fractionnée par le sel (%)

Extrait de	Quantité de sel ajouté (g)			Total du tanin précipité	Reste
	11	22	33		
Bois de quebracho sulfité	20,51	28,98	13,49	62,98	37,02
Bois de chataignier	26,23	20,93	14,68	61,84	38,16
Écorce de saule nonsulfité	34,61	26,53	13,22	74,35	25,64
Écorce de saule sulfité	34,04	20,70	12,98	67,72	32,28

En examinant le tableau 5 on voit que l'extrait de saule normal présente une grande astringeance, car la totalité des particules tanniques précipitées par le sel représente 74,36% dont 26,53% des particules à astringeance moyennne et 34,6% des particules à grandes dimensions, donc les plus astringeantes. Ces constatations montrent, encore une fois, la valabilité des observations faites ci-dessus concernant les indices de fixation et de combinaison de l'extrait de saule.

Hormis les particules tanniques précipitées par le sel, il reste encore dans la solution un reste de 25,64% représentant les particules tanniques nonsalifiables, donc très hydrofiles, qui pourtant présentent de l'interêt dans la première phase de tannage, car elles, pénétrant facilement, préparent la peau pour le tannage subséquent proprement dit.

L'extrait de saule sulfité se différencie de l'extrait de saule normal quant à sa capacité de précipiter par le sel, le total des particules salifiables ést de 67,72% et le reste de 32,28% représente des particules hydrophyles et nonprécipitables; donc, par sulfitation, le total des particules salifiables a diminué de 8,69% en faveur des particules nonprécipitables par le sel.

6. Floculation par les acides mineraux à pH=7 et pH=1.

Ces essais ont été faits sur des solutions analytiques (4%) fraichement préparées aux quelles on a ajouté 2 cm³ toluen, pour empécher l'apparition de la fermentation. Tous les essais doivent être exécutés immédiatement pour éviter le vieilliessement qui influence le degré de dispersion des particules tanniques [8].

Les solutions analytiques portées à pH=7, avec une solution normale de NaOH, sont filtrées claires ; on en prend 50 cm³ pour chaque essai et on ajoute des quantités croissantes d'acide chlorhydrique normal de sorte qu'on obtienne une échelle de pH variant de 0,1 unités de pH.

Après une demi-heure on observe l'essai pour lequel apparait un trouble qui représente le point de trouble de la solution tannique examinée et marque le commencement de trouble. On établi ensuite la valeur de pH à la quelle la solution précedente, centrifugée claire à nouveau, ne donne plus du trouble après une nouvelle addition d'acide clorhydrique pour l'amener à pH=1 et après une demi-heures de repos. Cette valeur du pH marque le point de floculation (v. tableau 6).

Tableau 6

Floculation par les acides chlorhydriques à pH = 7 et pH = 1

Extrait de	Commencement du trouble pH	Point de floculation pH
Quebracho sulfité	1,6 ... 1,7	1,3
Chataignier	2,6 ... 2,7	2,4
Saule nonsulfité	4,2	2,5 ... 2,6
Saule sulfité	4,15	2,2 ... 2,3

7. Formation des boues dans les cuves de basserie

On sait que tous les extraits tannants ont une tendance plus ou moins manifeste à fournir des boues dans les cuves de basserie et que le point optimum de formation du dépôt de cuve varie suivant la nature des extraits.

Pour nous rendre compte dans quelle mesure l'extrait de saule possède une tendence à fournir des boues, on a fait deux séries d'essais, avec les deux extraits de saule préparés, en comparaison avec les extraits de quebracho sulfité et de chataignier. Pour chaque extrait on prépare des solutions tanniques aux concentrations suivantes : 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, 7°, 8°, 9°, 10°, 11° et 12° Bé.

Dans la première série d'essais on a déterminé le dépôt en mesurant le volume du dépôt formé par sédimentation, au bout de 24 heures et de 48 heures et correspondant à 100 cm^3 des solutions placées dans des cylindres gradués. Ces essais ont été faits sur des solutions tanniques telles quelles ou préalablement chauffées à 40°C au bain-marie pendant une heure.

Les résultats sont donnés dans les tableaux 7 et 8.

En examinant la tableau 7 on constate que le dépôt formé pour les quatres extraits examinés est assez petit; pour l'extrait de quebracho sulfité le volume du dépôt est maximum à 5° Bé. On remarque encore que pour l'extrait de saule le volume du dépôt croit avec la concentration. Du tableau 8 on constate que le volume du dépôt pour les solutions tanniques préalablement chauffées est moindre que pour les mêmes solutions non-chauffées.

Dans la deuxième série d'essais on a déterminé le dépôt dans les mêmes solutions tanniques mais avant leur examen elles ont été laissées pendant 24 heures en contact avec des morceaux de peau en tripe, préparées comme d'habitude pour le tannage. Les résultats de ces essais sont donnés dans le tableau 9.

On y remarque que les dépôts, en présence de la peau, sont moins volumineux pour tous les extraits que pour les extraits en absence de

Tableau 7

Sédimentation sans chauffage préalable des extraits (% volumes)

°Bé	Quebracho sulfité, après		Chataigner, après		Extrait d'écorce de saule			
					non sulfité, après		sulfité, après	
	24 heures	48 heures	24 heures	48 heures	24 heures	48 heures	24 heures	48 heures
1	traces	traces	0,6	4,0	1,0	1,0	1,2	1,0
2	traces	traces	1,8	2,5	1,0	1,0	2,1	1,9
3	traces	traces	1,8	2,5	2,0	1,8	3,3	3,1
4	traces	traces	3,4	2,5	2,5	2,6	3,4	3,6
5	0,6	0,6	4,1	2,0	2,6	2,5	3,0	3,0
6	0,8	0,8	3,7	1,6	3,0	3,0	4,0	4,0
7	0,8	0,8	3,7	2,0	3,0	2,8	3,8	4,0
8	0,7	0,7	3,2	2,0	3,2	3,4	3,9	3,7
9	0,7	1,1	3,4	2,0	3,4	3,4	4,0	4,0
10	0,6	1,1	2,7	2,2	3,5	3,6	5,1	5,4
11	0,3	1,1	3,9	1,5	4,0	4,0	6,2	6,2
12	0,3	0,3	1,1	1,0	4,0	4,1	6,0	6,0

Tableau 8

Sédimentation après le chauffage préalable des extraits (% volumes)

°Bé	Quebracho sulfité, après		Chataignier, après		Extrait d'écorce de saule			
					non sulfité après		sulfité, aprés	
	24 heures	48 heures	24 heures	48 heures	24 heures	48 heures	24 heures	48 heures
1	traces	traces	1,6	2,1	—	—	—	—
2	traces	traces	2,6	3,1	—	—	—	—
3	traces	traces	3,0	3,5	—	—	—	—
4	traces	traces	3,1	3,8	1,0	1,0	1,0	1,0
5	traces	traces	3,0	3,9	1,0	1,0	1,5	1,2
6	traces	traces	3,0	4,0	2,0	1,8	2,0	1,8
7	traces	traces	2,7	3,6	2,5	2,2	2,0	1,7
8	0,1	0,1	2,7	3,8	3,0	3,0	3,2	2,7
9	0,2	0,2	2,7	3,8	3,0	3,2	3,5	3,0
10	0,3	0,3	2,5	3,3	4,0	3,8	4,0	4,0
11	0,3	0,3	1,0	2,5	4,0	3,7	4,5	4,2
12	0,7	0,7	1,0	2,6	4,0	3,0	5,0	4,5

la peau. On remarque aussi que pour les extraits de chataignier et de saule le dépôt est un peu plus grand aux faibles concentrations et que son volume diminue ensuite avec la concentration.

À la concentration de 4°...5° Bé, le dépôt formé est plus grand pour l'extrait de saule sulfité que pour le même extrait non sulfité ; mais pour des concentrations plus grandes il n'y a presque aucune différence.

Tableau 9

Sédimentation en présence des peaux (% volumes)

°Bé	Quebracho sulfité, après				Chataignier, après				Extrait d'écorce de saule							
									non sulfité, aprés				sulfité, après			
	24 heures en		48 heures en		24 heures en		48 heures en		24 heures en		48 heures en		24 heures en		48 heures en	
	présence	absence	présence	absence	présence	absence	présence	absence	présence	absence	présence	absence	présence	absence	présence	absence
	de la peau en tripe		de la peau en tripe		de la peau en tripe		de la peau en tripe		de la peau en tripe		de la peau en tripe		de la peau en tripe		de la peau en tripe	
1	traces	—	traces	—	0,6	5,0	0,8	4,0	1,0	7,0	1,0	6,5	1,2	11,0	1,0	9,0
2	traces	—	traces	—	1,8	3,0	1,2	2,5	1,0	7,5	1,0	7,0	2,1	5,0	1,9	6,0
3	traces	—	traces	—	1,8	3,0	3,5	2,5	2,0	4,5	1,8	4,0	3,3	6,0	3,1	4,0
4	traces	—	traces	—	3,4	2,5	4,8	2,5	2,5	4,0	2,6	3,0	3,4	5,5	3,6	5,0
5	0,65	—	0,65	—	4,1	2,0	4,1	2,0	2,6	3,5	2,5	3,0	3,0	2,5	3,0	2,5
6	0,85	traces	0,85	traces	3,7	1,7	5,4	1,6	3,0	3,0	3,0	2,5	4,0	2,5	4,0	2,5
7	0,80	traces	0,80	traces	3,7	1,0	4,8	2,0	3,0	2,5	2,8	2,5	3,8	3,0	4,0	2,5
8	0,70	traces	0,70	traces	3,3	1,5	4,4	2,0	3,2	3,0	3,4	3,0	3,9	3,0	3,7	2,5
9	0,72	traces	1,10	traces	3,4	1,5	4,9	2,0	3,4	3,0	3,4	3,0	4,0	3,0	4,0	3,0
10	0,65	traces	1,10	traces	2,7	1,5	4,4	2,0	3,5	3,0	3,6	2,0	6,1	3,0	5,4	3,0
11	0,35	—	1,00	traces	3,9	1,0	4,7	1,5	4,0	2,0	4,0	2,0	6,2	2,0	6,2	2,0
12	0,30	—	0,95	—	1,1	1,0	3,9	1,0	4,0	2,0	4,1	2,0	6,0	2,0	6,2	2,0

8. Conclusions

1. L'extrait de saule obtenu au laboratoire présente les caractéristiques chimiques et technologiques d'un bon extrait tannant.

2. La vitesse de diffusion, la capacité tannante et de combinaison de l'extrait de saule sulfité ou non sulfité sont comparables à celles des extraits de quebracho sulfité et de chataignier avec lesquels on a comparé l'extrait de saule.

3. La tendance de fournir du dépôt de cuve tant en absence qu'en présence de la peau en tripe est faible.

4. Il serait intéressant de faire un essai sur échelle industrielle avec cette écorce de saule (*Salix Capreae* L.) en vue de l'obtention d'un extrait tannant.

5. Il est nécessaire qu'on étudie encore le comportement au tannage de l'extrait de saule en mélange avec d'autres extraits tannants en vue de son utilisation à l'échelle industrielle.

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de la Technologie des Peaux,
des Fourures et des Matières Tannantes

BIBLIOGRAPHIE

1. Alexa Gh. şi Chiriţă Aglaia, Bulet. Inst. Polit., Iaşi, 1957, **3 (7)**, *3–4*, pp.
2. Красукин Ж. Н., ЛЕГ. ПРОМ., 1951, *12*, стр. 38. 109–120.
3. *** Méthodes officielles d'analyse de la Société Internationale des Chimistes des Industries du Cuir, Londre, 1938.
4. Bergmann M., Gnamm H., u. Vogel W., *Die Gerbung mis Pflanzengerbstoffen*, Wien, 1931, S. 205–206.
5. Mezey E., Collegium, 1925, S. 305.
6. Kuntzel A., *Gerbereichemisches Taschenbuch*, 6. Auflage, Dresden-Leipzig, S. 195–197
7. Meunier L. et Vaney Cl., *La tannerie*, tome **II**, Paris, 1952, p. 228.
8. Gerngross O., u. Herfeld H., Collegium, 1932, S. 679–709.
9. Sagoschen I., Ibid., 1932, S. 500–505.

ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТАННИДНЫХ ЭКСТРАКТОВ ИВОВОЙ КОРЫ (*SALIX CAPREAE* L.)

(Резюме)

Изучаются в лаборатории химические и технологические свойства таннидных экстракты ивовой коры. Констатировали, что скорость диффузии экстракта в голье и показатели фиксации и связывания аналогичны квебраховому-сульфурированному и каштановому экстрактам. Седиментация в наличии или в отсутствии голья является весьма малой.

CARACTERIZAREA CHIMICO-TEHNOLOGICĂ A EXTRACTULUI TANANT DIN COAJĂ DE SALCIE (*SALIX CAPREAE* L.)

(Rezumat)

S-au studiat proprietăţile chimice şi tehnologice ale unui extract de salcie obţinut în laborator. S-a constatat că viteza de difuzie a extractului în piele şi indicii de fixare şi de combinare sînt comparabili cu cele ale extractului de quebracho sulfitat şi ale extractului de castan, cu care s-a studiat comparativ. Sedimentarea, atît în absenţa cît şi în prezenţa gelatinei, s-a dovedit a fi destul de mică.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

ASUPRA SEDIMENTĂRII EXTRACTULUI DE LEMN DE STEJAR

DE

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ şi GH. CHIRIŢĂ

Comunicare prezentată la consfătuirea ştiinţifică de la întreprinderea „Argeşul"-Piteşti, din 25–27 mai 1959

1. Introducere

O caracteristică tehnologică importantă a extractelor tanante vegetale, care dă indicaţii asupra valorii lor de întrebuinţare, o reprezintă cantitatea de sediment care se formează la diferitele concentraţii ale soluţiilor, în prezenţa sau în absenţa gelatinei.

Sedimentul care se formează la tăbăcirea vegetală reprezintă o pierdere de tanin, contribuind în acelaşi timp la îngreuierea procesului de tăbăcire.

În funcţie de natura materialului tanant acesta poate să conţină următoarele tipuri de substanţe: substanţe tanante şi produsele lor de condensare, combinaţii insolubile care se formează la hidroliza moleculei de substanţă tanantă vegetală (cum ar fi acidul elagic), hemiceluloze şi substanţe pectinice extrase din materialul tanant împreună cu substanţele tanante. Componenta principală a sedimentului soluţiilor extractelor de: stejar, salcie, molid, quebracho, castan, mimoză, etc., o constituie substanţa tanantă, care a pierdut stabilitatea stării sale de agregare [1]. Formarea sedimentului în soluţiile de extracte tanante se datoreşte asocierii moleculelor de substanţe tanante, care este funcţie de mai mulţi factori. Astfel, gradul de asociere a moleculelor de substanţe tanante depinde de particularităţile structurii lor chimice (greutate moleculară, numărul, distribuirea şi gradul de disociere a grupelor funcţionale), de condiţiile de preparare a soluţiilor de extracte tanante (concentraţie, temperatură, pH, timpul cît se află soluţia în repaos, etc.) precum şi de caracterul impurităţilor care însoţesc substanţele tanante.

Unele impurităţi care însoţesc substanţele tanante provoacă formarea de precipitat, iar alte impurităţi favorizează micşorarea asocierii particulelor şi peptizează precipitatul.

Formarea sedimentului în soluţiile de extracte tanate este provocată în primul rînd de electroliţi, cum sînt de exemplu sărurile neutre care se găsesc într-o cantitate oarecare în extractul tanant.

Substanţele dispersante sînt reprezentate de diferitele combinaţii hidrofile care sînt absorbite de particulele de substanţe tanante vegetale.

Dintre substanţele dispersante mai importante se pot cita: zaharurile, polifenolii simpli, moleculele nedisociate de alcooli graşi superiori, solubili în apă, acizii sulfoaromatici şi sărurile lor.

În unele cazuri se observă o peptizare parţială a precipitatului cînd se amestecă două extracte tanante diferite, cum ar fi de exemplu extractul de lemn de stejar şi extractul de coajă de molid [1], [2]. Probabil că în aceste cazuri substanţele netanante ale unui component peptizează precipitatele formate din al doilea component al amestecului şi invers.

După cum rezultă şi din cele arătate mai sus, atît în tehnologia obţinerii extractelor cît şi la folosirea lor în tăbăcărie, procesele de fabricaţie pot fi de aşa manieră conduse, încît depozitul format în bazinele sau în butoaiele de tăbăcire să fie minim.

Este ştiut că pentru fiecare extract, în soluţii la aceleaşi concentraţii, cantitatea de sediment este diferită. Dar chiar la acelaşi extract tanant obţinut în fabrici diferite, se va constata că sedimentele soluţiilor de aceleaşi concentraţii diferă cantitativ de la un extract la altul. Aceasta se datoreşte influenţei diferiţilor factori amintiţi mai sus, ce depind de procesele tehnologice de fabricaţie aplicate şi de materia primă întrebuinţată.

În lucrarea de faţă ne-am propus să studiem cîteva aspecte ale sedimentării extractului de lemn de stejar indigen şi anume:

1. Sedimentarea în absenţa şi în prezenţa gelatinei, aplicînd metoda gravimetrică [3] în comparaţie cu metoda de sedimentare volumetrică [4].

2. Constituţia sedimentelor formate la diferite concentraţii.

S-au luat în studiu trei probe de extract de lemn de stejar şi anume: a) extract de lemn de stejar iugoslav, b) extract de lemn de stejar obţinut la întreprinderea „Argeşul"—Piteşti prin extracţie simplă cu apă şi apoi sulfitat cu 2% sulfit de sodiu şi 2% bisulfit de sodiu, raportat la taninul pur şi c) extract de lemn de stejar obţinut la întreprinderea „Argeşul"—Piteşti prin extracţie sulfitică, adăugîndu-se 0,2% sulfit de sodiu raportat la materialul tanant şi apoi prin tratarea ulterioară a produsului finit cu 2% bisulfit de sodiu raportat la taninul pur.

Analiza tanică a extractelor studiate s-a făcut prin metoda agitării, respectîndu-se normele internaţionale de analiză.

Rezultatele analizei sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Definirea extractelor studiate (%)

Date analitice	Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti obţinut prin extracţie simplă cu apă		Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti obţinut prin extracţie sulfitică		Extract de stejar iugoslav	
	1	*2*	*1*	*2*	*1*	*2*
Umiditate	8,21	13,00	10,41	13,00	8,82	13,00
Reziduul total	91,79	87,00	89,15	87,00	91,18	87,00
Solubile totale	88,59	83,94	87,43	85,31	88,09	84,05
Netaninuri	42,01	39,80	38,30	37,37	26,75	25,54
Taninuri	46,58	44,14	49,13	47,94	61,34	58,51
Insolubile	3,20	3,06	1,72	1,69	3,09	2,95
Cifra de raport	52,58	52,58	56,19	56,19	69,63	69,63

Cifre'e cuprinse în coloanele *1* reprezintă rezultatele analitice la umiditatea reală a extractelor. Cifrele cuprinse în coloanele *2* reprezintă rezultatele analitice ale acelorași extracte aduse, pentru comparaţie, la 13% umiditate.

2. Sedimentarea în absența și în prezența gelatinei, aplicîndu-se metoda gravimetrică în comparație cu metoda de sedimentare volumetrică

Într-o lucrare recentă J. A. Sagoschen [3] a propus o nouă metodă cantitativă de determinare a sedimentelor extractelor tanante.

Spre deosebire de vechea metodă [4] în care sedimentul format la diferite concentrații a soluțiilor de extracte tanante se măsoară în volume, după noua metodă sedimentul este separat prin centrifugare și determinat gravimetric.

Cu metoda de determinare volumetrică a sedimentului se poate stabili pierderea sub formă de sediment la dizolvarea extractelor sau la folosirea lor în tăbăcirea vegetală. Totuși, este o metodă greu reproductibilă, deoarece este puternic influențată de factori care intervin la dizolvarea extractelor ca: apa folosită, temperatura, etc. Noua metodă de centrifugare este mult mai exactă iar evaluarea calității extractelor se poate face cu mai multă exigență.

Prin aplicarea metodei gravimetrice de determinare a sedimentului s-a putut ajunge la o serie de rezultate mai concludente privind extractele studiate.

Dăm mai jos cîteva din rezultatele determinărilor noastre care privesc extractul de stejar indigen, obținut la întreprinderea „Argeșul"— Pitești prin extracție sulfitică și extracție simplă cu apă și extractul de stejar iugoslav.

a) *Sedimentarea în absența gelatinei*

S-au preparat soluții de următoarele concentrații: 1°, 2°, 4°, 6°, 8°, 10° și 12° Bé, dizolvîndu-se cu apă distilată clocotită 2, 4, 8, 12, 16, 20, 24 g de extract la 100 cm^3 de soluție. Soluțiile s-au lăsat apoi în repaos, la temperatura laboratorului de aproximativ 20° C, timp de 24 ore. După 24 ore soluțiile sînt agitate și imediat după agitare se pipetează cîte 5 ml în capsule de evaporare, se spală pipeta de două ori cu apă distilată, apoi se evaporă la sec pe baie de apă. Se ia de asemenea cu o pipetă cîte 10 ml soluție bine agitată ce se introduce în eprubete de centrifugare și se supun centrifugării timp de 30 minute, cu 3000 rot./min. După separarea sedimentului prin centrifugare se ia cu o pipetă din soluția clară 5 ml și se pun într-o capsulă de evaporare, se spală pipeta de două ori cu apă distilată și se evaporă la sec.

Reziduurile se usucă la pond constant la 100° C. Diferența între reziduurile seci din soluțiile necentrifugate și cele centrifugate reprezintă sedimentul care se calculează apoi la 100 g extract tanant.

Soluțiile preparate după procedeul arătat mai sus, după ce au fost bine agitate, s-au introdus în cilindri gradați de cîte 100 cm^3 iar după 24 ore s-a determinat volumetric sedimentul format.

Rezultatele determinării sedimentului soluțiilor de extracte de stejar după metoda gravimetrică și cea volumetrică sînt date în tabelul 2 precum și în fig. 1.

Așa după cum arată datele din tabelul 2, extractele de stejar depun în soluție cantități mari de sediment. Pentru a se obține un extract de stejar care în soluție să depună o cantitate mai mică de sediment este necesar ca lemnului de stejar, care se supune extracției, să i se îndepărteze coaja, care conține cantități însemnate de substanțe

minerale, printre care şi electroliţi care măresc gradul de asociere a moleculelor de substanţă tanantă. În procesul de fabricare a extractului de stejar se aplică o serie de procedee deja cunoscute [5] care micşorează sedimentarea extractelor.

La întrebuinţarea extractului de stejar în tăbăcărie, cantitatea de sediment variază după condiţiile respective. S-a constatat că se poate micşora sedimentul soluţiilor de extract de stejar prin adăogarea de taninuri sintetice dispersante sau folosindu-se în amestec cu extract de molid.

Din datele tabelului 2 şi din fig. 1 se constată un oarecare paralelism între datele obţinute la determinarea sedimentării prin metoda volumetrică cu cele obţinute prin metoda gravimetrică.

Tabelul 2

Determinarea gravimetrică şi volumetrică a sedimentului extractelor de stejar în absenţa pieii gelatină

Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti obţinut prin extracţie sulfitică							
Concentraţia soluţiilor (°Bé)	1	2	4	6	8	10	12
Sediment volumetric după 24 ore (%)	opalescenţă	opalescenţă	10,0	21,0	24,0	30,5	35,0
Sediment gravimetric (%)	1,15	2,22	3,04	4,77	5,71	7,77	8,60
Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti obţinut prin extracţie simplă cu apă							
Concentraţia soluţiilor (°Bé)	1	2	4	6	8	10	12
Sediment volumetric după 24 ore (%)	opalescenţă	opalescenţă	8,0	29,0	29,0	32,0	32,0
Sediment gravimetric (%)	—	0,66	5,51	6,99	11,07	8,89	8,68
Extract de stejar iugoslav							
Concentraţia soluţiilor (°Bé)	1	2	4	6	8	10	12
Sediment volumetric după 24 ore (%)	7,0	16,0	17,0	19,5	23,2	24,4	24,0
Sediment gravimetric (%)	1,1	3,15	5,82	5,72	7,01	5,50	4,1

Extractul iugoslav depune cea mai mică cantitate de sediment în comparaţie cu cele două extracte de stejar indigene. Extractul de stejar indigen obţinut prin extracţie sulfitică sedimentează după metoda centrifugării mai puţin decît extractul de stejar obţinut prin extracţie simplă cu apă. Sulfitul de sodiu, adăogat la extracţie, ridică pH-ul extractului obţinut, favorizînd dispersia particulelor care sedimentează la concentraţiile medii ale soluţiilor.

b) *Sedimentarea în prezenţa gelatinei*

Din cele trei extracte tanante studiate s-au preparat soluţii de următoarele concentraţii: 1°, 2°, 4°, 6°, 8°, 10° şi 12° Bé în aceleaşi condiţii ca cele expuse mai sus. În prima zi s-au preparat soluţii de 1° Bé, s-au lăsat în repaos 24 ore, apoi au fost bine agitate şi puse peste eşantioane de piele gelatină, flota fiind de 400% faţă de pielea gelatină. După 24 ore pielea gelatină a fost scoasă din soluţia de 1° Bé şi introdusă într-o soluţie proaspătă de 2° Bé. După alte 24 ore pielea gelatină a fost introdusă într-o soluţie de 4° Bé, apoi în soluţii de respectiv 6°, 8°, 10° şi 12° Bé. Soluţiile epuizate (imediat ce pielea gelatină a fost scoasă) s-au agitat pentru omogenizare şi s-a determinat sedimentul, atît prin metoda gravimetrică cît şi prin cea volumetrică.

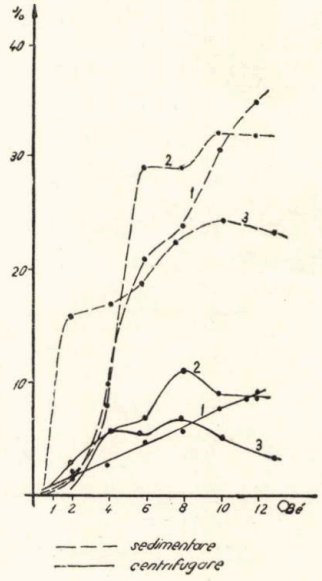


Fig. 1. — Variaţia sedimentului soluţiilor de extract de stejar în absenţa pieii gelatină.
1. Extract de stejar indigen obţinut prin extracţie sulfitică. *2.* Extract de stejar indigen obţinut prin extracţie simplă cu apă. *3.*Extract de stejar iugoslav.

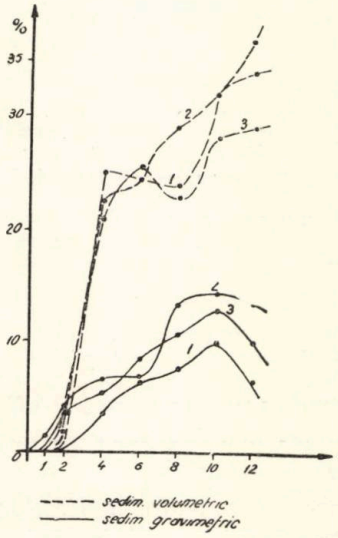


Fig. 2. — Variaţia sedimentului soluţiilor de extract de stejar în prezenţa pieii gelatină.
1. Extract de stejar indigen obţinut prin extracţie sulfitică. *2.* Extract de stejar indigen obţinut prin extracţie simplă cu apă. *3.* Extract de stejar iugoslav.

Pielea gelatină a fost decalcificată complet cu 0,1% acid clorhidric şi 0,6% clorură de sodiu, apoi, după o spălare intensă cu apă curgătoare, a fost introdusă într-o soluţie de 10% clorură de potasiu unde a rămas 24 ore. A urmat o spălare intensă cu apă curgătoare după care pielea gelatină a fost supusă tăbăcirii cu soluţii de extracte tanante vegetale.

Datele analitice sînt date în tabelul 3 şi fig. 2.

Comparînd rezultatele obţinute prin metoda gravimetrică cu datele de la sedimentarea în absenţa gelatinei, se constată că sedimentul în prezenţa gelatinei este mai mare decît sedimentul format de soluţiile tanice în absenţa gelatinei. Acest fapt se datoreşte substanţei dermice

Tabelul 3

Determinarea gravimetrică şi volumetrică a sedimentului extractelor de stejar în prezenţa gelatinei

Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti obţinut prin extracţie sulfitică							
Concentraţia soluţiilor (°Bé)	1	2	4	6	8	10	12
Sedimentul volumetric după 24 ore (%)	urme	urme	25,0	24,5	24,0	32,0	34,0
Sedimentul gravimetric (%)	0,08	0,23	3,57	6,78	7,51	9,92	6,87
Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti obţinut prin extracţie simplă cu apă							
Concentraţia soluţiilor (°Bé)	1	2	4	6	8	10	12
Sedimentul volumetric după 24 ore (%)	urme	2,0	22,5	24,5	29,0	32,0	37,0
Sedimentul gravimetric (%)	1,45	4,23	6,78	7,03	13,34	14,39	13,41
Extract de stejar iugoslav							
Concentraţia soluţiilor (°Bé)	1	2	4	6	8	10	12
Sedimentul volumetric după 24 ore (%)	urme	4,0	21,0	25,5	23,0	28,0	29,0
Sedimentul gravimetric (%)	0,75	3,62	5,47	8,45	10,77	12,84	10,17

dizolvate şi pH-ului soluţiilor, care este modificat datorită prezenţei pieii gelatină.

Metoda de analiză gravimetrică dovedeşte că maximul de sediment la extractele studiate este la 10°Bé. După metoda volumetrică sedimentul creşte cu concentraţia. Aceasta dovedeşte că înfoierea sedimentului format creşte cu concentraţia şi datele obţinute prin metoda volumetrică pot fi astfel eronate.

Extractul de stejar indigen obţinut prin extracţie sulfitică depune în soluţie, în prezenţa gelatinei, cantitatea cea mai mică de sediment, în comparaţie cu extractele studiate.

3. Constituţia sedimentelor formate la diferite concentraţii

Este cunoscut din literatura de specialitate că sedimentul soluţiilor de extract de stejar este bogat în tanin [1]. În lucrarea de faţă ne-am propus să studiem compoziţia tanică a sedimentelor soluţiilor de extract de stejar, la diferite concentraţii, pentru a ne putea face o imagine mai clară asupra pierderilor de tanin ce au loc la prepararea soluţiilor, datorită formării sedimentelor.

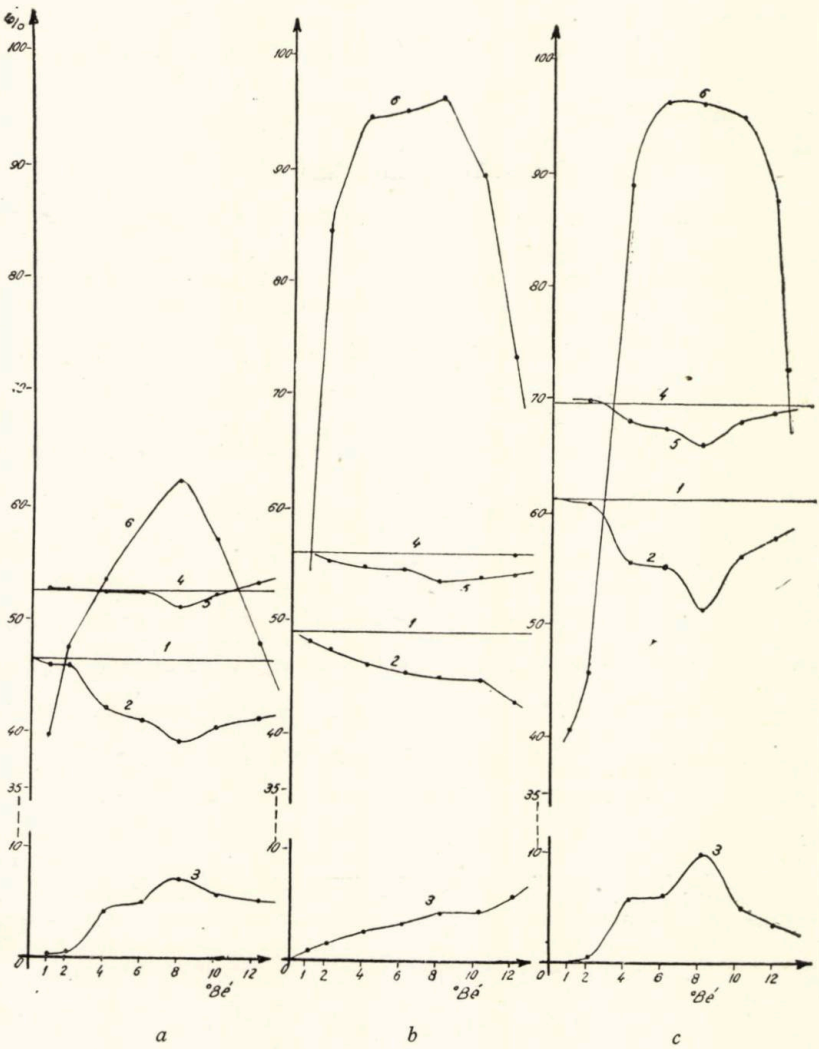


Fig. 3. — Compoziţia tanică a sedimentelor funcţie de concentraţia soluţiilor.
1. Conţinutul în tanin al extractului studiat.
2. Conţinutul în tanin a soluţiei centrifugate după sedimentare.
3. Conţinutul în tanin a sedimentului.
4. Cifra de raport a extractului studiat.
5. Cifra de raport a soluţiilor centrifugate.
6. Cifra de raport a sedimentului.
a. Extract de stejar indigen obţinut prin extracţie simplă cu apă.
b. Extract de stejar indigen obţinut prin extracţie sulfitică.
c. Extract de stejar iugoslav.

Tabe

Analiza tanică a sedimentelor formate

Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti,

Densitatea soluţiilor supuse sedimentării (°Bé)	1,0			2,1			4,1		
Date analitice	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Solubile totale	87,43	85,85	1,58	87,43	85,50	1,93	87,43	84,50	2,93
Netaninuri	38,30	37,60	0,70	38,30	38,00	0,30	38,30	38,13	0,17
Tanin	49,13	48,25	0,88	49,13	47,50	1,63	49,13	46,37	2,76
Cifra de raport	56,19	56,26	55,70	56,19	55,55	84,45	56,19	54,87	94,29

Extract de stejar „Argeşul"-Piteşti,

Densitatea soluţiilor supuse sedimentării (°Bé)	1,0			2,0			4,1		
Date analitice	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Solubile totale	88,59	87,50	1,09	88,59	87,37	1,22	88,59	80,50	8,09
Netaninuri	42,01	41,35	0,66	42,01	41,37	0,64	42,01	38,25	3,76
Tanin	46,58	46,15	0,43	46,58	46,00	0,58	46,58	42,25	4,33
Cifra de raport	52,58	52,71	39,45	52,58	52,64	47,58	52,54	52,50	53,52

Extract de

Densitatea soluţiilor supuse sedimentării (°Bé)	1,0			2,0			4,25		
Date analitice	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Solubile totale	88,09	87,50	0,59	88,09	87,00	1,09	88,09	81,60	6,49
Netaninuri	26,75	26,40	0,35	26,75	26,15	0,60	26,75	26,03	0,72
Tanin	61,34	61,10	0,24	61,34	60,85	0,49	61,34	55,57	5,77
Cifra de raport	69,63	69,82	40,67	69,63	69,88	45,87	69,63	68,10	88,90

I — analiza tanică a extractului supus sedimentării,
II — analiza tanică a extractului rămas în soluţia centrifugată,
III — analiza tanică a sedimentului.

lul 4

la diferite concentrații (%)

obținut prin extracție sulfitică

6,1			8,0			10,25			12,0		
I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
87,43	83,75	3,68	87,43	82,75	4,63	87,43	82,13	5,30	87,43	79,30	8,13
38,30	38,13	0,17	38,30	38,13	0,17	38,30	37,75	0,55	38,30	36,15	2,15
49,13	45,62	3,51	49,13	44,62	4,51	49,13	44,38	4,75	49,13	43,15	5,98
56,19	54,47	95,39	56,19	53,92	96,36	56,19	54,03	89,62	56,19	54,41	73,55

obținut prin extracție simplă cu apă

6,0			8,1			10,0			12,6		
I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
88,59	78,61	9,98	88,59	76,88	11,71	88,59	78,25	10,34	88,59	77,50	11,09
42,01	37,36	4,65	42,01	37,63	4,38	42,01	37,62	4,39	42,01	36,25	5,76
46,58	41,25	5,33	46,58	39,25	7,33	46,58	40,63	5,95	46,58	41,25	5,33
52,58	52,47	53,40	52,58	51,15	62,59	52,58	51,92	57,58	52,54	53,22	48,06

stejar iugoslav

6,1			8,1			10,25			12,0		
I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
88,09	81,75	6,34	88,09	77,78	10,31	83,09	82,84	5,25	88,09	84,20	3,89
26,75	56,52	0,23	26,75	26,37	0,38	26,75	26,49	0,26	26,75	26,27	0,48
61,34	55,23	6,11	61,34	51,41	9,93	61,34	56,35	4,99	61,34	57,93	3,41
69,63	67,55	96,37	69,63	66,09	96,33	69,68	68,02	95,04	69,63	68,80	87,66

Din cele trei extracte de stejar studiate, s-au preparat soluţii de 1°, 2°, 4°, 6°, 8°, 10° şi 12°Bé, solvîndu-se cu apă clocotită cantităţi de extract, exact cîntărite şi aducîndu-se în flacoane cotate ; soluţiile s-au lăsat 24 ore în repaos la temperatura laboratorului. După 24 ore de şedere soluţiile au fost omogenizate prin agitare şi centrifugate cu 3000 rot./min. pentru separarea sedimentului format. Soluţiilor centrifugate li s-a făcut analiza tanică determinîndu-se : solubilele totale, netaninurile, taninul şi cifra de raport.

Rezultatele au fost exprimate la 100 g de extract, la umiditatea normală (tabelul 1). Cunoscîndu-se analiza tanică a extractelor studiate şi analiza tanică a soluţiilor centrifugate, prin diferenţă s-a calculat compoziţia tanică a sedimentelor. Rezultatele determinărilor sînt date în tabelul 4 şi fig. 3.

Din analiza rezultatelor se constată că sedimentul extractelor de stejar este bogat în tanin. Cifra de raport a sedimentelor creşte cu concentraţia soluţiilor pînă la 6...8°Bé ca apoi din nou să scadă. Se constată că cifra de raport a sedimentului format la concentraţia de 8°Bé la extractele de stejar iugoslav şi indigen obţinut prin extracţie sulfitică, este cuprinsă între 96,36...96,33%.

La aceste concentraţii se obţin sedimente cu o puritate foarte ridicată în tanin.

Se observă, de asemenea, că o dată cu creşterea concentraţiilor soluţiilor centrifugate, cifra de raport, respectiv conţinutul de tanin, scade pînă la 6...8°Bé, ca apoi din nou să crească.

Extractul de stejar indigen, obţinut prin extracţie simplă, se comportă asemănător cu celelalte extracte, cu deosebirea că cifrele de raport a sedimentelor sînt apropiate ca mărime cifrelor de raport a extractului studiat sau a soluţiilor tanice centrifugate. Acest fapt dovedeşte că sedimentele acestui extract au o compoziţie tanică asemănătoare celei a extractului tanant. Totuşi, din fig. 3 rezultă că procentul de tanin din sedimentele extractului de stejar indigen obţinut prin extracţie simplă cu apă sînt mai mari la concentraţiile medii de întrebuinţare a soluţiilor tanice, în comparaţie cu extractul de stejar indigen obţinut prin extracţie sulfitică.

4. Concluzii

1. Se constată că metoda de determinare a sedimentelor prin centrifugare este mult mai precisă în comparaţie cu metoda volumetrică. Cu această metodă se poate aprecia mult mai riguros valoarea de întrebuinţare a extractelor tanante.

2. Aplicîndu-se metoda de determinare a sedimentelor prin centrifugare se constată că soluţiile extractelor de stejar în prezenţa gelatinei depun o cantitate mai mare de sediment decît în absenţa gelatinei, ceea ce nu rezultă suficient de concludent prin aplicarea metodei de determinare volumetrică.

3. Sedimentele extractelor de stejar sînt bogate în tanin, cifra lor de raport atingînd valori mari (96,37%) la concentraţiile medii de întrebuinţare a soluţiilor.

4. Ar fi interesant să se studieze posibilitatea micşorării sedimentelor din soluţiile de extract de stejar indigen prin adăugarea de substanţe dispersante.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Tehnologia Pieilor, Blănurilor şi Materiilor tanante

BIBLIOGRAFIE

1. Mihailov A N., *Chimia substanţelor tanante şi a proceselor de tăbăcire*, I. D. T., Buc., 1955, p. 199, (trad. din l. rusă).
2. Braunschweig Th., Collegium, 1939, S. 369.
3. Sagoschen J A., Rev. Techn. Ind. Cuir, 1958, *6*, pp. 121—124.
4. — Collegium, 1932, S. 500—505.
5. Alexa Gh., Chiriţă Aglaia şi Chiriţă Gh., Revista de Chimie, ASIT, 1959, *11*, (sub tipar).

К ВОПРОСУ СЕДИМЕНТАЦИИ ЭКСТРАКТА ДУБОВОЙ ДРЕВЕСИНЫ

(Резюме)

Изучаются экстракты отечественных пород дуба, применяя метод определения седимента фугованием по сравнению с объемным методом. Констатируется, что метод определения седимента фугованием является более точным: он позволяет определить рациональность использования таннидных экстрактов. Седименты дубовых экстрактов характеризуются большим количеством дубильных веществ.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение седиментов растворов дубового экстракта в наличии голья.
1. Сульфитно-полученный местный дубовый экстракт,
2. Местный дубовый экстракт, простой водяной получки,
3. Югославский дубовой экстракт.
Рис. 2. — То же в отсутствии голья.
1. Сулфитно-полученный местный дубовой экстракт,
2. Местный дубовой экстракт, простой водяной получки,
3. Югославский дубовой экстракт.
Рис. 3. — Таннидный состав седиментов в зависимости от концентрации растворов.
1. Содержание танина в исследованном экстракте,
2. Содержание танина в профугованом после осаждения раствора,
3. Содержание танина в осадке,
4. Величина отношения исследованного экстракта,
5. Величина отношения профугованного раствора,
6. Величина отношения осадка,
a. Местный дубовый экстракт, простой водяной получки,
b. Сульфито-полученный местный дубовый экстракт,
c. Югославский дубовый экстракт.

SUR LA DÉTERMINATION QUANTITATIVE DES SÉDIMENTS DANS L'EXTRAIT DE BOIS DE CHÊNE

(Résumé)

Dans la présente Note on étudie la détermination quantitative des sédiments dans l'extrait de chêne d'après la méthode par centrifugation en comparaison avec la méthode volumétrique.

D'après les résultats obtenus on estime que la méthode par centrifugation permet un dosage pondéral des sédiments dans les extraits tannants, plus précis.

D'autre part on constate que les sédiments de l'extrait de bois de chêne sont riches en tanin, leur chiffre de rapport atteignant une valeur de 96,37% aux concentrations moyennes des solutions employées.

Explication des figures

Fig. 1. — La variation du sédiment des solutions d'extrait de chêne en absence de la peau en tripe.
1. Extrait de chêne indigène obtenu par extraction sulfitique.
2. Extrait de chêne indigène obtenu par extraction simple à l'eau.
3. Extrait de chêne jugoslave.

Fig. 2. — La variation du sédiment des solutions d'extrait de chêne en présence de la peau en tripe.
1. Extrait de chêne indigène obtenu par extraction sulfitique
2. Extrait de chêne indigène obtenu par extraction simple à l'eau.
3. Extrait de chêne jugoslave.

Fig. 3. — La compositions tannique du sédiment en fonction de la concentration des solutions tanniques.
1. Le contenu en tanin de l'extrait étudié.
2. Le contenu en tanin de la solution centrifugée après sédimentation.
3. Le contenu en tanin du sédiment.
4. La chiffre de rapport de l'extrait étudié.
5. La chiffre de rapport des solutions centrifugées.
6. La chiffre de rapport du sédiment.
a. Extrait de chêne indigène obtenu par extraction simple à l'eau.
b. Extrait de chêne indigène obtenu par extraction sulfitique.
c. Extrait de chêne jugoslave.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

677.31

CONTRIBUŢII LA CUNOAŞTEREA MODIFICĂRILOR STRUCTURALE ALE VÎRFURILOR FIBRELOR DE LÎNĂ

DE

MIŞILIM GRINDEA ŞI TANIA FORST

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

1. Introducere

Fibra de lînă avînd la bază cheratina, substanţă proteică formată din mai mulţi amino-acizi, prezintă variaţii de compoziţie care apar începînd cu analiza elementară [1]:

$$C = 50\%,\ O = 22...25\%,\ N = 15..21\%\ H = 6...7\%,\ S = 3...4\%.$$

Sulful se găseşte în lînă în cea mai mare parte sub formă de cistină, în cantitate mai mare sau mai mică, şi reprezintă un factor esenţial în formarea fibrei.

Reactivitatea cheratinei se datoreşte în cea mai mare măsură punţii cistinice care poate fi uşor oxidată, redusă şi hidrolizată, dînd o varietate de reacţii complexe. Ea contribuie în foarte mare măsură la proprietăţile fizice şi mecanice ale lînei.

Elöd, Nowotny şi Zahn [2] consideră că nu tot sulful din lînă se află în puntea disulfidică, ci o parte este legat ca în cauciucul vulcanizat, sub formă de punţi lantionice, mai cu seamă la marginile lanţului polipeptidic.

După cum au arătat Harris şi Smith [3] conţinutul în sulf variază în funcţie de rasa animalului, hrană şi condiţii climaterice.

Barrit şi King [4] au găsit că conţinutul de sulf variază după specie între 3,03% şi 4,13%. Aceste diferenţe au făcut să se pună la îndoială faptul că cheratinele diferitelor lînuri au aceeaşi schemă structurală.

Dar mai mult, compoziţia chimică a lînii variază şi de-a lungul aceleiaşi fibre şi anume, conţinutul de sulf scade de la rădăcina fibrei spre vîrf.

Bonsma [5] a găsit urmatoarele valori pentru o lînă merinos :

vîrf — 3,54%, mijloc — 3,38%, rădăcină — 3,71%.

Această pierdere de sulf se datoreşte factorilor atmosferici şi luminii solare, lîna fiind atacată în timpul creşterii ei. Procesele care au loc sînt similare cu reacţiile fotochimice.

Faptul că vîrful conţine mai puţin sulf se explică prin vîrstă, deci prin expunere mai lungă şi prin lipsa unei protejări — mijlocul şi baza fiind mai protejate de cojoc, într-o măsură ce depinde de densitatea acestuia [6].

Primele studii asupra degradării lînii de către lumină au fost făcute de Kertesz [7], Hermann [8] iar apoi prin lumina solară de către v. Bergen [9], care a găsit că umflarea lînii în soluţii de hidroxid de sodiu 1/10 *N* este, pînă la o anumită limită, proporţională cu lungimea duratei de expunere la lumină, fapt confirmat şi de lucrările lui King şi Barrit, care au găsit că lîna cu un conţinut procentual de sulf mai mare are repriză mai mică, este mai puţin higroscopică [10].

O dovadă în plus că lîna expusă la intemperii şi lumină solară suferă o degradare fotochimică este şi faptul că conţinutul de sulf variază şi în funcţie de locul fibrei în cojocul animalului. Studii în această direcţie au fost întreprinse de Mac Mahon

şi Speakman [11]. Fibrele au fost luate de la un singur animal, o parte din cojoc fiind acoperită (flancurile) iar spatele şi grumazul rămînînd descoperite în timpul perioadei de creştere a lînii. Ei au obţinut datele cuprinse în tabelul 1.

Tabelul 1

Conţinut de sulf (% raportat la lîna uscată)

Porţiunea din cojoc	Grumaz (neacoperit)	Spate (neacoperit)	Flanc (acoperit)
Vîrf	2,83	2,78	3,27
Mijloc	3,18	3,26	3,23
Rădăcină	3,55	3,45	3,53

Astfel, o parte din sulful total este pierdut în vîrful fibrei atunci cînd aceasta este expusă la lumină în timpul creşterii. Dacă se consideră că sulful se pierde sub formă de hidrogen sulfurat, aproximativ 28% din legăturile disulfidice ale lînii expuse sînt hidrolizate sub influenţa luminii.

Harris şi Smith (loc. cit.) au arătat că lumina ultravioletă poate desface puntea cistinică a lînii uscate, astfel ca eventual toată cistina să fie oxidată. Ei au determinat această degradare cu ajutorul solubilităţii în alcalii, măsurării azotului labil şi a conţinutului de sulf sub formă de SO_4^{--}, şi au dedus că ea este proporţională cu descreşterea conţinutului în cistină şi cu creşterea solubilităţii în alcalii.

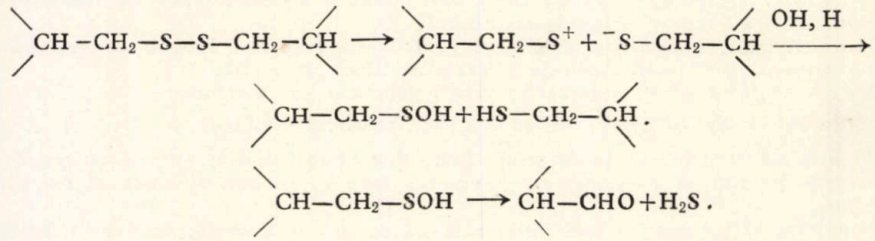
Deci reacţia fotochimică are loc în primul rînd asupra punţii cistinice.

Ea este favorizată şi mult crescută de prezenţa umidităţii şi a acizilor în fibră şi încetinită de prezenţa alcaliilor.

Reacţia principală care are loc este asemănătoare reacţiei lînii cu hidroxidul de sodiu.

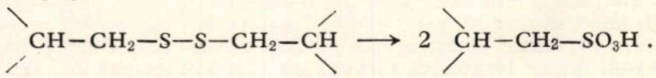
Umiditatea favorizează reacţia însă nu influenţează primul stadiu al ei, care constă în desfacerea punţii disulfidice.

Apa de pe fibră este scindată sub influenţa luminii solare în radicalii H şi OH [12], [13] care intră în reacţie în a doua fază, dînd naştere unui derivat sulfhidric stabil şi unui derivat de acid sulfenic nestabil, care se descompune cu formare de aldehidă şi hidrogen sulfurat conform reacţiei



Hidrogenul sulfurat format este oxidat ulterior la acid sulfuric care conferă culoarea galbenă şi înăsprirea la pipăit a vîrfurilor fibrelor de lînă [14].

Deşi întreaga cantitate de cistină poate fi distrusă fotochimic, reacţia totală nu poate fi reprezentată exclusiv prin mecanismul de mai sus, căci dispariţia cistinei şi pierderea de sulf total nu coincind. Se formează în această reacţie şi o cantitate oarecare de acid cisteic [15] fapt constatat de Consden, Gordon şi Martin pe cale cromatografică [16]:



Prin analogie cu alte reacţii fotochimice se pare că oxidrilul joacă un rol important şi în această privinţă, reacţia poate fi asemănătoare cu reacţia cu peroxizi, cantitatea de acid cisteic format fiind direct proporţională cu gradul de degradare a fibrei [17].

În ce priveşte lanţul polipeptidic principal, după unii autori [18], [19] are loc o hidroliză a legăturilor peptidice, fapt dovedit prin creşterea numărului de grupe aminice libere, iar după alţii [3], acest lanţ nu suferă nici o influenţă hidrolitică, fapt dovedit prin curbele de titrare acidă, identice, ale rădăcinii şi vîrfului fibrei de lînă.

Cercetări recente bazate pe aplicarea radioactivităţii, au studiat pătrunderea radiocobaltului Co^{60} într-o şuviţă de lînă, în cursul unei vopsiri cu coloranţi de crom. Fixarea preferenţială a metalului la extremităţile degradate ale fibrei este pusă în evidenţă, ceea ce ilustrează rapiditatea mai mare de pătrundere în aceste zone unde cortexul este direct accesibil [20].

Dată fiind existenţa unor diferenţe structurale în fibra de lînă şi anume degradarea vîrfului, la prelucrarea ulterioară, şi în special la vopsire, apar efecte nedorite, porţiunea degradată vopsindu-se diferit cu majoritatea coloranţilor acizi, crom, cadă, aşa numita „tippy dyeing".

Comportarea tinctorială diferită a vîrfurilor a fost arătată prima oară de L ö h n e r [21] şi v. Bergen [22].

S p e a k m a n, R a c e, R o w e şi V i k e r s t a f f [19] au arătat că prezenţa grupelor reducătoare —CHO şi —SH în vîrfuri împiedică dezvoltarea completă a nuanţei majorităţii coloranţilor de crom care depind de oxidare, precum şi formarea complexului care dă nuanţa adevărată a lacului.

Lîna expusă la lumină se umflă mai mult datorită lipsei legăturilor transversale. Coloranţii coloid-disperşi, adică coloranţii de proastă egalizare, pătrund mai uşor în porţiunile expuse ale fibrei şi rămîn fixaţi, particulele fiind mari, iar acei molecular-disperşi — coloranţi de bună egalizare — deşi pătrund, avînd molecula mică, cad la

Tabelul 2

Metoda de cercetare	Porţiunea din fibră	Sortul de lînă	
		Ţurcană	Spancă
Solubilitatea în NaOH (%)	rădăcină	6,12	8,85
	mijloc	6,08	7,00
	vîrf	10,33	11,77
	fibră	7,26	7,57
Conţinutul de cistină (%)	rădăcină	13,50	12,69
	mijloc	13,73	12,76
	vîrf	12,55	11,93
	fibră	13,11	12,42
Conţinutul de sulf cistinic (%)	rădăcină	3,60	3,38
	mijloc	3,65	3,41
	vîrf	3,34	3,18
	fibră	3,50	3,31
Absorbţia de $CuSO_4$ amoniacal (reacţia RW) (mg $CuSO_4$ legat de 1 g fibră)	rădăcină	15,27	12,60
	mijloc	16,85	15,75
	vîrf	19,21	25,97
	fibră	18,90	18,90

spălare. Deci vîrfurîle se vor vopsi mai intens decît restul fibrei în cazul coloranţilor de piuare şi mai puţin intens în cel de al doilea caz.

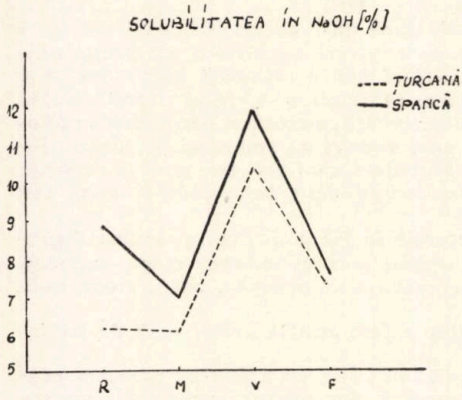


Fig. 1

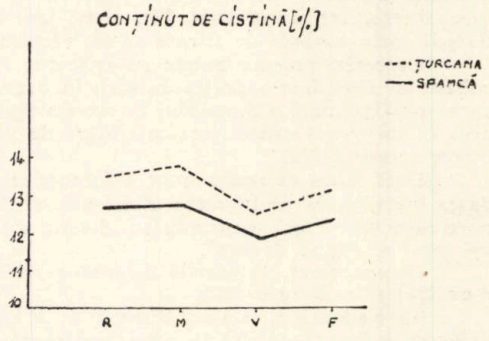


Fig. 2

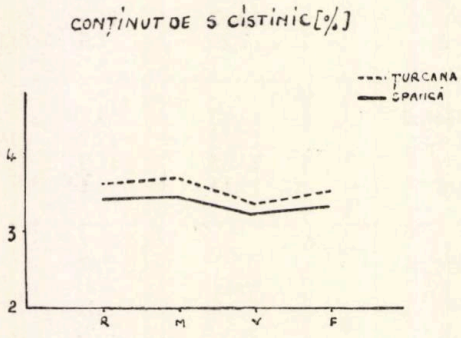


Fig. 3

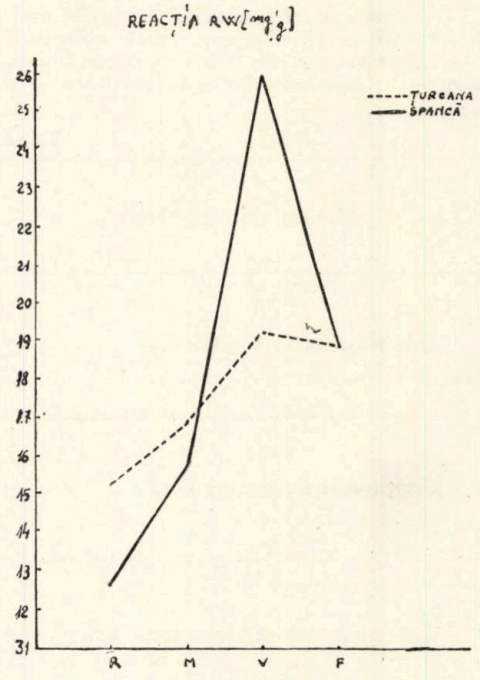


Fig. 4

În lucrarea de faţă ne-am propus studierra diferenţelor structurale a diferitelor porţiuni ale fibrei de lînă prin determinarea solubilităţii în alcalii, a absorbţiei de sulfat de cupru amoniacal (reacţia RW) şi pentru comparare cu celelalte lucrări citate, şi a conţinutului în sulf cistinic.

Rezultatele obținute sînt redate în tabelul 2 și fig. 1...4.

În ceea ce privește conținutul de sulf cistinic noi am regăsit la a nbele tipuri de lînă cercetate conținutul mai mic la vîrf față de rădăcină, precum și față de fibra întreagă.

Pentru mijloc, neconcordanța dintre datele lui Bonsma și acele ale lui Mac Mahon și Speakman, apare și la noi, însă în sens opus. Conținutul ceva mai mare în sulf cistinic găsit de noi pentru mijloc este confirmat și de solubilitatea în alcalii mai mică, dar nu și de reacția RW.

Solubilitatea în alcalii a diferitelor porțiuni ale fibrei de lînă, determinată pentru prima dată de noi, arată net degradarea vîrfurilor în raport cu fibra întreagă și cu celelalte porțiuni.

Pe de altă parte, absorbția de $CuSO_4$ amoniacal folosită de asemenea pentru prima dată de noi la diferitele porțiuni ale fibrei, decurge în bună concordanță cu solubilitatea în alcalii.

2. Partea experimentală

S-a lucrat pe două sorturi de lînă: o lînă fină — spancă de Medgidia (Constanța) și o lînă groasă — țurcană de Iași.

Lîna brută a fost curățită prin degresare în Sohxlet cu tetraclorură de carbon, spălare cu apă distilată, uscare la aer și destrămare pentru îndepărtarea însoțitorilor accidentali.

Pentru degresare finală materialul este tratat din nou cu tetraclorură de carbon.

Materialul astfel pregătit a fost supus următoarelor încercări:

a) *Solubilitatea în alcalii*

Metoda Harris-Smith [23] se bazează pe solubilitatea în soluții de NaOH a unor porțiuni din fibră labilizate prin degradare oxidativă.

Metoda elaborată de către autori pentru cercetarea degradărilor oxidative a fost aleasă de noi tocmai pentru că vîrfurile fibrei de lînă sînt degradate fotochimic, deci și oxidativ.

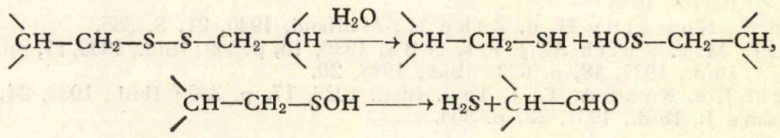
Se folosește o soluție de NaOH 1/10 *N*, durata de tratare 1 oră, temperatura 65° (±0,1), lîna fiind apoi uscată la 105°.

Diferența de greutate dintre proba inițială și finală dă pierderea în greutate prin dizolvare în NaOH, care se raportează la greutatea inițială.

Rezultatele reprezintă mediile a cîte 12 determinări.

b) *Determinarea conținutului de sulf cistinic* [24]

Metoda folosită se bazează pe degajarea hidrogenului sulfurat din lîna dizolvată în NaOH, după mecanismul:



Acest hidrogen sulfurat, care reprezintă jumătate din sulful cistinic, este titrat iodometric în mediu puternic acid (H_2SO_4) pentru a împiedeca legarea iodului la grupele aminice ale lînii.

Este necesar un exces mare de soluţie de iod 1/10 *N* pentru a reacţiona cu hidrogenul sulfurat format. Excesul de iod este retitrat cu $Na_2S_2O_3$ 1/10 *N*.

Rezultatele reprezintă mediile a cîte 12 determinări.

c) *Absorbţia de* $CuSO_4$ *amoniacal* [25]

Metoda constă în tratarea lînii cu o soluţie de sulfat de cupru amoniacal de concentraţie cunoscută, urmată de o determinare iodometrică a cantităţii de $CuSO_4$ legat de fibra de lînă.

Aplicarea acestei metode la lîna degradată prin oxidare, deci fotochimic, se extinde pînă la o solubilitate în alcalii de 25...30%. Pentru solubilităţi mai mari valorile obţinute nu sînt reprezentative pentru mărimea degradării.

În cazul nostru metoda este aplicabilă, deoarece solubilitatea maximă în alcalii, găsită de noi, este de 11,77%.

Rezultatele reprezintă media a cîte 6 determinări.

3. Concluzii

1. Conţinutul de sulf cistinic la lînurile analizate este mai mic la vîrf decît la fibra întreagă şi rădăcină.

2. Solubilitatea în alcalii, determinată prima dată pe porţiuni de fibră de către noi, este mai mare la vîrf decît la fibra întreagă şi rădăcină.

3. Absorbţia de sulfat de cupru amoniacal este de asemenea mai mare la vîrf decît la fibra întreagă şi rădăcină.

4. Solubilitatea mare în alcalii precum şi absorbţia mare de sulfat de cupru permit a trage concluzia că vîrful fibrei de lînă este o porţiune mai accesibilă reactivilor, prin lipsa unei părţi din punţile covalente ale fibrei, adică ale punţii cistinice, fapt confirmat şi de scăderea conţinutului de sulf cistinic.

5. Cele de mai sus confirmă ideea că vîrful reprezintă o porţiune a fibrei de lînă degradată fotochimic, fapt care trebuie luat în consideraţie în operaţiile ulterioare şi în special la vopsire.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Tehnologie Chimică Textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Glafey H., Krüger D. u. Ulrich G., *Technologie der Wolle*, J. Springer Berlin, 1938
2. Elöd E., Nowotny H. u. Zahn H., Melliand, 1940, **21**, S. 385.
3. Harris M. a. Smith A., J. Res. N B S, 1936, **16**, p. 309; Ibid., 1936, **17**, pp. 97-116; Ibid., 1937, **18**, p. 623; Ibid., 1938, **20**.
4. Barrit J. a. King A. T., J. Text. Inst., 1926, **17**, p. 336; Ibid., 1933, **24**, p. 119.
5. Bonsma J., Ibid., 1931, **22**, p. 305.

6. Preston J. M., *Fibre science,* Manchester, 1949, (ch. XVI, J. B. Speakman-Survey of the chimistry of Keratin fibres).
7. Kertesz A., Textil Forsch., 1919, S. 63.
8. Heermann P. u. Sommer I., Monatschr. f. Textilind., 1925, S. 161, 207.
9. v. Bergen W., Melliand, 1925, **6**, S. 745.
10. Bonicatti M., *Chimica tessile della lana,* U. Hoepli, Milano, 1948, p. 60.
11. Mac Mahon a. Speakman J. B., Trans. Faraday Soc., 1937, **33**, p. 844.
12. Kernbaum A., C. r., Ac. Sci., Paris, 1909, **148**, p. 705.
13. Schaeffer A., Melliand, 1956, **37**, S. 954.
14. v. Bergen W. a. Mauersberger H., *American Wool Handbook,* Barness, New-York, 1948, pp. 178-181.
15. Alexander P. a. Hudson R., *Wool, its chemistry and physics,* London, 1954, ch. VIII.
16. Consden, Gordon a. Martin, Biochem. J., 1940, **40**, p. 580.
17. Houff H. a. Beaumont R., Text. Res. J., 1955, **26**, p. 881.
18. Fischer E. u. Bobsieu C., Zeitsch. f. Ges. Textilind., 1953, **56**, S. 409, 504.
19. Race E., Rowe F., Speakman J. B. a. Vikerstaff T., J. Soc. Dyers a. Col., 1938, **54**, pp. 141-171, 421-422.
20. Millson H. a. Turl, Am. Dyest. Rep., 1950, **39**, pp. 647-656.
21. Löhner O., *Entstehung, Verhinderung, Beseitigung der Flecken in Wollwaren,* Fr. Weiss, 1889.
22. v. Bergen W., Melliand, 1926, **7**, S. 451.
23. Harris M. a. Smith A. L., J. Res. NBS, 1936, **17**, p. 577.
24. Fink P., Textil-Rdsch., 1953, **8**, S. 294.
25. Nitschke G., Faserforschung u. Textiltechnik, 1956, **7**, S. 120.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СТРУКТУРАЛЬНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ВЕРХОВ ШЕРСТЯНЫХ ВОЛОКОН

(Резюме)

Анализируются участки (низ, середина и верх) шерстяного волокна и устанавливается следующее: содержание цистиновой серы, растворимость в щелочах (определяемая впервые в различных участках волокна), а также и сорбция аммонийного сульфата меди заметно повышены в верхах волокна по сравнению с низом и серединой.

Приведенные данные позволяют заключить, что верх волокна более реакциоспособный, благодаря отсутствию ковалентных связей т. е. цистиновых мостиков, что объясняется и сниженным содержанием цистиновой серы.

Из этого следует, что верхи волокон являются участком, фотохимической деструкции шерсти, факт требующий соответствующей оценки при последующих операциях обработки и в частности при крашений.

CONTRIBUTIONS À LA DÉTERMINATION DES MODIFICATIONS STRUCTURALES DES SOMMETS DES FIBRES DE LAINE

(Résumé)

On étudie les différences structurales des différentes portions de la fibre de laine en déterminant la solubilité en alcalies, l'absorbtion du sulfate de cuivre amoniacal (la réaction RW) et du contenu en souffre cystinique afin de permettre une comparaison avec les résultats obtenus par les auteurs cités (v. la Bibliographie).

On aboutit aux conclusions suivantes:

1. Le contenu en souffre cystinique des laines analysées est plus petit au sommet que dans la fibre entière et à la racine.

2. La solubilité en alcalies, déterminée sur des portions de fibre pour la première fois par nous, est plus grande au sommet que dans la fibre entière et à la racine.

3. L'absorbtion du sulfate de cuivre amoniacal est plus intense au sommet que dans la fibre entière et à la racine.

4 Les données obtenues quant à la solubilité en alcalies et l'absorbtion du sulfate de cuivre amoniacal permettent à conclure que le sommet de la fibre de laine représente une portion plus accésible aux réactifs par le manque d'une partie des ponts covalents de la fibre, c'est-à-dire de la pont cystinique, ce qui est confirmé et par la diminution du contenu en souffre cystinique.

5. Les résultats mentionés ci-dessus confirment l'idée que le sommet représente une portion de la fibre de la laine dégradée par voie photochimique, ce qu'on doit tenir compte dans les opérations ultérieures.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.385

ASUPRA UTILIZĂRII UNOR TUBURI ELECTRONICE ÎN MONTAJE ELECTROMETRICE

DE
C. ONU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Într-o lucrare anterioară [1] ne-am preocupat de studiul unor tuburi electronice obişnuite în scopul folosirii lor în montaje electrometrice, precum şi într-o serie de montaje de măsură de curenţi mici. În prezenta Notă se arată rezultatele măsurătorilor obţinute cu tuburi din seria de baterie tip miniatură, funcţionînd în regim electrometric.

Măsurarea curentului de grilă la aceste tuburi miniatură a fost făcută prin metoda cunoscută a încărcării capacităţii de intrare a tubului şi descărcarea ei pe rezistenţa de pierdere, echivalentă curentului de grilă [2].

Din tabelul 1 se poate observa că:

a) Curentul grilei, folosită ca grilă de comandă, este relativ mic în comparaţie cu cel al tuburilor electrometrice speciale [2].

b) Panta statică a tuburilor miniatură în regim electrometric este de ordinul a cîţiva μA/V, adică de circa 10 ori mai mică decît a tuburilor electrometrice speciale.

c) Factorul de amplificare static al tubului montat ca triodă este de ordinul unităţilor, în conformitate cu prevederile teoretice [2].

d) Factorul de amplificare al tubului montat ca pentodă poate atinge valori relativ mari, de ordinul zecilor sau al sutelor.

Se ştie că, pentru ca o triodă să aibă curentul de grilă I_g redus, se cere ca tubul să lucreze cu tensiuni anodice mici, şi anume, de ordinul 10 V, fapt ce necesită un factor de amplificare μ mic. La o pentodă tensiunea echivalentă U_{r_1} este dată de relaţia [3]:

$$U_{r_1} = U_{g_1} + U_{g_2}/\mu_1 + U_a/(\mu_1 \mu_2 \mu_3). \tag{1}$$

Deoarece $\mu_1 \mu_2 \mu_3 \gg \mu_1$ şi tubul lucrează la tensiuni anodice şi de grilă-ecran mici avem $U_a/(\mu_1 \mu_2 \mu_3) \ll U_{g_2}/\mu_1$ şi deci în regim electrometric, neglijînd suma potenţialelor de catod şi cel determinat de ener-

Tabelul 1

Tipul tubului	Tens. filam. V	Tens. anodă V	Curent încălzire mA	Curent grilă A	Panta statică μA/V	Factor amplificare		Electrod comandă
						Triodă	Pentodă	
1S5T	0,6	14	18	10^{-14}	2	6	100	G_1
1T4T	0,65	14	16	10^{-13}	4	4	40	G_1
1U5	0,50	14	20	10^{-14}	4	8	180	G_1
1R5T	0,48	12	15	2.10^{-12}	7	—	80	G_3

gia cinetică inițială a electronilor, rezultă că

(2) $$U_{r_1} \cong U_{g_1} + U_{g_2} / \mu_1 .$$

Pentru a avea curent catodic și deci și anodic, este necesar ca $U_{r_1} > 0$, rezultînd că $\mu_1 \leqslant U_{g_2} / U_{g_1}$.

Dacă avem, de exemplu, $U_{g_2} = 12$ V și $U_{g_1} = 1{,}5$ V, rezultă $\mu_1 \leqslant 8$.

Din acest raționament sumar rezultă că este suficient ca factorul de amplificare μ_1 al grilei-ecran să fie relativ mic, pentru ca tubul să lucreze cu tensiuni mici, adică în regim electrometric.

Deci la un tub electrometric, ales convenabil, se pot obține curenți de grilă mici, necesari regimului electrometric și totodată amplificări mari, ca pentodă, fără ca aceste două calități să fie contradictorii.

Din cele expuse mai sus se observă că este mai rațional a utiliza tuburi miniatură, obișnuite, de baterie, montate ca pentode în scheme electrometrice (dozimetre portabile, röntgenmetre, pH-metre, etc.) cu mai multe etaje, unde se capătă un curent de grilă mic și în același timp amplificări mari pe etaje. Evident că în cazul montajelor cu un singur etaj, unde se impune o pantă mare și un factor de amplificare mare, rezultate mai bune vor da tuburile electrometrice speciale.

Menționăm că valorile date în tabelul 1 diferă de la un exemplar de tub la altul. Menționăm, de asemenea, că se obține un curent de grilă minim după spălarea și degresarea tubului cu acetonă, calități care se păstrează relativ multă vreme la tubul care lucrează în condiții obișnuite de umiditate.

Ca exemple de folosire practică a acestor tuburi dăm mai jos o schemă cu două variante, a unei camere de ionizare funcționînd în regim de pulsuri, pentru substanțe radioactive ce emit particule α.

Prima variantă a fost realizată cu trei tuburi și este dată în fig. 1.

Ca primă lampă s-a folosit cu bune rezultate 1U5, 1S5T sau RL2, 4PR. Amplificatorul este de tip *RC*. Numărarea impulsurilor generate de către substanța slab radioactivă din camera de ionizare se face la un microampermetru, care la fiecare puls deviază printr-o oscilație în jurul poziției de zero. Montajul construit este stabil și consumă foarte puțin, fiind alimentat de două baterii de cîte 45 V.

O a doua variantă de cameră de ionizare în regim de pulsuri, realizată de noi, este dată în fig. 2.

Ca prim tub s-a folosit 1U5, montat ca triodă pe grila ecran. Celelalte două tuburi sînt 1S5T şi 1T4T, montate ca amplificatoare *RC* obişnuite. Ultimul tub, dubla pentodă DLL-101, este montată ca univibratoare, comandînd releul numărător *R*. În serie cu releul *R* se

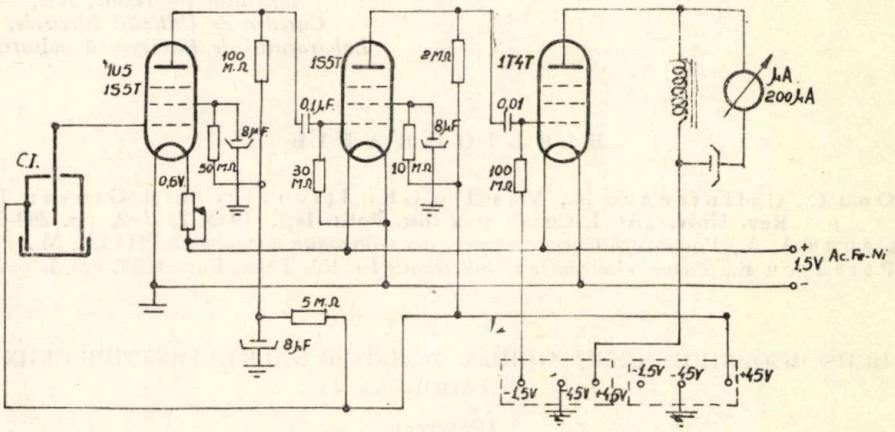


Fig. 1.

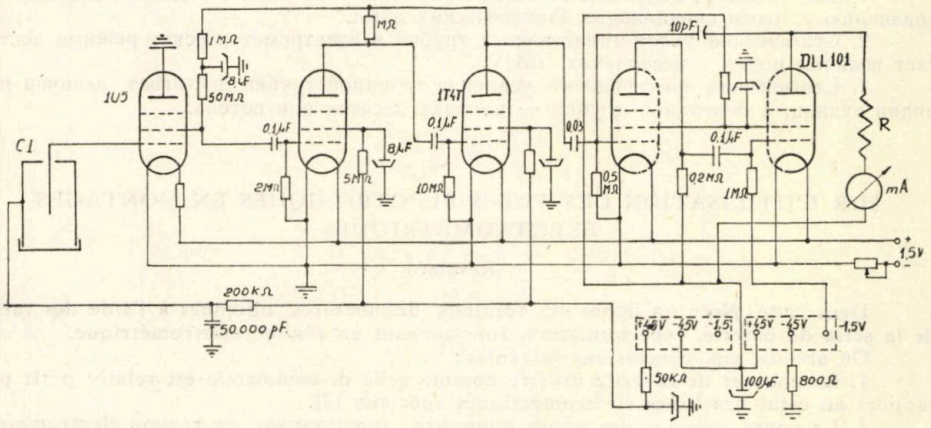


Fig. 2.

află şi un miliampermetru cu scara de 1 mA, care dă numărătoarea vizuală a pulsurilor produse de către particulele α emise de substanţa radioactivă din camera de ionizare. La rîndul său, releul numărător *R* restabileşte contactele unui numărător electromagnetic obişnuit (neindicat în schemă), permiţînd integrarea numărului de pulsuri pe timpul

măsurătorii. Se pot măsura pînă la 100 pulsuri pe minut, fapt ce este suficient, dat fiind că montajul este destinat pentru radioactivități slabe (particule α).

Și acest montaj este economic și este alimentat de la două baterii anodice de cîte 45 V, tip ГБ-СА-45, iar filamentele, de la o pilă de 1,5 V. Ambele montaje lucrează în mod satisfăcător.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Utilizări Electrice,
Laboratorul de Electronică industrială

BIBLIOGRAFIE

1. Onu C., Calinicenco N., Vasiliu Gh., Iţicovici M. și Giosan Tr., Rev. Univ. „Al. I. Cuza" și a Inst. Polit. Iași, 1955, **2**, *1-2*, pp. 289-308.
2. Санин А. А., *Радиотехнические методы исследования излучений*, ГИТТЛ, М., 1951.
3. Pătrașcu E., *Tuburi electronice și funcțiunile lor*, Ed. Tehn. Buc., 1957, vol. **I**, p. 252.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТРУБОК В ЭЛЕКТРОМЕТРИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

(Резюме)

Даются результаты измерений произведенных трубками, серии миниатюрных батерий, работающих в электрометрическом режиме.

Заключается следующие:

1. Ток решетки, использованной как решетка управления, относительно мал по сравнению с током специальных электрических ламп.

2. Статический уклон миниатюрных трубок в электрометрическом режиме достигает величин порядка нескольких μA/V.

3. Статический коэффициент усиление триодной трубки достигает величин порядка единиц, а пентодной трубки — порядка десяток или сотень.

SUR L'UTILISATION DES TUBES ÉLECTRONIQUES EN MONTAGES ÉLECTROMÉTRIQUES

(Résumé)

Dans cette Note on donne les résultats des mesures obtenues à l'aide des tubes de la série de baterie, type miniature, fonctionnant en régime électrométrique.

On aboutit aux conclusions suivantes:

1. Le courant de la grile utilisée comme grile de commande est relativ petit par rapport au celui des tubes électrométriques spéciaux [2].

2. La pante statique des tubes miniature, fonctionnant en régime électrométrique, est de l'ordre de quelques μA/U.

3. Le facteur statique d'amplification du tube fonctionnant en triode est de l'ordre des unités et celui du tube fonctionnant en pentode est de l'ordre des dizaines ou bien des centaines.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.315.33

СИММЕТРИРОВАНИЕ ТРЕХФАЗНОЙ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ В ОДНОФАЗНОЙ СЕТИ НАПРЯЖЕНИЕМ $2U_{ФН}$

Н. И. ЧЕРНОПЯТОВ

Работе трехфазных асинхронных двигателей в однофазных сетях напряжением 440 в, которое равно двойному номинальному фазовому напряжению, посвящено несколько исследований [1], [2]. В указанной литературе фазные обмотки двигателя рекомендуется соединять последовательно и применять одно или двухкратное шунтирование фаз емкостью. Такая схема включения машины не дает возможности получать строго кругового поля. Применение трехкратного шунтирования фазных обмоток машины позволяет создать в ней такие же условия, какие имеют место при работе ее в симметричной трехфазной сети.

Схема соединения машины в однофазной сети с трехкратным шунтированием фах приведена на рис 1. На схеме комплексы шунтирующих проводимостей равны $Y_A = y_A e^{-j\varphi_A}$, $Y_B = y_B e^{-j\varphi_B}$, $Y_{BC} = y_{BC} e^{-j\varphi_{BC}}$.

На основе законов Кирхгоффа можно составить следующие уравнения для схемы включения машины по рис. 1

$$\dot{U} = \dot{U}_A + \dot{U}_B - \dot{U}_C, \qquad (1)$$

$$\dot{I}_A + \dot{I}_{YA} + \dot{I}_C - \dot{I}_{YBC} = 0, \qquad (2)$$

$$\dot{I}_B + \dot{I}_C + \dot{I}_{YB} = 0. \qquad (3)$$

По методу симметричных составляющих получаем следующие уравнения:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_0 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2, \quad \dot{U}_B = \dot{U}_0 + a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2, \quad \dot{U}_C = \dot{U}_0 + a\dot{U}_1 + a^2\dot{U}_2, \qquad (4)$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_0 + \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \quad \dot{I}_B = \dot{I}_0 + a^2\dot{I}_1 + a\dot{I}_2, \quad \dot{I}_C = \dot{I}_0 + a\dot{I}_1 + a^2\dot{I}_2, \qquad (5)$$

$$\dot{I}_0 = \dot{U}_0 Y_0, \quad \dot{I}_1 = \dot{U}_1 Y_1, \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_2 Y_2. \qquad (6)$$

Токи по шунтирующим проводимостям можно выразить таким образом:

$$\dot{I}_{YA} = \dot{U}_A Y_A = (\dot{U}_0 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2) Y_A, \qquad (7)$$

$$\dot{I}_{YB} = \dot{U}_B Y_B = (\dot{U}_0 + a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2) Y_B, \qquad (8)$$

$$\dot{I}_{YBC} = (\dot{U}_B - \dot{U}_C) Y_{BC} = (a^2 - a)(\dot{U}_1 - \dot{U}_2) Y_{BC}. \qquad (9)$$

Уравнения (1)...(3) с учетом равенств (4)...(9) перепишутся следующим образом

$$\dot{U}-\dot{U}_0+2a\,\dot{U}_1+2a^2\dot{U}_2=0, \tag{1a}$$

$$2\dot{U}_0Y_0-\dot{U}_1Y_1-\dot{U}_2Y_2+\dot{U}_0Y_B+a^2\dot{U}_1Y_B+a\,\dot{U}_2Y_B=0. \tag{2a}$$

$$2\dot{U}_0Y_0-a^2\dot{U}_1Y_1-a\dot{U}_2Y_2+\dot{U}_0Y_A+\dot{U}_1Y_A+\dot{U}_2Y_A- \\ -(a^2-a)\dot{U}_1Y_{BC}+(a^2-a)\dot{U}_2Y_{BC}=0. \tag{3a}$$

Из решения уравнений (1а)...(3а) полуаем выражения комплексов напряжений нулевой, прямой и обратной составляющих

$$\dot{U}_0=\dot{K}\{Y_1[Y_A-Y_B+(a^2-a)Y_{BC}]+Y_2[(a^2-a)Y_1-Y_A+Y_B+ \\ +(a^2-a)Y_{BC}]+(a^2-a)(Y_{BC}-Y_A)Y_B\}, \tag{10}$$

$$\dot{U}_1=\dot{K}\{Y_2Y_A+2Y_0[Y_A-aY_B+(1-a)Y_2+(a^2-a)Y_{BC}+ \\ +Y_B[(1-a)Y_A-aY_2+(a^2-a)Y_{BC}]\}, \tag{11}$$

$$\dot{U}_2=\dot{K}\{-Y_1Y_A+2Y_0[a^2Y_B-Y_A+(a^2-1)Y_1+(a^2-a)Y_{BC}]+ \\ +Y_B[a^2Y_1+(a^2-1)Y_A+(a^2-a)Y_{BC}]\}, \tag{12}$$

где

$$\dot{K}=\dot{U}/\{(a^2-a)[Y_1Y_2+(Y_1+Y_2)(4Y_0+Y_A+Y_B+Y_{BC})+ \\ +4Y_0(Y_A+Y_B+Y_{BC})+3Y_B(Y_A+Y_{BC})]\}.$$

Для получения в машине строго кругового поля необходимо, чтобы составляющие нулевой и обратной последовательностей были равны нулю, что будет иметь место, как это следует из равенств (10) и (12), при удовлетворении следующих комплексных уравнений

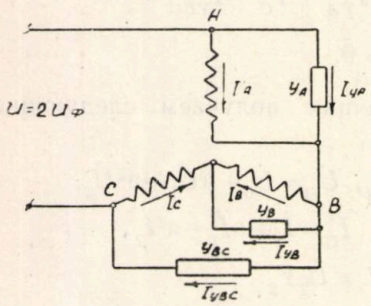


Рис. 1. — Схема включения трехфазной асинхронной машины в однофазную сеть.

$$Y_1Y_A-Y_1Y_B+(a^2-a)Y_1Y_{BC}- \\ -(a^2-a)Y_AY_B+(a^2-a)Y_BY_{BC}=0, \tag{13}$$

$$(a^2-a)Y_1-Y_A+Y_B+(a^2-a)Y_{BC}=0, \tag{14}$$

$$-Y_1Y_A+a^2Y_1Y_B+(a^2-1)Y_AY_B+ \\ +(a^2-a)Y_BY_{BC}=0, \tag{15}$$

$$(a^2-1)Y_1-Y_A+a^2Y_B+(a^2-a)Y_{BC}=0. \tag{16}$$

Анализ показывает, что каждое из уравнений (13)...(16) при

$$Y_B=aY_1 \tag{17}$$

принимает вид

$$a^2 Y_1 - Y_A + (a^2 - a) Y_{BC} = 0, \tag{18}$$

которое разбивается на следующие два уравнения

$$y_1 \cos(\pi/3 - \varphi_1) + y_A \cos\varphi_A + \sqrt{3} y_{BC} \sin\varphi_{BC} = 0, \tag{18 a}$$

$$y_1 \sin(\pi/3 - \varphi_1) - y_A \sin\varphi_A + \sqrt{3} y_{BC} \cos\varphi_{BC} = 0. \tag{18 b}$$

Из решения уравнений (18 a) и (18 b) находим выражения модулей симметрирующих проводимостей

$$y_A = y_1 \sin(\varphi_{BC} - \varphi_1 - \pi/6) / \cos(\varphi_A - \varphi_{BC}), \tag{19}$$

$$y_{BC} = (y_1 / \sqrt{3}) \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_A - \pi/3) / \cos(\varphi_A - \varphi_{BC}). \tag{20}$$

Из равенства (17), которое можно представить в следующей форме

$$Y_B = y_1 [\sin(\varphi_1 - \pi/6) + j \cos(\varphi_1 - \pi/6)], \tag{17 a}$$

следует, что при $\varphi_1 < \pi/6$ сгрого кругового поля в машине получить невозможно. При других значениях фазного угла φ_1 проводимость Y_B в общем случае должна быть активно-реактивной.

Для создания в машине строго кругового поля необходимо, чтобы проводимость Y_B удовлетворяла равенству (17 a) и другие проводимости должны быть (см. равенства (19) и (20)):

1) Если $\varphi_1 \leqslant \pi/3$, то Y_A — индуктивного характера, Y_{BC} — емкостного характера; аргументы этих проводимостей связаны неравенством $\varphi_A - \varphi_{BC} > \pi/2$.

2) Если $\varphi_1 = \pi/3 \ldots 5\pi/6$, то: а) Y_A и Y_{BC} — емкостного характера, аргументы их связаны неравенствами $\varphi_A + \varphi_{BC} < -\pi/2$ и $\varphi_{BC} \leqslant \varphi_1 - 5\pi/6$; б) $Y_A = 0$ и Y_{BC} — активно-емкостного характера, комплекс которой определяется равенством

$$Y_{BC} = (y_1 / \sqrt{3}) \cdot [\sin(\varphi_1 - \pi/3) + j \cos(\varphi_1 - \pi/3)]. \tag{21}$$

3) Если $\varphi_1 = 5\pi/6 \ldots \pi$, то: а) Y_A — емкостного характера, Y_{BC} — индуктивного характера, аргументы их связаны неравенстами $\varphi_A \leqslant \varphi_1 - 4\pi/3$ и $\varphi_A - \varphi_{BC} < -\pi/2$; б) $Y_{BC} = 0$ и Y_A — активно-емкостного характера, комплекс которой равен

$$Y_A = y_1 [-\cos(\varphi_1 - \pi/3) + j \sin(\varphi_1 - \pi/3)]; \tag{22}$$

в) $Y_A = 0$ и Y_{BC} — активно-индуктивного характера, комплекс которой определяется по формуле (21).

Наибольший интерес представляют величины симметрирующих проводимостей Y_A и Y_{BC} чисто реактивного характера. В этом случае

их значения при любой величине фазного угла асинхронной машины определяются по формулам

(23) $$Y_A = -jy_1 \cos(\varphi_1 + \pi/6),$$ (24) $$Y_{BC} = j(y_1/\sqrt{3}).(\varphi_1 - \pi/3).$$

Комплексы фазовых напряжений машины в однофазном симметричном режиме будут равны

(25) $$\dot{U}_A = \frac{1}{2}\dot{U}e^{j\pi/3}, \quad \dot{U}_B = \frac{1}{2}\dot{U}e^{-j\pi/3}, \quad \dot{U}_C = -\frac{1}{2}\dot{U}.$$

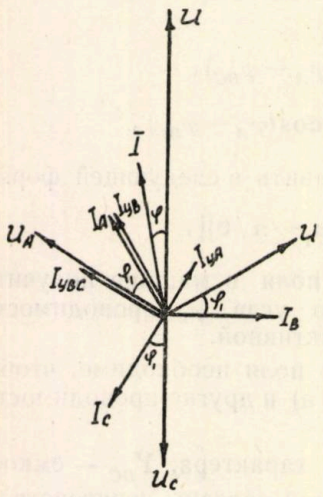


Рис. 2. — Векторная диаграмма напряжений и токов машины в симметричном однофазном режиме при $\varphi_1 = \pi/6$.

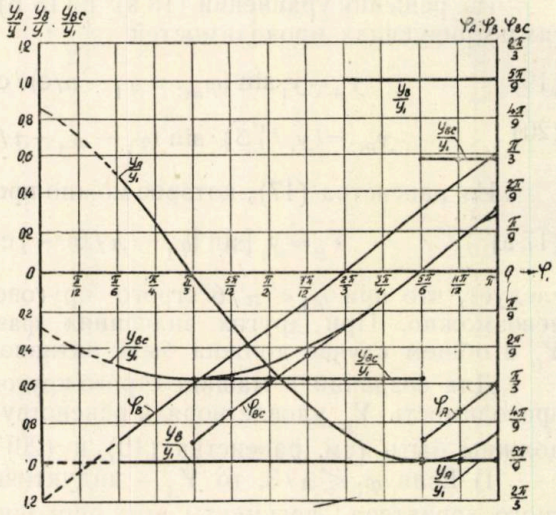


Рис. 3 *) — Зависимость модулей симметрирующих проводимостей и их аргументов от фазного угла асинхронной машины.

На рис. 2 приведена векторная диаграмма напряжений и токов трехфазной асинхронной машины в однофазном симметричном режиме при фазном угле $\varphi_1 = \pi/6$. На рис. 3 показана зависимость модулей и аргументов симметрирующих проводимостей от фазного угла машины φ_1.

Кажущую мощность каждого симметрирующего параметра через кажущую фазную мощность асинхронной машины в однофазном режиме при строго круговом поле можно выразить таким образом:

(26) $$S_{YA} = S_\Phi |\cos(\varphi_1 + \pi/6)|,$$ (27) $$S_{YB} = S_\Phi,$$

(28) $$S_{YBC} = S_\Phi |\cos(\varphi_1 - \pi/3)|.$$

Комплекс линейного тока асинхронной машины в однофазном симметричном режиме при чисто реактивных проводимостях Y_A и Y_{BC} равен

*) Симметрирующие проводимости емкостного характера и аргументы, соответствующие им, на рисунке расположены ниже оси абсцисе.

$$(29)\quad \dot{I} = \dot{I}_A + \dot{I}_{YA} = \frac{1}{4} I_\phi [5\cos\varphi_1 + \sqrt{3}\sin\varphi_1 + j2\cos(\varphi_1 + \pi/6)]\,.$$

Из выражения (29) следует, что при $\varphi_1 < \pi/3$ — так машины является опережающим, при $\varphi_1 = \pi/3$ — совпадающим с напряжением, и при $\varphi_1 > \pi/3$ — отстающим от напряжения сети.

Модуль линейного тока и коэффициент мощности асинхронной машины в однофазном симметричном режиме равны

$$(30)\quad I = \frac{1}{2} I_\phi \sqrt{1 + 6\cos^2\varphi_1 + \sqrt{3}\sin 2\varphi_1}\,,$$

$$(31)\quad \cos\varphi = (5\cos\varphi_1 + \sqrt{3}\sin\varphi_1) / \left[2\sqrt{1 + 6\cos^2\varphi_1 + \sqrt{3}\sin 2\varphi_1}\right].$$

Каждая фаза машины при $\varphi_1 > \pi/2$ работает в генераторном режиме, но машина в целом будет генерировать энергию, как это следует из выражения (31), начиная со значения фазного ула $\varphi_1 = \mathrm{arctg}(-5/\sqrt{3})$. При значениях фазного угла $\varphi_1 = \pi/2 \ldots \mathrm{arctg}(-5/\sqrt{3})$ генерируемая фазами мощность потребляется активной частью шунтирующей проводимости Y_B.

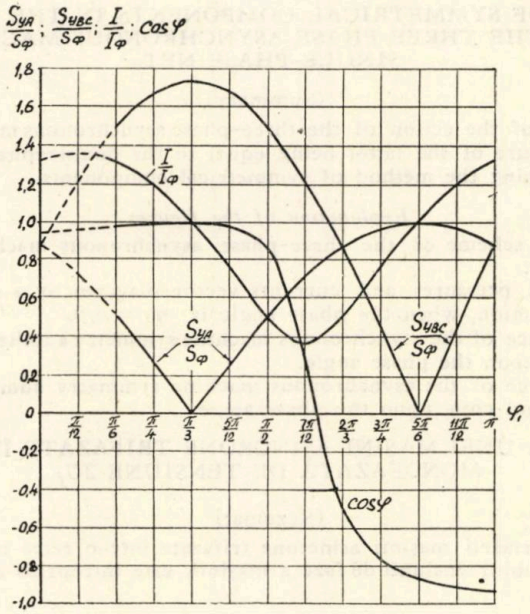


Рис. 4. — Зависимость мощностей симметрирующих проводимостей, тока и $\cos\varphi$ машины от фазного угла асинхронной машины.

На рис. 4 представлены зависимости мощностей симметрирующих параметров, линейного тока и коэффициента мощности асинхронной машины при круговом поле от фазного угла φ_1.

ВЫВОДЫ

С помощью шунтирующих проводимостей, в общем случае активно-реактивного характера, можно получить строго круговое поле в трехфазной асинхронной машине, включенной в однофазную сеть, напряжение которой вдвое больше номинального напряжения машины. Для определения симметрирующих проводимостей достаточно знать параметры машины в трехфазном режиме. Изменение нагрузки машины должно спровождаться изменением симметрирующих параметров, чтобы сохранять круговое поле. При работе машины в двигательном режиме при $\cos\varphi_1 = 0{,}8 \ldots \sqrt{3/2}$, симметрирующие параметры должны быть практически чисто реактивными; кпд двигателя в этом случае находится на уровне кпд при работе его в трехфазной сети.

Поступила 29 VI 1959 г.

Челябинский институт механизации и электрификации сельского хозяйства, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Постников И. М. и Адаменко А. И., Мех. и электр. соц. сельск. хоз., 1958, *4*.
2. Адаменко А. И., Электричество, 1959, *3*.

THE METHOD OF SYMMETRICAL COMPONENTS IN THE STUDY OF THE ACTION OF THE THREE-PHASE ASYNCHRONOUS MACHINE IN THE SINGLE-PHASE NET

(Summary)

The analysis of the action of the three-phase asynchronous machine in the single-phase net, the pressure of the latter being equal to the double-phase pressure of the machine, is given using the method of symmetrical components.

Explanation of the figures

Fig. 1. — Coupling scheme of the three-phase asynchronous machine in the single-phase net.
Fig. 2. — Machine's pressures and currents vector-diagram by a symmetrical single-phase function, when the phase angle is $\varphi_1 = \pi/6$.
Fig. 3. — Dependence of the asynchronous machine symmetry admitances and their arguments upon the phase angle.
Fig. 4. — Dependence of the asynchronous machine symmetry admitances power, their current and $\cos\varphi$ upon the phase angle.

SIMETRIZAREA UNEI MAŞINI ASINCRONE TRIFAZATE ÎNTR-O REŢEA MONOFAZATĂ DE TENSIUNE $2U_f$

(Rezumat)

Studiul simetrizării maşinii asincrone trifazate într-o reţea monofazată, avînd o tensiune egală cu dublul tensiunii de fază a maşinii, este întreprins cu ajutorul componentelor simetrice.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema de conectare a unei maşini asincrone la o reţea monofazată.
Fig. 2. — Diagrama vectorială a tensiunilor şi a curenţilor unei maşini în cazul unui regim monofazat simetric, pentru $\varphi_1 = \pi/6$.
Fig. 3. — Dependenţa de unghiul de defazaj al unei maşini asincrone, a modulelor şi argumentelor admitanţelor simetrizante.
Fig. 4. — Dependenţa de unghiul de defazaj al unei maşini asincrone a puterilor admitanţelor simetrizante , a curentului şi a factorului de putere al maşinii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.313.33

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA COMPORTĂRII UNUI MOTOR ASINCRON TRIFAZAT, FUNCŢIONÎND CU REZISTENŢE NESIMETRICE ÎN CIRCUITUL STATORIC

DE

N. V. BOŢAN, V. PRISĂCARU şi BORIS PONOMAREV

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. În practica folosirii motoarelor asincrone în scurtcircuit se cere adeseori să se obţină diverse caracteristici artificiale de funcţionare, fie în scopul reglajului vitezei, fie pentru înmuierea caracteristicii mecanice naturale. Deoarece în cazul motorului asincron în scurt circuit acest lucru nu este posibil de realizat prin metodele obişnuite, în cele ce urmează ne-am propus să studiem comportarea acestor motoare atunci cînd în circuitul lor statoric se introduc rezistenţe active, nesimetrice, pe faze. Se ştie că în acest caz motorul va funcţiona ca un motor alimentat cu tensiuni asimetrice, pe diferite caracteristici artificiale, în funcţie de gradul de disimetrie al tensiunilor de alimentare.

2. Dacă se consideră că în statorul motorului se introduce o rezistenţă activă pe una din faze, atunci triunghiul fundamental *RST* al tensiunilor compuse din statorul motorului devine *AST* (fig. 1). În acest caz sistemul de tensiuni dezechilibrate din statorul maşinii se va descompune, după cum se ştie, într-un sistem de tensiuni simetrice date de relaţiile:

$$3\overline{V}_d = a^2\overline{U}_{ST} - \overline{U}_{AS}, \quad 3\overline{V}_i = a\overline{U}_{ST} - \overline{U}_{AS}. \tag{1}$$

Componenta homopolară lipseşte întrucît nulul motorului este izolat.

Din construcţia grafică (fig. 1) se observă uşor că:

$$3V_d = U^2 + U_{AS}^2 - 2UU_{AS}\cos\alpha, \tag{2}$$

unde $\alpha = 120° - \beta$.

Introducînd valoarea lui α în relaţia (2) şi ţinînd seama de valorile lui $\cos\beta$ şi $\sin\beta$ obţinute din triunghiul *ARS*, se obţine în cele din urmă relaţia finală

$$(3V_d)^2 = 3U^2 + \Delta V^2 - 2\sqrt{3}\,U\Delta V\cos\varphi, \tag{3}$$

în care φ este unghiul de defazaj dintre curent şi tensiunea echilibrată pe fază.

În mod analog, din aceeași construcție grafică rezultă că

$$3V_i = \Delta V. \tag{4}$$

Atît în relația (3) cît și în relația (4), ΔV reprezintă căderea de tensiune pe fază, datorită introducerii rezistenței suplimentare.

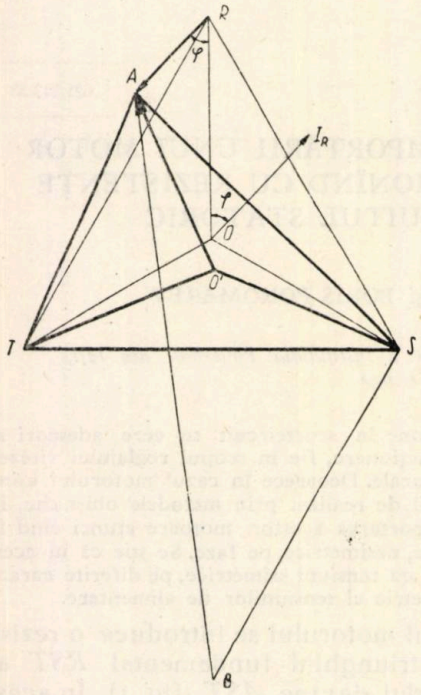


Fig. 1

Pe de altă parte se știe [3] că expresia analitică a cuplului unui motor asincron alimentat cu tensiuni asimetrice este

$$M = 2M_k(V_d/V)^2\{1/(s/s_k + s_k/s) - \\ - \varepsilon^2[(2-s)/s_k + s_k/(2-s)]\}, \tag{5}$$

în care M_k și s_k reprezintă cuplul critic, respectiv alunecarea critică a motorului asincron, iar $\varepsilon = V_i/V_d$ reprezintă gradul de disimetrie al tensiunilor statorice.

Pentru încercările experimentale în laborator s-au folosit motoare asincrone în scurtcircuit de diferite puteri, construcție „Electroprecizia". În cele ce urmează sînt date rezultatele obținute pe motorul avînd caracteristicile: $P_n = 0{,}6$ kw, $n_n = 1460$ rot./min., $U = 380/220$ V, întrucît concluziile pentru celelalte motoare sînt analoage.

Calculînd valorile tensiunilor V_d și V_i pentru diferite valori ale căderii de tensiune ΔV și ținînd seamă de relația (5), obținem datele numerice din tabelul 1.

Tabelul 1

$\Delta V = 0$ V.		$\Delta V = 20{,}5$ V.	$\Delta V = 45$ V.	$\Delta V = 77$ V.	$\Delta V = 91{,}2$ V.	$\Delta V = 109$ V
$(V_d/V)^2 = 1$ $\varepsilon^2 = 0$		$(V_d/V)^2 = 0{,}983$ $\varepsilon^2 = 0{,}00096$	$(V_d/V)^2 = 0{,}932$ $\varepsilon^2 = 0{,}00497$	$(V_d/V)^2 = 0{,}808$ $\varepsilon^2 = 0{,}0117$	$(V_d/V)^2 = 0{,}774$ $\varepsilon^2 = 0{,}0247$	$(V_d/V)^2 = 0{,}72$ $\varepsilon^2 = 0{,}038$
s	M	$M_{20,5}$	M_{45}	M_{77}	$M_{91,2}$	M_{109}
0	0	-10^{-4}	−0,0002	−0,0008	−0,00165	−0,0023
0,0267	0,41	0,386	0,364	0,332	0,317	0,294
0,05	0,64	0,606	0,578	0,52	0,492	0,457
0,105	0,84	0,797	0,738	0,677	0,684	0,6025
0,02	0,69	0,657	0,612	0,550	0,535	0,497

Pe baza acestor date s-au trasat caracteristicile mecanice ale motorului, reprezentate în fig. 3 (linii punctate).

3. Dacă în circuitul statoric al motorului se introduc două rezistențe, pe două din fazele statorului, astfel încît căderile de tensiune pe aceste rezistențe să fie egale, atunci se obține construcția grafică din fig. 2. Ca și în cazul precedent sistemul de tensiuni simetrice este dat de relațiile:

$$3\bar{V}_d = a^2\bar{U}_{SC} - \bar{U}_{AS}, \quad 3\bar{V}_i = a\bar{U}_{SC} - \bar{U}_{AS}, \tag{6}$$

Din fig. 2 se observă de asemenea că:

$$(3V_d)^2 = U_{AS}^2 + U_{SC}^2 - 2U_{AS}U_{SC}\cos\alpha, \tag{7}$$

unde $\alpha = 120° - \beta$.

Pentru determinarea valorilor lui $\sin\beta$ și $\cos\beta$ se folosesc triunghiurile *RDS* și *ADS*. Ținînd seama că triunghiul *ARD* este echilateral, avînd latura egală cu $3V_i = \Delta V$, precum și de faptul că unghiul $\gamma = \varphi - 30°$, păstrînd aceleași notații ca și în cazul precedent și luînd căderile de tensiune pe cele două faze egale, se ajunge în cele din urmă la relația:

$$(3V_d)^2 = 3U^2 + 4\Delta V^2 - 4\sqrt{3}U\Delta V\cos\varphi. \tag{8}$$

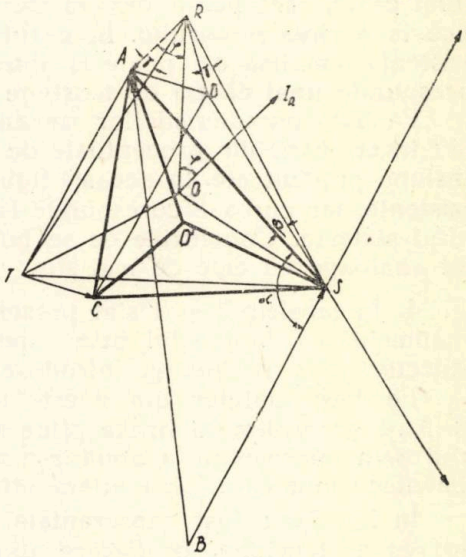


Fig. 2.

Pe baza acestei relații, pentru motorul considerat s-au obținut datele din tabelul 2.

Folosindu-se datele din acest tabel s-au construit caracteristicile mecanice ale motorului, alimentat cu tensiuni asimetrice pe două faze ale circuitului statoric (fig. 3, linii pline). Pe aceeași figură s-a trasat și caracteristica mecanică naturală a motorului (curba *I*).

Tabelul 2

$\Delta V = 0$ V.		$\Delta V = 20{,}5$ V.	$\Delta V = 45$ V.	$\Delta V = 77$ V.	$\Delta V = 91{,}2$ V.	$\Delta V = 109$ V
$(V_d/V)^2 = 1$ $\varepsilon^2 = 0$		$(V_d/V)^2 = 0{,}975$ $\varepsilon^2 = 0{,}00099$	$(V_d/V)^2 = 0{,}883$ $\varepsilon^2 = 0{,}0052$	$(V_d/V)^2 = 0{,}648$ $\varepsilon^2 = 0{,}021$	$(V_d/V)^2 = 0{,}591$ $\varepsilon^2 = 0{,}032$	$(V_d/V)^2 = 0{,}5$ $\varepsilon^2 = 0{,}055$
s	M	$M_{20,5}$	M_{45}	M_{77}	$M_{91,2}$	M_{109}
0	0	-10^{-4}	−0,0004	−0,0012	−0,0016	−0,0024
0,0267	0,41	0,372	0,321	0,26	0,24	0,2
0,05	0,64	0,577	0,498	0,41	0,375	0,317
0,105	0,84	0,763	0,656	0,54	0,493	0,417
0,2	0,69	0,623	0,541	0,45	0,389	0,344

Din examinarea caracteristicilor mecanice reprezentate în fig. 3 se observă că în cazul introducerii rezistențelor pe două faze ale circuitului statoric, caracteristicile mecanice ale motorului asincron sînt mai moi decît în cazul introducerii unei singure rezistențe și în consecință variațiile de viteză obținute pentru un același cuplu de încărcare sînt mai mari în cazul motorului alimentat prin două rezistențe, decît în cazul alimentării cu rezistență pe o singură fază. Se observă de asemenea că caracteristicile mecanice sînt cu atît mai moi cu cît valoarea rezistențelor introduse în circuitul statoric sînt mai mari. În ce privește rezistențele ce se introduc în circuitul statoric este de menționat faptul că ele nu pot depăși anumite limite, întrucît ar duce la o scădere importantă a cuplului critic, care poate deveni mai mic decît cel nominal, ceea ce ar duce la oprirea motorului. În cazul considerat (fig. 3), se observă că rezistența maximă ce poate fi introdusă pe două faze ale statorului corespunde unei căderi de tensiune limită de 110 V.

Pe baza caracteristicilor mecanice reprezentate în fig. 3, în fig. 4 s-au trasat variațiile procentuale de viteză în funcție de căderile de tensiune procentuale. În această figură curba *1* corespunde unei singure rezistențe, iar curba *2* corespunde la două rezistențe introduse în circuitul statoric. Concluziile ce se pot trage prin analiza acestor curbe sînt analoage cu cele de mai sus.

4. În tabelele 3 și 4 sînt prezentate datele experimentale obținute la alimentarea motorului prin intermediul unei singure rezistențe și respectiv două rezistențe, introduse în circuitul statoric al motorului.

Pe baza datelor din aceste tabele au fost trasate curbele din fig. 5...9. (Precizăm că liniile pline se referă la cazul alimentării motorului prin intermediul a două rezistențe, iar liniile punctate la cazul alimentării motorului prin intermediul unei singure rezistențe).

În fig. 5 au fost reprezentate variațiile curentului în funcție de căderea de tensiune, pe fiecare din cele trei faze ale motorului. Se observă că în cazul alimentării motorului prin intermediul unei singure rezistențe și anume, pe faza 1-a, curentul scade foarte repede, odată cu căderea de tensiune, în timp ce pe celelalte două faze curentul crește, mai pronunțat pe faza a 2-a și mai puțin pe faza 3-a. În cazul alimentării motorului prin intermediul a două rezistențe și anume, pe faza 1-a și a 3-a, se observă că în timp ce curentul crește pe faza 2-a și a 1-a și anume, mai pronunțat pe faza 2-a, pe faza 3-a curentul descrește destul de pronunțat, pînă la o anumită valoare a căderii de tensiune (în cazul considerat, aproximativ $\Delta V = 80$ V.), după care începe să crească. Variația neuniformă a curenților în funcție de ΔV pe cele trei faze ale motorului se explică prin deplasarea punctului neutru al motorului, diferită în cele două cazuri. Neuniformitatea curenților pe diferite faze are drept consecință încălzirea neuniformă a fazelor și deci limitarea încărcării motorului.

În fig. 6 au fost reprezentate variațiile factorului de putere pe cele trei faze, în funcție de cădere de tensiune ΔV. Se observă din această figură că în ambele cazuri, pe fazele pe care au fost introduse

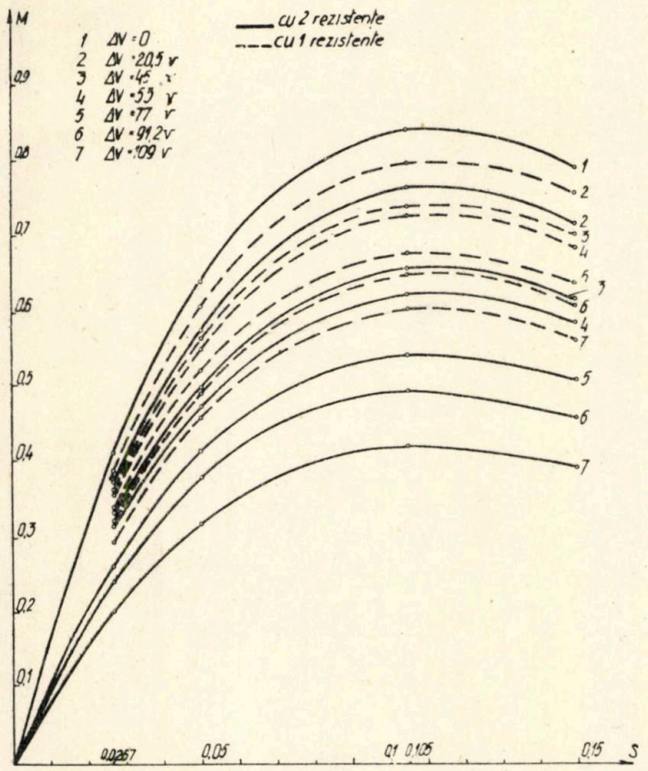


Fig. 3

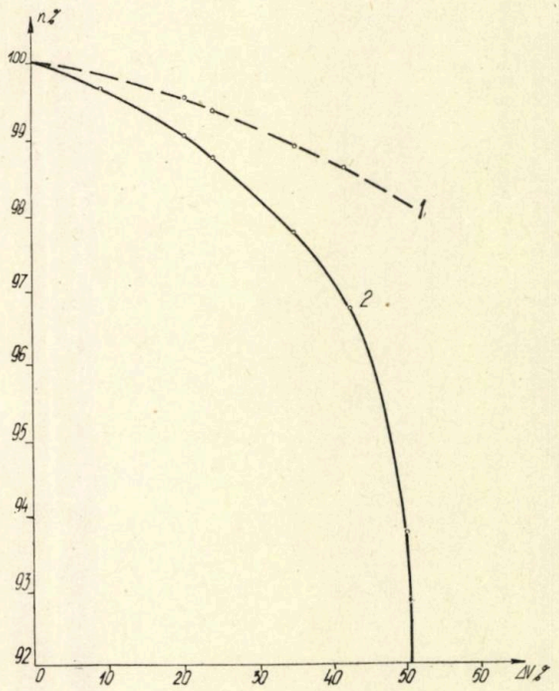


Fig. 4

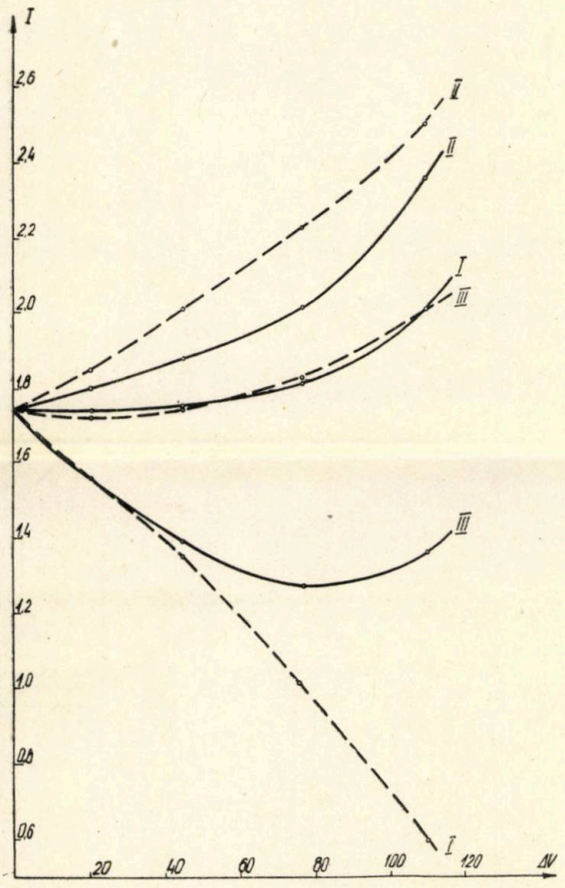


Fig. 5

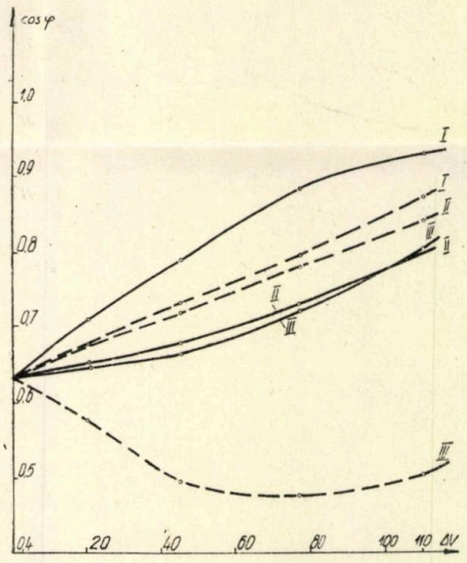
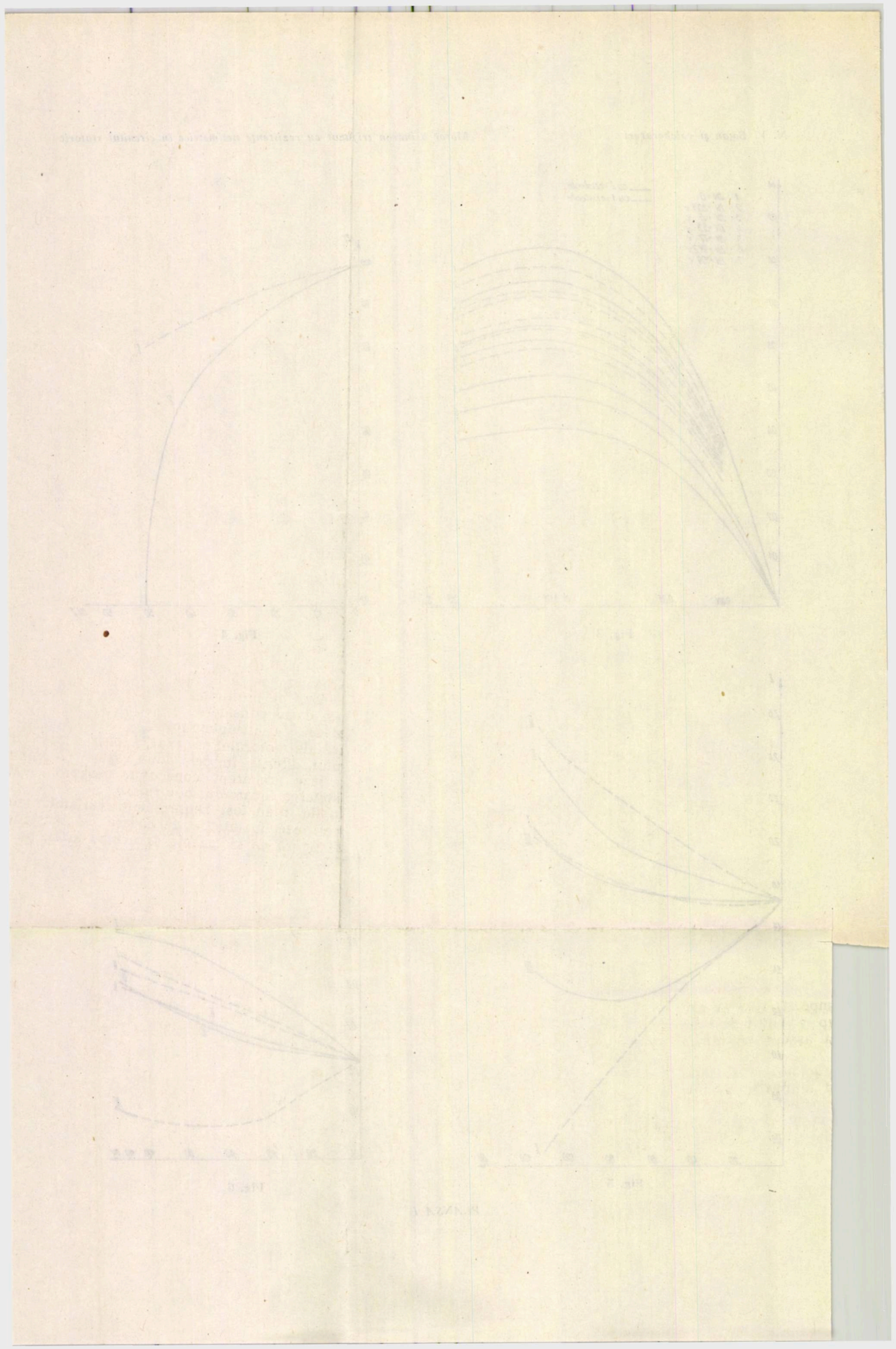


Fig. 6

PLANŞA I



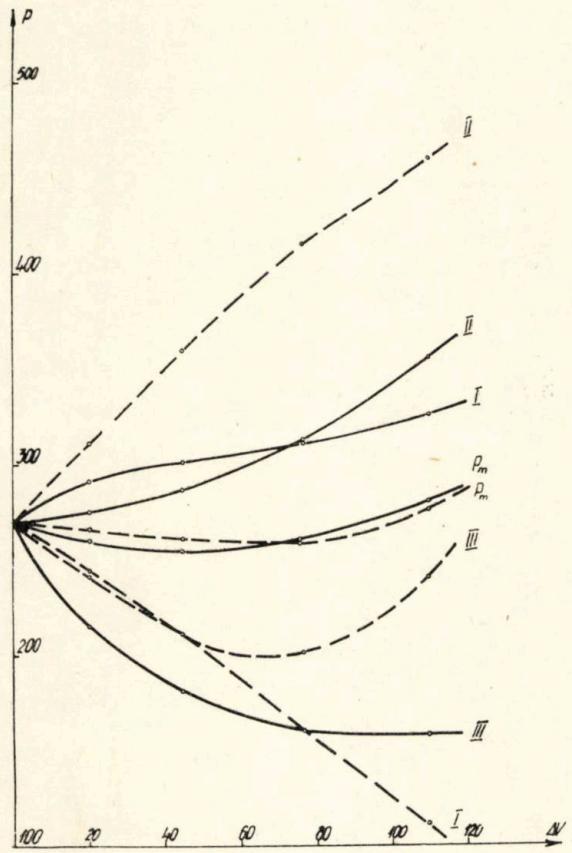


Fig. 7

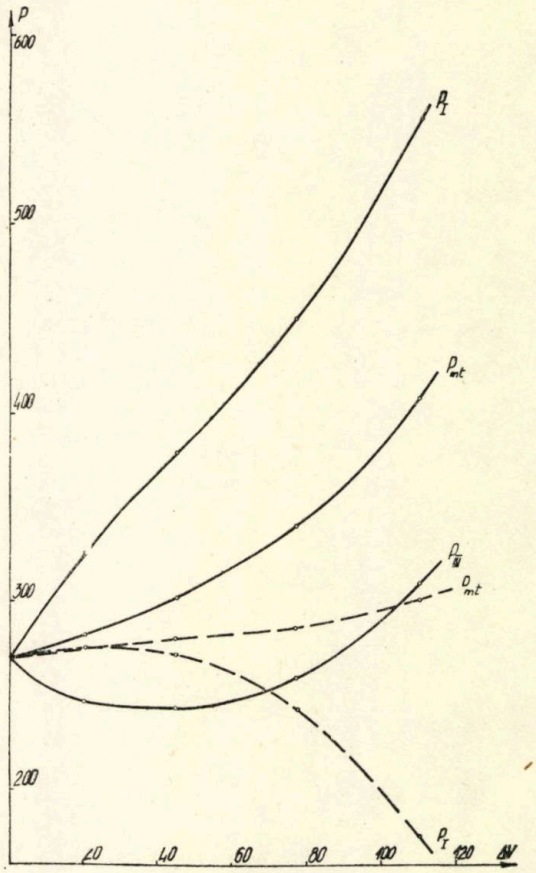


Fig. 8

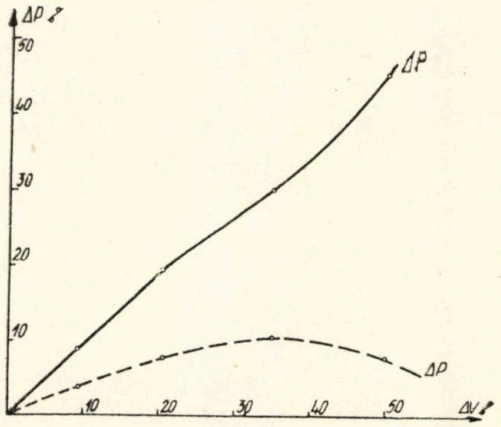
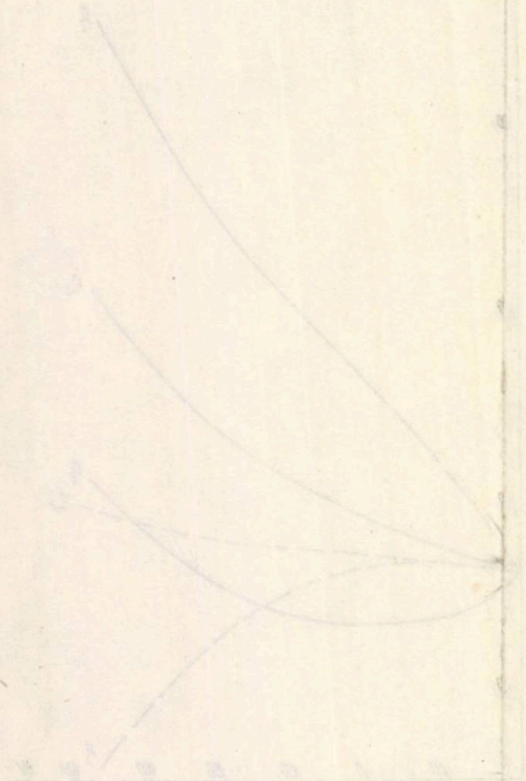


Fig. 9



Tabelul 3

P_1 w.	cos φ_1	P_2 w.	cos φ_2	P_3 w.	cos φ_3	I_1 A.	I_2 A.	I_3 A.	ΔV V.	n_t rot/min.	P_m w.	ΔP_1 w.	P_I w.	P_{mt} w.	ΔV %	ΔP %	n_{ex} rot/min.	n_{ex} %	n_t %
270	0,63	270	0,63	270	0,63	1,75	1,75	1,75	0	1460	270	0	270	270	0	0	1400	96	100
243	0,67	310	0,67	240	0,575	1,85	1,85	1,72	20,5	1456	264,3	31,8	275	275	9,3	4,05	1399	95,9	99,7
210	0,73	350	0,715	210	0,495	2,05	2,05	1,74	45	1453	260	61	271	280	20,5	7,7	1395	95,5	99,5
160	0,795	415	0,78	200	0,475	2,23	2,23	1,83	77	1446	258,3	81	241	285	35	10,4	1398	94,86	99
110	0,87	480	0,84	240	0,505	2,50	2,50	2,09	110	1437	276,7	65	175	298	50	7,69	1365	93,35	98,4

Tabelul 4

P_1 w.	cos φ_1	P_2 w.	cos φ_2	P_3 w.	cos φ_3	I_1 A.	I_2 A.	I_3 A.	ΔV V.	n_t rot/min.	P_m w.	ΔP_1 w.	ΔP_3 w.	P_I w.	P_{III} w.	P_{mt} w.	ΔV %	ΔP %	n_{ex} rot/min.	n_{ex} %	n_t %
270	0,63	270	0,63	270	0,63	1,75	1,75	1,75	0	1460	270	0	0	270	270	270	0	0	1400	96	100
290	0,72	275	0,65	215	0,645	1,74	1,81	1,55	20,5	1455	260	35,6	31,8	325,6	246,8	282,5	9,3	8,7	1394	95,5	99,66
300	0,78	285	0,675	180	0,66	1,75	1,87	1,39	45	1446	255	79	62,6	379	242,6	302,2	20,5	18,5	1380	94,7	99
310	0,88	310	0,73	160	0,72	1,81	2,04	1,27	77	1425	260	139	97,8	449	257,8	339	35	30,4	1362	93,2	97,6
325	0,93	355	0,805	158	0,805	2,09	2,36	1,36	110	1365	279,3	230	150	555	308	406	50	45,5	1295	88,6	93,5

rezistențe, factorul de putere crește. Se mai observă de asemenea că în general factorul de putere crește odată cu creșterea căderii de tensiune, afară de cazul alimentării motorului prin intermediul unei singure rezistențe, în care caz factorul de putere scade pînă la o anumită valoare a lui ΔV (în cazul nostru $\Delta V = 80$ V.), după care începe să crească.

În fig. 7 au fost reprezentate variațiile de putere absorbită de motor pe toate fazele, în funcție de ΔV. În ce privește puterile absorbite se poate spune că, în general, ele urmează aproximativ aceeași lege de variație ca și curenții. Pe aceeași figură au fost reprezentate și valorile medii ale puterii absorbite de motor, în funcție de ΔV. Se observă că odată cu creșterea lui ΔV puterile medii scad la început, trecînd printr-un minim, după care încep să crească. Creșterile și descreșterile de putere nu diferă prea mult de puterea pe fază absorbită de motor în regim echilibrat.

În fig. 8 sînt reprezentate puterile absorbite de motor de la rețea, ținînd seama și de pierderile care au loc pe rezistențele introduse pe fazele respective ale motorului. După cum se observă, puterile totale absorbite pe aceste faze sînt mai mari decît în cazul precedent, cînd nu s-a ținut seamă de pierderile pe rezistență.

În fig. 9 au fost reprezentate variațiile procentuale de putere medie pe fază, în funcție de variațiile procentuale ale căderii de tensiune. Se observă din figură că în cazul alimentării motorului prin intermediul a două rezistențe, puterea medie pe fază este mai mare ca în cazul unei singure rezistențe, ceea ce de altfel era de așteptat. De altfel în acest din urmă caz se observă că puterea medie procentuală pe fază crește pînă la o anumită valoare procentuală a căderii de tensiune (aproximativ 40%), după care începe să se micșoreze.

Menționăm că observațiile făcute pentru motorul considerat rămîn valabile și pentru motoare de puteri mai mari, de aceea nu au mai fost reproduse.

Concluzii

1. Prin introducerea de rezistențe pe una sau două din fazele statorului motorului asincron în scurt circuit, se pot obține caracteristici mai moi decît caracteristica mecanică naturală, fapt care din punct de vedere practic este important, în special atunci cînd se pune problema atenuării șocurilor de sarcină.

2. Prin introducerea de rezistențe în circuitul statoric al motorului asincron se pot obține variații de viteză a motorului în limite înguste (pînă la 10% din viteza nominală). Variația de viteză este mai mare în cazul introducerii de rezistențe pe două faze, datorită gradului de disimetrie mai mare ce se obține.

3. Introducerea de rezistențe pe fazele statorului motorului are drept consecință creșterea factorului de putere al motorului.

4. Puterea medie totală pe fază a motorului, absorbită de la rețea (inclusiv puterea pierdută pe rezistență), crește pe măsura creșterii gradului de disimetrie.

5. Prin introducerea de rezistențe pe una sau două din fazele de alimentare ale statorului motorului, cuplul critic al motorului descrește, fapt care limitează posibilitatea de încărcare a motorului.

6. În cazul alimentării statorului motorului prin intermediul unei singure rezistențe, valoarea rezistenței ce poate fi introdusă este limitată, datorită faptului că peste o anumită valoare a acesteia motorul se comportă ca în cazul funcționării pe două faze.

7. În cazul alimentării statorului motorului prin intermediul a două rezistențe, valoarea rezistențelor este limitată, datorită faptului că de la o anumită valoare a acestora motorul se comportă ca funcționînd alimentat pe o singură fază, deci se oprește.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Utilizări Electrice,
Laboratorul de Acționări și utilaje electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Burlando M. F., R. G. É., 1949, **58**, pp. 198–207.
2. Sebastian L. și Boțan N. V., St. și cerc. șt., Acad. R. P. R., filiala Iași, Fiz. și șt. teh., 1958, **9**, *2*, pp. 215–227.
3. Boțan N. V., Sebastian L. și Poeată N., Bul. Inst. Polit. Iași, 1956, **II**, (**VI**), *3–4*, pp. 251–262.

ОТНОСИТЕЛЬНО ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ, РАБОТАЮЩЕГО С НЕСИМЕТРИЧНЫМИ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ В СТАТОРНОЙ ЦЕПИ

(Резюме)

Авторы исследуют поведение трехфазного асинхронного двигателя, работающего с активным сопротивлениями включёнными на одну или две фазы статорной цепи двигателя. Исследования проводят к заключению, что введение активных сопротивлений в статорную цепь ведет к смягчению механических характеристик двигателя тем сильнее, чем больше значение сопротивлений. Смягчение характеристик ведет к возможности регулирования скорости асинхронного короткозамкнутого двигателя, до 90% номинальной скорости. При включении активных сопротивлений на фазы статора улучшается коэффициенг мощности двигателя. Указывается также, что сопротивления, включённые в статорную цепь двигателя, не могут превышать некоторое значение, так как большие сопротивления ведут к нарушению нормального действия двигателя.

SUR LE COMPORTEMENT D'UN MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASÉ AYANT DES RÉSISTANCES ASYMÉTRIQUES DANS LE CIRCUIT DU STATEUR

(Résumé)

L'introduction des résistances dans le circuit du stateur d'un moteur asynchrone triphasé provoque un affaiblissement des caractéristiques mécaniques du moteur. Cet affaiblissement s'accroît avec la valeur des résistances. L'affaiblissement des caractéristiques conduit à la possibilité du réglage de la vitesse d'un moteur asynchrone en court circuit jusqu'à 90% de sa vitesse nominale. On observe aussi, à la suite de l'introduction des résistances, l'amélioration du facteur de puissance. Les valeurs des résistances introduites dans le circuit du stateur ne doivent quant même dépasser certaines limites.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.313.222

COMPORTAREA MOTORULUI DE CURENT CONTINUU CU EXCITAŢIE SERIE, LA ALIMENTAREA SA CU O TENSIUNE MĂRITĂ

DE

V. CORLĂŢEANU şi ZAIRA MURGU

1. Introducere

În aplicaţiile industriale ale motorului serie de curent continuu este uneori necesar ca motorul să funcţioneze, pentru un anumit cuplu, la viteze diferite. Pentru aceasta se aplică motorului o tensiune de alimentare variabilă. Astfel, în tracţiunea electrică montîndu-se în serie, în paralel sau în serie-paralel mai multe motoare, se pot obţine diverse tensiuni la bornele fiecărui motor. În alte cazuri, ca la laminoare, se foloseşte un supravoltor-devoltor care produce o tensiune U_s, alimentarea motorului făcîndu-se la tensiunea $U + U_s$.

În practica exploatării se produc de multe ori variaţii ale tensiunii de alimentare, care pot atinge valori mari. În tracţiunea electrică, datorită condiţiilor speciale de lucru, tensiunea la bornele motorului este supusă unor variaţii cuprinse între -20% şi $+10\%$ faţă de tensiunea nominală.

Uneori este necesar să se utilizeze motoare racordate la o reţea ce are o tensiune diferită de tensiunea nominală motorului, cum este cazul cînd se modifică tensiunea reţelei de alimentare. Astfel, la I.C.E.T. — Iaşi, prin trecerea reţelei electrice de tracţiune de la 650 V la tensiunea standardizată de 750 V, vechile motoare racordate la această reţea vor trebui să funcţioneze la o tensiune de alimentare mărită.

În această lucrare ne propunem să studiem funcţionarea motorului serie de curent continuu la creşterea tensiunii de alimentare, urmărind această problemă atît în regim permanent cît şi în regim tranzitoriu.

Considerăm că se aplică motorului o tensiune U_1 mai mare ca tensiunea lui nominală U. Notăm raportul tensiunilor cu K_1, şi anume:

$$K_1 = U_1/U, \quad (K_1 > 1). \tag{1}$$

2. Funcţionarea în regim permanent

Vom examina efectul ce-l are mărirea tensiunii în regim permanent asupra parametrilor de funcţionare a motorului serie.

A. *Viteza*

Viteza motorului este dată de relația:

$$n = 60pE/(aN\Phi) = K_e(U - RI)/\Phi, \tag{2}$$

unde n — viteza motorului, E — forța contraelectromotoare, Φ — fluxul în întrefier, U — tensiunea de alimentare, I — curentul absorbit, R — rezistența indusului, N — numărul de conductoare active ale înfășurării indusului, $2p$ — numărul de poli și $2a$ — numărul de circuite derivate.

Dacă se aplică la bornele motorului o tensiune $U_1 > U$ atunci relația (2) devine:

$$n_1 = K_e(U_1 - RI_1)/\Phi_1. \tag{3}$$

Coeficientul K_e, depinzînd de elementele constructive ale mașinii, rămîne constant, iar R admitem că nu variază. Din relațiile (3) și (2) deducem raportul vitezelor:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{U_1 - RI_1}{U - RI} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_1} = \frac{U_1/U - RI_1/U}{1 - RI/U} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_1} = \frac{K_1 - aK_2}{(1-a)K_3}, \tag{4}$$

unde $a = RI/U < 1$ reprezintă căderea de tensiune relativă la tensiunea nominală, $K_2 = I_1/I$ și $K_3 = \Phi_1/\Phi$.

In cazul unui motor serie de curent continuu, fluxul magnetic variază cu sarcina, ceea ce constituie particularitatea sa caracteristică.

La motoarele compensate fluxul în întrefier este dat de înfășurarea de excitație. Dacă motorul nu este saturat, fluxul este proporțional cu intensitatea curentului și deci vom avea: $\Phi = cI$ iar $K_2 = K_3$.

Relația (4) devine:

$$n_1/n = (K_1 - aK_2)/[(1-a)K_2]. \tag{5}$$

În acest caz variația vitezei va depinde de mărimea coeficienților K_1, K_2 și a.

Căderea de tensiune relativă a este subunitară, dar pozitivă și în consecință $1-a$ va fi de asemenea subunitar și pozitiv. Numitorul relației (5) va depinde în mai mare măsură de mărimea coeficientului K_2. La numărător, $K_1 > 1$ prin ipoteză; termenul aK_2, datorită valorii reduse a lui a, are o valoare mică și-l putem neglija în raport cu K_1.

Să dăm diferite valori coeficientului K_2:

a) Pentru $K_2 = 1$, adică la sarcină constantă, relația (5) devine:

$$n_1/n = (K_1 - a)/(1-a). \tag{6}$$

Cum a este constant, viteza va varia aproape în același raport cu tensiunea.

b) Să admitem $K_2 < 1$; în acest caz numitorul relației (5) se va micșora și cum termenul αK_2 este mic urmează că viteza va crește, însă în proporție mai mare decît în cazul anterior.

c) Dacă $K_2 > 1$, deci curentul crește, în acest caz mărimea n_1/n va depinde de raportul în care variază K_1 și K_2, relația (5) putînd fi scrisă sub forma:

$$n_1/n = K_1(1 - \alpha K_2/K_1)/[K_2(1-\alpha)] = \beta K_1/K_2. \tag{7}$$

Noua viteză depinde de valoarea raportului K_1/K_2 și poate fi mai mare sau mai mică în raport cu viteza anterioară.

Dacă mașina este saturată, fluxul inductor nu mai variază în aceeași măsură cu curentul și practic se poate considera constant. În acest caz relația (5) se poate scrie sub forma:

$$n_1/n = (K_1 - \alpha K_2)/(1-\alpha). \tag{8}$$

Se constată că variația curentului are o mai mică influență decît la mașina nesaturată, intervenind numai în termenul αK_2. Viteza va varia practic în același raport cu tensiunea.

Motoarele serie de curent continuu au anumite părți ale circuitului magnetic, ca dinții indusului și piesele polare, ce se saturează

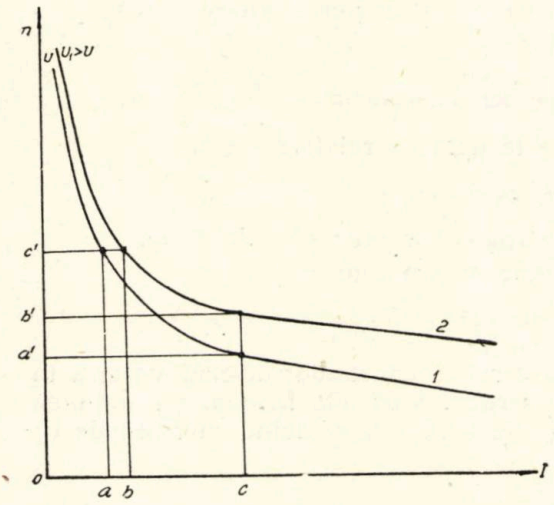


Fig. 1

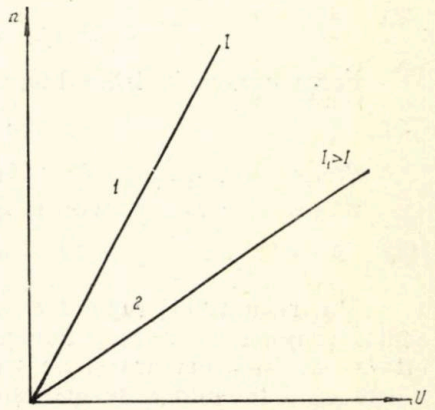


Fig. 2

destul de repede și deci fluxul va crește în mai mică măsură decît curentul, ceea ce face să ne situăm de cele mai multe ori în cazul mașinilor saturate din punct de vedere magnetic.

La mașini necompensate, fluxul rezultant va depinde și de fluxul de variație a indusului care va varia odată cu curentul. Fluxul rezul-

tant va crește într-o mai mică măsură cu creșterea curentului și prin urmare la aceste mașini va rezulta o creștere de viteză și mai importantă.

În fig. 1 este reprezentată caracteristica $n = f(I)$ la tensiunea nominală (curba *1*) și la tensiunea $U_1 > U = \text{const.}$ (curba *2*).

La sarcină constantă caracteristica $n = f(U)$ va fi o dreaptă a cărei pantă va depinde de mărimile K_e, R, I și Φ. În fig. 2 este reprezentată caracteristica $n = f(U)$ pentru curentul I (curba *1*), și pentru curentul $I_1 > I = \text{const.}$ (curba *2*).

B. *Mărimi ce variază proporțional cu viteza*

Frecvența motorului este dată de relația:

$$f = np/60. \tag{9}$$

Deoarece frecvența variază proporțional cu viteza de rotație, la mărirea tensiunii ea se va modifica în același raport.

Viteza periferică a indusului și colectorului variază de asemenea proporțional cu viteza de rotație și deci asupra lor va avea aceeași influență creșterea tensiunii de alimentare ca și asupra vitezei. Trebuie de avut în vedere la reglajul tensiunii, a nu se trece peste vitezele maxime admisibile, din considerente de rezistență mecanică. Vor trebui verificate din punct de vedere mecanic, la creșterea vitezei, atît colectorul cît și celelalte piese în rotație.

C. *Forța contraelectromotoare*

Forța contraelectromotoare este dată de relația:

$$E = pN\Phi n/(60a) = K'\Phi n. \tag{10}$$

Pentru o tensiune $U_1 > U$ relația (10) devine $E_1 = K'\Phi_1 n_1$.

Raportul forțelor contraelectromotoare este

$$E_1/E = n_1\Phi_1/(n\Phi) = K_1\beta. \tag{11}$$

Din relația (11) rezultă că la sarcină constantă f.c.e.m. variază în același raport cu viteza. Pentru sarcină variabilă f.c.e.m. va depinde într-o oarecare măsură și de variația fluxului, crescînd mai repede ca viteza cînd tensiunea se mărește.

D. *Mărimi proporționale cu sarcina motorului*

Curentul motorului este dat de relația:

$$I = (U - E)/R. \tag{12}$$

Din fig. 1 rezultă că la creșterea tensiunii de la valoarea U la U_1, menținîndu-se viteza constantă la valoarea Oc', curentul se va mări de la valoarea Oa la Ob. Dacă se menține curentul constant la valoarea

Oc, atunci pentru variația tensiunii de la U la U_1, viteza va crește de la valoarea Oa' la Ob'. Deci pentru $n = \text{const.}$, la mărirea tensiunii curentul va crește. Dacă și viteza variază, variația curentului va fi limitată de creșterea de viteză.

În același raport cu curentul variază și numărul de amper-conductoare, pe cm de periferie a indusului motorului, care este dat de relația:

$$A = NI/(2a\pi D_a). \tag{13}$$

De asemenea densitatea de curent variază direct proporțional cu curentul. Ea este dată de relația:

$$\gamma = I/(2as), \tag{14}$$

unde s — secțiunea conductorului.

La creșterea tensiunii, pentru noua valoare a curentului trebuie să se cerceteze încărcarea liniară A și densitatea de curent pentru indus și inductor, verificîndu-se încălzirea pentru a nu depăși limitele admisibile pentru o bună funcționare a motorului.

Reacția indusului este dată de relația:

$$I_a = NI/(4ap). \tag{15}$$

Se constată că I_a variază de asemenea în aceeași măsură cu I. Se va analiza ce efect are asupra comutației.

E. *Comutația*

Analizăm calitatea co nutației pornind de la examinarea tensiunii caracteristice, care poate fi scrisă sub forma [1]:

$$e_s = K_s f A Z, \tag{16}$$

unde K_s — o constantă cedepinde de dimensiunile geometrice ale mașinii și Z — numărul de spire al unei secțiuni. Înlocuind în relația (16) expresiile lui f, A și Z obținem:

$$e_s = K_s(np/60).(N/2K).[NI/(2a\pi D_a)] = K'_s n I. \tag{17}$$

Se constată că tensiunea caracteristică variază direct proporțional cu n și I.

Pentru $n = \text{const.}$, la creșterea tensiunii de alimentare, tensiunea caracteristică e_s crește cu raportul K_2. Pentru $I = \text{const.}$, cînd $U_1 > U$, e_s variază direct proporțional cu viteza.

Alt element de care depinde calitatea comutației este tensiunea maximă între lame la colector. Aceasta este dată de relația:

$$e_{l\max} = 2z L B_{\max} V p/a, \tag{18}$$

unde L — lungimea activă a unui conductor a indusului și $B_{\max}$ — va-

loarea maximă a inducției în întrefier. Înlocuind în relația (18) expresiile lui B_{max} și V obținem:

$$e_{lmax} = 2z L (p/a). [\Phi_{max}/(2sa)]. (\pi D_a n/60) = K_{lmax} \Phi_{max} n.$$

Se constată că tensiunea între lame la colector va varia de asemenea proporțional cu n și I. La motorul serie variația curentului va influența mai puțin valoarea lui e_{lmax} deoarece fluxul se modifică în mai mică măsură decît curentul.

La viteză constantă, e_{lmax} va varia în raport cu K_3, iar pentru sarcină constantă, e_{lmax} va varia în același raport cu viteza.

Din elementele examinate constatăm că atît în cazul vitezei constante cît și în cazul sarcinei constante, comutația, se va înrăutăți deoarece e_s și e_{lmax} se vor mări.

Dacă la mărirea tensiunii variază atît I cît și n, va interesa pe ce punct al curbei $n = f(I)$ ne aflăm în noua situație. Dacă produsul $n_1 I_1 > nI$ atunci condițiile de comutație vor fi mai rele.

S-ar putea să ne aflăm în situația cînd $n_1 I_1 < nI$; în acest caz e_s și e_{lmax} vor fi mai mici, iar comutația va fi mai bună.

În cazul creșterii curentului se vor modifica atît reacția indusului cît și amperspirile polilor auxiliari, care vor crește în raport cu I. Cum motoarele serie se construiesc, în general, fără înfășurare de compensare, calitatea comutației va depinde de amperspirile polilor auxiliari. La mărirea curentului absorbit de motorul serie, dat fiind inducția scăzută la care lucrează polii auxiliari, efectul de compensare a forțelor electromotoare ce intră în comutație se va face simțit.

F. *Puterea*

Puterea electromagnetică a motorului este dată de relația:

$$P = EI = K' \Phi n I. \tag{19}$$

Pentru mașina nesaturată relația (19) devine:

$$P_1 = c' n I^2. \tag{20}$$

Dacă se mărește tensiunea de alimentare, pentru n = const. puterea se va modifica cu patratul lui K_2; pentru I = const. puterea va crește direct proporțional cu viteza, deci aproape în același raport cu tensiunea.

Raportul puterilor

$$P_1/P = n_1 I_1^2/(n I^2) = K_1 K_2 \beta \tag{21}$$

arată că pentru o tensiune de alimentare $U_1 > U$ puterea va depinde de valoarea coeficienților K_1, K_2 și β.

La motoarele serie saturația circuitului magnetic apare mai repede decît la motorul șunt, la variația tensiunii de alimentare, ceea ce face

ca puterea să se modifice aproape direct proporțional cu variația curentului.

G. *Cuplul*

Cuplul electromagnetic al motorului este dat de relația:

$$C = EI/\omega = (60/2\pi)\cdot(EI/n) = K_m \Phi I. \tag{22}$$

Pentru $U_1 > U$ expresia cuplului devine $C_1 = K_m \Phi_1 I_1$ și deci raportul cuplurilor va fi:

$$C_1/C = \Phi_1 I_1/(\Phi I) = K_2 K_3. \tag{23}$$

La variația tensiunii, pentru mașina nesaturată cuplul va crește cu patratul lui K_2. La sarcină constantă, după cum rezultă din relația (23), cuplul va crește într-o oarecare proporție cu mărirea fluxului rezultant.

H. *Pierderile în fier*

Pierderile totale în fier sînt date de relația:

$$P_{Fe} = P_{Fea} + P_{Fed}, \tag{24}$$

unde P_{Fea} — pierderile în coroana indusului, iar P_{Fed} — pierderile în dinți indusului.

Aceste pierderi depind de variația vitezei și a curentului conform relației

$$P_{Fe} = K_{Fea} n^x I^2 + K_{Fed} n^x I^2 = K_{Fe}\, n^x I^2. \tag{25}$$

La creșterea tensiunii se constată că pierderile în fier vor crește, depinzînd de valorile lui K_1, K_2 și α, însă într-o mai mică măsură, datorită saturației care are o mai mare influență.

I. *Pierderile ce depind de curentul principal*

Pierderile din cuprul indusului și inductorului, din înfășurarea polilor auxiliari cît și pierderile suplimentare sînt proporționale cu patratul curentului. La mărirea tensiunii aceste pierderi se vor modifica deci cu patratul lui K_2.

Pierderile la contactul colector-perie cresc proporțional numai cu icurentul, deci la creșterea tensiunii se vor mări odată cu K_2. Deci la sarcină constantă aceste pierderi sînt invariabile cu creșterea tensiunii de alimentare.

J. *Pierderile mecanice*

Pierderile totale mecanice sînt date de relația:

$$P_m = P_{fc} + P_{fl} + P_v, \tag{26}$$

unde P_{fc} — pierderile datorită frecării periilor pe colector, P_{fl} — pierderile datorită frecării în lagăre și P_v — pierderile prin ventilație.

Pierderile prin frecare depind de valoarea vitezei și de coeficientul de frecare, crescînd proporțional cu aceste mărimi.

Pierderile prin frecare la colector sînt date de relația:

$$P_{fc} = 9{,}81\,\mu\, p_c\, s_c\, v_c = K_{21}\, n, \tag{27}$$

unde μ — coeficientul de frecare a periilor pe colector, p_c — presiunea periilor, s_c — suprafața totală de contact a periilor pe colector și v_c — viteza periferică a colectorului.

Pierderile prin frecare în lagăre sînt date de relația:

$$P_{fl} = K_{22}\, n^x, \tag{28}$$

unde K_{22} — un coeficient ce depinde de forma, dimensiunile și presiunea lagărelor, iar x — un coeficient ce depinde de natura lagărului.

Pierderile prin ventilație sînt date de relația:

$$P_v = K_{23}\, n^3, \tag{29}$$

unde K_{23} — un coeficient ce depinde de dimensiunile geometrice ale sistemului de rotație.

Rezultă pentru pierderile totale mecanice, relația:

$$P_m = K_{21}\, n + K_{22}\, n^x + K_{23}\, n^3. \tag{30}$$

Se constată că la mărirea tensiunii pierderile prin frecare vor varia cu viteza iar cele prin ventilație cu puterea a treia a vitezei. La sarcină constantă, la mărirea tensiunii, pierderile mecanice devin pierderi variabile.

Din calculul tuturor pierderilor rezultă că la alimentarea cu o tensiune mărită pierderile totale în motor vor crește.

La n = const. vor varia pierderile în cuprul motorului și cele în fier, cu patratul lui K_2. La I = const. pierderile în cupru sînt constante, iar pierderile mecanice și în fier vor varia cu viteza în raportul arătat. Se observă că la mărirea vitezei pierderile mecanice cresc mai repede decît puterea.

K. *Încălzirea motorului*

Vom verifica încălzirea indusului, inductorului și colectorului pentru asigurarea unei bune funcționări, cînd la mărirea tensiunii de alimentare curentul crește.

Încălzirea în orice porțiune a mașinii este dată de o relație de forma:

$$\theta = c' p_t / [S_r (1 + k\sqrt{V_a})], \tag{31}$$

în care c' — o constantă care depinde de posibilitățile de evacuare a căldurii, S_r — suprafața de răcire, k — un coeficient ce depinde de S_r și de modul de ventilație, V_a — viteza de suflare a aerului și p_t — pierderile totale, pentru acea parte a mașinii.

Deci încălzirea va depinde de viteza mașinii și de mărimea pierderilor.

Dacă se mărește tensiunea de alimentare, în cazul $n = \text{const.}$ pierderile vor crește în raport cu mărirea curentului și deoarece ventilația se menține aceeași, încălzirea motorului se va mări.

În cazul $I = \text{const.}$ viteza va varia și de asemenea vor crește pierderile; totodată se va modifica și ventilația în raport cu mărirea vitezei.

Interesează dacă izolația permite ca mașina să funcționeze normal, cu o încălzire mai ridicată. Încălzirea pentru sarcină constantă se va modifica odată cu mărirea vitezei, în mică măsură, datorită unei ventilații mai bune. Dacă încălzirea este inadmisibilă pentru materialele izolante existente, se va acționa asupra sistemului de ventilație.

L. *Randamentul*

Randamentul motorului la tensiunea nominală este dat de relația:

$$\eta = UI - p_t/(UI). \tag{32}$$

Pentru o tensiune $U_1 > U$ expresia randamentului devine:

$$\eta_1 = (U_1 I_1 - p_{t_1})/(U_1 I_1). \tag{33}$$

Considerăm variația relativă a randamentului:

$$\frac{\eta_1 - \eta}{\eta} = \frac{(U_1 I_1 - p_{t_1})/U_1 I_1) - (UI - p_t)/(UI)}{(UI - p_t)/(UI)} = \frac{1 - p_{t_1}/(p_t K_1 K_2)}{UI/p_t - 1} = \tag{34}$$

$$= \frac{1 - K_5/(K_1 K_2)}{K_6 - 1}.$$

unde s-a notat $K_5 = p_{t_1}/p_t$ și $K_6 = UI/p_t \gg 1$.

Numitorul fracției este invariabil și pozitiv iar numărătorul va depinde de valorile lui K_5, K_1 și K_2.

Deoarece $K_1 > 1$ prin ipoteză și K_5 este de asemenea supraunitar, rezultă că termenul $K_5/(K_1 K_2)$ va depinde de valorile lui K_2 și de raportul K_5/K_1.

Pentru $K_5/K_1 = 1$ rezultă că randamentul motorului va depinde de valorile lui K_2. În acest caz, la sarcină constantă randamentul s-ar păstra neschimbat; pentru $K_2 > 1$ termenul $K_5/(K_1 K_2)$ scade și deci $(\eta_1 - \eta)/\eta$ crește.

În realitate sînt posibile oricare din cazurile arătate. De aceea se poate trasa curba $\eta = f(K_1)$ pentru $n = \text{const.}$ și $I = \text{const.}$ și se fixează intervale optime de funcționare din punct de vedere a randamentului, de la caz la caz.

3. Funcționarea în regim tranzitoriu

Să considerăm că tensiunea de alimentare a motorului variază brusc de la valoarea U la valoarea U_1, $(U_1 > U)$. La creșterea bruscă a tensiunii de lucru a motorului, acesta va trece într-un regim tranzitoriu de funcționare. Acest regim este influențat pe de o parte de inerția magnetică, care va modifica echilibrul electromagnetic din regimul permanent al motorului, iar pe de altă parte de inerția maselor rotitoare ce va interveni prin apariția unei accelerații.

În primul caz, datorită inductanțelor circuitelor și creșterii forței contraelectromotoare, în indus, la accelerarea lui, curenții ating valori stabile numai după un oarecare timp. Durata fenomenelor electromagnetice este determinată de constantele de timp ale circuitelor electrice, iar durata accelerării este condiționată de apariția cuplului suplimentar. Fenomenele tranzitorii vor fi cu atît mai importante cu cît puterea mașinii va fi mai mare.

În timpul regimului tranzitoriu trebuie să se ia în considerare următoarele mărimi: forța electromotoare de autoinducție în înfășurarea indusului și a polilor auxiliari, variația căderii de tensiune la perii, variația cuplului electromagnetic, variația fluxului magnetic de scăpări și curenții turbionari în părțile masive ale mașinii care frînează procesul de variație în timp al fluxului.

În cele ce urmează vom analiza modul cum variază viteza și curentul în timpul procesului tranzitoriu precum și durata acestui proces.

A. *Viteza*

Considerăm că tensiunea variază de la valoarea U la $U_1 = U + \Delta U$; acestei variații îi va corespunde o variație de viteză de la valoarea n la $n_1 = n + \Delta n$, curentul corespunzător devenind I'. Presupunem că putem neglija inductanța motorului și căderea de tensiune la perii, la variația tensiunii de alimentare.

În acest caz putem scrie următoarea relație:

$$U + \Delta U = RI' + K'\Phi(n + \Delta n) = RI' + K'n\Phi + K'\Phi\Delta n. \tag{35}$$

Ecuația cuplurilor devine:

$$C = C_a + C_{st}, \tag{36}$$

unde C — cuplul electromagnetic al motorului, C_a — cuplul de accelerație și C_{st} — cuplul static. Ecuația (36), ținînd seama de expresiile lui C, C_a și C_{st}, capătă forma [2]:

$$K_m \Phi I' = \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{\mathrm{d}(\Delta n)}{\mathrm{d}t} + K_m \Phi I. \tag{37}$$

Eliminînd curentul I' între relaţiile (35) şi (37) se obţine:

$$\frac{U + \Delta U}{K'\Phi} = \frac{RGD^2}{375 K' K_m \Phi^2} \cdot \frac{\mathrm{d}(\Delta n)}{\mathrm{d}t} + n + \Delta n + \frac{IR}{K'\Phi}. \tag{38}$$

Dacă în perioada tranzitorie considerăm Φ = const. şi introducem notaţiile: $(U - IR)/K'\Phi = n$, $\Delta U/(K'\Phi) = \Delta n_0$, $RGD^2/(375 K' K_m \Phi^2) = T$, relaţia (38) devine:

$$\Delta n_0 = T \frac{\mathrm{d}(\Delta n)}{\mathrm{d}t} + \Delta n. \tag{39}$$

Soluţia acestei ecuaţii, considerînd că la $t = 0$, $n = 0$, este:

$$\Delta n = \Delta n_0 \, [1 - \exp(-t/T)]. \tag{40}$$

Variaţia lui Δn în funcţie de timp, atunci cînd variază tensiunea ΔU este redată în fig. 3.

În realitate fluxul motorului constituie o mărime variabilă, iar relaţia care îl leagă de curent nu se supune unei legi liniare. Trebue să cunoaştem legea de variaţie $\Phi = f(I)$, pentru a exprima printr-o relaţie analitică fenomenul tranzitoriu studiat. Pentru rezolvarea acestei probleme se poate utiliza metoda grafo-analitică.

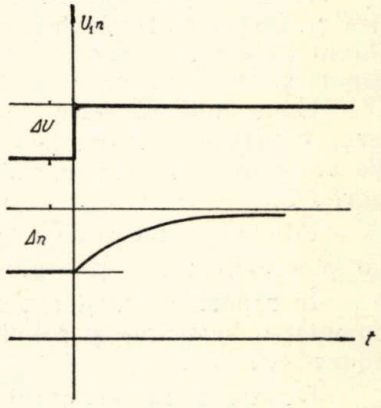


Fig. 3

B. *Curentul*

La alimentarea cu tensiunea mărită U_1 viteza motorului în primul moment, din cauza inerţiei maselor în mişcare, nu poate varia şi rămîne constantă. Curentul creşte, şocul de curent fiind limitat numai de inductanţa circuitului principal.

Odată cu mărirea fluxului, forţa contraelectromotoare creşte şi curentul, datorită variaţiei forţei contraelectromotoare şi a inductanţei circuitului, îşi schimbă valoarea. În acelaşi timp şi viteza începe să varieze spre noua valoare determinată de creşterea tensiunii, modificînd valorile mărimilor electrice a motorului.

Curentul în motor este dat de relaţia (12).

Dacă considerăm $\Phi = \text{const.}$, relația curentului la creșterea tensiunii devine: $I_1 = (U_1 - E)/R$.

Variația relativă a curentului va fi:

$$(41) \qquad (I_1 - I)/I = (U_1 - U)/(U - E), \quad \Delta I/I = \Delta U/(RI) = \Delta U/(\alpha U).$$

Pentru o cădere de tensiune de 3,5...5% șocul de curent este de $1{,}4I...1{,}6I$. Prin urmare variații mici de tensiune produc șocuri mari de curent. Aceste șocuri devin periculoase pentru comutația mașinii în cazul cînd mașina nu are poli auxiliari.

Valoarea și durata de variație a curentului poate fi determinată pornind de la caracteristica mecanică a motorului, prin metoda grafo-analitică.

Pierderile în cuprul mașinii cresc în regim tranzitoriu odată cu șocul de curent. În comparație cu motorul derivație, în perioada tranzitorie motorul serie are aceste pierderi mai mici, deoarece la aceeași valoare a curentului, la variația tensiunii de alimentare, în cazul motorului serie accelerația este mai mare, datorită unui flux inductor mai puternic.

4. Concluzii

Din studiul efectuat asupra motorului de curent continuu, la mărirea tensiunii de alimentare, se pot trage următoarele concluzii:

1. La creșterea tensiunii de alimentare se vor mări: viteza, tensiunea și forța contraelectromotoare, deoarece în cazul motorului serie fluxul inductor variază cu sarcina. Totodată se vor modifica în același raport și mărimile ce depind de sarcină și viteză.

Cum motorul serie se saturează repede, variația curentului va avea o mai mică influență; la mașinile necompensate fluxul rezultant va varia în mai mică măsură, rezultînd o creștere de viteză și mai importantă.

Puterea motorului va varia depinzînd de valorile lui K_1, K_2 și β iar pierderile totale și cuplul vor crește.

În raport cu creșterea de viteză și de curent va trebui verificată comutația, încălzirea și solicitările mecanice, spre a nu depăși limitele admisibile.

Deoarece randamentul se va modifica, depinzînd de mărimile K_1, K_2, K_5, se va putea trasa curba $\eta = f(K_1)$, fixîndu-se intervale optime de funcționare a motorului, de la caz la caz.

2. În funcționare la sarcină constantă, la mărirea tensiunii viteza va crește aproape în același raport cu tensiunea (fig. 2). În același raport cu viteza variază forța contraelectromotoare, frecvența și vitezele periferice ale indusului și colectorului, precum și puterea. Este necesar ca la mărirea tensiunii să nu se treacă peste vitezele admisibile, din considerente de rezistență mecanică; de asemenea este necesar să se

asigure o comutație bună. Pierderile în fier și cele mecanice se măresc și încălzirea mașinii trebuie verificată.

3. Dacă motorul serie funcționează la viteză constantă, atunci la mărirea tensiunii se modifică curentul (fig. 1). Totodată variază și mărimile ce depind de curent. Puterea și cuplul se modifică cu patratul lui K_2 și în final trebuie verificată comutația și încălzirea mașinii.

4. Verificarea mărimilor caracteristice ale motorului trebuie făcută și în regim tranzitoriu. Se va ține seamă de timpul și caracterul de variație a vitezei la mărirea bruscă a tensiunii, care este reprezentat în fig. 3. Interesează de asemenea șocul de curent ce apare în acest caz și care poate fi important, fiind limitat numai de inductanța circuitului principal. Aceste șocuri devin periculoase pentru comutația mașinii; valoarea și durata de variație a curentului poate fi determinată prin metoda grafo-analitică.

Motorul serie de curent continuu va putea funcționa la o alimentare cu tensiune mărită, făcîndu-se verificările corespunzătoare mașinii din punct de vedere mecanic și electric.

Într-un articol viitor se va prezenta realizarea unor motoare serie transformate după metodica de proiectare propusă și astfel se vor putea da valori numerice ale caracteristicilor îmbunătățite ce se vor obține.

Din examinarea unui număr mare de transformări a diferitelor tipuri constructive de motoare serie se vor putea da în tabele sau în diagrame datele privind cu cît se poate mări puterea motoarelor, cheltuielile aferente și deci eficacitatea economică a transformării.

Primit la 21 VI 1959

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Electrotehnică și Mașini Eleetrice

BIBLIOGRAFIE

1. Corlățeanu V. și Șerban Gh., Electrotehnica, ASIT, 1959, 7, *6*, pp. 214–221
2. Parteni C. și Ștefănescu N., St. și cerc. de Energ., 1955, 5, *3–4*, pp. 507–530.

РАБОТА СЕРЕИСНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПРИ ВОЗРАСТАНИИ НАПРЯЖЕНИЯ ПИТАНИЯ

(Резюме)

Исследуется работа двигателя постоянного тока при сериесном возбуждении, в установившемся и переходном режиме, когда напряжение питания возрастает. Проверяются параметры машины, определяющие её работу; исследуется работа двигателя при постоянной нагрузке или при постоянной скорости.

В заключение указывается возможность работы двигателя в представленных условиях. Предел до которого можно увеличить напражение питания исходит из соображений нагревания, коммутации и механической прочности вращательных масс.

LE FONCTIONNEMENT D'UN MOTEUR À COURANT CONTINU EXCITÉ EN SÉRIE LORSQU'ON AUGMENTE LA TENSION D'ALIMENTATION

(Résumé)

On étudie en régime permanent et en régime transitoire le comportement d'un moteur à courant continu, excité en série, lorsqu'on augmente la tension d'alimentation. On étudié tous les paramètres de la machine qui déterminent son fonctionnement ; de même on étudie le fonctionnement du moteur ayant la charge ou la vitesse constante.

Les Auteurs mettent en évidence en conclusion la possibilité de fonctionnement du moteur dans les conditions spécifiées. Quant à la limite jusqu'à laquelle on peut augmenter la tension, elle en résulte par des considérations concernant l'échauffement, la commutation et la résistence mécanique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.317.77

CONTRIBUŢIUNI LA STUDIUL GENERAL AL CIRCUITELOR DEFAZOARE

DE

ALFRED BRAIER şi HUGO ROSMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

§ 1. Introducere

1. Circuitele defazoare de curenţi şi tensiuni sînt mult răspîndite în tehnica actuală, dar studiul lor general nu este prezentat în literatură. Se găsesc tratate numai anumite defazoare (de ex. [1]), particulare, analizate în vederea utilizării lor în cazuri concrete, impuse.

În prezenta lucrare se dă teoria generală a circuitelor defazoare de tensiuni şi curenţi, de tip cuadripol pasiv, funcţionînd în regim permanent armonic, stabilindu-se condiţiile-necesare şi suficiente pe care trebuie să le satisfacă circuitul pentru a realiza o defazare impusă privind curenţii şi tensiunile.

2. Considerăm un cuadripol reciproc de ecuaţii

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2\,,\quad \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2\,,\quad (AD - BC = 1) \tag{1}$$

şi notăm prin

$$u = \dot{U}_1 / \dot{U}_2 = |\,\dot{U}_1/\dot{U}_2\,|\,e^{j\theta}\,,\quad i = \dot{I}_1/\dot{I}_2 = |\,\dot{I}_1/\dot{I}_2\,|\,e^{j\psi}\,, \tag{2}$$

respectiv rapoartele tensiunilor şi curenţilor. Folosind (1) rezultă că

$$u = A + B/Z_2\,,\quad i = CZ_2 + D\,, \tag{3}$$

în care $Z_2 = R_2 + jX_2$ este impedanţa la ieşirea din cuadripol. Eliminarea lui Z_2 între relaţiile (3) conduce la expresia

$$ui + 1 = Ai + Du, \tag{4}$$

pe care se bazează cele ce urmează. Observăm că în (4) intervin numai coeficienţii A şi D ai cuadripolului considerat.

Expresiile (3), privite ca funcţie de variabila complexă Z_2, au fost studiate în [2], cu care prilej s-a arătat că $|u| = |\,\dot{U}_1/\dot{U}_2\,| = \text{const.}$, $\theta = \text{const.}$ şi $|i| = |\,\dot{I}_1/\dot{I}_2\,| = \text{const.}$, reprezintă în general familii de cercuri

în planul (R_2, X_2), iar $\psi = \text{const.}$ — o familie de drepte. Aceste patru mărimi intervin direct în expresia (4). Se observă că impunînd două dintre ele, utilizarea lui (4) permite determinarea celorlalte două mărimi, putînd rezultă două soluţii, una singură sau niciuna. Regimurile de funcţionare corespunzătoare soluţiilor se obţin din (3).

În cele ce urmează se analizează condiţiile în care există soluţii ale problemei puse şi se expun unele cazuri particulare ce prezintă interes.

§ 2. Funcţionarea la θ şi ψ impuşi

3. Separînd în (4) părţile reală şi imaginară se ajunge la următorul sistem de ecuaţii

$$(5)\quad \begin{cases} |u|\,|i|\cos(\theta+\psi) - |A|\,|i|\cos(\psi+\alpha) - |D|\,|u|\cos(\theta+\delta) = -1, \\ |u|\,|i|\sin(\theta+\psi) - |A|\,|i|\sin(\psi+\alpha) - |D|\,|u|\sin(\theta+\delta) = 0, \end{cases}$$

în care s-a ţinut seama că $A = |A|\,e^{j\alpha}$ şi $D = |D|\,e^{j\delta}$.

Pentru θ şi ψ impuşi sistemul (5) permite determinarea lui $|u|$ şi $|i|$. În acest scop este util de eliminat produsul $|u|\,|i|$, ajungîndu-se la forma echivalentă

$$(5')\quad \begin{cases} |u|\,|i|\sin(\theta+\psi) - |A|\,|i|\sin(\psi+\alpha) - |D|\,|u|\sin(\theta+\delta) = 0, \\ |A|\,|i|\sin(\theta-\alpha) + |D|\,|u|\sin(\psi-\delta) = \sin(\theta+\psi) \end{cases}$$

valabilă cînd

$$(6)\qquad \sin(\theta+\psi)\cos(\theta+\psi) \neq 0.$$

Ecuaţiile în $|u|$ şi $|i|$ sînt următoarele:

$$(7)\quad \begin{cases} |u|^2|D|\sin(\psi-\delta) - |u|[\sin(\theta+\psi) - |A|\,|D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)] + \\ \qquad + |A|\sin(\psi+\alpha) = 0, \\ |i|^2|A|\sin(\theta-\alpha) - |i|[\sin(\theta+\psi) + |A|\,|D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)] + \\ \qquad + |D|\sin(\theta+\delta) = 0 \end{cases}$$

şi interesează condiţiile în care se obţin soluţii reale şi în plus, simultan pozitive. Cele două ecuaţii au discriminantul comun şi atunci condiţia necesară ca pentru valori impuse ale lui θ şi ψ să existe soluţii (regimuri de funcţionare) se exprimă prin

$$(8)\quad 1 - 2\,\mathrm{Re}(AD) + |A|^2|D|^2 - [\cos(\theta+\psi) - |A|\,|D|\cos(\theta-\psi+\delta-\alpha)]^2 = \Delta \geqslant 0\ ^{1}).$$

Ecuaţiile (7) furnizează expresiile

$$(9)\quad \begin{cases} |u| = \left[\sin(\theta+\psi) - |A|\,|D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) \pm \sqrt{\Delta}\right] / [2\,|D|\sin(\psi-\delta)], \\ |i| = \left[\sin(\theta+\psi) + |A|\,|D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) \mp \sqrt{\Delta}\right] / [2\,|A|\sin(\theta-\alpha)], \end{cases}$$

---

1) Condiţia (8) asigură intersecţia sau cel puţin tangenţa cercurilor $|u| = \text{const.}$ şi $|i| = \text{const.}$, studiate în [2].

în care Δ este dat de (8), iar semnele corespunzătoare din fața radicalului s-au ales astfel încît soluțiile (9) să verifice a doua ecuație (5').

Cercetarea condițiilor în care perechile de soluții $|u|$, $|i|$ sînt simultan pozitive se simplifică sensibil dacă se trece la o interpretare geometrică a sistemului (5'), în sistemul de coordonate carteziene ortogonale ($|i|$, $|u|$).

Prima ecuație (5') reprezintă în acest caz o hiperbolă echilaterală ce trece prin originea sistemului de axe și are centrul în punctul de coordonate

$$(10)\quad |i|_c = |D| \sin(\theta+\delta)/\sin(\theta+\psi), \quad |u|_c = |A| \sin(\psi+\alpha)/\sin(\theta+\psi),$$

iar a doua ecuație (5') reprezintă o dreaptă cu tăieturile

$$(11)\quad |i|^* = \sin(\theta+\psi)/[|A| \sin(\theta-\alpha)], \quad |u|^* = \sin(\theta+\psi)/[|D| \sin(\psi-\delta)].$$

Este necesar ca punctul sau cel mult cele două puncte de intersecție dintre hiperbolă și dreaptă să se găsească în cadranul $|u|>0$, $|i|>0$. Se observă cu ușurință că atunci cînd $|i|_c<0$ și $|u|_c<0$ sau $|i|^*<0$ și $|u|^*<0$, hiperbola, respectiv dreapta, nu trec prin cadranul întîi.

Analizînd celelalte cazuri, se constată că pot avea loc un număr de situații, legate de semnele mărimilor

$$(12)\quad \begin{aligned} a_1 &= \sin(\theta+\psi)\sin(\theta-\alpha), \quad a_2 = \sin(\theta+\psi)\sin(\psi-\delta),\\ b_1 &= \sin(\theta+\psi)\sin(\theta+\delta), \quad b_2 = \sin(\theta+\psi)\sin(\psi+\alpha). \end{aligned}$$

Se conchide că relația (8) fiind verificată:

(13)
a) există două perechi de soluții simultan pozitive dacă toate mărimile a_1, a_2, b_1, b_2 sînt pozitive sau dacă, în ordinea scrisă, semnele lor alternează [2];

b) nu există soluție dacă a_1 și a_2 sau b_1 și b_2 sînt simultan negative;

c) există o singură pereche de soluții pozitive (un regim de funcționare) în orice alt caz.

Rezultatele discuției de mai sus se referă la unghiuri θ și ψ care asigură valabilitatea lui (6). Urmează de analizat și celelalte cazuri.

4. *Cazurile* $\theta+\psi=0, 2\pi$. Sistemul de ecuații (5) conduce atunci la

$$(14)\quad \begin{cases} |i| = -|u||D|\sin(\theta+\delta)/[|A|\sin(\psi+\alpha)],\\ |u|^2|D|\sin(\theta+\delta) - |u||A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) - |A|\sin(\psi+\alpha) = 0, \end{cases}$$

care dă

$$(15)\quad |i| = \Big[-|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) \pm \pm\sqrt{|A|^2|D|^2\sin^2(\theta-\psi+\delta-\alpha)+4|A||D|\sin(\theta+\delta)\sin(\psi+\alpha)}\Big]/[2|A|\sin(\psi+\alpha)].$$

Se ajunge imediat la concluzia că:

---

2) Bineînțeles că în (8) trebuie ca $\Delta>0$ căci în cazul $\Delta=0$ cele două perechi de soluții se confundă și rezultă efectiv un singur regim de funcționare.

$$(16)\quad \begin{cases} \text{a) există două perechi de soluţii simultan pozitive dacă} \\ \quad |A||D|\sin^2(\theta-\psi+\delta-\alpha)+4\sin(\theta+\delta)\sin(\psi+\alpha)>0\ ^{3}), \\ \quad \sin(\theta+\delta)\sin(\psi+\alpha)<0,\ \sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)\sin(\theta+\delta)>0; \\ \text{b) nu există soluţie în cazuri contrare.} \end{cases}$$

5. *Cazurile* $\theta+\psi=\pm\pi$. Sistemul de ecuaţii (5) permite să se scrie

$$(17)\quad \begin{cases} |i| = \left[|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) \pm \right. \\ \left. \pm\sqrt{|A|^2|D|^2\sin^2(\theta-\psi+\delta-\alpha)-4|A||D|\sin(\theta+\delta)\sin(\psi+\alpha)}\right]/[2|A|\sin(\psi+\alpha) \\ |u| = -|i||A|\sin(\psi+\alpha)/[|D|\sin(\theta+\delta)]. \end{cases}$$

Se conchide fără dificultate că

$$(18)\quad \begin{cases} \text{a) există o singură pereche de soluţii simultan pozitive numai dacă} \\ \quad \sin(\theta+\delta)\sin(\psi+\alpha)<0,\quad \sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)\sin(\theta+\delta)>0; \\ \text{b) nu există soluţie în cazuri contrare.} \end{cases}$$

Atunci cînd sînt satisfăcute condiţiile (16 a) trebuie ales în faţa radicalului din expresia (17) a lui $|u|$, semnul pentru care $|u|>0$.

6. *Cazurile* $\theta+\psi=\pi/2, -3\pi/2$. Particularizînd sistemul de ecuaţii (5) se pot obţine următoarele ecuaţii în $|u|$ şi $|i|$:

$$(19)\quad \begin{cases} |u|^2|D|\cos(\theta+\delta)-|u|[1-|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)]+|A|\sin(\psi+\alpha)=0, \\ |i|^2|A|\cos(\psi+\alpha)-|i|[1+|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)]+|D|\sin(\theta+\delta)=0, \end{cases}$$

cu discriminantul egal cu cel ce rezultă din particularizarea lui (8) la acest caz. Soluţiile sînt evident

$$(20)\quad \begin{aligned} |u| &= [1-|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)\pm\sqrt{\Delta}]/[2|D|\cos(\theta+\delta)], \\ |i| &= [1+|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)\mp\sqrt{\Delta}]/[2|A|\cos(\psi+\alpha)]. \end{aligned}$$

Considerînd aspectul geometric din planul $(|i|, |u|)$, rezultă situaţii absolut analoage cu cele discutate la pct. **3.** Mărimile analoage lui (12) sînt aici

$$(21)\quad a_1' = \cos(\psi+\alpha),\quad a_2' = \cos(\theta+\delta),\quad b_1' = \sin(\theta+\delta),\quad b_2' = \sin(\psi+\alpha).$$

Se poate conchide că:

$$(22)\quad \begin{cases} \text{a) există două perechi de soluţii simultan pozitive, dacă toate mărimile} \\ \quad \text{(21) sînt pozitive sau dacă, în ordinea } a_1',\ a_2',\ b_1' \text{ şi } b_2', \text{ semnele lor al-} \\ \quad \text{ternează;} \\ \text{b) nu există soluţie dacă } a_1' \text{ şi } a_2' \text{ sau } b_1' \text{ şi } b_2' \text{ sînt simultan negative;} \\ \text{c) există o singură pereche de soluţii pozitive în orice alt caz.} \end{cases}$$

Dacă se analizează mai în detaliu condiţiile de mai sus, se obţine că există:

---

3) v. 2).

(22′)
$$\begin{cases} \text{A) două soluții dacă:} \\ (0<\psi+\alpha<\pi/2;\ 0<\theta+\delta<\pi/2) \text{ sau } (-\pi/2<\psi+\alpha<0;\ \pi/2<\theta+\delta<\pi) \\ \quad \text{sau } (\pi/2<\psi+\alpha<\pi;\ -\pi/2<\theta+\delta<0) \text{ încît } -\pi/2<\alpha+\delta<\pi/2; \\ \text{B) o soluție dacă:} \\ (0<\psi+\alpha<\pi/2;\ \pi<\theta+\delta<3\pi/2) \text{ sau } (\pi<\psi+\alpha<3\pi/2;\ 0<\theta+\delta<\pi/2) \\ \quad \text{încît } \pi/2<\alpha+\delta<3\pi/2; \\ (-\pi/2<\psi+\alpha<0;\ 0<\theta+\delta<\pi/2) \text{ sau } (0<\psi+\alpha<\pi/2;\ -\pi/2<\theta+\delta<0) \\ \quad \text{încît } -\pi<\alpha+\delta<0; \\ (\pi/2<\psi+\alpha<\pi;\ 0<\theta+\delta<\pi/2) \text{ sau } (0<\psi+\alpha<\pi/2;\ \pi/2<\theta+\delta<\pi) \\ \quad \text{încît } 0<\alpha+\delta<\pi. \end{cases}$$

7. *Cazurile* $\theta+\psi=-\pi/2,\ 3\pi/2$ se studiază absolut la fel ca și cel precedent. Condiția necesară de existență a unui regim de funcționare este aceeași, obținîndu-se prin particularizarea lui (8). Rezultă drept soluții

(23)
$$\begin{cases} |u| = [1+|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) \pm \sqrt{\Delta}]/[2|D|\cos(\theta+\delta)], \\ |i| = [1-|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha) \mp \sqrt{\Delta}]/[2|A|\cos(\psi+\alpha)]. \end{cases}$$

De asemenea, semnele mărimilor (21) indică restul de condiții care asigură existența a cel puțin unui regim de funcționare. Se conchide că:

(24)
$$\begin{cases} \text{a) există două perechi de soluții simultan pozitive dacă mărimile } a_1' \text{ și } a_2' \\ \quad \text{sînt pozitive, iar } b_2' \text{ și } b_1' \text{ sînt negative sau dacă, în ordinea } a_1', a_2', b_2', b_1', \\ \quad \text{semnele lor alternează;} \\ \text{b) nu există soluție dacă } a_1' \text{ și } a_2' \text{ sînt negative sau dacă } b_1' \text{ și } b_2' \text{ sînt pozitive;} \\ \text{c) există o singură pereche de soluții pozitive în orice alt caz.} \end{cases}$$

Procedînd la fel ca la pct. **6** se mai pot transcrie și altfel condițiile (22), indicîndu-se că există:

(24′)
$$\begin{cases} \text{A) două soluții dacă} \\ (0<\psi+\alpha<\pi/2;\ \pi<\theta+\delta<3\pi/2) \text{ sau } (\pi<\psi+\alpha<3\pi/2;\ 0<\theta+\delta<\pi/2) \\ \quad \text{sau } (-\pi/2<\psi+\alpha<0;\ -\pi/2<\theta+\delta<0) \text{ încît } -\pi/2<\alpha+\delta<\pi/2; \\ \text{B) o soluție dacă} \\ (0<\psi+\alpha<\pi/2;\ -\pi/2<\theta+\delta<0) \text{ sau } (-\pi/2<\psi+\alpha<0;\ 0<\theta+\delta<\pi/2) \\ \quad \text{încît } 0<\alpha+\delta<\pi; \\ (-\pi/2<\psi+\alpha<0;\ \pi/2<\theta+\delta<\pi) \text{ sau } (\pi/2<\psi+\alpha<\pi;\ -\pi/2<\theta+\delta<0) \\ \quad \text{încît } \pi/2<\alpha+\delta<3\pi/2; \\ (\pi<\psi+\alpha<3\pi/2;\ -\pi/2<\theta+\delta<0) \text{ sau } (-\pi/2<\psi+\alpha<0;\ \pi<\theta+\delta<3\pi/2) \\ \quad \text{încît } \pi<\alpha+\delta<2\pi. \end{cases}$$

8. Fără nici un fel de dificultăți se mai pot preciza unele cazuri particulare, de pildă $\theta=\alpha,\ \theta=-\delta, \psi=\delta$ sau $\psi=-\alpha$. De exemplu, în primul caz ($\theta=\alpha$), sistemul (5′) arată că poate exista cel mult un regim de funcționare, atunci cînd soluțiile corespunzătoare

25′) $|u|=\sin(\psi+\alpha)/[|D|\sin(\psi-\delta)]$, $|i|=|D|\sin(\alpha+\delta)]/[\sin(\psi+\alpha)-|A||D|\sin(\psi-\delta)]$

sînt simultan pozitive. Absolut la fel se studiază și celelalte trei cazuri. Menționăm că pentru $\theta=-\delta$ rezultă:

(25″) $|u|=|A|\sin(\psi+\alpha)/\sin(\psi-\delta)$, $|i|=[|A||D|\sin(\psi+\alpha)-\sin(\psi-\delta)]/[|A|\sin(\alpha+\delta)]$;

pentru cazul $\psi=\delta$ se obţine :

(25′) $|u|=|A|\sin(\alpha+\delta)/[\sin(\theta+\delta)-|A||D|\sin(\theta-\alpha)]$, $|i|=\sin(\theta+\delta)/[|A|\sin(\theta-\alpha)]$;

iar pentru cazul $\psi=-\alpha$:

(26″) $|u|=[|A||D|\sin(\theta+\delta)-\sin(\theta-\alpha)]/[|D|\sin(\alpha+\delta)]$, $|i|=|D|\sin(\theta+\delta)/\sin(\theta-\alpha)$.

9. Discuţia de pînă acum s-a referit numai la cercetarea condiţiilor în care există regimuri de funcţionare corespunzătoare la θ şi ψ impuşi. Pentru aplicaţiile uzuale, în care intervin reţele receptoare pasive, este necesar ca punctul de funcţionare să se găsească în semiplanul $R_2\geqslant 0$, ceea ce introduce încă o condiţie în plus, care trebuie adăugată lui (8) şi celorlalte, date mai sus.

Folosind una din expresiile (3), de pildă cea de a doua, se poate scrie

$$(27)\qquad \begin{cases} R_2=[|i|\cos(\psi-\gamma)-|D|\cos(\delta-\gamma)]/|C|, \\ X_2=[|i|\sin(\psi-\gamma)-|D|\sin(\delta-\gamma)]/|C|, \end{cases}$$

în care s-a ţinut seama că $C=|C|e^{i\gamma}$. În modul acesta se determină regimul de funcţionare corespunzător lui θ şi ψ impuşi, în cazul general $|i|$ fiind dat de a doua din relaţiile (9). Ţinînd seama de aceasta, condiţia $R_2\geqslant 0$ se traduce prin

$$(28)\qquad \frac{\sin(\theta+\psi)+|A||D|\sin(\theta-\psi+\delta-\alpha)\mp\sqrt{\Delta}}{2\sin(\theta-\alpha)}\geqslant\frac{|A||D|\cos(\delta-\gamma)}{\cos(\psi-\gamma)},$$

în care Δ este dat de (8). În cazurile particulare studiate la punctele precedente trebuie ca în membrul întîi al lui (28) să se introducă expresiile corespunzătoare ale lui $|i|$, date respectiv de (15), (17), (20), (23), (25) sau (26).

§ 3. Funcţionarea la $|u|$ şi $|i|$ impuşi

10. Pentru a obţine ecuaţiile în θ şi ψ trebuie de transcris relaţia (4) sub următoarele forme

$$(4')\qquad u=(Ai-1)/(i-D)\ ,\quad i=(Du-1)/(u-A)$$

şi de calculat modulii expresiilor obţinute. Rezultă ecuaţiile trigonometrice

$$(29)\qquad \begin{cases} |A||i|^2\cos(\theta-\alpha)-|D|\cos(\theta+\delta)= \\ \qquad =(|u|^2|i|^2+|i|^2|A|^2-|u|^2|D|^2-1)/(2|u|), \\ |D||u|^2\cos(\psi-\delta)-|A|\cos(\psi+\alpha)= \\ \qquad =(|u|^2|i|^2+|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2-1)/(2|i|), \end{cases}$$

care se aduc cu uşurinţă la forma

$$(29')\quad \begin{cases} \operatorname{Re}(A|i|^2-\overset{*}{D})\cos\theta+\operatorname{Im}(A|i|^2-\overset{*}{D})\sin\theta= \\ \qquad =(|u|^2|i|^2+|i|^2|A|^2-|u|^2|D|^2-1)/(2|u|), \\ \operatorname{Re}(D|u|^2-\overset{*}{A})\cos\psi+\operatorname{Im}(D|u|^2-\overset{*}{A})\sin\psi= \\ \qquad =(|u|^2|i|^2+|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2-1)/(2|i|). \end{cases}$$

Condiția necesară și suficientă pentru rezolvarea celor două ecuații se prezintă sub forma

$$(30)\quad \begin{aligned} &2(|u|^2|i|^2+1)(|u|^2|D|^2+|i|^2|A|^2)-(|u|^2|i|^2-1)^2- \\ &-(|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2)-8|u|^2|i|^2\operatorname{Re}(AD)=\Delta'\geqslant 0, \end{aligned}$$

iar soluțiile ecuațiilor, adică unghiurile care dau defazajele tensiunilor și curenților, sînt respectiv

$$(31)\quad \cos\theta=\frac{\operatorname{Re}(A|i|^2-\overset{*}{D})[|u|^2|i|^2+|i|^2|A|^2-|u|^2|D|^2-1]\pm\operatorname{Im}(A|i|^2-\overset{*}{D})\sqrt{\Delta'}}{2|u|[|i|^4|A|^2+|D|^2-2|i|^2\operatorname{Re}(AD)]},$$

$$\sin\theta=\frac{\operatorname{Im}(A|i|^2-\overset{*}{D})[|u|^2|i|^2+|i|^2|A|^2-|u|^2|D|^2-1]\mp\operatorname{Re}(A|i|^2-\overset{*}{D})\sqrt{\Delta'}}{2|u|[|i|^4|A|^2+|D|^2-2|i|^2\operatorname{Re}(AD)]}$$

și

$$(32)\quad \cos\psi=\frac{\operatorname{Re}(D|u|^2-\overset{*}{A})[|u|^2|i|^2+|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2-1]\mp\operatorname{Im}(D|u|^2-\overset{*}{A})\sqrt{\Delta'}}{2|i|[|u|^4|D|^2+|A|^2-2|u|^2\operatorname{Re}(AD)]},$$

$$\sin\psi=\frac{\operatorname{Im}(D|u|^2-\overset{*}{A})[|u|^2|i|^2+|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2-1]\pm\operatorname{Re}(D|u|^2-\overset{*}{A})\sqrt{\Delta'}}{2|i|[|u|^4|D|^2+|A|^2-2|u|^2\operatorname{Re}(AD)]},$$

în care Δ' este dat de (30) iar semnele din fața radicalului s-au ales astfel ca soluțiile să verifice ecuația (4). Soluțiile (31) și (32) se pot pune și sub o formă mai concentrată, utilizînd scrierea exponențială:

$$(31')\quad e^{j\theta}=[(|u|^2|i|^2+|i|^2|A|^2-|u|^2|D|^2-1)\mp j\sqrt{\Delta'}]/[2|u|(\overset{*}{A}|i|^2-D)],$$

$$(32')\quad e^{j\psi}=[(|u|^2|i|^2+|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2-1)\pm j\sqrt{\Delta'}]/[2|i|(\overset{*}{D}|u|^2-A].$$

11. Pentru determinarea regimurilor de funcționare corespunzătoare soluțiilor de mai sus trebuie utilizate formulele (27), din care rezultă și condiția ca regimurile corespunzătoare să se găsească în semiplanul $R_2\geqslant 0$ (rețea receptoare pasivă). Scriind-o sub forma $\cos(\psi-\gamma)\geqslant\geqslant[|D|\cos(\delta-\gamma)]/|i|$, se obține în cele din urmă, după dezvoltarea membrului întîi, amplificare cu $|C|$ și înlocuirea expresiilor (32), relația:

$$(33)\quad \begin{aligned} &(|u|^2|i|^2+|u|^2|D|^2-|i|^2|A|^2-1)\operatorname{Re}[C(\overset{*}{D}|u|^2-A)]\pm \\ &\pm\sqrt{\Delta'}\operatorname{Im}[C(\overset{*}{D}|u|^2-A)]\geqslant 2\operatorname{Re}(C\overset{*}{D})\cdot|A|i|^2-\overset{*}{D}|^2. \end{aligned}$$

12. Procedînd la fel ca şi în cazurile menţionate mai sus, se rezolvă şi alte probleme, de pildă cînd se impune unghiul dintre tensiuni θ şi mărimea raportului curenţilor $|i|$. Se poate utiliza atunci a doua ecuaţie (7) şi prima ecuaţie (29) pentru determinerea lui ψ şi $|u|$ corespunzători.

De asemenea se pot impune unghiul ψ dintre curenţi şi mărimea raportului tensiunilor $|u|$, utilizarea celorlalte ecuaţii (7) şi (29) permiţînd determinarea lui θ şi $|i|$ corespunzători. Studiul acestor cazuri nu prezintă nici o dificultate.

§ 4. Cîteva regimuri speciale de defazare

A. FUNCŢIONAREA LA FACTOR DE PUTERE CONSTANT ($\varphi_1 = \varphi_2$)

13. Ţinînd seama de relaţia generală care are loc între defazajele φ_1 — la intrare. φ_2 — la ieşire şi unghiurile θ dintre tensiuni şi ψ dintre curenţi şi anume

$$\varphi_1 + \psi = \theta + \varphi_2, \tag{34}$$

rezultă că regimul menţionat se obţine prin particularizarea rezultatelor din § **1** pentru cazul $\theta = \psi = \Omega$.

Condiţia generală (8) se transcrie acum sub forma

$$\operatorname{Re}(A\overset{*}{D}) - \sqrt{1 - 2\operatorname{Re}(AD) + |A|^2 |D|^2} \leqslant \cos 2\Omega \leqslant \operatorname{Re}(A\overset{*}{D}) + \sqrt{1 - 2\operatorname{Re}(AD) + |A|^2 |D|^2}, \tag{35}$$

iar mărimile rapoartelor tensiunilor şi curenţilor devin

$$\begin{cases} |u| = \dfrac{\sin 2\Omega + \operatorname{Im}(A\overset{*}{D}) \pm \sqrt{1 - 2\operatorname{Re}(AD) + |A|^2 |D|^2 - [\cos 2\Omega - \operatorname{Re}(A\overset{*}{D})]^2}}{2|D|\sin(\Omega - \delta)}, \\ |i| = \dfrac{\sin 2\Omega - \operatorname{Im}(A\overset{*}{D}) \mp \sqrt{1 - 2\operatorname{Re}(AD) + |A|^2 |D|^2 - [\cos 2\Omega - \operatorname{Re}(A\overset{*}{D})]^2}}{2|A|\sin(\Omega - \alpha)}, \end{cases} \tag{36}$$

Se conchide că (35) fiind satisfăcută:

(37) a) există două regimuri de funcţionare dacă $\sin 2\Omega$, $\sin(\Omega - \alpha)$ şi $\sin(\Omega + \delta)$ au acelaşi semn;
b) nu există regim în cazuri contrare.

Pentru ca, atunci cînd există, soluţiile să corespundă la un $R_2 \geqslant 0$, trebuie în în plus ca

$$\frac{\sin 2\Omega + \operatorname{Im}(A\overset{*}{D}) \pm \sqrt{1 - 2\operatorname{Re}(AD) + |A|^2 |D|^2 - [\cos 2\Omega - \operatorname{Re}(A\overset{*}{D})]^2}}{2\sin(\Omega - \delta)} \geqslant |A||D|\cos(\delta - \gamma) / \cos(\Omega - \gamma). \tag{38}$$

14. *Regimul cu tensiunile şi curenţii în concordanţă de fază* ($\theta = \psi = 0$) se obţine prin particularizarea rezultatelor de la pct. **4.** Se conchide că au loc două regimuri de funcţionare de acest tip, pentru cuadripolii la care

$$[\operatorname{Im}(A\overset{*}{D})]^2 - 4\operatorname{Im}(A)\operatorname{Im}(\overset{*}{D}) > 0, \quad \operatorname{Im}(A)\operatorname{Im}(\overset{*}{D}) > 0, \text{ şi } \operatorname{Im}(A\overset{*}{D})\operatorname{Im}(\overset{*}{D}) > 0. \tag{39}$$

Condiţia ca regimurile să corespundă la consumuri pasive este

(40) $\left\{ \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \pm \sqrt{[\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 - 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D})} \right\} / [2 \operatorname{Im} A] \geqslant \operatorname{Re}(\overset{*}{CD}) / \operatorname{Re}(C)$

iar valorile corespunzătoare ale rapoartelor tensiunilor şi curenţilor sînt

(41) $$2 \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) |u| = 2 \operatorname{Im}(A) |i| = \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \pm \sqrt{\operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) - 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D})}.$$

Pentru existenţa unui singur regim $R_2 \geqslant 0$ cu tensiunile şi curenţii în concordanţă de fază, este necesar şi suficient ca

(40′) $$\begin{cases} [\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 = 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}), \quad \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) > 0, \\ \operatorname{Re}(\overset{*}{CD}) / \operatorname{Re}(C) \leqslant \sqrt{\operatorname{Im}(\overset{*}{D}) / \operatorname{Im}(A)}. \end{cases}$$

Atunci

(41′) $$|i| = 1 / |u| = \sqrt{\operatorname{Im}(\overset{*}{D}) / \operatorname{Im}(A)}.$$

Se constată că pentru acest regim, randamentul transmisiei energiei active este

$$\eta = P_2 / P_1 = (U_2 I_2 \cos \varphi_2) / (U_1 I_1 \cos \varphi_1) = 1 / (|u| |i|) = 1.$$

În particular, $|u| = |i| = 1$ cînd $\operatorname{Im}(A) = \operatorname{Im}(\overset{*}{D})$.

15. *Regimul cu tensiunile şi curenţii în opoziţie de fază* ($\theta = \psi = \pi$). Pot exista două regimuri cu receptor pasiv dacă

(42) $$[\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 - 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) > 0, \quad \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) > 0, \quad \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) < 0$$

precum şi

(43) $$\left\{ \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \pm \sqrt{(\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 - 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D})} \right\} / [2 \operatorname{Im}(A)] \leqslant \operatorname{Re}(\overset{*}{CD}) / \operatorname{Re}(C).$$

Atunci

(44) $$2 \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) |u| = 2 \operatorname{Im}(A) |i| = - \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \mp \sqrt{[\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 - 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D})}.$$

Pentru existenţa unui singur regim, cu receptor pasiv, cu tensiunile şi curenţii în opoziţie de fază, este necesar şi suficient ca

(42′) $$\begin{cases} [\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 = 4 \operatorname{Im}(A) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}), \quad \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \operatorname{Im}(\overset{*}{D}) < 0, \\ \operatorname{Re}(\overset{*}{CD}) / \operatorname{Re}(C) \geqslant \sqrt{\operatorname{Im}(\overset{*}{D}) / \operatorname{Im}(A)} \end{cases}$$

cînd $|u|$ şi $|i|$ sînt daţi de (41′).

16. Condiţiile (39) şi (42) fiind contradictorii, rezultă că un cuadripol pasiv poate admite numai unul din tipurile de regim cu curenţii şi tensiunile în fază, respectiv în opoziţie.

Rezultă de asemenea că astfel de regimuri nu pot avea loc la cuadripolii pasivi simetrici ($A = D$).

17. *Regimul cu tensiunile şi curenţii în cuadratură, în acelaşi sens.* De pildă, în cazul $\theta = \psi = \pi/2$, poate exista un singur regim cu receptor pasiv numai dacă

(43) $$\begin{cases} \operatorname{Re}(A) \operatorname{Re}(\overset{*}{D}) < 0, \quad \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \operatorname{Re}(\overset{*}{D}) > 0, \\ \left\{ - \operatorname{Im}(\overset{*}{AD}) \pm \sqrt{[\operatorname{Im}(\overset{*}{AD})]^2 - 4 \operatorname{Re}(A) \operatorname{Re}(\overset{*}{D})} \right\} / [2 \operatorname{Re}(A)] \geqslant \operatorname{Re}(\overset{*}{CD}) / \operatorname{Im}(C), \end{cases}$$

pe cînd în cazul $\theta = \psi = -\pi/2$ există un singur regim cu receptor pasiv numai dacă

$$(44)\quad \begin{cases} \mathrm{Re}\,(A)\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{D}) < 0, \quad \mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D})\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{D}) < 0 \text{ şi} \\ \left\{-\mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D}) \pm \sqrt{[\mathrm{Im}\,(A\overset{*}{D})]^2 - 4\,\mathrm{Re}\,(A)\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{D})}\right\} / [2\,\mathrm{Re}\,(A)] \leqslant \mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D}) / \mathrm{Im}\,(C). \end{cases}$$

În a treia inegalitate din (43) şi (44) trebuie reţinut în faţa radicalului semnul pentru care membrul întîi este pozitiv.

Trebuie de observat că un acelaşi cuadripol pasiv nu poate admite ambele situaţii examinate. De asemenea, regimuri cu tensiunile şi curenţii în cuadratură, în acelaşi sens, nu pot avea loc la cuadripolii pasivi simetrici.

B. DIVERSE TIPURI DE CUADRATURI DE TENSIUNI ŞI CURENŢI

18. Prin particularizarea rezultatelor de la pct. **6, 7** şi **4** se pot studia o serie de regimuri interesante corespunzătoare la diverse tipuri de cuadraturi, cum sînt cele:

a) cu tensiunile în concordanţă ($\theta = 0$) sau în opoziţie de fază ($\theta = \pi$) şi cu curentul la ieşire în cuadratură în urmă ($\theta = \pi/2$) sau înainte ($\theta = -\pi/2$);

b) cu curenţii în concordanţă ($\psi = 0$) sau în opoziţie de fază ($\psi = \pi$) şi cu tensiunea la ieşire în cuadratură în urmă ($\theta = \pi/2$) sau înainte ($\theta = -\pi/2$);

c) cu tensiunile şi curenţii în cuadratură în sensuri opuse ($\theta = \pi/2$, $\psi = -\pi/2$ sau $\theta = -\pi/2$, $\psi = \pi/2$).

Ca exemplificare se va analiza una din aceste posibilităţi.

19. *Regimul cu tensiunile în opoziţie şi curentul la ieşire în cuadratură în urmă* ($\theta = \pi$, $\psi = \pi/2$). Condiţia generală (8) se reduce în cazul acesta la

$$(45)\qquad 1 - 2\,\mathrm{Re}\,(AD) + [\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D})]^2 \geqslant 0,$$

iar expresiile rapoartelor tensiunilor şi curenţilor sînt date de

$$(46)\quad 2\,|u|\,\mathrm{Re}\,(\overset{*}{D}) - 1 = -[2\,|i|\,\mathrm{Im}\,(A) + 1] = \mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D}) \mp \sqrt{1 - 2\mathrm{Re}\,(AD) + [\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D})]^2}.$$

Mărimile (21) sînt în acest caz

$$(47)\qquad a_1' = -\sin\alpha, \quad a_2' = -\cos\delta, \quad b_1' = -\sin\delta, \quad b_2' = \cos\alpha$$

şi atunci, în baza lui (24), se conchide că:

$$(48)\quad \begin{cases} \text{a) nu poate exista un astfel de regim la cuadripolii pasivi care au} \\ \qquad \mathrm{Im}\,(A) > 0 \text{ şi } \mathrm{Re}\,(D) > 0 \text{ sau } \mathrm{Re}\,(A) > 0 \text{ şi } \mathrm{Im}\,(D) < 0; \\ \text{b) pot exista două regimuri de funcţionare la cuadripolii la care } \alpha \text{ este} \\ \quad \text{conţinut în cadranul IV al cercului trigonometric iar } \delta \text{ în cadranul I,} \\ \quad \text{sau } \alpha \text{ în cadranul II şi } \delta \text{ în cadranul III sau, în sfîrşit, } \alpha \text{ conţinut în} \\ \quad \text{cadranul III iar } \delta \text{ în cadranul II;} \\ \text{c) poate exista un regim de funcţionare la cuadripolii care nu sînt incluşi} \\ \quad \text{în cazurile de mai sus.} \end{cases}$$

Satisfacerea inegalităţii

$$(49)\quad \left\{1 + \mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D}) \mp \sqrt{1 - 2\mathrm{Re}\,(AD) + [\mathrm{Re}\,(A\overset{*}{D})]^2}\right\} / [2\mathrm{Im}\,(A)] \geqslant \mathrm{Re}\,(C\overset{*}{D}) / \mathrm{Im}\,(C)$$

asigură că regimul (sau regimurile) de funcţionare corespunde unui $R_2 \geqslant 0$.

Se constată cu uşurinţă că la cuadripolii simetrici ($A = D$) poate exista cel mult un regim cu tensiunile în opoziţie şi curentul la ieşire în cuadratură în urmă şi aceasta numai la cuadripolii pentru care α este conţinut în cadranele II sau III.

20. Pentru a ilustra cele expuse pînă acum să considerăm un transformator fără miez de fier, care, după cum se ştie, are coeficienţii cuadripolului reciproc echivalent egali cu

$$A = (-\omega L_1 + j r_1)/(\omega M),\ C = j/(\omega M),\ D = (-\omega L_2 + j r_2)/(\omega M)\ ^{4}),$$

în care r_1 , r_2 sînt rezistenţele active şi L_1 , L_2 inductanţele înfăşurărilor primară şi secundară ; M este coeficientul de inducţie mutuală iar ω — pulsaţia.

Pentru cercetarea, de pildă, a regimului $\theta = \pi$, $\psi = \pi/2$ (adică $\theta + \psi = 3\pi/2$), se folosesc rezultatele (24'), observînd în primul rînd că la transformator $\pi < \alpha$, $\delta < \pi/2$. Deci, în acest caz, $\pi < \alpha + \delta < 2\pi$ şi ultima condiţie din (24'B) arată că poate avea loc cel mult un regim de funcţionare. Se verifică cu uşurinţă că este satisfăcută condiţia obligatorie (45) precum şi condiţia (48) care se reduce la inegalitatea evidentă $8 M^2 \omega^4 L_1 L_2 > 0$).

Se conchide că transformatorul fără miez de fier admite un singur regim de funcţionare cu receptor pasiv cu $\theta = \pi$ şi $\psi = \pi/2$, putîndu-se calcula cu uşurinţă, mai departe, valorile corespunzătoare (46) ale lui $|u|$ şi $|i|$, precum şi impedanţa (27) a regimului respectiv.

Menţionăm că la cuplaje foarte strînse ($M^2 \omega^2 \gg r_1 r_2$) regimul indicat corespunde regimului de randament maxim al transmisiei energiei active prin transformatorul fără miez de fier, regim care s-a studiat în [3].

C. FUNCŢIONAREA CA DEFAZOR PUR ($|U_2| = |U_1|$, $|I_2| = |I_1|$)

21. Aceste regimuri se caracterizează prin $|u| = |i| = 1$ iar rezultatele se obţin prin particularizarea celor stabilite în § **3.** Condiţia necesară şi suficientă (30) devine

$$4(|A|^2 + |D|^2) - (|A|^2 - |D|^2) - 8\,\mathrm{Re}(AD) = \Delta_1' \geqslant 0, \tag{50}$$

iar inegalitatea (33), care asigură că regimul corespunde unui $R_2 \geqslant 0$, devine în acest caz

$$(|D|^2 - |A|^2)\,\mathrm{Re}[C(\overset{*}{D} - A)] \pm \sqrt{\Delta_1'}\,\mathrm{Im}[C(\overset{*}{D} - A)] \geqslant 2\,|A - \overset{*}{D}|^2\,\mathrm{Re}(C\overset{*}{D}). \tag{51}$$

Valorile corespunzătoare ale unghiurilor θ şi ψ sînt date de

$$e^{j\theta} = \left(|A|^2 - |D|^2 \pm j\sqrt{\Delta_1'}\right)/[2(\overset{*}{A} - D)],\quad e^{j\psi} = \left(|A|^2 - |D|^2 \pm j\sqrt{\Delta_1'}\right)/[2(A - \overset{*}{D})]\ . \tag{52}$$

Ţinînd seama de (34) se poate scrie cu uşurinţă

$$e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = (A - \overset{*}{D})/(\overset{*}{A} - D), \tag{53}$$

în care s-au avut în vedere expresiile (51).

Pentru cazul particular cînd se cere ca $\theta = \psi = 0$ (regim de tip curent continuu), trebuie ca $e^{j\theta} = e^{j\psi} = 1$, ceeace conduce la $\overset{*}{A} - D = A - \overset{*}{D}$ şi deci $\mathrm{Im}(A) = \mathrm{Im}(\overset{*}{D})$, regăsindu-se rezultatele menţionate la finele pct. **15.**

22. Condiţia (49) este întotdeauna satisfăcută la cuadripolii pasivi simetrici, reducîndu-se la $16\,[\mathrm{Im}(A)]^2 \geqslant 0$, iar (50) devine $\mathrm{Re}(A\overset{*}{C})/\mathrm{Re}(C) \leqslant \mp 1$.

Regimurile de funcţionare se caracterizează prin $e^{j\theta} = \pm 1$ şi $e^{j\psi} = \mp 1$, adică $\theta = 0$, $\psi = \pi$ (tensiunile în concordanţă de fază şi curenţii în opoziţie de fază) şi $\theta = \pi$, $\psi = 0$ tensiunile în opoziţie de fază şi curenţii în concordanţă de fază). Existenţa primului regim corespunzător unui $R_2 \geqslant 0$, antrenează şi existenţa celui de-al doilea.

---

4) S-au scris numai coeficienţii care interesează în această lucrare.

§ 4. Concluzii

23. În baza rezultatelor ce s-au stabilit în această lucrare se poate pune problema construcţiei unui circuit defazor, de tip cuadripol pasiv, care pentru un regim de funcţionare dat (Z_2 dat) să realizeze $u=|u|e^{j\theta}$ şi $i=|i|e^{j\psi}$ impuşi. Se pot determina astfel coeficienţii cuadripolului sau, dacă se alege o schemă echivalentă în Π sau T, elementele acestor scheme. Discuţia detaliată a condiţiilor de realizare nu prezintă dificultăţi speciale, dar depăşeşte cadrul prezentei lucrări.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Electrotehnică şi Maşini Electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Асеев Б. П., *Фазовые соотношения в радиотехнике*, Связиздат, М., 1954.
2. Braier A. şi Rosman H., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp 185—208.
3. Rosman H., Braier A. şi Damachi E., Ibid., 1957, **III (VIII)**, *3—4*, pp. 153—160.

К ОБЩЕМУ ИЗУЧЕНИЮ ФАЗОВРАЩАЮЩИХ ЦЕПЕЙ

(Резюме)

Предлагается общая теория для фазовращающих цепей напряжений и токов, типа пассивных четырехполюсников в гармоническом, устанавливающем режиме. Устанавливаются необходимые и достаточные условия, которым должна удовлетворить фазовращающая цепь для создания заданной фазовращающей величины токов и напряжений. Эти условия устанавливаются в случаях когда: а) $\theta=\arg(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$ и $\psi=\arg(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ имея заданные величины, определяются величины (9) $|u|=|\dot{U}_1/\dot{U}_2|$ и $|i|=|\dot{I}_1/\dot{I}_2|$, Δ дана выражением (8); б) $|u|$ и $|i|$ будучи заданы, определяются величины (31), (32) θ и ψ, Δ' дана выражением (30).

В заключении исследуются несколько специальных фазовращающих режимов: $\varphi_1=\varphi_2$ ($\varphi_1=\arg(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$, $\varphi_2=\arg(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$); $\theta=\psi=0$; $\theta=\psi=\pi$; $\theta=\psi=\pi/2$ и т. д.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE GÉNÉRALE DES CIRCUITS DÉPHASEURS

(Résumé)

On expose une théorie générale des circuits déphaseurs des tensions et des courants, du type quadripôle passif, en régime permanent harmonique. On établit les conditions nécessaires et suffisantes qu'un tel circuit doit satisfaire pour réaliser un déphasage imposé quant aux tensions et aux courants.

On obtient ces conditions dans les cas suivants: a) $\theta=\arg(\dot{U}_1, \dot{U}_2)$ et $\psi=\arg(\dot{I}_1, \dot{I}_2)$ ont des valeurs imposées et on détermine les valeurs (9) de $|u|=|\dot{U}_1/\dot{U}_2|$ et $|i|=|\dot{I}_1/\dot{I}_2|$ ou Δ est donné par (8); b) $|u|$ et $|i|$ ont des valeurs imposées et on détermine les valeurs (31) et (32) de θ et ψ, ou Δ' est donné par (30). À la fin de cette Note on étudie quelques régimes spéciaux de déphasage, à savoir: $\varphi_1=\varphi_2$ ($\varphi_1=\arg(\dot{U}_1, \dot{I}_1)$, $\varphi_2=\arg(\dot{U}_2, \dot{I}_2)$); $\theta=\psi=0$; $\theta=\psi=\pi$; $\theta=\psi=\pi/2$, etc.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621 - 231

НОВЫЙ КЛАСС ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ ЛЮБОГО ПОРЯДКА ПРИМЕНЯЕМЫХ В ТЕОРИИ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН

1. Параллельно с необычайным богатством научной мысли широко процветающей советской школы по теории машин и механизмов, установившей, решениями Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов [1], [2] (Москва, 24...28 марта 1958 г., председатель оргкомитета акад. И. И. Артоболевский), многогранные вехи ее последующего развития, всесторонне проливается свет на ценнейшее наследие русских и советских исследователей первых годов в этой фундаментальной для основ автоматизации производственных процессов области науки и техники.

Настоящая заметка, так же как и заметка предназначенная к выходу в свет в следующем выпуске этого же журнала, посвящены, соответственно, светлой памяти известных специалистов по теории машин и механизмов А. П. Котельникова и акад. В. П. Горячкина, классические труды которых охватывают огромный круг вопросов, начиная с обширного геометрического аппарата и, отчасти, сугубо математического характера, отражаемого в работах А. П. Котельникова и кончая много охватывающими теориями рабочих процессов сельскохозяйственных машин акад. В. П. Горячкина [1]).

Фундаментальные работы А. П. Котельникова [3], [4] послужили, в последние годы, началом целого ряда работ, вылившихся в достаточно полно выработанный метод приведенных ускорений любого порядка [5], [6], [7] с его богатыми применениями к теории плоских механизмов [8], в то время как обширный ряд ценных результатов, обогащающих геометрические исследования механизмов, были выработаны в статье *О некоторых методах построения кривых и точек Бурместера* принадлежащей Я. Л. Геронимусу [9], раскрывающей богатый источник эффективных геометрических методов, основанных на применении методов А. П. Котельникова, которые могут быть весьма полезны в решении задач синтеза механизмов.

2. Назовем совокупность векторов, начала которых лежат на плоскости, а концы на другой плоскости, перпендикулярной к первой, дуальным пространственным крестом векторов; первую плоскость, на которой находятся начала векторов — начальной плоскостью пространственного креста, а вторую плоскость, на которой лежат концы — конечной плоскостью креста. Введем следующие данные и обозначения.

Пусть P — плоскость, принадлежащая твердому жесткому телу совершающему сложное пространственное движение, O' — точка, u_1, u_2 — верзоры исходящие из O' и принадлежащие P, причем $\overline{u_1} \cdot \overline{u_2} = 0$, M — произвольная точка плоскости P,

---

[1]) В этом году Академия с/х наук Груз. ССР намечает отметить специальной сессией множество новых работ по теории машин и механизмов связанных с явлениями, составляющими рабочие процессы с/х машин, имеющие в основании до 40 различных процессов исследовинных акад. В. П. Горячкиным.

O-„неподвижное" начало некоторого правого прямоугольного трехгранника к которому относится движение плоскости P. Имеют место следующие теоремы.

Теорема 1. (Дуальное обобщение пространственных крестов А. П. Котельникова [4]). *Геометрическое место концов пространственных приведенных ускорений любого порядка точек* $M \in P$ *определяемых (если ограничимся здесь, для краткости письма и с целью подчеркнуть современное практическое значение „рывков", т.е. ускорений второго порядка, случаями* $n = 1, 2$)

$$(1) \qquad \bar{a}^{(n)}_{Mr} = \lambda_n \bar{a}^{(n)}_M, \quad \bar{a}^{(n)}_M = \frac{d}{dt}\bar{a}^{(n-1)}_M, \quad \bar{a} = \ddot{\bar{r}} = \ddot{\overline{OM}} = \frac{d^2}{dt^2}\bar{r},$$

где λ_n *— один из корней уравнения*

$$(2) \qquad 1 - \lambda\left(A_n + A_n(\bar{u}_1 \times \bar{u}_2)\right) + \lambda^2\left(A_n \cdot A_n(\bar{u}_1 \times \bar{u}_2) - B_n^2(\bar{u}_1 \times \bar{u}_2)\right) = 0,$$

$\bar{\omega}$, $\bar{\omega}^{(2)}$,... *суть мгновенные угловые векторные скорость, ускорение,... плоскости* P,

$$(3) \qquad \begin{gathered} A_{m+1} = \dot{A}_m + \bar{\omega} \cdot \bar{B}_m, \quad \bar{B}_{m+1} = \dot{\bar{B}}_m - \bar{\omega} A_m, \\ A_1 = \bar{\omega} \cdot \bar{\omega}, \quad \bar{B}_1 = \bar{\omega}^{(2)}, \quad \left(\cdot \equiv \frac{d}{dt}\right), \quad (m = 1, 2, \ldots), \end{gathered}$$

а $A_m(\bar{u}_1 \times \bar{u}_2)$, $B_m(\bar{u}_1 \times \bar{u}_2)$ *получаются из* A_m, $\bar{B}_m$ *некоторой „поляризацией по* $u_1 \times u_2 = \bar{u}$" *однозначно указанной равенствами*

$$(4) \qquad \begin{cases} A_1(\bar{u}) = (\bar{\omega} \cdot \bar{u})(\bar{\omega} \cdot \bar{u}) \quad \text{при} \quad A_1 = \bar{\omega} \cdot \bar{\omega}, \\ A_2(\bar{u}) = 3(\bar{\omega}^{(2)} \cdot \bar{u})(\bar{\omega} \cdot \bar{u}) \quad \text{при} \quad A_2 = 3(\bar{\omega}^{(2)} \cdot \bar{\omega}), \\ A_3(\bar{u}) = 4(\bar{\omega}^{(3)} \cdot \bar{u})(\bar{\omega} \cdot \bar{u}) + 3(\bar{\omega}^{(2)} \cdot \bar{u})(\bar{\omega}^{(2)} \cdot \bar{u}) - (\bar{\omega} \cdot \bar{\omega})(\bar{\omega} \cdot \bar{u})(\bar{\omega} \cdot \bar{u}) \\ \qquad \text{при} \quad A_3 = 4(\bar{\omega}^{(3)} \cdot \bar{\omega}) + 3(\bar{\omega}^{(2)} \cdot \bar{\omega}^{(2)}) - (\bar{\omega} \cdot \bar{\omega})(\bar{\omega} \cdot \bar{\omega}), \ldots \end{cases}$$

$$(5) \qquad \begin{cases} B_1(\bar{u}) = \bar{B}_1 \cdot \bar{u} = (\bar{\omega}^{(2)} \cdot \bar{u}) \quad \text{при} \quad \bar{B}_1 = \bar{\omega}^{(2)}, \\ B_2(\bar{u}) = \bar{B}_2 \cdot \bar{u} = (\bar{\omega}^{(3)} \cdot \bar{u}) - (\bar{\omega} \cdot \bar{u})(\bar{\omega} \cdot \bar{\omega}), \quad \text{при} \quad \bar{B}_2 = \bar{\omega}^{(3)} - \bar{\omega}(\bar{\omega} \cdot \bar{\omega}), \ldots \end{cases}$$

— плоскость, образующая с данной пространственный крест векторов.

Теорема 2 (Экстремальное свойство дуальных приведенных ускорений любого порядка). *Тригонометрический тангенс угла образованного между плоскостью* P *принадлежащей некоторому твердому жесткому телу в сложном пространственном движении и плоскостью представляющей собой геометрическое место концов* M^*_n *ускорений* n *— го порядка помноженных на один и тот же множитель* λ^*_n *точек плоскости* M, *принимает экстремальное значение при*

$$(6) \qquad 1 - \lambda^*_n(A_n + A_n(\bar{u})) + \lambda^{*2}_n(A_n, A_n(\bar{u}) + B^2_n(\bar{u})) = 0, \quad (n = 1, 2),$$

где $\bar{u}$*-верзор нормали к* P, *а* A_n, $A_n(\bar{u})$, $\bar{B}_n$, $B_n(\bar{u})$ *даны формулами* (3), (4), (5).

Так как при этом обыкновенный угол между единичными векторами нормалей к рассматриваемым плоскостям — прямой, оправдывает себя название экстремальной данное настоящей теореме.

3. Полученные результаты, пополненные содержанием некоторых других заметок (см., напр. [10], [11]), служат основой разработки метода дуальных пространственных приведенных ускорений любого порядка в его применении к, все еще не достаточно исследованной, теории пространственных механизмов [13] ... [15] и в частности их синтеза, так глубоко интересующих многочисленные технологические процессы [12], среди которых процессы осуществляемые сельскохозяйственными машинами и орудиями, основоположником теоретизации которых является акад. В. П. Горячкин, играют немаловажную роль.

Поступила 15 II 1959 г.

Академия с/х наук Груз. ССР,
Тбилиси, СССР,
Ясский Политехнический Институт,
Н. Р. Румыния

ЛИТЕРАТУРА

1. * * * *Решения Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов.* В сборнике *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов,* Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958.
2. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов,* Ibid.
3. Котельников А. П., Мат. сб., 1927, **34**, стр. 207—348.
4. — Труды мех.-машиностр. ин-та им. Баумана, 1937, *29—30*, стр. 3—27.
5. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102**, *5*, стр. 797 — 798; Ibid, 1957, **112**, *1*, стр. 27—28.
6. Манжерон Д., Дрэган К., *Исследование механизмов методом приведенных ускорений.* В сборнике *Труды Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам ТММ* (в печати).
7. Mangeron D., Drăgan C. u. Svijevski V., Rev. Méc. appl., 1957, 2, *1*, pp. 145—156.
8. Zilberman I. S., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *1—2*, pp. 165—174.
9. Геронимус Я. Л., Ibid., 1959, **5** (**9**), *3—4*, (в печати).
10. Манжерон Д. и Ясюлёнис А. И., Этго же том, Изв. ЯПИ, стр. 307—320.
11. Drăgan C., Autoreferatul dizertaţiei de candidat în ştiinţe tehnice. Lit. Inv., Inst. Polit. Iaşi, 1959.
12. Тавхелидзе Д. С., *К вопросу автоматического регулирования натяжения основы ткацкого станка.* В сборнике *Труды Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов,* Ин-т Машиноведения АН СССР, М., (в печати).
13. Артоболевский И. И, *Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых,* Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1959, 255 стр.
14. Бейер Р., *Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтез плоских механизмов,* Машгиз, Киев-М., 1959, 318 стр., (пер. с нем.).
15 Beyer R., *Space mechanisms.* В сборнике *Transaction of the Fifth Conference on Mechanisms,* Purdue University, October 1958, pp. 141—163.

A NEW CLASS OF REDUCED ACCELERATIONS OF ANY ORDER APPLIED IN THE THEORY OF SPACE MECHANISMS

(Summary)

In the last years it has always been tried from various angles to bridge the gap between science and practice by using a very extensive introduction of various scientific procedures in the science of mechanisms [1], [2].

Whilst analysis and synthesis of plane mechanisms has reached a high standard of development [13], [14], research on important space mechanisms in order to develop methods for statics and dynamics of special mechanisms or to procure new foundation

for their synthesis and to prepare the way for better applicability of them, has not made such rapid progress.

One of the authors [5] and C. Drăgan [11] have introduced in teaching and research concerning mechanism engineering a new method of reduced accelerations that allows the systematic and general so'utions of the accelerations distribution problem of any order for the mechanisms moving parallely to a fixed plane. In this article the authors consider the reduced accelerations of arbitrary order, to be applied to the study of space mechanisms, defined by (1), where λ_n satisfies the equation (2), $\overline{\omega}$, $\overline{\omega}^{(2)}$,... are the angular velocity, angular acceleration,... of considered moving rigig body and A_n, $\overline{B}_n$, $A_n(\overline{u})$, $B_n(\overline{u})$ are given by (3), (4), (5).

They established a number of theorems concerning certain generalizations of Kotelnikoff's crosses [1] and some of the extremum properties of reduced accelerations of any order in the space. Various examples for applying the method of reduced accelerations of any order in the theory of space mechanisms are to be found in [11].

O NOUĂ CLASĂ DE ACCELERAŢII SPAŢIALE REDUSE DE ORDIN OARECARE INTERESÎND TEORIA MECANISMELOR ŞI MAŞINILOR

(Rezumat)

Ansamblul cercetărilor executate la scară mondială consacrate teoriei mecanismelor şi maşinilor şi cristalizate într-un număr de congrese sau conferinţe cu totul recente [2]) închinate acestei ramuri, dotată cu puternice mijloace de investigaţie ştiinţifică şi menită a netezi calea spre înfăptuirea sistematică a automatizării proceselor de producţie, a scos în evidenţă bogăţia materialelor ce stau la dispoziţia specialiştilor în vederea unei tratări de profunzime a mecanismelor plane [13], [14].

Problema adîncirii multilaterale a teoriei mecanismelor spaţiale, menită a completa metodele de determinare a vitezelor şi acceleraţiilor, a simplifica şi elucida aceste metode, făcîndu-le apte de a fi folosite de către proiectanţi, a oferi constructorilor de maşini formule simple capabile de a-i încuraja să folosească în practica de producţie astfel de mecanisme, a oferi un nou fundament problemelor de sinteză şi a dezvolta metodele de statică şi dinamică a mecanismelor spaţiale, a rămas însă cu mult în urma stadiului la care s-a ajuns în cadrul studiului mecanismelor plane [1], [15].

Unul dintre autori [5] şi C. Drăgan [11] au întrodus în procesul de învăţămînt şi de cercetare din cadrul teoriei mecanismelor şi maşinilor o nouă metodă a acceleraţiilor reduse de ordin oarecare care permite soluţionarea generală şi sistematică a problemei de distribuţie a acceleraţiilor punctelor organelor componente ale mecanismelor executînd mişcări paralele cu un plan fix [6], [7]. În acest articol autorii consideră o nouă clasă de acceleraţii spaţiale reduse de ordin oarecare, menită a fi aplicată la studiul mecanismelor avînd organe ce execută mişcări spaţiale generale, definite prin (1), în care λ_n satisface ecuaţia (2), $\overline{\omega}$, $\overline{\omega}^{(2)}$,... sînt respectiv viteza unghiulară, acceleraţia unghiulară,... a organului mobil considerat şi A_n, $\overline{B}_n$, $A_n(\overline{u})$, $B_n(\overline{u})$ sînt date prin formulele de recurenţă (3), (4), (5). În lucrare se stabileşte un număr de teoreme relative la o generalizare spaţială a crucilor lui Kotelnikov [4] precum şi la unele proprietăţi extremale ale acceleraţiilor reduse spaţiale întroduse aici. Diferite exemple ce ilustrează aplicarea metodei acceleraţiilor reduse de ordin oarecare în teoria mecanismelor spaţiale sînt expuse în [11] sau se găsesc într-o lucrare elaborată spre a fi prezentată la cea de a V-a sesiune ştiinţifică a cadrelor didactice a Institutului Politehnic din Iaşi.

---

[2]) Astfel de conferinţe s-au ţinut la: Institutul de Teoria Maşinilor al Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S., Moscova, martie 1958; Institutul Politehnic din Dresda, septembrie 1958; Universitatea Purdue, octombrie 1958; Institutul Politehnic din Aachen, septembrie 1959.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621 – 231

О НЕКОТОРЫХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ ЛЮБОГО ПОРЯДКА ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ТЕОРИИ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Д. МАНЖЕРОН и А. И. ЯСЮЛЁНИС

1. Сугубо актуальные работы А. П. Котельникова [1], [2] послужили в последние годы началом целого ряда работ вылившихся в достаточно полно выработанный метод приведенных ускорений любого порядка [3]...[6] с его богатыми применениями в теории плоских механизмов [7], [8], [10], [11]. Метод приведенных ускорений любого порядка послужил темами отдельных докладов одного из авторов и Я.С. Зильбермана на Втором Всесоюзном Совещании по основным проблемам теории машин и механизмов (Москва, 24...28 марта 1958 г.) и материалом для нескольких других статей, принадлежащих авторам и другим исследователям, опубликованных в СССР и за рубежом [9], [12], [15], [17], [19], [20], [21], [22] в то время как обширный ряд ценных результатов обогащающих геометрические исследования механизмов были выработаны в статье *О некоторых методах построения кривых и точек Бурместера* Я. Л. Геронимусом [13]. Хотя А. П. Котельников в своем классическом исследовании о точках Бурместера не ставил перед собой задач синтеза и, после введения приведенных ускорений лишь первого порядка для плоско-параллельных движений, ограничился замечательным исследованием соответствующих „крестов", многие его результаты применены в [13] к задаче построения кривых и точек Бурместера по тем или иным данным, что в свою очередь, может быть непосредственно применено к решению задач синтеза, в то время как метод приведенных ускорений [10], [16], [18], как пишет Н. И. Левитский [14] „интересен не только тем, что он в некоторых случаях существенно уменьшает трудоёмкость соответствующих построений, но и тем, что при использовании этого метода открываются новые пути для синтеза механизмов, т. е. развитие методов анализа механизмов непосредственно оказывает влияние на развитие методов синтеза механизмов. Это заключение основано на том, что с помощью метода приведенных ускорений можно легко определить графически ускорения различных порядков и затем использовать эти построения для синтеза механизмов с помощью кратного интерполирования".

В недавно опубликованной заметке А. И. Ясюлёнис [12] применил теорию плоских приведенных ускорений любого порядка к изучению свойств „δ" кругов обобщающих известные круги Лягира и Бресса, а Д. Манжерон [15], акад. Д. С. Тавхелидзе и Д. Манжерон [23], Д. Манжерон и Я. С. Зильберман [20] ввели два рода пространственных приведенных ускорений любого порядка, исследовав в связи с этим понятием, прямыми методами или же методами винтового исчисления [24], некоторые свойства обобщенных крестов А. П. Котельникова. Ниже приводятся некоторые результаты относящиеся к экстремальным свойствам приведенных ускорений, применяемых в теории машин и механизмов.

2. Пусть Π — жесткая плоскость в общем пространственном движении, O' — некоторая её точка, $\underline{u}_1$, $\underline{u}_2$ — два верзора перпендикулярных между собою, имеющих общее начало в O' и таких, что $\underline{u}_1$, $\underline{u}_2 \in \Pi$, (D) — прямая расположенная в этой же

плоскости $П$, определяемая верзором $\bar{u} = a\bar{u}_1 + \beta\bar{u}_2$ при $\alpha = \cos(\bar{u}, \bar{u}_1)$, $\beta = \cos(\bar{u}, \bar{u}_2)$ и точкой P_1 пересечения с прямой несущей $\bar{u}_1$.

Назовём приведенными ускорениями любого порядка n, $\bar{a}^{(n)}_{Mr}$, точек M принадлежащих жесткой плоскости $П$ в сложном пространственном движении вектора

$$(1)\qquad \bar{a}^{(n)}_{Mr} = \frac{\bar{a}^{(n)}_M}{A_n - A_n(\bar{u})}\ ,\quad \bar{a}^{(n)}_M = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\bar{a}^{(n-1)}_M,\quad \bar{a}^{(1)}_M \equiv \bar{a}_M\ ,\quad (n = 1,2,\ldots),$$

где

$$(2)\qquad A_{n+1} = \dot{A}_n + \bar{\omega}\cdot\bar{B}_n\ ,\ \bar{B}_{n+1} = \dot{\bar{B}}_n - \bar{\omega}\cdot A_n\ ,\ A_1 = \bar{\omega}\cdot\bar{\omega}\ ,\ \bar{B}_1 = \bar{\omega}^{(2)},$$

$\bar{\omega}, \bar{\omega}^{(2)}, \ldots$ — мгновенные угловые скорость, ускорение, ..., рассматриваемой плоскости, а $A_n(\bar{u})$ получается из A_n при помощи некоей „поляризации по $\bar{u}$“ определяемой однозначно нижеследующими равенствами

$$(3)\qquad \begin{cases} A_1(\bar{u}) = (\alpha(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}_2))^2 = (\bar{\omega}\,.\,\bar{u})^2 \text{ при } A_1 = \bar{\omega}\,.\,\bar{\omega} = \bar{\omega}^2\,; \\ A_2(\bar{u}) = 3(\alpha(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{u}_2))\times(\alpha(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}_2)) = 3(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{u})(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}) \\ \text{при } A_2 = 3(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{\omega})\,; \\ A_3(\bar{u}) = 4(\bar{\omega}^{(3)}\,.\,\bar{u})(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}) + 3(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{u})(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{u}) - (\bar{\omega}\,.\,\bar{\omega})(\bar{\omega}\,.\,\bar{u})(\bar{\omega}\,.\,\bar{u}) \\ \text{при} \\ A_3 = 4(\bar{\omega}^{(3)}\,.\,\bar{\omega}) + 3(\bar{\omega}^{(2)}\,.\,\bar{\omega}^{(2)}) - (\bar{\omega}\,.\,\bar{\omega})(\bar{\omega}\,.\,\bar{\omega}) \text{ и т. д.} \end{cases}$$

Имеют место следующие теоремы:

Теорема 1 (теорема изоклин). *Геометрическое место концов приведенных ускорений любого порядка точек прямой* (D) *принадлежащей некоторой жесткой плоскости в сложном пространственном движении — прямая* (D*) *перпендикулярная к данной.*

Теорема 2 (теорема экстремального свойства приведенных ускорений любого порядка). *Тригонометрический тангенс угла образованного прямой* (D) *принадлежащей некоторой жесткой плоскости в сложном пространственном движении и прямой — геометрическим местом концов ускорений любого порядка* (n), *умноженных на постоянную величину* λ_n, *точек* P *прямой* (D), *т. е. прямой* (D^*_n) *данной векторным уравнением*

$$(4)\qquad \bar{r}_{P^*_n} = \bar{r}_P + \lambda_n\bar{a}^{(n)}_P,$$

проходит через экстремум, получающийся при величине параметра λ_n *данного соотношением*

$$(5)\qquad \lambda_n = 1/(A_n - A_n(\bar{u})),$$

где A_n, $A_n(\bar{u})$ *определяются формулами* (2), (3).

Полученные результаты сводясь, в случае плоско-параллельного движения, к уже известным, послужившим основой метода приведенных ускорений любого порядка [10], служат основой теперь разрабатываемого метода приведенных ускорений любого порядка для пространственных кинематических цепей и механизмов [21], показавшего себя в уже исследованных случаях весьма ценным как в задачах анализа, так и в

задачах синтеза механизмов и машин[1]) — современная основа автоматизации производственных процессов.

Поступила 24 I 1959 г.

Ясский Политехнический Институт, Н. Р. Румыния;
Академия с/х Наук Лит. ССР, Каунас, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Котельников А. П., Матем. сб., 1927, **34**, стр. 207-348.
2. — Труды мех.-машиностр. ин-та им. Баумана, 1937, *29-30*, стр. 3-27.
3. Манжерон Д. И., ДАН СССР, 1955, **102**, *5*, стр. 797-798.
4. — Ibid., 1957, **112**, *1*, стр. 27-28.
5. Mangeron D., Drăgan C. u. Svijevschi V., Rev. Méc. appl., 1957, **2**, *1*, pp. 145-156.
6. Mangeron D. u. Drăgan C., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *3-4*, pp. 161-174.
7. Зильберман Я. С., Труды Рост. н/Д. ин-та инж. жел.-дор. трансп. 1955, *19*, стр. 179-199.
8. — Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *1-2*, стр. 165-174.
9. Манжерон Д., Дрэган К., Иримичук Н. и Мунтяну О., Ibid., 1958, **4** (**8**), *3-4*, стр. 287-290.
10. Манжерон Д. и Дрэган К., *Исследование механизмов методом приведенных ускорений*, в сборнике *Труды Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., (в печати).
11. Зильберман Я. С., Ibid., (в печати).
12. Ясюлёнис А. И., Научные Труды Литовской с/х академии, 1959, **5**, стр. 253-259.
13. Геронимус Я. Л., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **5** (**9**), *3-4*, (в печати).
14. Левитский Н. И., *Итоги работы секции анализа и синтеза механизмов*, в сборнике *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958, стр. 24-25.
15. Манжерон Д., Изв. АН СССР, ОТН, мех. и машиностр., (в печати).
16. Mangeron D. şi Bogdan R., St. cerc. mec. apl., 1958, **9**, *4*, pp. 1093-1098.
17. Бейер Р., *Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза плоских механизмов*, Машгиз, М.-Киев, 1959, 318 стр., (перевод с нем.).
18. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов*, в сборнике *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958, стр. 7-8.
19. Meyer zur Capellen W., Ingr. Arch., 1959, **27**, *1*, S. 53-95; Ibid., 1959, **27**, *2*, S. 73-87.
20. Манжерон Д. и Зильберман Я. С., Труды РИИЖТ, (в печати).
21. Drăgan C., Autoreferatul dizertaţiei de candidat în ştiinţe, Lit. Inv., Inst. Polit. Iaşi, 1959.
22. Irimiciuc N., Autoreferatul dizertaţiei de candidat în ştiinţe, Lit. Înv., Inst. Polit. Iaşi, 1959.
23. Тавхелидзе Д. С. и Манжерон Д., Этот же том Изв. ЯПИ, стр. 303—306.
24. Дименберг Ф. М. и Кислицын С. Г., *Применение винтового исчисления к анализу пространственных механизмов*, в сборнике *Труды Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., (в печати).

[1]) См., напр., доклад Д. Манжерон и Р. Богдан, *Труды, исследования и перспективы развития теории машин и механизмов в Румынской Народной Республике*, [16], представленный на первом пленарном заседании Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории механизмов и машин, а так же предисловие председателя оргкомитета акад. И. И. Артоболевского и учёного секретаря совещания А. П. Бессонова в сборнике *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов* (Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958, 54 стр. и 246 библиографических названий).

SOPRA ALCUNE PROPRIETÀ ESTREMALI DELLE ACCELERAZIONI RIDOTTE SPAZIALI D'ORDINE QUALUNQUE CONCERNENTI LA TEORIA DEI MECCANISMI

(Sunto)

Sia Π — un piano rigido in atto di moto spaziale, O' — un suo punto, $\bar{u}_1$ e $\bar{u}_2$ due versori perpendicolari tra loro uscenti dall' O' e situati nel piano Π. Sia inoltre (D) — una retta situata essa pure nel piano Π, determinata dal suo versore $\bar{u} = \alpha\bar{u}_1 + \beta\bar{u}_2$, $\alpha = \cos(\bar{u}_1, \bar{u})$, $\beta = \cos(\bar{u}_2, \bar{u})$ e dal suo punto P_1 d'intersezione con la retta portante il versore $\bar{u}_1$.

Nomiamo l'accelerazione ridotta d'ordine n di un punto M appartenente alla retta (D) del piano rigido Π in atto di moto spaziale generale, il vettore (1), (2) ove $\bar{\omega}$, $\bar{\omega}^{(2)}$,... sono rispettivamente la velocità angolare, l'accelerazione angolare,... istantanei, del piano Π e $A_n(\bar{u})$ si ottiene d'all' A_n mediante l'operazione di „polarizzazione rispetto ad $\bar{u}$" definita univocamente dal tabello (3).

Hanno luogo i seguenti teoremi:

Teorema 1 (delle isocline). *Il luogo geometrico delle estremità delle accelerazioni ridotte d'ordine qualunque* n, *dei punti di una retta* (D) *appartenente ad un piano* II *in atto di moto spaziale generale à una retta perpendicolare alla prima.*

Teorema 2 (concernente una proprietà estremale delle accelerazioni ridotte d'ordine qualunque). *La tangente trigonometrica dell'angolo che forma una retta qualsiasi* (D) *appartenente ad un piano rigido* II *trovatosi in atto di moto spaziale con il luogo geometrico delle estremità* P_n^* *delle accelerazioni d'ordine* n *dei punti* P *della* (D), *molteplicato con uno scalare* λ_n, *definito dall'equazione vettoriale* (4), *passa per un estremo conseguiti per il valore del parametro* λ_n *dato dall'eguaglianza* (5) *ove* A_n e $A_n(\bar{u})$ *sono definite per le* (1) ... (3).

I risultati conseguiti in questo ordine d'idee, riducendosi nel caso dei moti piani a quelli già noti [5], [6] conducenti al metodo delle accelerazioni ridotte d'ordine qualunque iniziato si con alcuni lavori inseriti da uno degli autori nei Доклады Академии Наук СССР [3], [4] e continuati poi da vari autori nell'ambito della teoria dei meccanismi e delle macchine, conducono al metodo delle accelerazioni ridotte d'ordine qualunque applicabile ai sistemi materiali nell'atto di moto spaziale generale. Una serie di lavori sull'argomento si trova tutt'ora sotto la stampa, allorchè una relazione ampia concernente il metodo delle accelerazioni ridotte di qualsiasi ordine applicato alla teoria dei meccanismi piani è stata esposta durante i lavori della Seconda Conferenza Unionale consacrata ai problemi fondamentali della teoria delle macchine e dei meccanismi (Mosca 24 ... 28 Marzo 1958) [10] di notevole importanza nella via di realizzazione dell'automazione dei vari processi tecnologici moderni [18].

ASUPRA UNOR PROPRIETĂŢI EXTREMALE ALE ACCELERAŢIILOR REDUSE SPAŢIALE DE ORDIN OARECARE INTERESÎND TEORIA MECANISMELOR ŞI MAŞINILOR

(Rezumat)

Autorii stabilesc un număr de teoreme relative la proprietăţile izoclină şi extremală de care se bucură acceleraţiile reduse spaţiale de ordin oarecare.

Rezultatele obţinute, reducîndu-se în cazul mişcării paralele cu un plan fix la teoremele de bază folosite la elaborarea metodei acceleraţiilor reduse de ordin oarecare, aplicată pe larg la studiul mecanismelor plane şi expusă de unul dintre autori [10] la cea de a doua conferinţă unională consacrată problemelor fundamentale din teoria mecanismelor şi maşinilor de la Moscova (24 ... 28 martie 1958), sînt utilizate în problema distribuţiei acceleraţiilor de ordin oarecare în mişcarea sistemelor materiale spaţiale şi în particular în mişcarea mecanismelor spaţiale, de importanţă din ce în ce mai vădită în rezolvarea problemei fundamentale, de automatizare a celor mai variate procese de producţie [18]

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621–231

DIE FOURIERREIHE FÜR DEN SCHLEIFENWINKEL DER ZENTRISCHEN KURBELSCHLEIFE UND VERWANDTE FOURIERREIHEN

VON

W. MEYER zur CAPELLEN

1. Aufgabe

Bekanntlich führte die Harmonische Analyse bei der Kurbelschleife auf eine einfach gebaute Fourierreihe für den Schleifenwinkel [1]. Diese Erkenntnis war sehr fruchtbringend für verschiedene weitere im Zusammenhang mit der Kurbelschleife stehende Getriebe [2]...[8], und beiläufig zeigten sich dabei weitere Entwicklungen von Fourierreihen, die von denen der zentrischen Kurbelschleife abgeleitet werden konnten. Da diese Reihen an sich einem gewissen Interesse begegnen, aber auch für weitergehende getriebliche Untersuchungen herangezogen werden können, wurden diese in den folgenden Zeilen zusammengestellt. Dabei erschien es zweckmässig, nochmals kurz den Weg zur Gewinnung der Reihen bei der Kurbelschleife zu zeigen.

2. Die Analyse des Schleifenwinkels

21. Schwingender Abtrieb. Für die in die G a u s s-sche Zahlenebene eingebettete zentrische Kurbelschleife, vgl. Abb. 1, mit den Massen a — Kurbellänge, d — Steglänge, α — Kurbelwinkel und β — Abtriebswinkel ergibt sich, wenn die veränderliche Strecke $B_0 A_0$ mit f bezeichnet wird,

$$f e^{i\beta} = d + a e^{i\alpha}. \tag{1}$$

Mit $f^2 = a^2 + d^2 + 2ad\cos\alpha$ kann auch

$$r e^{i\beta} = 1 + \lambda e^{i\alpha} \tag{2}$$

geschrieben werden, wenn die Abkürzungen $r = \sqrt{1 + \lambda^2 + 2\lambda\cos\alpha}$ und $\lambda = a/d < 1$ eingeführt werden. Für die schwingende Kurbelschleife, d. h. für schwingenden Abtrieb muss $a < d$ oder $\lambda < 1$ bleiben.

Logarithmiert man nun die Gl. (2), so folgt

$$\ln r + i\beta = \ln(1 + \lambda e^{i\alpha}) \tag{3}$$

oder, wenn nach α differentiiert wird, und Striche Ableitungen nach α bedeuten sollen,

$$r'/r + i\beta' = i\lambda e^{i\alpha}/(1 + \lambda e^{i\alpha}). \tag{4}$$

Da nun $\lambda < 1$ ist, lässt sich $(1 + \lambda e^{i\alpha})^{-1}$ in die geometrische Reihe entwickeln, und, bezeichnen wir vorübergehend die rechte Seite mit $R(\alpha)$, so gilt

$$R(\alpha) = i\lambda e^{i\alpha}(1-\lambda e^{i\alpha}+\lambda^2 e^{2i\alpha}-\lambda^3 e^{3i\alpha}+\cdots) = i\lambda(e^{i\alpha}-\lambda e^{2i\alpha}+\lambda^2 e^{3i\alpha}-\cdots) =$$

(5)

$$= \lambda[(i\cos\alpha-\sin\alpha)-\lambda(i\cos 2\alpha-\sin 2\alpha)+\lambda^2(i\cos 3\alpha-\sin 3\alpha)-\cdots].$$

Da andererseits aus Abb. 1 für den Winkel β auch

(6) $$\operatorname{tg}\beta = a\sin\alpha/(d+a\cos\alpha) = \lambda\sin\alpha/(1+\lambda\cos\alpha)$$

und hieraus $d\beta/d\alpha$ leicht berechnet werden kann, so ergibt der Vergleich der Imaginärteile in Gl. (5) die einfache Entwicklung

(I) $$d\beta/d\alpha = i_\beta = \lambda(\lambda+\cos\alpha)/(1+\lambda^2+2\lambda\cos\alpha) = \sum_{n=1,2,\ldots}(-1)^{n-1}\lambda^n\cos n\alpha,$$

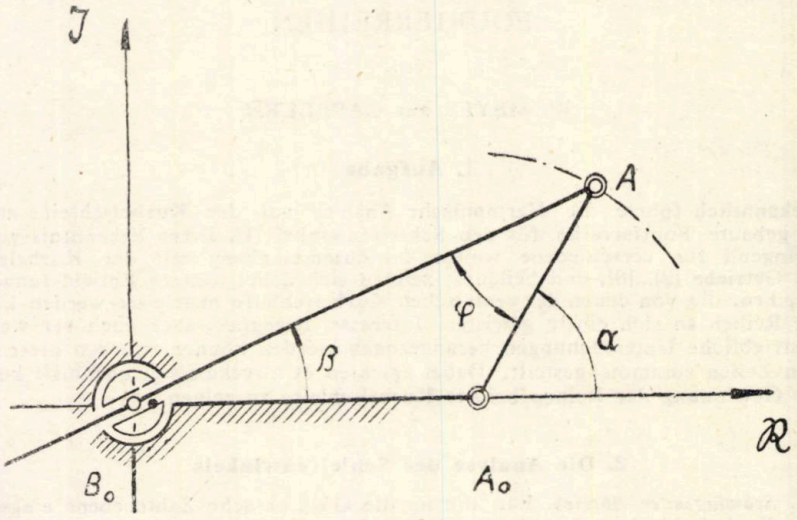


Abb. 1

d. h. die Fourierkoeffizienten dieser Reihe bilden eine einfache geometrische Reihe. Hierbei ist $d\beta/d\alpha$ auch das Übersetzungsverhältnis der Kurbelschleife, d. h. gleich ω_3/ω_1 mit ω_1 als Antriebs- und ω_3 als Abtriebswinkelgeschwindigkeit, und es wurde daher abgekürzt mit i_β bezeichnet.

Integriert man die Gl. (I) und beachtet Gl. (6), so erhält man die Fourierreihe für den Schleifenwinkel β selbst:

(II) $$\beta = \operatorname{arc\,tg}\frac{\lambda\sin\alpha}{1+\lambda\cos\alpha} = \lambda\sin\alpha-\frac{1}{2}\lambda^2\sin 2\alpha+\frac{1}{3}\lambda^3\sin 3\alpha-\cdots.$$

Schliesslich führt Differentiation der Gl. (I) auf die Entwicklung der bezogenen Winkelbeschleunigung

(III) $$-\frac{d^2\beta}{d\alpha^2} = -i'_\beta = \frac{\lambda(1-\lambda^2)\sin\alpha}{r^4} = \sum_{n=1,2,\ldots}(-1)^{n-1}n\lambda^n\sin n\alpha.$$

Die bei den Reihen (I)...(III) auftretenden Fourierkoeffizienten sind an anderer Stelle graphisch dargestellt worden [2], vgl. a. [1] hinsichtlich einer anderen Herleitung.

22. *Umlaufender Abtrieb.* Bei der umlaufenden Kurbelschleife, (Abb. 2), muss $a > d$ oder $\lambda > 1$ sein. Es hat sich als zweckmässig erwiesen, den reziproken Parameter, d. h. $\bar{\lambda} = 1/\lambda = d/a < 1$ einzuführen [1], [2]. Dann bleiben zwar die Gleichungen (1)...(4) bestehen, aber jetzt wird die rechte Seite der Gl. (4), d. h. $R(\alpha)$ durch $\lambda e^{i\alpha}$ gekürzt, also

$$R(\alpha) = i(1 + \bar{\lambda} e^{-i\alpha})^{-1} \tag{7}$$

geschrieben. Benutzt man wiederum die geometrische Reihe, so führen ähnliche Entwicklungen wie oben auf

$$\text{(IV)} \quad \frac{d\beta}{d\alpha} = i_\beta = \lambda(\lambda + \cos\alpha)/r^2 = (1 + \bar{\lambda}\cos\alpha)/\bar{r}^2 = 1 + \sum_{n=1,2,\ldots} (-\bar{\lambda})^n \cos n\alpha ,$$

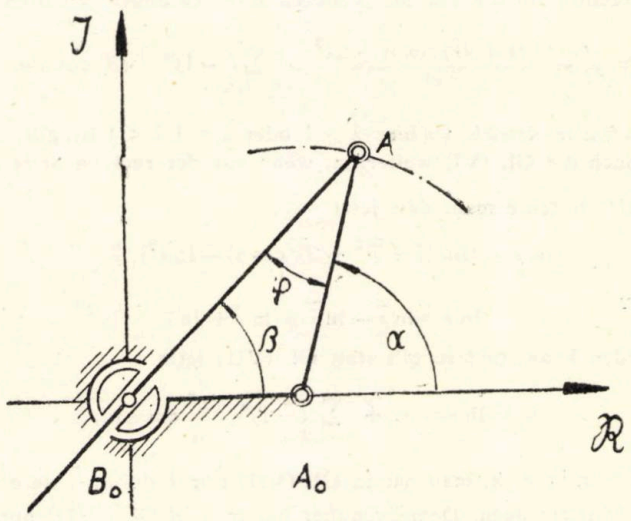


Abb. 2

d. h. wir haben jetzt ein konstantes Glied in i_β, und die Koeffizienten haben umgekehrtes Vorzeichen wie oben ; es gilt dabei $\bar{r}^2 = 1 + \bar{\lambda}^2 + 2\bar{\lambda}\cos\alpha$. Kinematisch ist hierbei nur die bekannte Tatsache ausgedrückt, dass bei der umlaufenden Schleife das Übersetzungsverhältnis um eins schwankt. Hinsichtlich der Deutung durch eine reziproke Schleife oder durch das benachbarte Getriebe vgl. [1], [2].

Auch setzt sich der Abtriebswinkel β jetzt aus dem Kurbelwinkel α und einer Überlagerung φ zusammen, und die Integration der Gl. (IV) liefert

$$\text{(V)} \quad \beta = \alpha + \sum_{n=1,2,\ldots} \frac{1}{n} (-\bar{\lambda})^n \sin n\alpha ,$$

während die Differentiation wiederum Gl. (III) liefert, wenn dort λ durch $\bar{\lambda}$ ersetzt wird.

Für den Grenzfall $\lambda = 1$ konvergieren nur noch die Reihen für β bzw. für die Überlagerung φ, wie kinematisch im Einzelnen an anderer Stelle beschrieben [1], [2].

3. Die Analyse von ln r

Für die Fourierkoeffizienten der Entwicklung der bezogenen Grösse r, welche beiläufig vertafelt vorliegt [9], ergeben sich keine geschlossenen Ausdrücke [2], [8],

doch können für $\ln r$ und die Ableitungen dieses Ausdruckes einfache Entwicklungen angegeben werden.

31. Schwingender Abtrieb. Beachtet man, dass der auf der linken Seite von Gl. (4) auftretende Ausdruck r'/r auf $-\lambda \sin\alpha / r^2$ führt, so liefert der Vergleich der Realteile in Gl. (4) unter Beachtung von Gl. (5) die Reihe

$$(VI) \qquad y_2 = -(\ln r)' = \lambda \sin\alpha / (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos\alpha) = \sum_{n=1,2,\ldots} (-1)^{n-1} \lambda^n \sin n\alpha.$$

Durch Integration hat man somit die Fourierreihe für $\ln r$, d. h.

$$(VII) \qquad y_1 = \ln r = \tfrac{1}{2} \ln (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos\alpha) = \sum_{n=1,2,\ldots} (-1)^{n-1} \frac{\lambda^n}{n} \cos n\alpha$$

und durch Differentiation die für die weiteren Entwicklungen wichtige Reihe

$$(VIII) \qquad y_3 = y_2' = \frac{\lambda (1 + \lambda^2) \cos\alpha + 2\lambda^2}{r^4} = \sum_{n=1,2,\ldots} (-1)^{n-1} n\lambda^n \cos n\alpha.$$

32. Umlaufender Abtrieb. Da hier $\lambda > 1$ oder $\bar{\lambda} = 1/\lambda < 1$ ist, gilt, wie ein Kürzen durch λ zeigt, auch die Gl. (VI) weiterhin, wenn auf der rechten Seite λ durch $\bar{\lambda}$ ersetzt wird.

In Gl. (VII) beachte man, dass jetzt

$$\ln r = [\ln (1 + \bar{\lambda}^2 + 2\bar{\lambda} \cos\alpha) - \ln \bar{\lambda}^2] / 2$$

oder

$$(8) \qquad \ln r = \ln \bar{r} - \ln \bar{\lambda} = \ln \bar{r} + \ln \lambda$$

geschrieben werden kann, und so gilt statt Gl. (VII) jetzt

$$(IX) \qquad y_1 = \ln r = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} (-1)^{n-1} \frac{\bar{\lambda}^n}{n} \cos n\alpha,$$

mit $A_0 = -\ln \bar{\lambda} = \ln \lambda$; d. h. man hat in Gl. (VII) nur λ durch $\bar{\lambda}$ zu ersetzen und das konstante Glied hinzuzufügen. Demgegenüber hat man in Gl. (VIII) nur λ durch $\bar{\lambda}$ zu ersetzen.

4. Entwicklung verwandter Ausdrücke

Es zeigt sich nun, dass aus den vorhergehenden Reihen noch weitere interessante Reihen gewonnen werden können, wobei die betreffenden Funktionen gerade Potenzen von r im Nenner enthalten. Zur Herleitung wird die Partialbruchzerlegung wiederholt benutzt.

41. Zunächst lässt sich ohne weiteres die Entwicklung

$$(X) \qquad z_1 = 1/r^2 = (1 - 2i_\beta) / (1 - \lambda^2) = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha$$

verifizieren. Dabei gilt für die Fourierkoeffizienten $A_0 = 1/(1-\lambda^2)$, $A_n = 2(-\lambda)^n/(1-\lambda^2)$, sofern $\lambda < 1$ bleibt, während $A_0 = \bar{\lambda}^2/(1-\bar{\lambda}^2)$, $A_n = 2\bar{\lambda}^2(-\bar{\lambda})^n/(1-\bar{\lambda}^2)$ zu schreiben ist, wenn $\lambda = 1/\bar{\lambda} > 1$ ist, wie das Einführen von $\bar{\lambda}$ in $1/r^2$ sofort zeigt.

42. Quadriert man die Funktion z_1, so lässt sich unter Beachtung, dass r^2 eine ganze rationale Funktion von $\cos\alpha$ ist, der Ansatz

$$(9) \qquad z_2 = z_1^2 = 1/r^4 = P y_3 + Q z_1 = P[\lambda (1 + \lambda^2) \cos\alpha + 2\lambda^2] / r^4 + Q/r^2$$

einführen mit P und Q als konstanten Werten. Macht man gleichnamig, so führt der Vergleich von gleichen Potenzen von $\cos\alpha$ (d. h. hier $\cos^1\alpha$ und $\cos^0\alpha$) auf die beiden Gleichungen

$$\lambda(1+\lambda^2)P+2\lambda Q=0, \quad 2\lambda^2 P+(1+\lambda^2)Q=1 \tag{10}$$

für P und Q mit den Lösungen

$$P=-2\,e^2, \qquad Q=(1+\lambda^2)e^2 \tag{11a}$$

wenn die Abkürzung

$$e=1/(1-\lambda^2) \tag{11b}$$

eingeführt wird. Man benutzt also die von der Integralrechnung her bekannten Methoden der Partialbruchzerlegung und des Koeffizientenvergleichs.

Setzt man nunmehr in Gl. (9) die Werte P und Q sowie die Fourierreihen für y_3 aus Gl. (VIII) und für z_1 aus Gl. (X) ein, so erhält man schliesslich die folgende Reihe:

$$z_2=1/r^4=A_0+\sum_{n=1,2,\ldots}A_n\cos n\alpha, \tag{XI}$$

worin

$$A_0=(1+\lambda^2)e^3, \quad A_n=2(-\lambda)^n e^2\,[n+(1+\lambda^2)e], \quad (n=1,2,\ldots), \tag{XIa}$$

bedeuten, sofern $\lambda<1$. Man kann beiläufig das Ergebnis für Einfache Werte von α, z. B. $\alpha=0$ oder $\pi/2$ usw. leicht nachprüfen.

Ist $\lambda>1$ oder $\bar\lambda=1/\lambda<1$, so hat man in Gl. (XIa) nur λ durch $\bar\lambda$ zu ersetzen und die Werte A_0, A_n dann noch mit $\bar\lambda^4=1/\lambda^4$ zu multiplizieren: $A_0=A_0(\bar\lambda)/\lambda^4$, $A_n=A_n(\bar\lambda)/\lambda^4$.

43. Ein gleicher Ansatz führt bei $z_3=\lambda r^{-4}\cos\alpha$ zum Ziel:

$$z_3=\lambda r^{-4}\cos\alpha=Ry_3+Sz_1, \tag{12}$$

und der Koeffizientenvergleich liefert $R=(1+\lambda^2)e^2$, $S=-2\lambda^2 e^2$, so dass durch Einsetzen der Reihen für y_3 und z_1 die folgende Entwicklung gewonnen wird:

$$z_3=\lambda r^{-4}\cos\alpha=A_0+\sum_{n=1,2,\ldots}A_n\cos n\alpha \tag{XII}$$

mit

$$A_0=-2\lambda^2 e^3, \quad A_n=(-1)^{n+1}\,[n(1+\lambda^2)+4\lambda^2 e^2], \quad (n=1,2,\ldots), \tag{XIIa}$$

sofern $\lambda<1$ bleibt.

Ähnlich wie vorstehend kann für $\lambda>1$ oder $\bar\lambda=1/\lambda<1$ die Entwicklung von Gl. (XII), (XII a) benutzt werden, wenn $A_n=\bar\lambda^3 A_n(\bar\lambda)$ geschrieben wird.

44. Schliesslich führt $z_4=\lambda^2(\cos\alpha+\lambda)^2/r^4=i_\beta^2$ nach Gl. (I) gegenüber z_3 auf eine unecht gebrochene ganze rationale Funktion zweiten Grades in $\cos\alpha$, also muss der Ansatz

$$z_4=(\lambda^4+2\lambda^3\cos\alpha+\lambda^2\cos^2\alpha)/r^4=Ty_3+Uz_1+V \tag{13}$$

gemacht werden, woraus dann durch Koeffizientenvergleich zunächst

$$T=-1/2, \quad U=-(1-3\lambda^2)/4, \quad V=1/4 \tag{14}$$

folgt und damit unter Benutzung der Reihen für y_3 aus Gl. (VIII) und für z_1 aus Gl. (X) auf die Entwicklung

(XIII) $$z_4 = \lambda^2 (\lambda + \cos\alpha)^2 / r^4 = i_\beta^2 = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha$$

führt mit

(XIII a) $$A_0 = \lambda^2 e/2, \quad A_n = (-\lambda)^n (n - 1 + 2e\lambda^2)/2, \quad (n = 1, 2, \ldots),$$

so ist z. B. $A_1 = -\lambda^3 e$. Diese Entwicklung gilt für $\lambda < 1$.

Wenn jedoch $\lambda > 1$ ist, so kann z_4 die Form $z_4^* = (1 + \bar{\lambda}\cos\alpha)^2 / \bar{r}^2$ gegeben werden, und der gleiche Weg führt dann auf

(XIV) $$z_4^* = (1 + \bar{\lambda}\cos\alpha)^2 / \bar{r}^4 = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha$$

gegeben werden, wobei aber nunmehr

(XIV a) $$A_0 = 1 - \bar{\lambda}^2/4 \text{ und } A_n = (-\bar{\lambda})^n (n + 2 + e)/2, \quad (n = 1, 2, \ldots),$$

zu setzen ist, $\bar{\lambda} < 1$.

45. Das Quadrieren der Reihe für y_2 führt auf

(15) $$z_5 = \lambda^2 r^{-4} \sin^2\alpha = (\lambda^2 - \lambda^2 \cos^2\alpha)/r^4$$

und die gleichen Methoden wie vorstehend liefern dann

(XV) $$z_5 = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha$$

worin

(XV a) $$A_0 = \lambda^2 e/2 \text{ und } A_n = -(-\lambda)^n (n - 1 - 2\lambda^2 e)/2, \quad (n = 1, 2, \ldots),$$

bedeuten; z. B. wird $A_1 = -\lambda^3 e$.

Wenn $\lambda > 1$ ist, so zeigt Kürzen von z_5 durch λ^4, dass die gleiche Entwicklung gilt und dass nur in den Fourierkoeffizienten λ durch $\bar{\lambda} = 1/\lambda$ zu ersetzen ist.

46. Die Funktion $z_6 = \lambda r^{-2} \cos\alpha$ lässt sich auf i_β zurückführen; es ist $z_6 = i_\beta - \lambda^2/r^2$ und nach Gl. (X) und (I) folgt dann

(XVI) $$z_6 = \lambda r^{-2} \cos\alpha = -\lambda^2 e + (1 + \lambda^2) e i_\beta = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha,$$

mit

(XVI a) $$A_0 = -\lambda^2 e \text{ und } A_n = (-1)^{n-1} \lambda^n (1 + \lambda^2) e, \quad (n = 1, 2, \ldots).$$

Für $\lambda > 1$ hat man nur in den Koeffizienten den Parameter λ durch $\bar{\lambda}$ zu ersetzen.

47. Das Quadrat von z_6 führt durch Koeffizientenvergleich oder mit $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$ und Benutzung der Reihen für z_2 und z_5 auf

(XVII) $$z_7 = z_6^2 = \lambda^2 r^{-4} \cos^2\alpha = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha$$

mit etwas sehr unhandlichen Werten für die Koeffizienten:

(XVII a) $$A_0 = \lambda^2 e\,[2(1 + \lambda^2) e^2 - 1]/2, \quad A_n = (-\lambda)^n [n(1 + 4\lambda^2) + (1 + \lambda^2)(4\lambda^2 e^2 - 1) e]/2, \quad (n = 1, 2, \ldots),$$

48. Demgegenüber führt die Funktion $z_8 = \lambda r^{-4} \sin\alpha$ auf eine einfache Entwicklung. Denn wie leicht nachzuprüfen, stellt z_8 bis auf einen Faktor die Ableitung von z_1 dar, und somit können die Koeffizienten sofort hingeschrieben werden. Auch liefert die Multiplikation der Reihe für z_2 mit $\lambda \sin\alpha$ unter Benutzung der goniometrischen Formel für $\sin\alpha \cos n\alpha$ das gleiche Ergebnis:

$$z_8 = \lambda r^{-4} \sin\alpha = z_1'/2 = \sum_{n=1,2,\ldots} B_n \sin n\alpha \tag{XVIII}$$

mit

$$B_n = (-1)^{n-1} n\lambda^n e. \tag{XVIII a}$$

Hierbei ist zunächst wieder $\lambda < 1$ vorausgesetzt. Soll jedoch $\lambda > 1$ sein, so zeigt das Kürzen von z_8 durch $\lambda^4 = 1/\bar{\lambda}^4$ sofort die gleiche Reihe, nur gilt jetzt

$$B_n = (-1)^{n-1} ne\, \bar{\lambda}^{n+2}. \tag{XVIII b}$$

5. Rückführung auf die gefundenen Reihen

Es lassen sich nun, wie bei räumlichen Getrieben [3], [4], [13] gezeigt und auch bei bestimmten ebenen Getrieben benutzt [13], [14], weitere Funktionen auf die in Abs. *2...4* behandelten zurückführen.

51. Es sei die Aufgabe gestellt, die Fourierreihe für die Funktion

$$w_1 = 1/(1 + \eta \cos\alpha) \tag{16}$$

zu entwickeln. Man erweitere den Bruch mit einem noch unbekannten Faktor x und setze den Nenner gleich r^2 aus Gl. (3):

$$w_1 = x/(x + x\eta \cos\alpha) = x/(1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos\alpha). \tag{17}$$

Sollen diese beiden Formen identisch sein, so muss

$$x = 1 + \lambda^2, \quad x\eta = 2\lambda \tag{18}$$

sein, addiert und substrahiert man diese beiden Gleichungen, so folgt $(1 + \lambda)^2 = x(1+\eta)$ und $(1 - \lambda)^2 = x(1 - \eta)$ oder $(1 + \lambda)/(1 - \lambda) = \sqrt{(1 + \eta)/(1 - \eta)}$. Der neue Parameter λ kann hieraus berechnet werden. Führt man die Abkürzung $\eta = \cos\delta$ ein, so hat man auch $\operatorname{tg}(\delta/2) = (1 - \lambda)/(1 + \lambda)$, oder schliesslich

$$\lambda = \operatorname{tg}(\pi/4 - \delta/2) \text{ bzw. } \lambda = \left(1 - \sqrt{1 - \eta^2}\right)/\eta, \quad \eta < 1. \tag{19 a}$$

Hält man nun diesen Parameter λ bei, so hat w_1 die Form

$$w_1 = (1 + \lambda^2)/r^2 = (1 + \lambda^2) z_1, \tag{19 b}$$

und benutzt man die Reihe für z_1 aus Gl. (X), so bleibt schliesslich

$$w_1 = 1/(1 + \eta \cos\alpha) = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\alpha \tag{XIX}$$

mit

$$A_0 = (1 + \lambda^2)\, e, \quad A_n = 2(-\lambda)^n (1 + \lambda^2)\, e, \quad (n = 1,2,\ldots), \tag{XIX a}$$

wobei λ aus Gl. (19) zu berechnen ist: $\eta < 1$ und $\lambda < 1$.

Wäre $\eta > 1$, so bliebe w_1 nicht endlich. Ist aber in der Funktion

$$w_1^* = \eta/(\eta + \cos\alpha) \tag{20}$$

der Parameter $\eta > 1$, so kürze man durch η und führe $1/\eta = \bar{\eta} < 1$ ein; man erhält dann die Funktion $w_1(\bar{\eta})$, und λ folgt dann aus Gl. (19 a), wenn dort η durch $\bar{\eta}$ ersetzt wird.

52. Die folgende Funktion lässt sich auf w_1 zurückzuführen. Es ist

$$(XX) \qquad w_2 = \eta \cos\alpha/(1+\eta\cos\alpha) = 1 - w_1 = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\,\alpha$$

mit $A_0 = -2\lambda^2 e$, $A_n = 2\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n(1+\lambda^2)e$, $(n = 1, 2, \ldots)$, wobei λ aus Gl. (19a) folgt.

53. Die Funktion $w_3 = \eta w_1 \sin\alpha$ kann auf die Reihe für y_2 in Gl. (VI) zurückgeführt werden. Es gilt nach Gl. (18)

$$(XXI) \qquad w_3 = \eta\sin\alpha/(1+\eta\cos\alpha) = 2\lambda r^{-2}\sin\alpha = 2\,y_2 = \sum_{n=1,2,\ldots} B_n \sin n\,\alpha$$

mit $B_n = 2\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n$ und $\lambda < 1$ aus Gl. (19a).

Da im Übrigen $\ln(1+\eta\cos\alpha) = -\int w_3\,d\alpha$ ist, gilt auch

$$(XXI^*) \qquad w_3^* = \ln(1+\eta\cos\alpha) = \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos n\,\alpha$$

mit $A_n = 2\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n/n$, $\lambda < 1$.

53. Die folgenden Ausdrücke treten z. B. bei der Schubkurbel [10], [11] oder auch bei gewissen sphärischen Getrieben auf [3], [4]. Einige davon seien herausgegriffen. Die Grundform wird wieder auf eine Form mit r^2 als Nenner zurückgeführt. So ist

$$(21) \quad w_4 = 1/(1-\xi^2\sin^2\alpha) = 2/(2-\xi^2+\xi^2\cos 2\alpha) = 2x/[r^2(2\alpha)],\ 0 < \xi < 1,$$

wonach

$$(22) \qquad x(2-\xi^2) = 1+\lambda^2,\ x\,.^2 = 2\lambda$$

sein muss. Addition und Subtraktion beider Gleichungen liefert nach Elimination von x schliesslich

$$(23) \quad [(1-\lambda)/(1+\lambda)]^2 = 1-\xi^2 \text{ oder } \lambda = [1-\sqrt{1-\xi^2}]/[1+\sqrt{1+\xi^2}] = \operatorname{tg}^2(\vartheta/2) < 1,$$

wenn $\xi = \sin\vartheta < 1$ gesetzt wird. Beachtet man, dass $2x = (1+\lambda)^2$ ist und verwendet die Reihe für $1/r^2$ gemäss Gl. (X), wobei aber $r^2(2\alpha) = 1+\lambda^2+2\lambda\cos 2\alpha$ bedeutet, so folgt

$$(XXII) \qquad w_4 = 1/(1-\xi^2\sin^2\alpha) = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_{2n}\cos 2n\,\alpha$$

mit $A_0 = (1+\lambda)/(1-\lambda)$ und $A_{2n} = 2\cdot(-\lambda)^n A_0$, $(n = 1, 2, \ldots)$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23)

54. Die beiden folgenden Funktionen lassen sich unmittelbar auf w_4 zurückführen. So folgt, wie leicht zu übersehen,

$$(XXIII) \qquad w_5 = \xi^2\cos^2\alpha/(1-\xi^2\sin^2\alpha) = 1-(1-\xi^2)w_4 = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_{2n}\cos 2n\,\alpha$$

mit $A_0 = 2\lambda/(1+\lambda)$, $A_{2n} = 2\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n(1-\lambda)/(1+\lambda)$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23).

55. Entsprechend gilt

$$(XXIV) \qquad w_6 = \xi^2\sin^2\alpha/(1-\xi^2\sin^2\alpha) = -1+w_4 = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_{2n}\cos 2n\,\alpha,$$

$A_0 = 2\lambda/(1+\lambda)$ A_{2n} wie in Gl. (XXIV), $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23).

56. Die Entwicklung für $w_7 = \xi^2 w_4\cos\alpha$ lässt sich mit Hilfe der goniometrischen Formel $2\cos\alpha\cos 2n\,\alpha = \cos(2n+1)\,\alpha + \cos(2n-1)\,\alpha$ darstellen:

$$(XXV) \qquad w_7 = \xi^2\cos\alpha/(1-\xi^2\sin^2\alpha) = \xi w_4\cos\alpha = \sum_{n=1,2,\ldots} A_{2n-1}\cos(2n-1)\,\alpha$$

mit $A_{2n-1} = 4\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n/(1+\lambda)$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23).

57. Entsprechend lässt sich bei $w_8 = \xi^2 w_4 \sin\alpha$ die goniometrische Formel $2\sin\alpha \cdot \cos 2n\alpha = \sin[(2n+1)\alpha] - \sin[(2n-1)\alpha]$ benutzen. Es gilt

$$\text{(XXVI)} \qquad w_8 = \xi^2 \sin\alpha / (1 - \xi^2 \sin^2\alpha) = \sum_{n=1,2,\ldots} B_{2n-1} \sin(2n-1)\alpha$$

mit $B_{2n-1} = 4\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n/(1-\lambda)$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23).

58. Schliesslich führt noch die Multiplikation mit $\sin 2\alpha$ oder $\cos 2\alpha$ auf bemerkenswerte Entwicklungen. So wird z. B.

$$\text{(XXVII)} \qquad w_9 = \xi^2 \sin 2\alpha (1 - \xi^2 \sin^2\alpha) = \xi^2 w_4 \sin 2\alpha = \sum_{n=1,2,\ldots} B_{2n} \sin 2n\alpha$$

mit $B_{2n} = 4\cdot(-1)^{n-1}\lambda^n$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23). Hierbei wurde von der goniometrischen Formel $2\sin 2\alpha \cos 2n\alpha = \sin[2(n+1)\alpha] - \sin[2(n-1)\alpha]$. Gebrauch gemacht und wie auch bei den vorgehenden Gleichungen der Faktor ξ^2 gemäss Gl. (22), (23) durch λ ausgedrückt.

Ferner hat man entsprechend

$$\text{(XXVIII)} \qquad w_{10} = \xi^2 \cos 2\alpha / (1 - \xi^2 \sin^2\alpha) = \xi^2 w_4 \cos 2\alpha = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_{2n} \cos 2n\alpha$$

mit $A_0 = -4\lambda^2 e$, $A_{2n} = 4(-1)^{n-1}\lambda^n(1+\lambda^2)e$, $(n = 1, 2, \ldots)$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23).

Enthält der Nenner den Ausdruck $1 - \xi^2\cos^2\alpha$, so lassen sich die den Funktionen w_1 bis w_8 ähnliche Formen auf diese zurückführen, wenn man α durch $\pi/2 - \alpha$ ersetzt und dann beachtet, dass $\cos[2n(\pi/2-\alpha)] = (-1)^n \cos 2n\alpha$, $\sin[2n(\pi/2-\alpha)] = (-1)^{n-1}\sin 2n\alpha$, $\cos[(2n-1)(\pi/2-\alpha)] = (-1)^{n-1}\sin[(2n-1)\alpha]$ und $\sin[(2n-1)(\pi/2-\alpha)] = (-1)^{n-1}\cos[(2n-1)\alpha]$ wird. Es erübrigt sich dann die dann folgenden Reihen hier nochmals hinzuschreiben.

Wenn aber in w_9 der Nenner $1 - \xi^2\cos^2\alpha$ auftritt, so benutze man die aus w_4 hiernach folgende Reihe

$$\text{(XXIX)} \qquad w_4^* = 1/(1 - \xi^2\cos^2\alpha) = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_{2n} \cos 2n\alpha$$

mit $A_0 = (1+\lambda)/(1-\lambda)$ und $A_{2n} = 2\lambda^n(1+\lambda)/(1-\lambda)$, $\lambda < 1$ vgl. Gl. (23). Dann ergibt sich leicht

$$\text{(XXX)} \qquad v_1 = \xi^2 \sin 2\alpha / (1 - \xi^2\cos^2\alpha) = \sum_{n=1,2,\ldots} 4\lambda^n \sin 2n\alpha$$

mit $\lambda < 1$ aus Gl. (23). Schliesslich hat man für die der Funktion w_{10} verwandte Funktion v_2 durch entsprechende goniometrische Umformungen noch

$$\text{(XXXI)} \qquad v_2 = \xi^2 \cos 2\alpha / (1 - \xi^2\cos^2\alpha) = A_0 + \sum_{n=1,2,\ldots} A_n \cos 2n\alpha$$

mit $A_0 = 4\lambda^2 e$ und $A_{2n} = 4(1+\lambda^2)\lambda^n e$, $(n = 1, 2, \ldots)$, $\lambda < 1$, vgl. Gl. (23).

6. Integralformeln

Da die Fourierkoeffizienten als bestimmte Integrale erscheinen, also für die Analyse der Funktion $y = f(\alpha)$ die Formeln

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha)\,d\alpha, \quad A_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha)\cos n\alpha\,d\alpha, \quad B_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha)\sin n\alpha\,d\alpha, \ (n = 1, 2, \ldots),$$

gelten, so kann umgekehrt aus den bereits ermittelten Fourierkoeffizienten für die vorstehend behandelten Funktionen auf den Wert der genannten bestimmten Integrale

geschlossen werden. So ist z. B. nach Gl. (XXIX) für $f(\alpha) = w_4^*$, $\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{1-\xi^2 \cos^2 \alpha} =$

$= 2\pi (1 + \lambda)/(1 - \lambda) = 2\pi / \sqrt{1 - \xi^2}$ gemäss Gl. (23), wie auch unmittelbar durch Auswertung des Integrals folgt [15].

Eingegangen 21 IV 1959

Rhein-Westfalische Technische Hochschule, Aachen, Deutsche Bundesrepublik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Meyer zur Capellen W., Z. f. angew. Math. u. Mech., 1956, **36**, S. 151.
2. — Werkstatt. u. Betrieb, 1956, **89**, S. 581—584; Ibid., 1956, **89**, S. 677—683.
3. — Z. f. angew. Math. u. Mech., 1958, **38**, S. 43—55.
4. — Werkstatt u. Betrieb, 1958, **91**, S. 435—444.
5. — Ibid., 1958, **91**, S. 723—729.
6. — Z. f. angew. Math. u. Mech., 1959, **39**, *1/2*.
7. — Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Opladen, 1959, *676*; Forschungsberichte des Kultusministeriums Nordrhein-Westfalen, 1959, (im Druck)
8. — Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Opladen, 1959, *718*; Forschungsberichte des Kultusministeriums Nordrhein-Westfalen, 1959, (im Druck).
9. Meyer zur Capellen W. u. Rankers H, Forschungsberichte des Kultusministeriums Nordrhein-Westfalen, 1959, (im Druck).
10. Meyer zur Capellen W., Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Opladen, 1958, *449*.
11. Mewes E., Ing. Arch., 1956, **24**, *5*, S. 291—298.
12. Meyer zur Capellen W., Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens, 1958, **24**, S. 178—186.
13. — Forschungsbericht des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen, Opladen, 1958, *606*.
14. — Konstruktion, 1959, **11**, (im Druck).
15. — *Integraltafeln*, Springer-Verlag, Berlin, 1951.

РЯДЫ ФУРЬЕ ДЛЯ УГЛА ШАТУНА ЦЕНТРИЧЕСКОГО КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА И РОДСТВЕННЫЕ ИМ РЯДЫ ФУРЬЕ

(Резюме)

Гармонический анализ движения кулисного механизма приводит, как известно, к простому ряду Фурье для определения угла шатуна.

Автор применяет полученные ряды, приводя так же и некоторые их варианты, к выводу других рядов Фурье интересующих различные механизмы имеющие отношение к кулисному механизму.

SERII FOURIER PENTRU UNGHIUL BALANSIERULUI UNUI MECANISM CU CULISĂ NEEXCENTRIC ŞI UNELE SERII FOURIER ÎNRUDITE

(Rezumat)

Analiza armonică a unui mecanism cu culisă oscilantă conduce, după cum se ştie la o serie Fourier pentru determinarea unghiului balansierului.

Autorul aplică seriile Fourier obţinute cu ocazia studiului mecanismului cu culisă oscilantă la studiul altor mecanisme înrudite.

Dat fiind interesul ce-l prezintă astfel de serii, autorul le reproduce mai sus, ele putînd fi utile în studiul altor mecanisme.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621 – 231

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ КОРОМЫСЛОВЫХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

В учебниках по теории машин и механизмов и в обширной монографической литературе по кулачковым механизмам приводятся графические методы определения основных размеров коромысловых кулачковых механизмов, удовлетворяющих заданным предельным значениям углов передачи в механизме соответственно в период удаления и в период возвращения коромысла, что отвечает условиям проектирования механизма с пазовым кулачком.

В работе [1] д-ра техн. наук проф. Н. И. Левитского указан графический метод определения основных размеров механизма и для случая применения открытого кулачка, т. е. когда кулачок воздействует на коромысло только в период удаления либо в период возвращения.

В данной статье излагается аналитический метод вычисления основных размеров коромыслового кулачкового механизма.

Рассмотрим сперва механизм с открытым кулачком, кинематическая схема которого изображена на рис. 1.

Примем длину коромысла за единицу и обозначим: l—длина стойки, R — радиус центровой основной шайбы кулачка, ψ_0 — начальный (наименьший) угол между коромыслом и стойкой, ψ – угол поворота коромысла, отсчитываемый от начального положения коромысла, φ — угол поворота кулачка, γ_g — действительное значение угла передачи от кулачка к коромыслу, γ_n — предельно-допустимое значение того же угла.

Как известно, при проектировании механизма параметры l и R являются искомыми.

Производя по известному правилу замену высшей пары кулачок-коромысло звеном BC, входящим в две низшие вращательные пары, при вращении кулачка и коромысла в одном и том же направлении (рис. 1), получим заменяющий механизм в виде шарнирного четырехзвенника $ABCD$, показанного на рис. 2.

На основании „теоремы о трех мгновенных центрах вращения" заключаем, что в относительном движении звеньев AB и CD мгновенный центр вращения P совпадает с точкой, лежащей на пересечении осевых линий звеньев AD и BC. Ввиду этого, линейная скорость относительного движения точки P равна нулю и, следовательно, ее абсолютные линейные скорости в системах звеньев AB и CD равны между собой, т. е. $(PA)\,\mathrm{d}\varphi = (PD)\mathrm{d}\psi$.

Отсюда находим $[(PD)-(PA)]/(PD) = 1 - \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\varphi$.
Так как (см. рис. 2) $(PD)-(PA) = l$, то

$$l = (PD)(1 - \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\varphi). \tag{1}$$

Из Δ PCD в силу „теоремы синусов“ при $(CD) = 1$ будем иметь

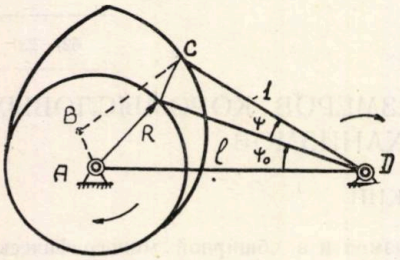


Рис. 1.

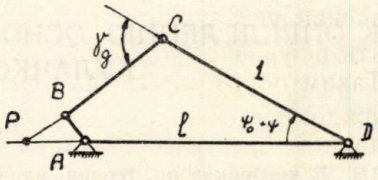


Рис. 2.

$$(PD) = \sin\gamma_g / \sin[\gamma_g - (\psi_0 + \psi)]. \tag{2}$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает

$$\operatorname{ctg}\gamma_g = \operatorname{ctg}(\psi_0 + \psi) - \frac{1}{l}\cdot\frac{1 - \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\varphi}{\sin(\psi_0 + \psi)}. \tag{3}$$

С помощью уравнения (3) можно находить значения действительного угла передачи в каждом фиксированном положении механизма, если известны величины $\psi = \psi(\varphi)$, ψ_0 и l.

В целях сокращения дальнейших выкладок, примем следующее не нарушающее существа дела допущение: во всех положениях механизма, действительный угол передачи остается постоянным и равным предельно-допустимой величине (т. е. $\gamma_g = \gamma_n = \text{const.}$), но при этом изменяется значение угла ψ_0.

Соответственно этому условию представим уравнение (3) в следующем виде:

$$l = (1 - \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\varphi)\cdot\sin\gamma_n / \sin[\gamma_n - (\psi_0 + \psi)]. \tag{4}$$

Так как длина стойки l есть величина постоянная, то производная по φ от правой части уравнения (4) равна нулю. Вследствие этого получим:

$$\operatorname{tg}\psi_0 = [m\operatorname{tg}(\gamma_n - \psi) - 1]/[\operatorname{tg}(\gamma_n - \psi) + m], \tag{5}$$

где

$$m = \mathrm{d}^2\psi/\mathrm{d}\varphi^2 : (1 - \mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\varphi)\,\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}\varphi. \tag{6}$$

Поскольку в действительности величина угла ψ_0 остается неизменной, то из изложенного следует, что действительный угол передачи

будет равен предельно-допустимой величине лишь в одном положении механизма, а именно в том положении, для которого уравнение (5) обращается в тождество ; во всех остальных положениях механизма будет иметь место неравенство $\gamma_g > \gamma_n$.

Стало быть, задавшись произвольным значением угла поворота кулачка и определив по заданному закону движения коромысла соответствующие ему значения величин ψ, $d\psi/d\varphi$ и $d^2\psi/d\varphi^2$ а затем вычислив по формуле (6) значение m, можно найти по уравнению (5) величину начального угла ψ_0. Поступая таким образом для других значений угла φ, найдем новые значения угла ψ_0. Далее нужно вычислить по уравнению (4) соответствующую каждому значению φ величину l. Таким образом определятся параметры l и ψ_0 семейства механизмов, в каждом из которых величины действительных углов передачи не меньше заданной предельной величины. Это дает возможность выбрать механизм у которого кулачок имеет наименьшие допустимые размеры. Для этого достаточно вычислить по уравнению (см. рис. 1):

(7) $$R = \sqrt{l^2 + 1 - 2l\cos\psi_0}$$

ряд соответственных выбранным φ значений R.

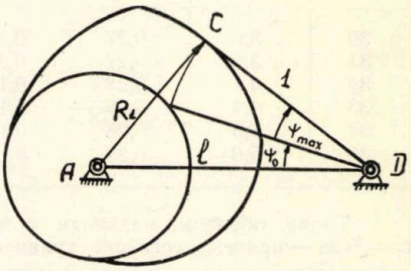


Рис. 2

Если требуется спроектировать механизм, имеющий наименьшие допустимые размеры, нужно определить для каждого механизма семейства длину наибольшего радиуса центрового профиля кулачка. Она (см. рис. 3) равна:

(8) $$R_1 = \sqrt{l^2 + 1 - 2l\cos(\psi_0 + \psi_{max})},$$

где ψ_{max} —угол размаха коромысла.

Наименьшими размерами обладает тот механизм семейства, у которого сумма длин $R_1 + l$ будет минимальной.

При вращении кулачка и коромысла в одном и том же направлении взамен уравнений (3)...(6) соответственно получим [2]:

(9) $$\operatorname{ctg}\gamma_g = \frac{1}{l}\cdot\frac{1 + d\psi/d\varphi}{\sin(\psi_0 + \psi)} - \operatorname{ctg}(\psi_0 + \psi),$$

(10) $$l = (1 + d\psi/d\varphi)\sin\gamma_n/\sin(\gamma_n + \psi_0 + \psi),$$

(11) $$\operatorname{tg}\psi_0 = [1 - n\operatorname{tg}(\gamma_g + \psi)]/[n + \operatorname{tg}(\gamma_n + \psi)],$$

(12) $$n = d^2\psi/d\varphi^2 : (1 + d\psi/d\varphi)\,d\psi/d\varphi.$$

Схема расчета остается при этом той же, что и в предыдущем случае.

При расчете основных параметров механизма с пазовым кулачком нужно поступить следующим очевидным образом: найти положения механизма—одно при удалении коромысла и другое при возвращении—в которых уравнения (5) и (11) дают одно и то же значение угла. Последнее и будет искомым.

Пример. Определить основные размеры l и R коромыслового кулачкового механизма с открытым кулачком, при условии, что при удалении коромысла с ускорением, изменяющимся по синусоидальному закону, оно и кулачок вращаются в прямо противоположных направлениях. Угол размаха коромысла $\psi_{max} = 10°$, угол поворота кулачка за время удаления $\varphi_y = 70°$, предельно-допустимая величина угла передачи $\gamma_n = 45°$, длина коромысла равна единице.

Воспользовавшись известными (см. например [3, § 43]) уравнениями для величин ψ, $d\psi/d\varphi$ и $d^2\psi/d\varphi^2$ соответсвующих заданному закону движения коромысла, а затем последовательно-уравнениями (12), (11), (10) и (8), для нашего случая найдем

φ^0	ψ^0	$d\psi/d\varphi$	$d^2\psi/d\varphi^2$	ψ_0^0	l	R_1	$R_1 + l$
30	3,6	0,27	0,33	—3,2	—	—	—
31	3,9	0,27	0,25	4,3	1,11	0,28	1,39
32	4,1	0,28	0,19	12,7	1,09	0,36	1,45
33	4,4	0,28	0,19	21,4	0,90	0,50	1,40
34	4,6	0,28	0,13	22,0	0,93	0,62	1,55
35	5,0	0,29	0	40,0	0,91	0,83	1,74

Таким образом, механизм с наименьшими размерами получим при $l = 1{,}11$ и $R_1 = 0{,}28$ — причем, согласно уравнению (7), $R = 0{,}14$. Заметим, что нередко рекомендуется определять размеры механизма из условия равенства $\gamma_g = \gamma_n$ в тот момент, когда скорость коромысла становится максимальной. Если поступить таким образом, то в нашем случае получим, что $R_1 + l = 1{,}74$ и, следовательно, размеры механизма будут в 1,74: 1,39 = 1,25 раза больше, чем это необходимо.

Поступила 19 XI 1958 г.

Одесский Технологический Институт им. И. В. Сталина, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Левитский Н. И., *Методы расчета кулачковых механизмов*, Машгиз, М., 1954.
2. Белецкий В. Я., Вестник инж. и техн., 1949, *2*.
3. Кожевников С. Н., *Теория механизмов и машин*, ГНТИ, Киев, 1954.

SUR LA DÉTERMINATION DES DIMENSIONS FONDAMENTALES DES MÉCANISMES AUX CAMES ET BALANCIER

(Résumé)

L'Auteur tout en suivant l'ordre d'idées de [1] détermine par voie analytique les dimensions fondamentales concernant les mécanismes aux cames et balancier.

ASUPRA DETERMINĂRII DIMENSIUNILOR FUNDAMENTALE ALE MECANISMELOR CU CAME ŞI LEVIER OSCILANT

(Rezumat)

Urmînd ordinea de idei din [1] autorul stabileşte pe cale analitică dimensiunile fundamentale relative la mecanisme cu came şi levier oscilant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621 – 231

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ТРАНСЛЯТОРА

С. Н. КОЖЕВНИКОВ и А. Н. СИЛИЧ

Ниже рассматривается стержневой механизм транслятора, часто используемый в качестве умножителя перемещения, когда силовые соотношения не имеют существенного значения. Однако, в случае использования указанного механизма в качестве силовой передачи, вопрос определения нагрузки каждого из звеньев и рационального выбора параметров механизма приобретает особое значение. Основным вопросом силового исследования, очевидно, является установление пределов перемещения звеньев механизма, при которых нагрузка каждого из звеньев не является чрезмерной или, во всяком случае, механизм находится вне зоны самоторможения.

Как видно из схемы рис. 1, механизм может быть разделен на ряд двухповодковых групп. К последней группе механизма каким-то образом прикладываются внешние силы, оказывающие определенное воздействие на величину уравновешивающей силы P и реакции в шарнирах.

Рассмотрим сначала определение реакций в шарнирах без учета трения и сил тяжести звеньев. С этой целью выделим произвольную двухповодковую группу (рис. 2), в шарнирах A_i и B_i которой, будем считать приложенными известные реакции, т. е. определенные из предыдущего расчета, а в шарнирах A_{i+1}, B_{i+1} и D_{i+1} — искомые реакции. Кроме того, каждую из реакций в шарнирах A и B будем считать разложенной на нормальную составляющую, направленную вдоль звена, и касательную составляющую, ей перпендикулярную. Составляя сумму моментов сил, действующих на каждое из звеньев двухповодковой группы в отдельности относительно D_{i+1} и приравнивая ее нулю,

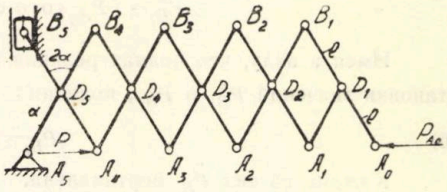


Рис. 1

получаем рекурентные формулы для определения тангенциальных составляющих неизвестных реакций:

(1) $$P^t_{A_{i+1}} = P^n_{B_i} \sin 2\alpha - P^t_{B_i} \cos 2\alpha$$

и

(2) $$P^t_{B_{i+1}} = P^n_{A_i} \sin 2\alpha - P^t_{A_i} \cos 2\alpha .$$

Здесь α — угол, определяющий поворот каждого из звеньев относительно вертикали.

Составив суммы проекций сил на оси x и y и решив их относительно неизвестных составляющих $P^n_{A_{i+1}}$ и $P^n_{B_{i+1}}$, найдем:

(3) $$P^n_{A_{i+1}} = P^n_{A_i} + (P^t_{A_{i+1}} - P^t_{A_i}) \operatorname{ctg} 2\alpha + (P^t_{B_{i+1}} - P^t_{B_i}) \operatorname{cosec} 2\alpha$$

и

(4) $$P^n_{B_{i+1}} = P^n_{B_i} + (P^t_{B_{i+1}} - P^t_{B_i}) \operatorname{ctg} 2\alpha + (P^t_{A_{i+1}} - P^t_{A_i}) \operatorname{cosec} 2\alpha .$$

Полученные рекурентные формулы позволяют, переходя от одной двухповодковой группы к другой, определить полные реакции во внешних шарнирах по силам, приложенным к первой выделяемой группе механизма.

В конкретном случае приложения внешней силы, как показано на рис. 1, реакция в A_1 направлена вдоль поводка $A_1 D_1$, реакция в B_1 направлена вертикально и реакция в D_1 противоположна реакции в A_1 (рис. 3). Это дает возможность определить сначала составляющие реакций в A_1 и B_1, а затем при помощи рекурентных формул (1)...(4) последовательно перейти к любому шарниру. Выполняя указанный переход, получаем ряд последовательных значений составляющих реакций:

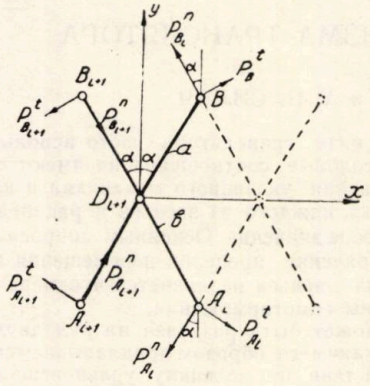


Рис. 2.

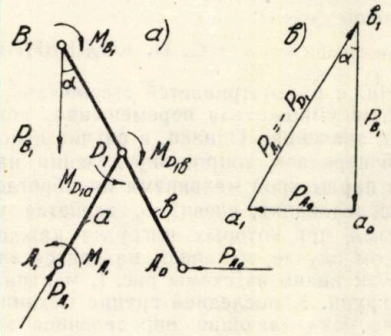


Рис. 3.

$$P^t_{A_i}=(i-1)\,P_{A_0}\cos\alpha,\ P^n_{A_i}=P_{A_0}\left[1+(i-1)\cos^2\alpha\right]\operatorname{cosec}\alpha,\ P^t_{B_i}=i\,P_{A_0}\cos\alpha,$$
$$P^n_{B_i}=i\,P_{A_0}\cos\alpha\operatorname{ctg}\alpha,\ (i=1,2,\ldots). \tag{5}$$

Имея в виду, что полная реакция в B_i равна $B_i=\sqrt{(P^n_{B_i})^2+(P^t_{B_i})^2}$, после подстановки значений $P^n_{B_i}$ и $P^t_{B_i}$, получим:

$$P_{B_i}=i\,P_{A_0}\operatorname{ctg}\alpha. \tag{6}$$

Каждая из сил P_{B_i} вертикальна.

Теперь нетрудно убедиться в том, что силовой многоугольник для каждой из статически определимых групп, выделенных из рассматриваемого механизма, имеет в своем основании заданную силу P_{A_0}. Действительно, для первой из выделенных групп имеем силовой треугольник $a_1b_1a_0$ (рис. 3 б), из которого следует: $P_{A_1}=P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha=P_{D_1}$ и $P_{B_1}=P_{A_0}\operatorname{ctg}\alpha$.

При переходе ко второй группе найденные реакции следует направить противоположно, причем равнодействующая сил $-\overline{P}_{A_1}$ и $-\overline{P}_{B_1}$ равна $\overline{P}_{A_0}$. Следовательно, далее также будет справедливо равенство $\overline{P}_{A_i}+\overline{P}_{B_i}=\overline{P}_{A_0}$. Предполагая каждый раз $\overline{P}_{A_i}$ и $\overline{P}_{B_i}$ замененными их равнодействующей $\overline{P}_{A_0}$, легко найти $\overline{P}_{A_{i+1}}$ как разность векторов $\overline{P}_{A_0}$ и $\overline{P}_{B_{i+1}}$. Величина $\overline{P}_{A_{i+1}}$ может быть определена из выражения $P_{A_{i+1}}=\sqrt{P^2_{A_0}+P^2_{B_{i+1}}}$:

$$P_{A_{i+1}}=P_{A_0}\sqrt{1+(i+1)^2\operatorname{ctg}^2\alpha}. \tag{7}$$

Если в шарнире A_1 сила P_{A_1} направлена под углом α к вертикали, то по мере перехода от одного шарнира к другому, ближе к начальному звену, направление реакции P_{A_i} приближается к вертикали. Угол γ_i может быть найден из отношения (рис. 4):

$$\operatorname{ctg}\gamma_i = P_{B_i}/P_{A_0} = i\operatorname{ctg}\alpha. \tag{8}$$

Реакция в шарнире D_{i+1} определяется из условия равенства нулю геометрической суммы сил действующих на одно из звеньев группы: $\overline{P}_{A_i}+\overline{P}_{B_{i+1}}+\overline{P}_{D_{i+1}}=0$ или $\overline{P}_{A_{i+1}}+\overline{P}_{B_i}+\overline{P}_{D_{i+1}}=0$.

Найденные из этих двух сумм силы $P_{D_{i+1}}$ равны и противоположны, как действие и противодействие. Написав, например, для звена a уравнение равновесия в виде $\overline{P}_{B_1}+\overline{P}_{A_2}+\overline{P}_{D_2}=0$ и построив графически эту сумму, получим треугольник $a_0 b_1 d_2$ (рис. 4), в котором $d_2 a_0$ — вектор силы, действующей на звено a. Для звена b мы получим треугольник $a_0 b_2 d_2$, в котором вектор $a_0 d_2$ представляет собою противодействие.

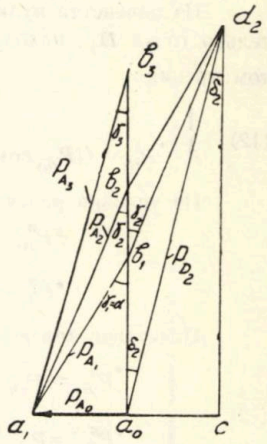


Рис. 4

Из треугольника $a_0 b_1 d_2$ находим:

$$P_{D_2}/P_{A_2} = \sin\gamma_2/\sin\delta_2 \text{ или } P_{D_2} = P_{A_2}\sin\gamma_2/\sin\delta_2.$$

Кроме этого из треугольника $a_1 b_2 b_1$ имеем: $\sin\gamma_2/\sin\gamma_1 = P_{A_1}/P_{A_2}$ и вообще $\sin\gamma_i/\sin\gamma_1 = P_{A_1}/P_{A_i}$.

Поэтому можно написать: $P_{D_2} = P_{A_1}\sin\alpha/\sin\delta_2 = P_{A_0}\operatorname{cosec}\delta_2$ и вообще

$$P_{D_i} = P_{A_0}\operatorname{cosec}\delta_i. \tag{9}$$

Неизвестный угол δ_2 может быть определен из треугольника $a_0 d_2 c$:

$$\operatorname{tg}\delta_2 = a_0 c/cd_2 = P_{A_0}/(P_{B_1}+P_{B_2}) = P_{A_0}/(P_{A_0}\operatorname{ctg}\alpha + 2P_{A_0}\operatorname{ctg}\alpha) = \frac{1}{3}\operatorname{tg}\alpha.$$

В общем случае $\operatorname{tg}\delta_i = \dfrac{1}{i+1}\operatorname{tg}\alpha$ и

$$\operatorname{cosec}\delta_i = \sqrt{1+(i+1)^2\operatorname{ctg}^2\alpha}. \tag{10}$$

Окончательно, выражение для силы в шарнире D_i можно представить так: $P_{D_i} = P_{A_0}\sqrt{1+(i+1)^2\operatorname{ctg}^2\alpha}$ или иначе

$$P_{D_i} = P_{A_{i+1}}. \tag{11}$$

Переходя к анализу работы механизма, нетрудно заметить, что при малых углах α значения всех сил велики и становятся равными бесконечности при $\alpha = 0$. При увеличении α силы уменьшаются, причем при $\alpha = \pi/2$ силы передаются только через шарниры A и D. Шарниры B совершенно разгружаются. При большом числе статически определимых групп, входящих в состав механизма, ошибка в вычисленных значениях реакций без учета трения может быть значительной.

Имея представление о закономерности изменения реакций без учета трения, составим уравнения для определения реакций с учетом сил трения, предполагая, что радиусы цапф во всех шарнирах, так же как и коэффициенты трения — одинаковы.

Принципиально точное решение с применением кругов трения приводит к необходимости вести расчет графоаналитическим методом, что помимо сложности не исключает также и ошибки. Вследствие этого применим способ приближенного учета сил трения,

заключающийся в том, что сначала определяются реакции без учета трения, затем по найденным значениям реакций определяются моменты трения и вновь вычисляются, уже более точные, значения реакций в шарнирах A_i и B_i, необходимые для определения реакций в группе $i+1$.

Для первой группы имеем приближенные значения реакций:

$$P_{A_1} = P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha\,,\quad P_{B_1} = P_{A_0}\operatorname{ctg}\alpha\,,\quad P_{D_1} = P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha\,.$$

Для случая, когда $P_{A_0} v_{A_0} < 0$, моменты сил трения имеют знаки, показанные на рис. 3 а. Значения их определяются по формулам:

$M_{A_1} = \mu r\, P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha = h\, P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha$, $M_{B_1} = h\, P_{A_0}\operatorname{ctg}\alpha$, $M_{D_1} = M_{A_1} = h\, P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha$, где $h = \mu r$ — радиус круга трения, μ — коэффициент трения, r — радиус цапфы.

Из равенства нулю суммы моментов сил, действующих на звенья a и b относительно точки D_1, находим тангенциальные составляющие реакций ${}^*P^t_{A_1}$ и ${}^*P^t_{B_1}$ с учетом трения:

$$(12)\quad \begin{cases} {}^*P^t_{A_1} = (M_{A_1} + M_{D_1})/l = 2P_{A_0}(h/l)\cdot\operatorname{cosec}\alpha\,, \\ {}^*P^t_{B_1} = (lP_{A_0}\cos\alpha + M_{B_1} + M_{D_1})/l = P_{A_0}[\cos\alpha + (h/l)\cdot(1+\cos\alpha)\operatorname{cosec}\alpha]. \end{cases}$$

Из условия равенства нулю суммы проекций сил на оси координат, получаем:

$${}^*P^n_{A_1} = \tfrac{1}{2}P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha + {}^*P^t_{B_1}\operatorname{cosec}2\alpha + {}^*P^t_{A_1}\operatorname{ctg}2\alpha\,,$$

$${}^*P^n_{B_1} = \tfrac{1}{2}P_{A_0}\operatorname{cosec}\alpha + {}^*P^t_{A_1}\operatorname{cosec}2\alpha + {}^*P^t_{B_1}\operatorname{ctg}2\alpha\,.$$

Подставив значения ${}^*P^t_{A_1}$ и ${}^*P^t_{B_1}$, найдем:

$$(13)\quad \begin{cases} {}^*P^n_{A_1} = P_{A_0}[1 + (h/l)\cdot(1 + \cos\alpha + 2\cos 2\alpha)\operatorname{cosec}2\alpha]\operatorname{cosec}\alpha, \\ {}^*P^n_{B_1} = P_{A_0}\left\{\cos^2\alpha + (h/l)[2\operatorname{cosec}2\alpha + (1+\cos\alpha)\operatorname{ctg}2\alpha]\right\}\operatorname{cosec}\alpha\,. \end{cases}$$

Теперь мы получили возможность перейти ко второй группе, в точках A_1 и B_1 которой должны приложить найденные силы и моменты сил трения (рис. 2).

Из суммы моментов сил относительно D_2, составленной для каждого звена отдельно, можем определить приближенные значения тангенциальных составляющих реакций в шарнирах A_2 и B_2:

$$P^t_{A_2} = {}^*P^n_{B_1}\sin 2\alpha - {}^*P^t_{B_1}\cos 2\alpha + M_{B_1}/l\,,\quad P^t_{B_2} = {}^*P^n_{A_1}\sin 2\alpha - {}^*P^t_{A_1}\cos 2\alpha + M_{A_1}/l\,.$$

Приближенные значения нормальных составляющих определяются по формулам (3) и (4).

После этого следует вычислить $P_{A_2} = \sqrt{(P^t_{A_2})^2 + (P^n_{A_2})^2}$ и $P_{B_2} = \sqrt{(P^t_{B_2})^2 + (P^n_{B_2})^2}$.

Кроме этого $P_{X_{D_2}} = -(P^t_{A_1} - P^t_{B_2})\cos\alpha + (P^n_{A_1} - P^n_{B_2})\sin\alpha$ и $P_{Y_{D_2}} = (P^n_{A_1} + P^n_{B_2})\cos\alpha + (P^t_{A_1} + P^t_{B_2})\sin\alpha$.

Момент трения в шарнире D_2 определяется по силе $P_{D_2} = \sqrt{P^2_{X_{D_2}} + P^2_{Y_{D_2}}}$.

Далее вычисляются моменты M_{A_2}, M_{B_2} и M_{D_2}:

$$M_{A_2} = \mu r\, P_{A_2}\,,\quad M_{B_2} = \mu r\, P_{B_2}\,,\quad M_{D_2} = \mu r\, P_{D_2}\,.$$

Затем определяются уточненные значения тангенциальных составляющих реакций в шарнирах A_2 и B_2: ${}^*P^t_{A_2} = P^t_{A_2} + (M_{A_2} + M_{D_2})/l$, ${}^*P^t_{B_2} = P^t_{B_2} + (M_{B_2} + M_{D_2})/l$.

Нормальные составляющие вновь определяются по формулам (3) и (4), в которые теперь подставляются все значения ${}^*P_i$ (со знаком „*“).

Дойдя, таким образом, до стержня, к которому приложена уравновешивающая сила, величина последней определяется из силового многоугольника, построенного для этого стержня или из уравнения моментов.

Наглядное представление о характере изменения уравновешивающей силы P и параметрах механизма, от которых она зависит, может быть получено при рассмотрении условий равновесия вспомогательного рычага Жуковского, построенного для данного механизма (рис. 5).

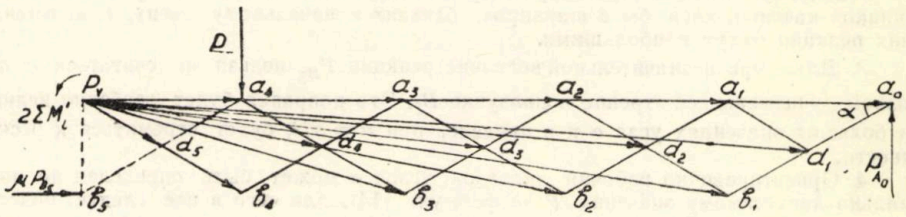


Рис. 5

Уравнение суммы моментов относительно полюса p_v, из которого определяется уравновешивающая сила, в нашем случае будет иметь вид:

$$P_{A_0} p_v a_0 + 2\sum M'_i - P p_v a_4 = 0 .$$

Наличие трения в B_5, обусловленного реакцией P_{B_5}, появляющейся, например, при учете сил тяжести, может быть также учтено добавлением в уравнение момента, который создается силой трения $F = \mu P_{B_5}$ относительно полюса p_v. Этот момент направлен в ту же сторону, что и момент от силы P_{A_0}. Тогда уравнение моментов примет вид:

$$P_{A_0} p_v a_0 + 2\sum M'_i + P_{B_5} \mu\, p_v b_5 - P p_v a_4 = 0 .$$

Здесь $\sum M'_i = \frac{ab}{AB}\sum M_i$, $M_i = {}^*P_i h$ — момент трения, действующий в i-ом шарнире, ${}^*P_i$ — реакция в i-ом шарнире, найденная с учетом трения описанным выше методом, h — радиус круга трения, $AB = 2l$ — длина звена, ab, $p_v a_4$, $p_v b_5$, $p_v a_0$ — соответствующие размеры, снятые с плана скоростей.

Нетрудно заметить, что между ними существует следующая зависимость: $ab = p_v a_4 \sec\alpha$, $p_v a_0 = n p_v a_4$, где n — количество двухповодковых групп в механизме, $p_v b_5 = p_v a_4 \operatorname{tg}\alpha$, $\sum M'_i$ — взята удвоенной, т. к. каждый момент трения действует на два звена.

Из составленного уравнения моментов, после подстановки приведенных зависимостей, получается очень удобное для анализа выражение уравновешивающей силы. Оно имеет следующий вид:

$$P = nP_{A_0} + (h/l)\cdot \sec\alpha \cdot \sum P_i + P_{B_5}\mu \operatorname{tg}\alpha . \tag{14}$$

Здесь nP_{A_0} — является уравновешивающей силой, найденной без учета трения, $(h\ l)\cdot \sec\alpha \cdot \sum P_i$ — добавка, учитывающая трение во вращательных парах, $P_{B_5}\mu \operatorname{tg}\alpha$ — — добавка, учитывающая трение в поступательной паре.

Анализ каждого члена выражения (14) дает возможность сделать следующие выводы:

1. При проектировании механизма необходимо по возможности стремиться к уменьшению количества секций, так как при добавлении каждой секции, при прочих

равных условиях, возрастает ΣP_i, причем возрастание будет прогрессивным, а не равномерным.

2. Необходимо стремиться к уменьшению отношения h/l, что, как видно из формул для определения реакций с учетом трения, приведет также к уменьшению ΣP_i. Уменьшение отношения h/l может быть достигнуто с одной стороны уменьшением радиуса цапфы r и коэффициента трения μ, с другой стороны—увеличением (если это возможно) размеров звеньев.

Исходя из этих соображений, следует считать целесообразным установку подшипников качения, хотя бы в шарнирах, близких к начальному звену, т. к. именно в них реакции будут наибольшими.

3. Даже при незначительной величине реакции P_{B_5} нельзя не считаться с поправкой, учитывающей трение в ползунке B_5. Эта поправка будет особенно велика при больших значениях угла α и в пределе, при $\alpha = \pi/2$, будет стремиться к бесконечности.

4. Ориентировочно рабочий диапазон углов α может быть определен по максимально допустимому значению P по формуле (14), для чего в нее следует подставить значения реакций, найденных без учета трения, умножив их предварительно на коэффициент увеличения реакций за счет наличия трения.

Описанный метод расчета пригоден и для других вариантов нагружения, а также может оказаться удобным при расчете с учетом сил трения некоторых других стержневых механизмов.

Поступила 2 III 1959 г.

Металлургический Институт,
Днепропетровск, СССР

A STUDY CONCERNING THE TRANSLATOR MECHANISM

(Summary)

The translator mechanism consisting of many rods is considered from the point of view of a power transmission.

In this case the choice of the parameters and the power calculation must be fulfilled taking the friction into consideration.

In the article are given recurent equations enabling to determine at first the acting forces in kinetic couples without friction and then approximately taking friction into account.

The analysis of the equilibrium force is performed by means of the expression defined from Zhukovsky's lever equilibrium condition when friction is present.

Recommendations of the choice of the mechanism parameters are also given.

Taking friction into consideration, the proposed method may turn out to be of use when calculating some other rod mechanisms.

STUDIUL MECANISMULUI TRANSLATOR

(Rezumat)

Autorii consideră din punct de vedere al transmisiei forţelor mecanismul translatorului constituit din mai multe tije. În cazul considerat alegerea parametrilor şi calculul forţelor trebuie să fie făcut ţinîndu-se seamă şi de frecare.

În articol se stabileşte un şir de formule de recurenţă cu ajutorul cărora se pot stabili presiunile exercitate în cuplele cinematice. Determinarea forţei echilibratoare se face cu ajutorul pîrghiei lui Jukovski, ţinîndu-se seamă de frecare.

Se dau recomandări relative la alegerea parametrilor mecanismului.

Metoda folosită poate fi utilă şi în alte cazuri.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621 – 231

SINTEZA UNEI CLASE DE CAME SPAŢIALE CU DOUĂ GRADE DE MOBILITATE

DE

D. MANGERON şi CORNELIU DRĂGAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Dezvoltarea în anii din urmă a metodelor de sinteză a mecanismelor cu cuple cinematice superioare (de tipul mecanismelor cu came), prilejuită de faptul că astfel de mecanisme permit reproducerea, în general vorbind, a oricărei traiectorii interesînd ştiinţa şi tehnica modernă, a condus la elaborarea teoriei mecanismelor menite a reproduce exact traiectorii date [1]. Astfel de metode ca şi alte numeroase metode de investigaţie ştiinţifică relative la analiza şi sinteza mecanismelor plane [2], [11] îşi aşteaptă — după cum a subliniat R. Beyer în cunoscuta sa carte consacrată sintezei cinematice a mecanismelor, tradusă recent în limba rusă cu adnotări competente şi valoroase de prof. dr. I. L. Gheronimus — extinderi şi elaborări corespunzătoare în vederea rezolvării problemelor de sinteză cinematică a mecanismelor spaţiale [12].

În cele ce urmează se face studiul problemelor de sinteză pentru o clasă de came spaţiale cu două grade de mobilitate prin metoda tensorială elaborată în [3]...[6].

2. În astfel de mecanisme, interesînd îndeosebi maşinile matematice de calcul, cama, care este organul conducător, are două mişcări independente.

a) În cazul din fig. 1a cama I_2 are două mişcări de translaţie după două drepte perpendiculare. Organul condus I_1 este asociat la batiul I_0 printr-o cuplă de translaţie, iar direcţia de glisare NN a acesteia este perpendiculară pe planul definit de cele două drepte după care cama are mişcările de translaţie. Axele de coordonate $Ox^{**}_{O_1} x^{**}_{O_2} x^{**}_{O_3}$ sînt solidare cu cama. Planul Q, care conţine dreapta NN şi este perpendicular pe planul $x^{*}_{O_1} Ox^{*}_{O_3}$, este fix. C_1 este curba de intersecţie a suprafeţei camei ce vine în contact cu extremitatea organului condus cu planul Q, iar C_2 este locul geometric al centrelor de curbură ale curbei C_1 corespunzătoare punctelor de contact ale curbei C_1 cu extremitatea organului condus. Se presupune că se alege curba C_2, adică se cunoaşte ecuaţia ei

$$a_3 = a_3(\eta, \alpha). \tag{1}$$

Curbele C_1 şi C_2 pot fi considerate deformabile în funcţie de parametrul α al mişcării de translaţie în direcţia perpendiculară pe planul Q. Planul Q^* este suprapus planului Q şi se deplasează o dată cu cama în mişcarea ei de translaţie de-a lungul drep-

---

[1]) Această teorie s-a îmbogăţit cu totul recent prin apariţia fundamentalei monografii a acad. I. I. Artobolevski [1], în care se pun în evidenţă avantajele ce le prezintă pe linia reproducerii exacte a mişcării, mecanismele cu cuple cinematice de clasa V şi IV.

tei $\gamma\gamma$. Se alege funcţia $\mu = \mu(\eta)$ sau $\eta = \eta(\mu)$, indicîndu-se astfel punctul O_2 de pe curba C_2 corespunzător punctului O_1 de pe curba C_1.

Legea de mişcare, dată, a organului condus, exprimată în funcţie de cei doi parametri α şi μ ce caracterizează mişcările de translaţie ale camei, este de forma

$$s_1 = s_1(\alpha, \mu). \tag{2}$$

Se vede că

$$s_3 = \mu - \eta. \tag{3}$$

Ecuaţiile parametrice ale suprafeţei camei sînt

$$x^{**}_{O_1} = \alpha, \quad x^{**}_{O_2} = \mu, \quad x^{**}_{O_3} = s_1(\alpha, \mu). \tag{4}$$

Se notează cu $a_2 = R_Q$ raza de curbură a curbei C_1 în punctul O_1. Se înlocuieşte cupla cinematică superioară prin organul l_2 de lungime egală cu a_2 şi articulaţiile din O_1

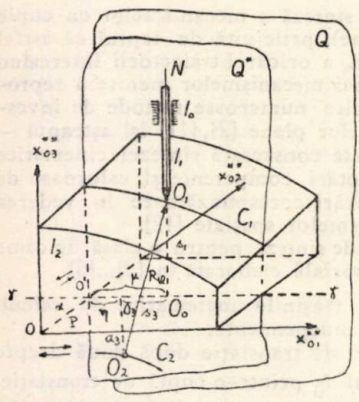


Fig. 1 a.

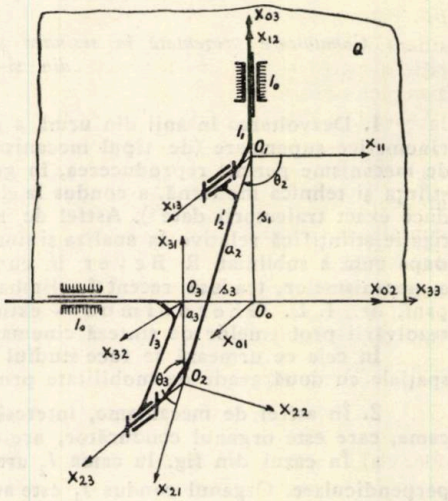


Fig. 1 b.

şi O_2. Mecanismul din fig. 1 b cu organele l_2' şi l_3' de lungimi variabile este echivalent cu mecanismul cu camă considerat.

Tensorii de poziţie ai organelor mecanismului fictiv echivalent sînt:

$$T^{(1,0)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T^{(2',1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2\cos\theta_2 & \cos\theta_2 & \sin\theta_2 & 0 \\ -a_2\sin\theta_2 & -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$T^{(3',2')} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3\cos\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & -\sin\theta_3 \\ -a_3\sin\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & -\cos\theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T^{(0,3')} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_3 & 0 & 1 & 0 \end{Vmatrix},$$

Ecuația tensorială caracteristică este

$$T^{(0,0)} = T^{(1,0)}\, T^{(2',1)}\, T^{(3',2')}\, T^{(0,3')} = E\,. \tag{5}$$

Identificînd componentele tensorilor din ambii membri ai ecuației (5) și rezolvînd ecuațiile scalare, se deduce

$$R_Q = a_2 = \sqrt{[s_1(\alpha,\mu) + a_3(\eta,\alpha)]^2 + s_3^2(\mu,\eta)}\,, \tag{6}$$

adică legea de variație a razei de curbură a curbei C_1 în punctul de contact cu extremitatea organului condus.

b) În fig. 2a este reprezentat un mecanism cu camă spațială in care cama $\overset{*}{2}$ se rotește în jurul unei axe $\beta\beta$ și are totodată și o mișcare de translație rectilinie de-a lungul dreptei $\gamma\gamma$ ce face unghiul δ cu axa $\beta\beta$. Organul condus I_1 are o mișcare de translație, direcția de glisare a cuplei de translație care îl asociază la batiul I_0 neintersectînd axa $\beta\beta$. Prin a_0 s-a notat excentricitatea. Se consideră planul Q perpendicular pe axa de rotație a camei și conținînd direcția de glisare a cuplei de translație ce asociază organul I_1 la batiul I_0. Se notează cu C_1 curba de intersecție a suprafeței camei cu planul Q și cu C_2 — locul geometric al centrelor de curbură ale curbei C_1 corespunzătoare punctelor de contact ale curbei C_1 cu extremitatea (vîrful) organului condus. Curba C_1 poate fi considerată ca deformabilă în funcție de poziția relativă a camei în mișcarea ei de translație față de planul fix Q; la fel curba C_2. Ecuația curbei C_2, presupusă dată, este de forma

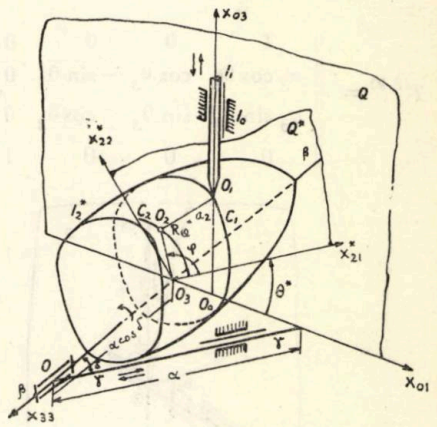


Fig. 2a

$$a_3 = a_3(\varphi, \alpha\cos\delta) = r_{O_2}(\varphi, \alpha\cos\delta)\,. \tag{7}$$

Planul Q^* este suprapus peste planul fix Q și se rotește odată cu cama în jurul axei $\beta\beta$, unghiul de rotire fiind notat cu θ^*. Se alege funcția $\theta^* = \theta^*(\varphi)$ sau $\varphi = \varphi(\theta^*)$, care indică punctul O_2 de pe curba C_2 ca centrul de curbură al curbei C_1 corespunzător punctului O_1. Legea de mișcare a organului condus, exprimată în funcție de deplasarea camei, este presupusă cunoscută și este dată de relația

$$s_1 = s_1(\theta^*,\ \alpha\cos\delta)\,. \tag{8}$$

Ecuațiile parametrice ale suprafeței camei, care este pipăită de extremitatea (vîrful) organului condus, sînt

$$\begin{cases} x_{21}^* = s_1(\theta^*, \alpha\cos\delta)\sin\theta^* + a_0\cos\theta^*, \\ x_{22}^* = s_1(\theta^*, \alpha\cos\delta)\cos\theta^* - a_0\sin\theta^*, \\ x_{23}^* = -\alpha\cos\delta\,. \end{cases} \tag{9}$$

Axele de coordonate avînd originea în punctul O sînt paralele cu $O_3 x_{21}^*$ și $O_3 x_{22}^*$ și după axa $\beta\beta$ de rotire a camei.

Se notează cu a_2 raza de curbură a curbei C_1 în punctul O_1. Se înlocuiește cupla

cinematică superioară prin organul I_2 şi articulaţiile din O_1 şi O_2. În fig. 2 b este reprezentat mecanismul fictiv echivalent mecanismului cu camă dat, format din organele $I_0\, I_1\, I_2\, I_3\, I_0$. Legea de variaţie a lungimii bielei a_2 este tocmai legea de variaţie a razei de curbură a curbei C_1. Se vede că $\theta_0 = 180° - (\theta^* + \varphi)$, $r_{O_2} = a_3$.

Ecuaţia tensorială caracteristică mecanismului fictiv echivalent este

$$T^{(0,0)} = T^{(1,0)}\, T^{(2,1)}\, T^{(3,2)}\, T^{(0,3)} = E, \tag{10}$$

în care tensorii de poziţie ai organelor sînt:

$$T^{(1,0)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ s_1 & 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}, \quad T^{(2,1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2\cos\theta_2 & \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ a_2\sin\theta_2 & \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$T^{(3,2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3\cos\theta_3 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ a_3\sin\theta_3 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \quad T^{(0,3)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_0\cos\theta_0 & \cos\theta_0 & 0 & -\sin\theta_0 \\ a_0\sin\theta_0 & \sin\theta_0 & 0 & \cos\theta_0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{Vmatrix}.$$

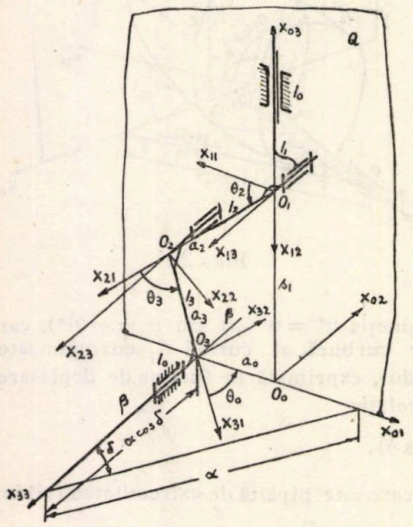


Fig. 2 b

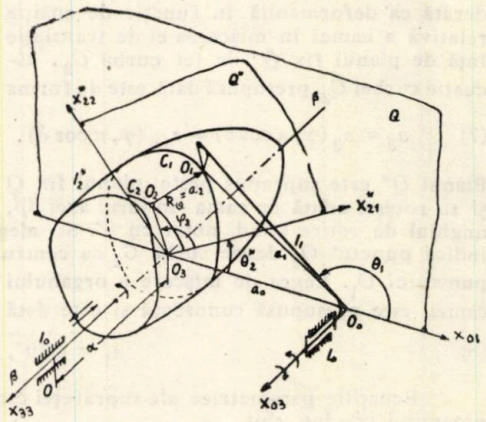


Fig. 3 a

Efectuînd calculele se obţine legea de variaţie a razei de curbură în punctul de contact O_1 al curbei C_1, adică

$$a_2 = \sqrt{a_0^2 + a_3^2(\varphi, \alpha\cos\delta) + s_1^2(\theta^*, \alpha\cos\delta) - 2a_0\, a_3\cos(\theta^* + \varphi) - 2s_1\, a_3\sin(\theta^* + \varphi)}. \tag{11}$$

c) În fig. 3 a este reprezentat un mecanism cu camă spaţială în care cama I_2^* se roteşte în jurul unei axe $\beta\beta$ şi are totodată o mişcare de translaţie independentă de

prima, de-a lungul axei $\beta\beta$. Organul condus I_1 este un levier oscilant de lungime constantă a_1, axa articulației care îl asociază la batiul I_0 fiind paralelă cu axa $\beta\beta$. Planul fix Q trece prin punctul O_0 și este perpendicular pe $\beta\beta$. Curbele C_1 și C_2 pot fi considerate ca deformabile în funcție de deplasarea α, în mișcarea de translație a camei. Ecuația curbei C_2, presupusă cunoscută, este de forma

$$a_3 = a_3(\varphi_2, \alpha) = r_{O_3}. \tag{12}$$

Lungimea a_1 a levierului oscilant este dată. Legea de mișcare a organului condus, cunoscută și exprimată în funcție de deplasarea camei, este

$$\theta_1 = \theta_1(\theta_2^*, \alpha). \tag{13}$$

Ecuațiile parametrice ale suprafeței camei sînt

$$\begin{cases} x_{21}^* = a_0 \cos\theta^* + a_1 \cos(\theta_1 - \theta_2^*), \\ x_{22}^* = -a_0 \sin\theta_2^* + a_1 \sin(\theta_1 - \theta_2^*), \\ x_{23}^* = -\alpha. \end{cases} \tag{14}$$

Axele de coordonate față de care s-au înscris aceste ecuații au originea în punctul O, fiind paralele cu $O_3 x_{21}^*$, $O_3 x_{22}^*$ și după axa $\beta\beta$.

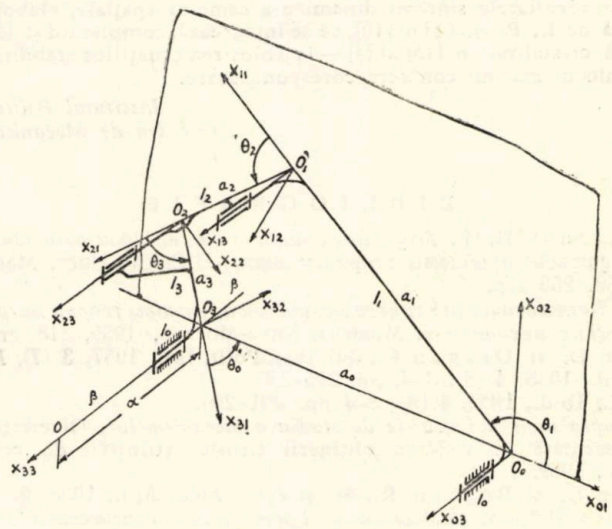


Fig. 3 b

Mecanismul fictiv echivalent este reprezentat în fig. 3 b. Din figură se vede că $\theta_0 = 180° - (\theta_2^* + \varphi_2)$. Ecuația tensorială caracteristică a mecanismului echivalent, la care asocierea organelor se face numai cu ajutorul cuplelor cinematice inferioare, este

$$T^{(1,0)}\, T^{(2,1)}\, T^{(3,2)}\, T^{(0,3)} = E, \tag{15}$$

în care

$$T^{(1,0)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_1\cos\theta_1 & \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ a_1\sin\theta_1 & \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \quad T^{(2,1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_2\cos\theta_2 & \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ a_2\sin\theta_2 & \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix},$$

$$T^{(3,2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_3\cos\theta_3 & \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ a_3\sin\theta_3 & \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}, \quad T^{(0,3)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_0\cos\theta_0 & \cos\theta_0 & -\sin\theta_0 & 0 \\ a_0\sin\theta_0 & \sin\theta_0 & \cos\theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Identificînd componentele tensorilor din ambii membri ai ecuaţiei tensoriale (15) se deduce că $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_0 = 360°$ şi se obţine apoi legea de variaţie a razei de curbură a curbei C_2 sub forma

$$(16) \quad a_2^2 = a_3^2 + a_1^2 + a_0^2 - 2a_3a_1\cos(\theta_1 - \theta_2^* - \varphi_2) - 2a_3a_0\cos(\theta_2^* + \varphi_2) + 2a_1a_0\cos\theta_1.$$

Trimiţînd la dizertaţia [6] pentru un alt şir de probleme şi de soluţii ale lor interesînd diferite mecanisme aplicabile în tehnica actuală a automatizărilor, bazate pe materiale de sinteză cinematică a camelor spaţiale şi elaborate pe aceeaşi schemă unitară ce am denumit-o *metoda tensorială* [3], [7], subliniem faptul că pe această cale s-a putut studia aproape totalitatea schemelor de „conoizi" [8], [9] folosite astăzi în practică. Prin urmare, metodica de rezolvare a acestei categorii de probleme se reduce — dacă se ţine seama şi de rezultatele sintezei dinamice a camelor spaţiale, elaborată recent prin metoda analitică de L. P. Riftin [10], ce se integrează, completînd şi lărgind ansamblul tematicii expusă cristalizat în [15]...[24] — la folosirea ecuaţiilor stabilite dinainte, în care urmează a se înlocui mărimi concrete corespunzătoare.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Mecanică şi Mecanisme

BIBLIOGRAFIE

1. Артоболевский И. И., *Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых*, Коллекция проблемы теории машин, АН СССР, Инст. Машиноведения, М., 1959, 255 стр.
2. Бейер Р., *Кинематический синтез механизмов. Основы теории метрического синтеза плоских механизмов*, Машгиз, Киев-Москва, 1959, 318 стр., (пер. с нем.).
3. Mangeron D. şi Drăgan C., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *1–2*, pp. 151-164.
4. — Ibid., 1958, **4** (**8**), *3–4*, pp. 275-286.
5. Drăgan C., Ibid., 1958, **4** (**8**), *3–4* pp. 291-296.
6. — *Asupra unor noi metode de studiu a mecanismelor*, Dizertaţia (în manuscris) prezentată în vederea obţinerii titlului ştiinţific de candidat în ştiinţe, Iaşi, 1959.
7. Mangeron D. şi Bogdan R., St. şi cerc. Mec. Apl., 1958, **9**, *4*, pp. 1093-1098.
8. * * * *Итоги Всорого Всесоюзного Говещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Инст. Машиноведения, АН СССР, М., 1958.
9. Рифтин Л. П., Тр. Сем. ТММ, 1955, **XV**, *58*.
10. — Ibid., 1956, **XVI**, *63*.
11. Hain K., *Mechanism Design in Germany*, în vol. *Transactions of the Fourth Conference on Mechanisms*, Purdue University, 1957, pp. 81-104.
12. Beyer R., *Space Mechanisms*, în vol. *Transactions of the Fifth Conference on Mechanisms*, Purdue University, 1958, pp. 141-163.
13. * * * *Getriebetechnik und ihre praktische Anwendung*, VDI Tagung, Konstanz, 1957, în vol. VDI Berichte, 1958, **29**, S. 161.

14. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов*, В сб. *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, АН СССР, М., 1958.
15. Rothbart H. A., *Cams design, dynamics and accuracy*, Mc Graw-Hill, New York, 1956.
16. Левитский Н. И., *Методы расчёта кулачковых механизмов*, Машгиз, М., 1954.
17. * * * *Труды Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения, АН СССР, М., (в печати).
18. * * * *Transaction of the Fifth Conference on Mechanism*, Purdue University, 1958, 236 pp.
19. * * * *Berichte der Dresdener Tagung für Getriebetechnik und ihre praktische Anwendung*, Dresden, 1959, (im Druck).
20. * * * *Berichte der Aachener Tagung für Getriebetechnik*, Aachen, (im Druck).
21. Drăgan C, Bul. Inst Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *3–4*, pp. 175–184.
22. Mangeron D. şi Drăgan C., Ibid., 1958, **4** (**8**), *1–2*, pp. 327–338.
23. Mangeron D. şi Bogdan R., St. şi Cerc. Mec. Apl., 1959, **10**, *2*, pp. 615–624.
24. Hain K., *Mechanism Design in Germany*, în vol. *Transaction of the Fourth Conference on Mechanisms*, Purdue University, 1957, pp. 84–104.

СИНТЕЗ НЕКОТОРОГО КЛАССА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КУЛАЧКОВ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

(Резюме)

Обзорные доклады прочитанные на известных недавно проведенных совещаниях посвященных основным проблемам теории механизмов и машин и их техническим применениям, как, например, доклад председателя Оргкомитета Второго Всесоюзного Совещания акад. И. И. Артоболевского [14], а также доклады К. Хайна [24], одного из авторов и Р. Богдана [23] и др., критически рассматривают, в рамках мировой литературы или же литературы по специальности, отдельных стран, в частности, совокупность современных работ посвященных задачам анализа и синтеза пространственных кулачковых механизмов.

Общая теория и принципы проектирования пространственных кулачковых механизмов типа коноидов была развита в работах Л. П. Рифтина [9], [10]. Для исследования этих механизмов им было весьма удачно использовано винтовое исчисление.

Авторы, исходя из определений тензоров положения характеризующих рассматриваемую кинематическую пару, специфических тензоров цепей или же циклов и тензорных уравнений характеризующих конфигурацию простой замкнутой кинематической цепи, или же просто замкнутого цикла, приведенных наряду с тензором скорости в [3], исследуют ряд задач синтеза пространственных кулачков двух степеней свободы, проводя предварительно замену высших кинематических пар низшими кинематическими парами. Решаются задачи касающиеся синтеза пространственных кулачков дающихся уравнениями (4), рис. 1a и 1b; (9), рис. 2a и 2b; (14), рис. 3a и 3b, в то время как ряд последующих задач приводится в диссертации одного из авторов [6]. Так, например, как пишет С. Г. Кислицын в № 9 *Реферативного Журнала Математика* за 1959 г. (стр. 150), изучение движения звеньев кинематической цепи совершаемого авторами [3] при помощи матриц преобразования декартовых координат и производных этих матриц, сводится, в настоящей заметке, при синтезе кулачка I_2 (рис. 1a), обладающего двумя поступательными движениями вдоль перпендикулярных между собой прямых, как результат тензорного уравнения замкнутости (5), написанного при рассматривании замещающего механизма (рис. 1b), к выражению закона изменения радиуса кривизны кривой C_1 в точке соприкасания с верхушкой ведомого звена.

Выработанный тензорный метод, изложенный в [3] и примененный в [21], [22] к исследованию кривошипно-шатунных и кулисных пространственных механизмов или же к синтезу плоских и пространственных кулачковых механизмов и др., представляет интерес наравне с аналитическим методом винтовых аффиноров С. Г. Кислицына, методом матриц, получившем некоторое самостоятельное развитие в работах Г. С. Калицина и Р. Бейера или же символическим методом И. Денавита и Р. С. Гартенберга

совершенно недавно выработанных первым из этих двух авторов, [13, стр. 81-89] под влиянием замечательных и заведомо классических работ А. П. Котельникова по винтовому исчислению, в виде задачи о положениях звеньев, основанной на (2 ×2) матрицах выражаемых в дуальных числах.

A NEW TENSOR METHOD IN THE SYNTHESIS OF THREE-DIMENSIONAL CAMS WITH TWO DEGREE OF MOBILITY

(Summary)

In the last years important investigations was developed concerning cinematic and dynamic analysis and synthesis of two- and three dimensional cam mechanisms.

Some earlier papers [3]...[5] dealt with a tensor notation that led to the application of tensor or matrix algebra and analysis for the study of the displacements of lower-pair mechanisms. Some other papers [6], [21] also indicated the course of the present study. Here the use of tensor or matrix (4×4) notation is extended to certain higher-pair mechanisms, and (4×4) matrices are used in the synthesis of three-dimensional cams with two degree of mobility given by the equations (4), fig. 1 a, 1 b; (9), fig. 2 a, 2 b; (14), fig. 3 a, 3 b.

The elaborated tensor method, developed in [3] and applied in [22] to study the special Slider-Crank space lincages, two-or three-dimensional cam mechanisms and various other mechanisms [4], [5], is to be compared with the elegant procedures concerning a set of recent studies related to the kinematic notations for lower-pair mechanisms bazed on the application of the (2×2) matrices of dual numbers, introduced by W. K. Clifford and studied by A. P. Kotelnikoff, developed by J. Denavit [13, pp. 81—89]. Some similar methods using (3×3) matrices or a descriptive symbolic notation was developed in this last years by S. G. Kislitzin, R. S. Hartenberg and D. Denavit and G. S. Kalitzin [14].

Various other procedures concerning this point of view was recently exposed during the Moscow Conference on the Theory of Machines and Mechanisms of March 1958, [14], [17], the Dresden Mechanisms Conference of September 1958 [19], the Purdue University Fifth Conference on Mechanisms of October 1958 [18] and the Aachen Conference on Mechanisms and its practical use of September 1959 [20].

We especially mention a general survey elaborated by I. I. Artobolevski, the organzier of the Moscow Conference [14], [23] and a bibliographic report on developments in the German language since 1945 by K. Hain [24].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.81

CORRELATION BETWEEN ROUGHNESS, MACHINING PROCESS, DIMENSION, QUALITY (IT) AND FUNCTION IN THE ENGINE PARTS CONSTRUCTION

BY

N. G. POPINCEANU and M. D. GAFIŢEANU

1. General considerations

The problem of the surfaces quality presents a special importance in technics because it affects directly the behaviour of the engine parts during functioning.

The notion of surface's quality implies two different aspects: a physical aspect and a geometrical one.

From the physical point of view, the surface's quality is defined by the deviations of the physical properties of the superficial bed of metal from the physical properties of the metal in the interior of the piece (mechanical characteristics, remanent tensions, structure, resistance to wear, resistance to corrosion, a. s. o.) [5]. From the geometrical point of view, the surface's quality is determined by the deviations of the real surface from the ideal one.

In the following the geometrical aspect of the surfaces quality will be especially considered, and the use of the expression of surface's quality will refer just to this geometric aspect.

Many researches have shown that for the fulfilment of a determined functional aim, the design and the engine parts execution must be so realized that there is a correlation between the deviations from the ideal geometric surface and the dimensional deviations or tolerance.

In the last time, speciality circles are intensely preoccupied by the problem of the correlation between the surface's quality, on one hand, and the machining process, the dimension of the piece, the IT quality and function, on the other hand; to solve this problem, besides the theoretical considerations, contribute also for the most part, the statistical data, and the results may be very useful in the design and construction of engines.

In the present work, beside the presentation of the actual stage of the researches in this field, some contributions and propositions for the solution of the above problem are also brought forward in order to facilitate the work of the designers, constructors a. o.

The deviations from the ideal geometrical surface (Fig. 1 [5]) appear as a result of the nonprecisions from the system machine — tool — piece [2], namely: the macrogeometric deviations (concavity, convexity, a. s. o.) are generally due to the lack of the rigidity of above mentioned system; the waviness is produced because of the non-uniformity of the splintering process (non-uniformity of the advanc-, vibrations, non-uniformity of the material, a. s. o.); the microgeometric deviations which result after the splintering process, depend upon the rate of work, the characteristics of the tool,

a. s. o. From Fig. 1, issues the criterion of difference of these deviations, through the values of the ratios: p_M/R_M, p_0/R_0, p/R.

The microgeometric deviations — the microirregularities — by their dimensiona characteristic — the height — determine the surface's asperity and define its grade of smoothness or quality [36]. In the last time instead of asperity was introduced the expression of roughness which is defined as [1]) „the amount of irregularities of the real

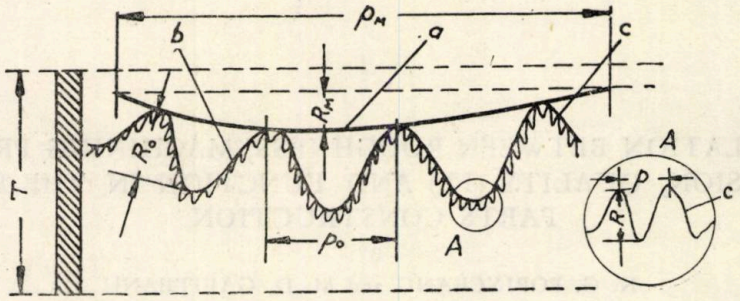


Fig. 1. The deviations of the real surface from the ideal geometrical surface
T — tolerance.
a — macrogeometric deviations . . . $p_M/R_M > 10000$.
b — waviness . . . . . $p_0/R_0 = 50 \ldots 1000$.
c — microgeometric deviations . . . $p/R < 50$.

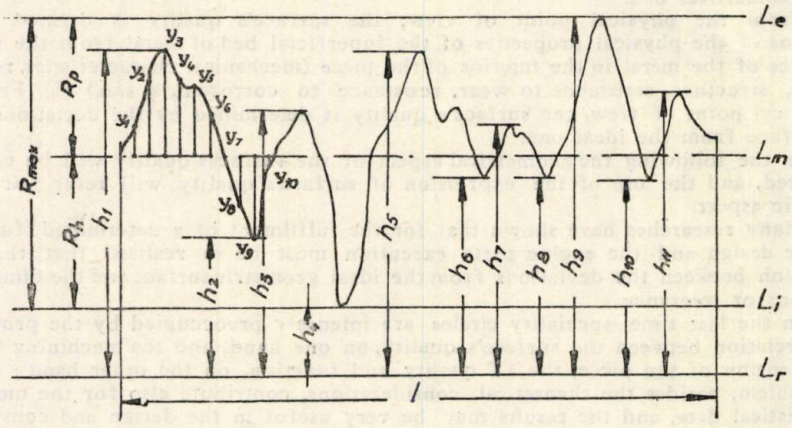


Fig. 2. The effective profile of the real surface considered on a determined length of reference.

surface, with a relatively small pitch, which can be measured as deviations of the effective profile towards a medium line, in the limits of a length of reference" [26], [33].

Despite all the efforts made until now by the Committee ISO TC/57, there are and will still be in various countries, different criterions of estimation and symbolisation on drawings of the surfaces roughness.

1) Definition proposed by the Roumanian delegation and approved at the 1956 Conference of the Committee ISO TC/57, whose Secretaryship is held by the USSR. This definition is also proposed in the Project of Standard RPR *The surfaces roughness* [26], [33].

Table 1

Criterions of roughness evaluation and marking on drawings in various countries. [25], [26], [29], [30], [33], [36], [38].

Recommendation ISO 1953				RPR STAS 1957 **)				USSR GOST 2789/51				Poland PN/M-04251/1952				ČSR ČSN 014450 1954		Swede SMS 671/1947	
∇C				$R_{a_i}^{s}$; $R_{z_i}^{s}$ a $R_{a\ldots}$ $R_{z\ldots}$				$\nabla\nabla\nabla\overline{C}^{Pr}$ b e				$\nabla\nabla\nabla$ C $\nabla\nabla\nabla$ H_{SK} $\nabla\nabla\nabla$ H_{SR}				$\overset{i-s}{\vee}$		$\nabla\overline{i-s}$ $\nabla\nabla$	
Class	$\frac{h_m}{R_a}$ μ	$\frac{H}{R_z}$ μ	Symbol	R_a μ	R_z μ	Symbol		Class	$\frac{H_{cp}}{R_z}$ μ	$\frac{H_{ck}}{R_q}$ μ	Symbol	Class	$\frac{H_{SR}}{R_z}$ μ	$\frac{H_{SK}}{R_q}$ μ	Symbol	$\frac{H_{SK}}{R_q}$ μ	Symbol	$\frac{R}{R_z}$ μ	Symbol
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
				200	400	R_a 200	R_z 400												
1		200 d	∇ 1	100	200	R_a 100	R_z 200	1	200		∇ 1	1	200		∇ 1	100	50—100 ν	250	
2		125	∇ 2	50	100	R_a 50	R_z 100	2	125		∇ 2	2	125		∇ 2	50	25—50 ν	160	
3		63	∇ 3	25	50	R_a 25	R_z 50	3	63		∇ 3	3	63		∇ 3	25	12.5—25 ν	100	
4		40	∇ 4	12.5	25	R_a 12.5	R_z 25	4	40		$\nabla\nabla$ 4	4	40		$\nabla\nabla$ 4	12.5	6.3—12.5 ν	63	
5	6.3	20	∇ 5	6.3	12.5	R_a 6.3	R_z 12.5	5	20	6.3	$\nabla\nabla$ 5	5	20	6.3	$\nabla\nabla$ 5	6.3	3.2—6.3 ν	40	
6	3.2		∇ 6	3.2	6.3	R_a 3.2	R_z 6.3	6	10	3.2	$\nabla\nabla$ 6	6	10	3.2	$\nabla\nabla$ 6	3.2	1.6—3.2 ν	25	
7	1.6		∇ 7	1.6	3.2	R_a 1.6	R_z 3.2	7	6.3	1.6	$\nabla\nabla\nabla$ 7	7	6.3	1.6	$\nabla\nabla\nabla$ 7	1.6	0.8—1.6 ν	16	
8	0.8		∇ 8	0.8	1.6	R_a 0.8	R_z 1.6	8	3.2	0.8	$\nabla\nabla\nabla$ 8	8	3.2	0.8	$\nabla\nabla\nabla$ 8	0.8	0.4—0.8 ν	10	
9	0.4		∇ 9	0.4	0.8	R_a 0.4	R_z 0.8	9	1.6	0.4	$\nabla\nabla\nabla$ 9	9	1.6	0.4	$\nabla\nabla\nabla$ 9	0.4	0.2—0.4 ν	6.3	
10	0.2		∇10	0.2	0.4	R_a 0.2	R_z 0.4	10	0.8	0.2	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 10	10	0.8	0.2	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 10	0.2	0.1—0.2 ν	4	
11	0.1		∇11	0.1	0.2	R_a 0.1	R_z 0.2	11	0.5	0.1	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 11	11	0.5	0.1	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 11	0.1	0.05—0.1 ν	2.5	
12	0.05		∇12	0.05	0.1	R_a 0.05	R_z 0.1	12	0.25	0.05	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 12	12	0.25	0.05	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 12	0.05	0.025—0.05 ν	1.6	
13	0.025		∇13	0.025	0.05	R_a 0.025	R_z 0.05	13	0.12	0.025	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 13	13	0.12	0.025	$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 13	0.025	0.012—0.25 ν	1	
14	0.012		∇14	0.012		R_a 0.012		14	0.06		$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 14	14	0.06		$\nabla\nabla\nabla\nabla$ 14	0.012	—0.012 ν	0.63	
																		0.4	
																		0.25	
																		0.16	
																		0.10	
																		0.06	
																		0.04	

Japan JISB 0601/1955			Austria M 1115/1956		Germany DIN 4763/1954		Spain UNE 1037/1951		England BS 1134/1950		USA ASA-B46.1 1955		Holland V. 630 B/1954		
	$\overset{C}{\nabla\nabla}\overset{Pr}{}$		$\nabla\nabla\nabla^{Pr}$		$\nabla\nabla\nabla\overline{i-s}^{Pr}$		$\frac{h_m}{\nabla\nabla\nabla}\frac{R_0}{p}$; $\frac{L_0}{p}$		$\nabla\frac{i-s}{s}\overset{-L}{\vee}\overset{-Pr}{\underset{Pr}{l}}$		$\frac{s}{i}\sqrt{\frac{p_0}{p}}$; $\frac{R_0}{l}$		$\nabla\nabla\nabla$ ○●○ $\frac{s}{i}\sqrt{\overline{}^{Pr}}$		
Class	$\frac{H_{\max}}{R_z}$ μ	Symbol	$\frac{R_t}{R_z}$ μ	Symbol	$\frac{R}{R_z}$	Symbol	$\frac{h_m}{R_a}$ μ	Symbol	$\frac{CLA}{R_a}$ micro inch	Symbol	$\frac{AA}{R_a}$ micro inch	Symbol	Class	$\frac{R_a}{R_a}$ ru*)	Symbol
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
					2500										
					1600										
			1000		1000										
	560S 560		630		630										
c	400S 400		400		400	c	63								
$>\nabla$	280S 280		250		250										
	200S 200														
	140S 140		160	∇	160						1600	$\frac{1600}{1000}\sqrt{}$	$R0$	4000	
	100S 100		100		100		25								
	70S 70					∇			1000	$\frac{500}{1000}\sqrt{}$	1000	$\frac{1000}{500}\sqrt{}$			
∇	50S 50		63		63		10						$R1$	1000	
	35S 35		40		40		6		500	$\frac{250}{500}\sqrt{}$	500	$\frac{500}{250}\sqrt{}$			
	25S 52		25		25		4								
			25						250	$\frac{125}{250}\sqrt{}$	250	$\frac{250}{125}\sqrt{}$	$R2$	250	
	18S 18		16	$\nabla\nabla$	16		2.5								
	12S 12		10		10	$\nabla\nabla$	1.6		125	$\frac{63}{125}\sqrt{}$	125	$\frac{125}{63}\sqrt{}$			
	6S 6		6.3		6.3		1.0								
			4		4		0.6		63	$\frac{32}{63}\sqrt{}$	63	$\frac{63}{32}\sqrt{}$	$R3$	63	
	3S 3		2.5	$\nabla\nabla\nabla$	2.5	$\nabla\nabla\nabla$	0.4								
			1.6		1.6		0.25		32	$\frac{16}{32}\sqrt{}$	32	$\frac{32}{16}\sqrt{}$			
	1.5S 1.5		1		1		0.16								
			0.63		0.63		0.1		16	$\frac{8}{16}\sqrt{}$	16	$\frac{16}{8}\sqrt{}$			
	0.8S 0.8		0.4	$\nabla\nabla\nabla\nabla$	0.4	$\nabla\nabla\nabla\nabla$	0.06						$R4$	16	
	0.4S 0.4		0.25		0.25		0.04		8	$\frac{4}{8}\sqrt{}$	8	$\frac{8}{4}\sqrt{}$			
	0.2S 0.2		0.16		0.16										
			0.10		0.10				4	$\frac{2}{4}\sqrt{}$	4	$\frac{4}{2}\sqrt{}$			
	0.1S 0.1		0.06		0.06								$R5$	4	
			0.04		0.04				2	$\frac{1}{2}\sqrt{}$	2	$\frac{2}{1}\sqrt{}$			
									1	$\frac{-}{\sqrt{}}$	1	$\frac{1}{0.5}\sqrt{}$	$R6$	1	
												$0.5\sqrt{}$		0.3	

*) 1 ru = 1 microinch = 0,000025 mm ; 1μ = 1/ 1000 mm.

**) In concordance with the decision of the 1956 Conference of the Comittee ISO TC/57.

a) *i, s* — the inferior, respectively superior limit of the roughness prescribed in μ.

b) *Pr, c* — the recommended mnchining process, respectively, the quality (smoothness) class of the surfaces.

c) A correspondence between the signs of representation (drawing marks) — triangles — from DIN 4763/1954 or those from SMS 671/1947 with the triangles from GOST 2789/51 is not possible. For example: the sign ∇ in GOST 2789/51 represents a limited domain of roughness and namely R_z=40...200 μ, $\nabla\nabla$ represents R_z=6.3...40 μ, a.s.o., one being able to choose swiftly the machining process correspondent to the sign ; by the sign ∇ from DIN 4763/1954 the superior limit of the roughness is only marked, $R_z \leqslant 160$ μ, the domain including also sizes of roughness correspondent to the signs $\nabla\nabla$, $\nabla\nabla\nabla$ and $\nabla\nabla\nabla$, a fact that can lead to mistakes in the selection of the machining process. In [38], the coordination of the same triangles from DIN 4763/1954 with the function and the machining process is proposed. The proposition of standardisation of S i e v r i t t s pointed out by D u b b e l in [6] establishes precise domains of roughness for every sign insisting also at the same time on the coordination with the function. Proposals of signs coordination from DIN with the function are especially in [12], [23]. By decision of the 1956 Conference of the Committe ISO TC/57 one renounces to signs — triangles —, the markiag on drawings of the roughness being made by the indications of the size or of the domain after a determined crtierion of valuation.

d) The values correspondent to the different classes of quality (smoothness) represent the maximum roughness allowable for the respective class; the minimum values are confounded with the maximum values of the next superior class. For example: class 6 — GOST 2789/51 — has the superior limit R_a=1.6 μ, value which coincides with the superior limit of the 7-th class.

e) There are some cases when the functioning in the best conditions of the engine part asks not only a determined roughness but also a determined aspect of the machining traces (general direction of surface pattern). To give indications on drawings on the aspect of the machining traces whole, on commends in some countries the use of a series of symbols given in [25], [32]. But if beside the conventional sign of the roughness one marks symbolically or even by a denomination, the machining process, this matter offers also most often sufficient indications on the aspect of the traces of machining, thus setting aside a suplementary symbolisation and classification.

With the aid of Fig. 2 the following elements of reference and criterions of the roughness valuation may be defined:

L_r — the reference [2]) line represents the conventional line to which are related the deviations of the effective profile in order to make the numerical evaluation of the surface roughness;

— the reference lenght[2]) represents the chosen lenght of the effective profile, measured on the reference line, necessary for the roughness determination;

L_m [3]) — the medium line of the profile[2]) represents the line which is determined in the limits of the reference length by the following two conditions:

a) to have the shape of the ideal geometric profile,

b) to divide the effective profile so that the sum of the deviations squares of this profile be minimal;

L_e [3]) — the external line[2]) represents the line, parallel with the medium line, which passes through the highest point of the profile on the reference length. (The heights which are not of the same order of size and which have an accidental character are not considered, being an evident exception);

L_i [3]) — the interior line[2]) represents the line, parallel with the medium line, which passes through the lowest point of the profile on the reference length. (The bottoms which are not of the same order of size and which have an accidental character are not considered, being an evident exception).

R_a — the average deviation[2]) (the arithmetical average) of the irregularities[4]) represents the average value of the deviations of the points of the effective profile ($y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$) toward the medium line. (Equivalent criterions in compliance with the Table 1: h_m, *CLA*, *AA*),

$$R_a = \frac{1}{l}\int_0^l |y|\,dl \approx \frac{\sum_1^n |y_i|}{n};$$

R_z — the height of the irregularities[4]) represents the average distance between the quotas of the highest five top points and the quotas of the lowest five bottom points of the effective profile, between the exterior and interior lines, measured from a parallel with the medium line, in the limits of the reference lenght. (Equivalent criterions in compliance with Table 1: H_{cp}, R, $H_{\max}$, R_t),

$$R_z = [(h_1 + h_3 + \ldots + h_{11}) - (h_2 + h_4 + \cdots + h_{10})]/5;$$

R_q — the root mean square average represents the square root from the squares average of the points deviations of the effective profile from the medium line. (Equivalent criterions in compliance with Table 1 : H_{ck}, H_{sk}),

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l}\int_0^l y^2\,dl} \approx \sqrt{\frac{1}{n}\sum_1^n y_i^2};$$

$R_{\max}$ — the maximum height of the irregularities[4]) represents the distance between the

---

[2]) Definitions in compliance with the recommendations of the 1956 Conference of the Committee ISO TC/57 and the Project ot Standard RPR *The surfaces roughness* [26], [33].

[3]) In the Project of Standard RPR *The surfaces roughness* instead of L_m, L_e and L_i were respectively proposed *m*, *e*, and *i* [26], [33].

[4]) Criterions established by the Resolutions of the 1956 Conference of the Committee ISO TC/57 [26].

[5]) The 1956 Conference of the Committee ISO TC/57 decided to give up these criterions as being seldom used in industrial practice.

exterior and the interior lines [6]).

R_h — the medium height [5]) represents the distance between the medium line L_m and the interior line L_i. (In DIN 4762/1952 the medium height is marked R_m [25]);

R_p — the distance between the medium line L_m and the exterior line L_e is considered [7]). (In DIN 4762/1952 this distance is indicated by G [25]);

k_h — the filling coefficient [7]), having generally values: $k_h = 0.3 \ldots 0.6$. (In DIN 4763/1952 the filling coefficient is indicated by $k = R_m/R$ [25]),

$$k_h = R_h/R_{\max};$$

k_p — the emptying coefficient [7]),

$$1 - k_h = k_p .$$

$t_a = \frac{\sum l_v}{l}$ — the supporting part in which l represents the lenght of reference and $\sum_v l$ — the segments sum of the right line obtained by sectioning the effective profile with a line parallel with the medium line, led to the distance $0.1\,R_{\max}$ towards the exterior line L_e; the size of the supporting part constitutes an useful criterion in the study of the wear and also for the appreciation of the machining process. In Table 2 are given a series of values for t_a obtained through grinding and finishing processes:

Table 2

Pointing values for the supporting part [25]

Machining process	Normal Grinding	Fine Grinding	Very fine Grinding	Lapping	Superfinishing
$t_a(\%)$	20	30	40...50	70	90

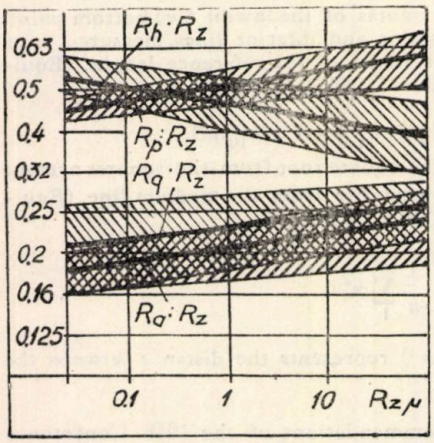


Fig. 3. The relation between the different criterions of roughness evaluation [25].

Table 3 offers indications for the selection of the reference lenght in function of roughness, on the basis of the recommendations from different national standards [25], [26], [29], [33], [36].

From Table 1 and Fig. 3, with the annex indications, issues the relation between the different criterions of evaluation of the surface roughness:

$$R_a \approx 0.215\, R_z^{1.03} \text{ [26]},$$

$$R_a \approx 0.9\, R_q \text{ [15]},$$

$$R_a \approx R_a/40 \text{ (in ru)}.$$

6) The criterion of the maximum height $R_{\max}$, can be considered, for approximate calculations, as being equivalent with the criterion of the height of the irregularities R_z [25].

7) The 1956 Conference of the Committete ISO TC/57 decided to give up these criterons as being seldom used in industrial practice.

Table 3

Lengths of reference l (mm.) *in function of roughness* R_a *and* R_z (μ)

R_a (μ)	200	100	50	25	12.5	6.3	3.2	1.6	0.8	0.4	0.2	0.1	0.05	0.025	0.012
R_z (μ)	400	200	100	50	25	12.5	6.3	3.2	1.6	0.8	0.4	0.2	0.1	0.05	0.025
	l														
Recomm. ISO 1957. Project STAS 1957	25		8		2.5	0.8		0.25		0.08					
USSR GOST 2789/51	⩾3					⩾2				⩾1					
Poland PN/M 04251/1952	3					2			1			0.5	0.25	0.12	
Sweden SMS 671/672	25		8		2.5	0.8		0.25		0.08					
Japan B-0601/1955	3.16			2.25			1.73		1.00			0.55			
England BS-1134/1950	25		7.5			2.5			0.75			0.25		0.075	
USA ASA B 461/1955	125... 500		40...150			12.5...50			4...15			1.25...5		0.4...	

2. Roughness and machining process

As shown before the microirregularities size depends on a series of parameters of the machining process. There are also indications which give, in an informative way, the size of the asperities in function of some of the mentioned parameters[8]). In Fig. 9 are indicated the domains of the asperities size obtained through different machining processes [23], [25], [28], [36], [37], [39].

3. Roughness, function, dimension, IT quality

3. 1. ROUGHNESS AND FUNCTION

From the point of view of their importance in machine functioning, the surfaces may be classified as follows: surfaces with a well determined functional character and surfaces with an auxiliary one.

---

[8]) For turning the following relation may be used [5]:

$$R_z \approx s^2/(8r)$$

in which: R_z — the height of the asperities, s — the advance of the tool per second, r — the ray of the tool's top on the rake-face.

For other machining processes data may be given [12] and similar relations be found.

I. *Auxiliary surfaces*

In the case of auxiliary surfaces, the optimum size of the asperities is dictated by a series of indications with practical character given in Table 4 [9], [12], [36].

II. *Surfaces of pieces with important functional parts*

Such surfaces may be for pieces which form fits and for pieces which do not. In the machines construction, the pieces which form fits hold the most important place from the functional point of view and in the present work a special stress is laid on them.

Table 4

Recommendations for the roughness of the auxiliary surfaces

Surface	Destination of the surface	R_z (μ)
Holes	Without contact în general, holes for screws, a. s. o.	< 50
	Idem for the precise pieces	6.3...25
Shafts	The surfaces without contact of the axes and of the main shafts of machine-tools, chucks, a. s. o.	3.2...6.3
Frontals	Idem for chucks, pipeflanges.	3.2...12.5
	Idem for toothed wheels, couplings	6.3...25
Support	Engine frames	< 50
Destined to coverings	With paints	< 50
	Galvanisations	< 4
With aesthetic aim	Polished, chromium plated, nickel plated, hand wheels, handles, a. s. o.	0.8...3.2
Destined to metallographic researches		< 0.25
Destined to welding		100...200

The surfaces roughness influence on the engine parts functioning may generally be looked upon from the following points of view.

3.1.1. Roughness and fatigue resistance

Regardless of the fact that the pieces are forming fits or not, it is well known that the presence of microirregularities on a surface leads to a diminution of the fatigue resistance of the piece; the greater the asperities, the more powerful the diminution (Fig. 4, [7]).

If the engine part functions in a corrosive medium, the fatigue resistance is much more influenced by the asperities size, due to the

enlargement of the contact surface between the piece and the corrosive medium.

The influence of the piece's dimension on the fatigue resistance is also a well known fact.

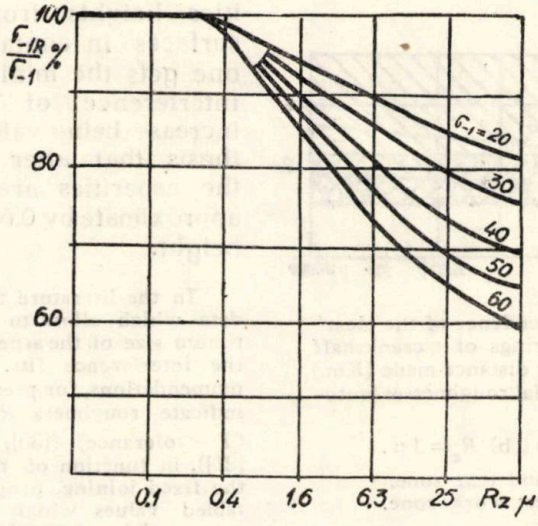


Fig. 4. — The influence of the roughness on the fatigue resistance.

$$\sigma_{-1}/\sigma_{-1R} = 1 + a\,\sigma_{-1}.$$

σ_{-1} — the fatigue resistance (Kg/mm²), of a smooth piece, polished, without stress concentrations, with a 10 mm diameter, subjected to an alternant symmetrical cycle of stress, at a temperature of 20°C.

σ_{-1R} — idem, but for a piece with the roughness R_z.

a — coefficient dependent on R_z.

3.1.2. Roughness and wear phenomenon

The microirregularities size on the active surface of an engine part greatly influences the wear and tear of the respective surface. The bigger the asperities, the more rapid the wear and tear, the times of normal functioning of the engine part being shorter. At the surfaces which are forming fits, researches [1], [25], [32], showed that the excessive wear and tear of the too big asperities in relation to the function, leads to a change in the character of the fit, often making it useless :

a) at the clearance fits, after wear, too great clearance which may disturb the function or modify the initial fit are likely to appear (Fig. 5 and Fig. 6) ;

b) at the interference fit, the erosion (the flattening) of the asperities during the mounting may diminish the interference effect. In order to limit this diminution at a value which shall not cancel the interference effect, in design, one adds at the minimum calculated interference the size $1.2\ (R_{z1} + R_{z2})$ in which R_{z1} and R_{z2} are the asperities heights from the the two surfaces in contact. In this way one gets the minimum necessary interference of mounting, this increase being valid in the hypothesis that after the mounting the asperities are worn out by approximate by 0.6 of their initial height.

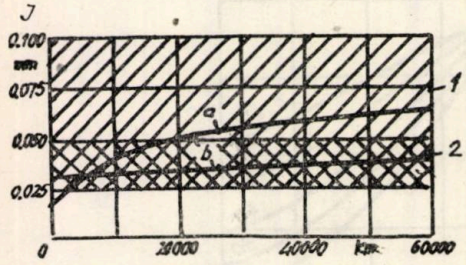


Fig. 5. Dependence of the clearance J in the bearings of a crankshaff in function of the distance made (Km.) for different initial roughnesses (automobile) [32].

a) $R_z = 8\,\mu$, b) $R_z = 1\,\mu$.

1 — Wear and tear zone.
2 — The best work zone.

In the literature there are designing data which allow to appreciate the optimum size of the asperities in the case of the interference fits. Thus, some recommendations, for pressed fixed joinings, indicate roughness $R_z \approx (0.08 \ldots 0.2)\ T$ (T — tolerance) ([30], S. A. Smirnov [27]), in function of the importance of the fixed joining, proposes for roughness tabled values which represent on an average $(0.1 \ldots 0.3)\ T$[9]), — for fixed joinings which must transmit great charges with shoks, on an average $(0.1 \ldots 0.15)\ T$, and for less important fixed joinings $(0.2 \ldots 0.3)\ T$[9]); in the same order of ideas numerous examples of selection of the roughness may be found (the fit — wagon wheel — set nave —, $R_z \approx 0.11\ T$ [4, p. 98]);

c) at the transition fit, the asperities influence on the behaviour in functioning, manifests itself exactly as at the interference fits. S. A. Smirnov's recommendations (loc. cit.) forecast also here, in function of the importance of the fixed joining, values comprised, on an average between $(0.1 \ldots 0.3)\ T$, with the indication that for the assuming fixed joinings (toothed wheels precisely executed, mounted on shafts in the 6-th IT quality, roller bearings on shafts, a. s. o.), smaller values, $R_z \approx (0.1 \ldots 0.15)\ T$[9]), than for the fixed joinings without pretensions, $R_z \approx (0.2 \ldots 0.3)\ T$[9]), should be adopted. For the fits of the roller bearings on shaft and in casing, R. D. Beizelman [3] gives indications on the basis of which the roughness of the shafts and casings does not exceed $0.3\ T$; for shafts $R_z \approx (0.16 \ldots 0.27)\ T$; for casings $R_z \approx (0.16 \ldots 0.29)\ T$. Some designing data [4] generally recommend also $R_z \approx (0.1 \ldots 0.25)\ T$.

3.1.3. Roughness and lubrication phenomenon of sliding surfaces

In normal conditions the surfaces lubrication which are sliding on one another, is closely related to the asperities size. If the asperities are too big, the oil, will set at the bottom of the empty places, leaving the tops free to touch each other. The realization of oil some less rough surfaces, leads to a letter functioning, the film of oil being continuous and adhering to the surface.

[9]) Verified values in the apparatus construction industry.

On the other hand it is well known that in order to have a fluid friction between two surfaces in contact and in relative motion one toward the other, the following condition has to be fulfilled:

$$h_{min} \geqslant R_{z1} + R_{z2}$$

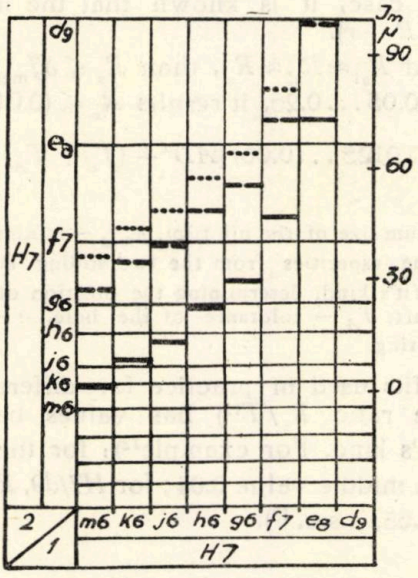


Fig. 6. — Modification of the average clearance after wear and tear for some transition and clearance fits [25] (∅ 18...30 mm.).

J_m — the average clearance (μ).

——— the average clearance obtained after the passing of the wear time (the complete erosion of the asperities), in the case of a turning with diamond or of a lapping.

– – – – idem in the case of a fine turning with hard steel, fine boring respectively.

..... idem in the case of an usual turning.

1 — Initial fit.

2 — Final fit after the complete erosion (wear) of the asperities.

Example: the fit *H7 / j6* with pieces usual turned, becomes *H7 / f7* after wear and tear; *H7 / f7* becomes *H7 / e8*; a. s. o.

in which: h_{min} — the minimum size of the oil film calculated on the basis of the hydrodynamic lubrication theory hypothesis, R_{z1}, R_{z2} — the height of the microirregularities from the two sliding surfaces.

The diminution of the asperities under any limit, has not the same effect. Thus for surfaces submitted to great pressures, the diminution of the asperities below 0.1 ... 3 μ, may lead to the breaking of the oil film, seizing and excessive wear and tear frequently occuring [17][10]).

In the conditions imposed by the hydrodynamic lubrication theory, in the slide bearings case, it is known that the minimum size of the oil film is $h_{min} = \delta (R - r)$.

If it is supposed $R_{z1} \approx R_{z2} \approx R_z$, then $R_z \leqslant \delta \mathcal{J}_{med} / 4$. As δ has usually values of: $\delta = 0.05 \ldots 0.25$, it results $R_z \leqslant (0.0125 \ldots 0.06)\, \mathcal{J}_{med}$, or:

$$R_z \leqslant (0.0125 \ldots 0.06)\, [AD^{\alpha} + (T_a + T_A)/2]. \tag{1}$$

In these relations:

δ — relative minimum size of the oil film, h_{min} — minimum size of the oil film, R_{z1}, R_{z2} — heights of the asperities from the two sliding surfaces, A — coefficient which depends on the fit's kind, determining the position of the tolerance zones [2], T_a — tolerance of the shaft, T_A — tolerance of the hole, α — exponent [2], $\mathcal{J}_{med}$ — medium clearance in bearing.

Analysing the fits used in practice for different functional cases, it is stated that the ratio R_z / T[11]) has values between 0.017 ... 0.15 depending on the fit's kind. For example[12]): for the fit $H7/g6$, $R_z / T \approx$ $\approx 0.018 \ldots 0.086$, with middle value 0.04; for $H7/d9$, $R_z / T \approx 0.0285 \ldots 0.136$ with middle value 0.63, a.s.o.[13]).

3.1.4. Recommendations for the roughness of the different functional cases with particular character

Taking into account the points of view above specified and the experience of the existing constructions, [2], [25], [36], [39], one can recommend for different functional cases with particular character, the sizes of roughness given in Table 5 [9], [36].

3.1.5. Roughness and tolerance

From the point of view of the pieces execution, the roughness and tolerance can be considered as independent from each other, because it is possible to obtain in the work of the same tolerance some smaller asperities, (a process of splintering without pretensions on the

---

[10]) The surfaces sliding on one another, that are to be submitted to running in before functioning under load, must have asperities which have to assure a good lubrication as well as an economic running. There are some indications of optimum values, corresponding to the materials and to the specific of the functioning. (For motor cylinder jackets 1MA STZ-NATI, $R_z = 1.6\,\mu$; for piston pins, $R_z = 0.8\mu$) [11], [19].

[11]) Here $T = (T_a + T_A)/2$.

[12]) The ratio R_z / T may be calculated with the help of the formula (1) for all clearance fits met in practice.

[13]) Values for $\alpha = 1/3$; these values will assure the lubrication in good condition, though in reality $\alpha \approx 1/3 \ldots 1$ and the respective calculated ratio R_z / T will be greater.

Table 5

Recommendations for the selection of the optimum surfaces roughness for different functional cases

Destination	Examples	R_z (μ)
Gearings	Spur gear wheel 1-st class precision	< 3.2
	Spur gear wheel 2-nd class precision	3.2 ... 10
	Spur gear wheel 3-rd class precision	< 12.5
	Rack	3.2 ... 12.5
	Spur bevel wheel	6 3 ... 12.5
	Worm	1.6 ... 6.3
	Whorm wheel	6.3 ... 12.5
Slide guidings	Machine-tool big dimensions	< 6.3
	Machine-tool medium dimensions	3.2 ... 6.3
	Machine-tool small dimensions	< 3.2
Rolling guidings	Machine-tool big dimensions	< 6.3
	Machine-tool medium dimensions	3.2 ... 6.3
	Machine-tool small dimensions	< 3.2
Chains transmissions	Wheels for roller chains	6 3 ... 12.5
	Wheels for silent chains	6.3 ... 12.5
V-belt transmissions	Work surface of the wheel	3.2 ... 25
Packing surfaces	Surface of the shaft in contact with rubber packing	0.8 ... 3.2
	Idem in contact with felt packing	1.6 ... 3.2
	Idem packing with labyrinth	< 25
	Work surfaces for sliding valves	0.4 ... 1.6
	Plungers, rods and respective holes	0.8 ... 1.6
	Work surfaces by valves	< 3.2
Race way	Roller bearings	0.25 ... 3.2
Threads	—	3.2 ... 10

form deviations, followed by an electrolytical polishing) or bigger asperities. But from the functional point of view, between the size of the asperities and the tolerance, there must be a certain ratio R_z/T which is characteristic for each functional case.

Generally, for the pieces which form fits, the asperities height must be smaller as the tolerance ($R_z < T$), because:

a) by the asperities erosion after wear and tear, a modification of the fit is produced, the latter even becoming sometimes not correspondent to the object;

b) it is ascertained that in operations currently executed with machine-tools, smaller asperities as the tolerances prescribed in the design are resulting (Fig. 7 and Fig. 9.).

In order to fix the optimum ratio between roughness and tolerance two factors must always be analysed: the fulfilment of the functional role and the possibility of executing the respective piece in the most economic way.

In the tolerance of a piece the form deviations and also the micro-deviations must be included (Fig. 1) [10] [14]; consequently:

$$T = \Delta F + \Delta R \tag{2}$$

where: ΔF — the form deviations (macrogeometric deviations and waviness) [15]), ΔR — the deviations from the dimension due to the asperities presence.

If the ratio between roughness and tolerance increases beyond its optimum value, the cost shall increase, because the part of the form deviations from the tolerance zone will diminish and therefore machining processes on precise machine-tools, with more pretentious devices will be necessary. At the same time, the growth of the asperities may also lead to a defective and short functioning.

The diminution of the ratio between roughness and tolerance, although it often assures a correct functioning and allows the use of some machine-tools less precise regarding the form deviations, nevertheless raises also the question of cost, special methods of finishing being necessary [10].

In conclusion, the selection of an asperity for the surface of a piece having a well determined function, must assure a compromise value between the two extremes mentioned above as it was demonstrated in paragraphs 3.1.2 and 3.1.3, it is proved that also from the functional point of view, one must have $R_z < T$; even more than that, it can be stated that at the actual stage of engine construction, from the functional point of view and chiefly for pieces which form fits, one must have $R_z \leqslant 0.3T$.

3.2. ROUGHNESS AND PIECES DIMENSION

Research work made in this field, shows that there is dependence between the optimum roughness and the dimensions of the machined pieces. In general, [8], [9], [10], [18], [20], [21], [22], [23], [27], [32], a direct proportionality is recommended between roughness and the tolerance unit, which as we know is given in function of the diameter of the considered pieces. In other words:

---

[14]) From the researches done by A. B. Korona [10], it results $R_z / T = 0.075$ for pieces, and $R_z / T = 0.150$ for the distance between an axis and a surface; other recommendations in Table 7.

[15]) The form deviations and the waviness play also an important part for the noise production in the functioning of the different engine parts [16]. Some recommendations regarding the size of the form deviations are indicated in [2], [24].

(3) $$R_z \sim i$$

where: i — tolerance unit[16].

3.3. ROUGHNESS AND IT QUALITY

In this direction, after measurements made in different branches of machine construction [8] and after the roughness analysis of some surfaces having different IT qualities but with the same functional role [12], some propositions have been made, which recommend bigger asperities for pieces executed in greater IT qualities than for those

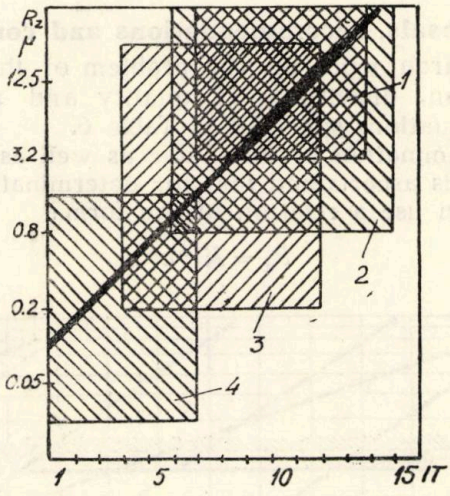


Fig. 7 Dependence between roughnesses and IT qualities obtained by different machining processes.
1. Milling.
2. Planing, turning, cutting.
3. Grinding.
4. Lapping, honing, superfinish.

For pieces which form fits:

Quality ISA IT		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Quality STAS	shafts					1	2	3		4		5	6		7		8	9	10
	holes					1	2	3	4		5	6		7		8	9	10	
Quality GOST	shafts					1	2	2a		3		3a	4		5		7	8	9
	holes					1		2	2a	3		3a	4		5		7	8	9

[16]) STAS: $i = 5\sqrt[3]{d_{mm}}$ for $d = 1...500$ mm.

OST: $i = 0.5\sqrt[3]{d_{mm}}$ for $d = 1...500$ mm.

$i = 0.45\sqrt[3]{d_{mm}} + 0.02/(d + 0.1)$ for $d = 0.1...1$ mm.

ISA: $i = 0.45\sqrt[3]{d_{mm}} + 0.00 \cdot d_{mm}$.

executed in smaller IT qualities, but with the same nominal dimension and the same functional role. Generally:

$$R_z \sim a^n \tag{4}$$

in which: a—quality coefficient. The number of tolerance units corresponding to a single given IT quality, n—exponent.

After an examination of Fig. 7 and on the basis of a statistical interpretation of the data recommended by [14], [24], [37] [40] it is ascertained that by different machining processes one obtains economic roughnesses which satisfy the relation of the form $R_z \sim a$, $(n \approx 1)$ [5].

4. Proposals, recommendations and conclusions

Various research work on the problem of the relation between roughness, function, dimension, IT quality and machining process, recommend the equations specified in Table 6.

From the examination of this Table as well as be what has been stated in ch. 3, it is ascertained that for determination of the optimum roughness, one can use a relation of the form:

$$R_z = K i^m a^n \tag{6}$$

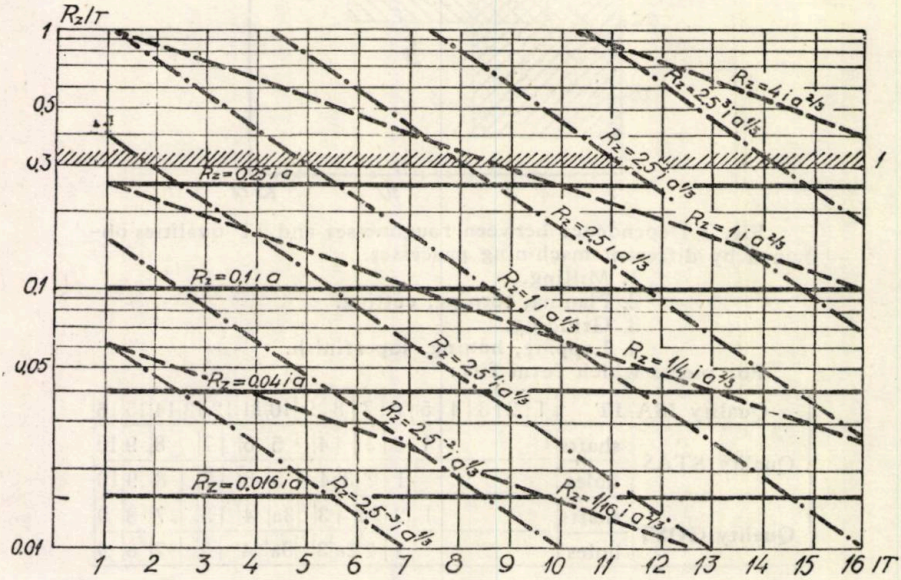


Fig. 8. — Comparison between the various proposals.
- – – – – $R_z \approx Kia^{2/3}$ [23] — with values for K from Table 6.
- —·—·— $R_z \approx Kia^{1/3}$ [8] and specified on the curves.
- ——— $R_z \approx Kia$ — new proposal with values for K from Table 9.
- *1* — the proposed superior limit of the ratio R_z/T.

in which m and n are exponents determined in a statistic way and K is a functional coefficient, and that the proposals made until now recommend two ways:

a) either with $m = n = 1$; that is with the equation $R_z = Kia = KT$,
b) or with $m \neq 1$ and $n \neq 1$ [12] or with $m = 1$ and $n \neq 1$ [8], [23].

The relations corresponding to the latter way resulted either from the fact that one looks for a coordination of the conventional signs of the surface quality — of the triangles — with the function [12], [23],

Table 6

Relations proposed to express the dependence between roughness, function, dimension and IT quality

Proposal	K							m	n	$R_z \approx Ki^m a^n$.
Becker [8]	0.1785							1	1	$R_z \approx 0.1785\, ia$
Moll [18]	0.125...0.25 *a*							1	1	$R_z \approx (0.125...0.25)\, ia$
Korona A. B. [10]	0.075							1	1	$R_z \approx 0.075\, ia$
Poliakov [20]	0.1...0.25							1	1	$R_z \approx (0.1...0.25)\, ia$
NLN-D 28.01 [30]	0.125 *b*							1	1	$R_z \approx 0.125\, ia$
USA [30]	0.03...0.2 *c*							1	1	$R_z \approx (0.03...0.2)\, ia$
Kretschmer R. [12]	1.16/16	1.16/4	1.16	4×1.16				2/3	2/3	$R_z \approx Ki^{2/3} a^{2/3}$
	∇∇∇∇	∇∇∇	∇∇	∇ *d*						
Jost M. [8] *e*	1/2.5³	1/2.5²	1/2.5	1	2.5	2.5²	2.5³	1	1/3	$R_z \approx Kia^{1/3}$
Rochusch F. [23]	1/16	1/4	1	4				1	2/3	$R_z \approx Kia^{2/3}$
	∇∇∇∇	∇∇∇	∇∇	∇ *f*						
Rec. ISO [21]	0.1	0.16	0.16...0.25 *g*					1	1	$R_z \approx Kia$
	∇∇∇∇	∇∇∇	∇∇							

a. 0.125 for fine machining and 0.25 for coarse machining.

b. The limits of variation may be included between 0.025...0.4.

c. For pressed fixed joinings one can go towards the superior limit 0.2 and for sliding bearings towards the inferior limit.

d. A connexion between the conventional signs and K is tried in the sense that the signs represent a function and not a precise size of roughness; it is not either in concordance with the conventional signs from DIN 140 and DIN 4763/54.

e. K represents a constructive domain and on the basis of statistic research it has been found for:

a) electric gearing IT6...IT11, $K \approx 1.75$,
b) electric machines IT5...IT14, $K \approx 1$,
c) fits in automobile industry IT5...IT14, $K \approx 1.4^{-1}$,
d) precise machines IT4...IT13, $K \approx 1.85^{-1}$,
e) fits in fine mechanics IT4. .IT11, $K \approx 5.0^{-1}$.

f. On the basis of Jost and Kretschmer's works a connexion between the conventional signs and K is again proposed, as well as a new equation.

d, e, f. The extrapolation of the recommended relations and diagrams lead also to values for $R_z > T$.

g. For diameters of 400...500 mm, 0.63 of the indicated values for K is recommended.

[17]) Besides these recommendations there are also tables which sum up also to the use of a equation of the type $R_z = Ki^m a^n$.

or that the values of the functional coefficient K, determined statistically, are for constructive domains [8] (annotation *e*, Table 6) and not for cases or well precised functional groups.

In support of the use of the equation (7) besides the fact that reckonings are easier, remain valid what has been stated in chapters **3.1** (paragraphs 2, 3, 4 and 5), **3.2** and **3.3** as well as a series of relations specified in Table 6 [10], [18], [20], [21], [30].

Table 7

The inclusion of some functional cases in the four groups of functions for the pieces wich form fits

Group	Examples	K
1	Clearance fits in which the pieces can roll partially, surfaces on which realized centration. Interference fits and transition fits which bear big and medium load, without an excessive deformation by successive mountings and dismountings; fits of the roller bearings with the shafts executed in the 6-th IT quality and with casings; fits of the toothed wheels with the shafts executed in the 6-th and 7-th IT qualities [27].	0.16...0.3
2	Clearance fits for which the clearance stability has a great importance — great speeds or small pressures — great mobility; journals and transmissions bearings, journals and bearings for shafts with a great number of rev./min.; journals and bearings for shafts in long bearings. Specially pretentious interference fits, supporting big loads with shocks, in which fit deformation is not alowed [27].	0.063...0.16
3	Clearance fits for rotative and longitudinal movements; bearings and journals for main shaft of machine-tools; journals and great bearings for machine-tools, journals and bearings for shafts on more than three supports, journals and transmission bearings, for centrifugal pumps, journals and bearings in the system main rod crank (crank shaft), journals and bearings for distributing shafts.	0.025...0.063
4	Very precise fits, machines of very high precision.	0.01...0.025

In these conditions the functional coefficient K represents well specified functional cases or groups. The adoption of a correct machining process for the realisation of a determined roughness R_z for a piece of a given dimension, in a determined IT quality and for a determined functional role, requires on the part of the machine designer or constructor a vast experience and the use of a rich documentary material as standards, tables, a.s.o.

In order to make this work easier and taking as a model the ingenious diagram of F. Rochusch [23], the diagram from Fig. 9 on the basis of the equation $R_z \approx Kia$ has been composed. In the making of this diagram (Fig. 9) the following have been taken into account:

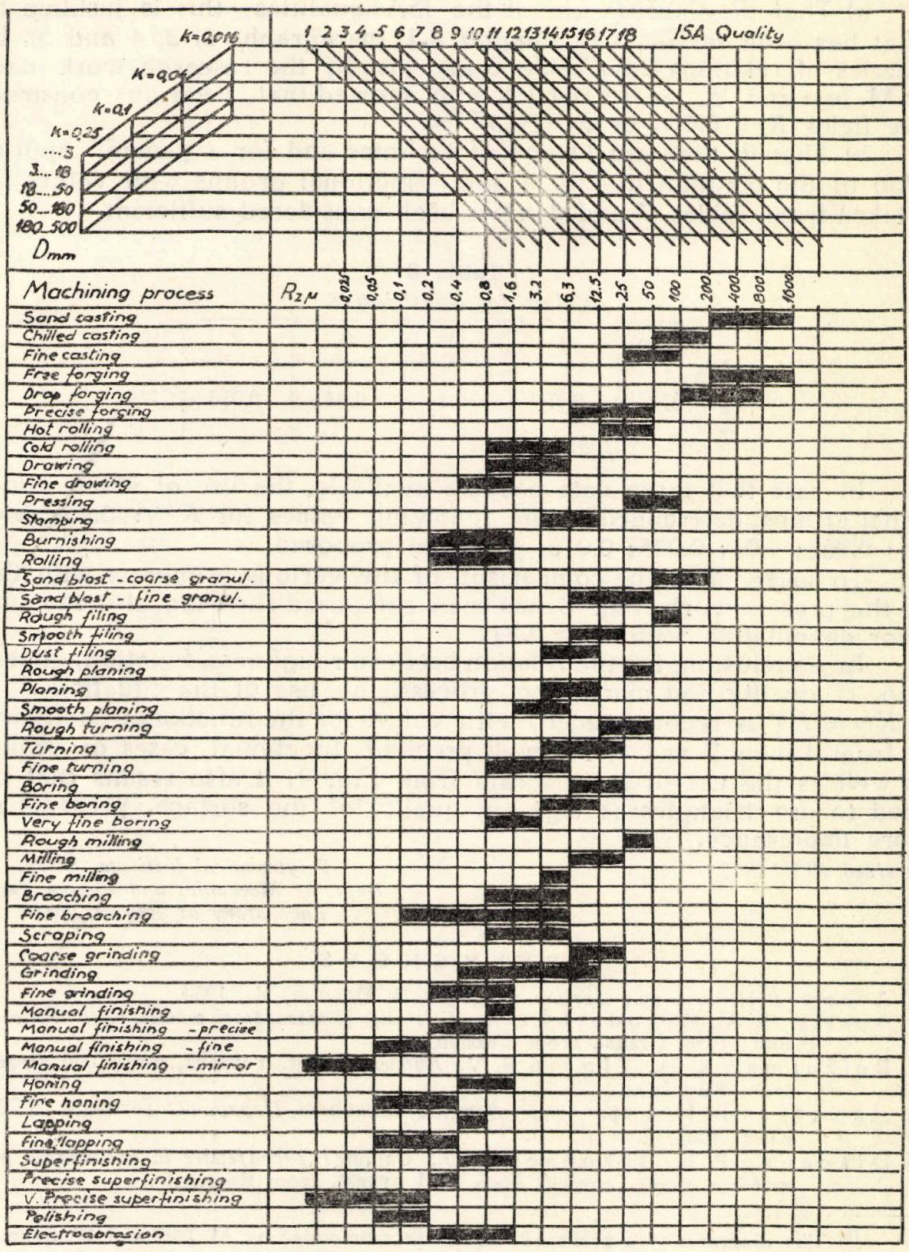


Fig. 9. — The choosing of the machining process for different dimensions, functions and IT qualities.

a) That $R_z \leqslant 0.30T$ for all the ISA qualities; this is justified by what has been set forth in chapter **3.1** (paragraphs 2, 3, 4 and 5), by a series of relations from Table 6 and also by the research work made by M. Jost and W. Schmidt [8], who showed that in various constructive fields $R_z \leqslant 0.3ia$, or $R_z \leqslant 0.3T$[18].

b) That in the actual stage of technics and for a general application of the diagram in Fig. 9, four functional groups with values for K taken from Tables 7 and 8 have been considered sufficient.

Table 8

Values for coefficient K

Group	1	2	3	4
K	0.25	0.1	0.04	0.016

In case that more data become available, the use of more functional groups, determined by the following values for K[19]: 0.25; 0.16; 0.1; 0.063; 0.04; 0.025; 0.016, might be proposed.

To make plain the comparison of the various proposals with that of the present work, Fig. 8 has been composed showing also the superior delimitation with $R_z = 0.3T$.

In conclusion, for the relation between roughness, function, dimension, IT quality and machining process, the use of the equation $R_z \approx \approx Kia \approx KT$ is recommended, with values for the functional coefficient K from Tables 7 and 8, for well precised functional cases or groups as well as the use of the diagram from Fig. 9; it also results that the need to use triangles as signs of quality of the surface, presents no more importance.

Received 18 VI 1959

Polytechnical Institute, Jassy,
Dept. of Mechanics and Engine Parts,
Laboratory of Engine Parts

REFERENCES

1. Ачеркан Н. С. и др., *Детали машин*, т. 2, Машгиз, М., 1954.
2. Aparin G. A., Gorodeţki I. E., *Toleranţe şi măsurători tehnice*, Edit. Tehnică, Buc., 1956, (transl. from Russian).
3. Beizelman R. D., Ţîpkin B. V., *Rulmenţi*, Edit. Tehnică, Buc., 1956, (transl. from Russian).
4. Дашкевич Б. П. и др., *Атлас деталей машин — Передачи*, Техиздат УССР, Киев, 1955.
5. Diacenko P. E., Iakobson P. O., *Calitatea suprafeţeler la prelucrarea prin aşchiere*, Edit. Tehnică, Buc., 1954 (transl. from Russian).

[18]) The diagrams of a general character recommended by M. Jost and W. Schmidt [8] and by F. Rochusch [23], with values for K from Table 6, may even lead to values for $R_z \geqslant T$, fact which from a functional point of view is not to be recommended chiefly because through the machining processes currently used — splintering — one obtains $R_z < T$.

[19]) 7 groups.

6. Dubbel H., *Taschenbuch für den Maschinenbau*, Bd. **2**, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956.
7. Dunin-Barkovski, *Cu privire la influența preciziei măsurărilor tehnice a rugozității suprafețelor asupra interschimbabilității în construcția de mașini*, (in *Probleme de precizie în tehnologia construcției de mașini*), IDT, Buc., 1958 (transl. from Russian).
8. Jost M, Schmidt W., Werkstattstechnik u. Maschinenbau, 1956, **46**, S. 187.
9. Kartavov S. A., *Bazele proiectării raționale a mașinilor*, IDT, Buc., 1956, (transl. from Russian).
10. Корона А. Б., Вестник машиностр., 1958, *9*, стр. 34—42.
11. Kosenko P. A., *Asperitatea optimă a suprafețelor în frecare*, (in *Calitatea suprafețelor*), IDT, Buc., 1955, (transl. from Russian).
12. Kretschmer R., Werkstattstechnik u. Maschinenbau, 1956, **46**, S. 450.
13. — Ibid., 1958, **48**, S. 321.
14. Krist Th., *Werkstatt-Tabellen*, Bd. **1**, Fachbuchverlag Leipzig, 1954.
15. Kühnlenz K., Maschinenbautechnik, 1956, *10*, S. 527.
16. — Die Technnik, 1956, *10*, S. 709.
17. Manea G., Boşianu O., Chişu A., Săveanu L., *Organe de mașini*, vol. **I**, Edit. Tehnică, Buc., 1956.
18. Moll H., Werkstattstechnik u Maschinenbau, 1953, **43**, S. 90.
19. Nisnevici A. I., *Influența neregularităților suprafeței asupra uzurii pieselor motorului de tractor*, (in *Calitatea suprafețelor prelucrate*), IDT, Buc., 1955, (transl. from Russian).
20. Поляков В. С., *Детали машин*, Машгиз, М., 1954.
21. Riedel M., Werkstattstechnik u. Maschinenbau, 1958, **48**, S. 441.
22. — Ibid., 1958, **48**, S. 612.
23. Rochusch F., Konstruktion, 1957, *10*, S. 418.
24. Săveanu L., Lipschutz S., Buzdugan Gh., *Îndrumător pentru proiectanți*, vol. **I**, Edit. Tehnică, Buc., 1957.
25. Schorsch H., *Gütebestimmung an technischen Oberflächen*, Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft MBH, Stuttgart, 1958.
26. Şeptilici R., Ghilezan A., Standardizarea, 1957, *4*, pp. 190—195.
27. Smirnov S. A., *Relația dintre precizia şi calitatea suprafeței*, (in *Calitatea suprafețelor prelucrate*), IDT, Buc., 1955, (transl. from Russian).
28. Трушин И. К., Вестник машиностр., 1958, *2* стр. 31—33.
29. Vainştein V. E., *Standardizarea microgeometriei suprafețelor*, (in *Calitatea suprafețelor prelucrate*), IDT, Buc., 1955, (transl. from Russian).
30. de Vries W. M., Werkstattstechnik u. Maschinenbau, 1956, **46**, S. 448.
31. Weingraber H., Ibid., 1956, **46**, S. 251.
32. Wiemer A., Lehmann R., Maschinenbautechnik, 1957, *11*, S. 599.
33. *** Standardizarea, 1957, *4*, pp. 196—199
34. STAS 612/49, *Calitatea suprafețelor*, semne convenționale.
35. *** *Справочник машиностроителя*, Машгиз, М., 1956.
36. *** *Справочные таблицы по деталям машин*, Машгиз, М., 1957.
37. *** *Справочник технолога машиностроителя*, Машгиз, М., 1956.
38. *** *Betriebshütte*, Bd. **1**, 5. Aufl., 1957, Verlag Wilhelm Ernst et Sohn, Berlin.
39. *** Rev. Gen. Méc., 1958, **108**, *2*, pp. 59—63.
40. Мягков В. Д., *Допуски и посадки*, Машгиз, М., 1957.

СВЯЗЬ МЕЖДУ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ, СПОСОБОМ ОБРАБОТКИ, РАЗМЕРОМ, КЛАССОМ ТОЧНОСТИ И НАЗНАЧЕНИЕМ В КОНСТРУКЦИИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

(Резюме)

В настоящей работе указываются различные виды влияния чистоты поверхности на работу деталей машин и именно: на износ, на реализацию жидкостного трения в подшипниках, на прессовые и неподвижные посадки.

Многочисленные примеры, взятые из конструкции деталей машин, доказывают, что между шероховатостью и допусками существует соотношение вида $R \approx KT$, в котором R — шероховатость, T — допуск, а K — функциональный коэффициент.

Констатируется, что значение функционального коэффициента K для большинства функциональных случаев должно быть $K \leqslant 0{,}3$. На основании приводимой документации и различных рассматриваемых случаев даются таблицы и диаграммы, облегчающие труд проектантов и конструкторов машин.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Отклонения реальной поверхности относительно идеальной геометрической поверхности.
Рис. 2. — Действительный профиль реальной поверхности на измеряемом участке.
Рас. 3. — Соответствие между различными критериями измерения чистоты повернхости.
Рис. 4. — Влияние величины шероховатости на выносливости.
Рис. 5. — Изменение зазора в подшипниках коленчатого вала, в зависимости от пройденного пути в км. для различных начальных шероховатостей.
Рис. 6. — Изменение среднего зазора как следствие износа для нескольких неподвижных посадок.
Рис. 7. — Зависимость между шероховатостями и классами точности, полученными при помощи различных обработок.
Рис. 8. — Сравнение между различными предложениями.
Рис. 9. — Выбор способа обработки в зависимости от размера, назначения и класса точности.

LEGĂTURA DINTRE RUGOZITATE, MOD DE PRELUCRARE, DIMENSIUNE, CLASA DE PRECIZIE ŞI FUNCŢIUNE ÎN CONSTRUCŢIA ORGANELOR DE MAŞINI

(Rezumat)

Calitatea suprafeţei are două aspecte: un aspect fizic şi altul geometric; în lucrare se insistă asupra celui geometric, se definesc abaterile de la suprafaţa geometrică ideală (fig. 1 şi 2), se indică modul de evaluare şi de reprezentare pe desene a rugozităţii suprafeţelor în diverse ţări (tabelul 1); corespondenţa între criterii reiese din fig. 3 şi tabelele 1 şi 3.

Tendinţa este de a se renunţa la prezentarea pe desene a rugozităţii prin triunghiuri şi de a se specifica, pe desene, mărimea sau domeniul de mărime pentru R_z sau R_a în μ ($1\mu = 1/1000$ mm), corespunzătoare unei funcţiuni; de altfel în acelaşi sens este concepută şi rezoluţia conferinţei din 1956 a Comitetului ISO TC/57.

Prin diverse procedee de prelucrare se obţin domenii de mărime de rugozitate bine precizate, ca în fig. 9.

Din punct de vedere al importanţei lor în funcţionarea maşinilor, suprafeţele se împart în: suprafeţe cu roluri funcţionale importante şi suprafeţe cu caracter auxiliar.

Recomandări pentru rugozitatea suprafeţelor cu caracter auxiliar sînt specificate în tabelul 4.

Suprafeţele cu roluri funcţionale importante se împart în: suprafeţe pentru piese care formează ajustaje şi suprafeţe pentru piese care nu formează ajustaje.

Influenţa rugozităţii asupra funcţionării organelor de maşini trebuie privită din următoarele puncte de vedere:

a) influenţa rugozităţii asupra rezistenţei la oboseală (fig. 4)

b) uzura asperităţilor poate modifica caracterul ajustajului şi pentru a evita acest lucru trebuie să existe un raport anumit între rugozitate şi toleranţă (R_z/T); exemple sînt date în fig. 5 şi 6. Pe baza datelor de proiectare existente sînt indicate o serie de recomandări pentru ajustajele cu strîngere şi intermediare, recomandări care ţin seama tocmai de posibilitatea modificării caracterului ajustajului datorită fenomenului de uzură. Valoarea optimă a rugozităţii în aceste cazuri este cuprinsă între limitele:

$$R_z \approx (0{,}1...0{,}3)\ T,$$

cu valoarea mai mică pentru strîngeri deosebit de precise şi pentru maşini de mare precizie ;

c) rugozitatea şi fenomenul de ungere. Pentru realizarea frecării lichide, trebuie ca grosimea minimă a stratului de lubrifiant, să fie $h_{min} \geqslant R_{z1}+R_{z2}$, R_{z1} şi R_{z2} fiind rugozităţile suprafeţelor ce alunecă una pe alta.

Notîndu-se cu: T_a, T_A — toleranţa arborelui, respectiv a alezajului, $\mathcal{J}_{med}$ — jocul mediu în lagăr, δ — grosimea minimă relativă a peliculei de lubrifiant, A — coeficient care determină poziţia relativă a cîmpurilor de toleranţă ale pieselor ce formează ajustajul, D — diametrul nominal, α — exponent dat în funcţie de tipul ajustajului, în condiţiile impuse de teoria hidrodinamică a ungerii rezultă relaţia (1).

Luînd valori pentru ajustajele folosite în practică la lagăre de alunecare, rezultă :

$$R_z \approx (0{,}017...0{,}15)\ T.$$

Rugozitatea suprafeţelor pentru diverse alte cazuri funcţionale este arătată în tabelul 5.

Din punct de vedere funcţional, aşa cum se arată în paragrafele 3.1.2, 3.1.3 şi 3.1.4, mai ales la piese ce formează ajustaje, este necesar ca $R_z \leqslant 0{,}3\ T$; prin diverse prelucrări şi mai ales prin aşchiere, se obţine $R_z < T$. În acest caz trebuie îndeplinită condiţia (2) în care ΔF reprezintă partea abaterilor de formă din cîmpul de toleranţă iar ΔR — abaterile dimensionale datorită prezenţei microneregularităţilor.

Dependenţa dintre rugozitatea optimă şi dimensiunea pieselor poate fi exprimată sub forma (3), unde unitatea de toleranţă $i \sim \sqrt[3]{d_{mm}}$.

Pentru a exprima dependenţa dintre rugozitatea optimă şi clasa de precizie, unii autori recomandă relaţia (4), unde a — numărul de unităţi de toleranţă corespunzător unei clase de precizie, n — exponent.

Se recomandă relaţia (5) mai ales că rugozităţile obţinute economic prin diverse moduri de prelucrare stau într-un raport constant faţă de mărimea a corespunzătoare calităţilor IT respective (fig. 6).

În tabelul 6 se indică relaţiile recomandate de diverşi cercetători şi se constată că pentru legătura dintre rugozitate, funcţiune, dimensiune, clasă de precizie şi mod de prelucrare se poate utiliza o relaţie generală de forma (6) şi că propunerile făcute pînă în prezent recomandă două căi :

a) $m=n=1$, adică relaţia (7).

b) $m \neq 1$ şi $n \neq 1$ [12] sau $m=1$ şi $n \neq 1$ [8], [23].

Ultima cale a rezultat fie din faptul că s-a căutat o coordonare a semnelor de calitate (triunghiurile) cu funcţiunea [12], [23], fie că valorile coeficientului funcţional K, determinate statistic, sînt valabile pentru domenii constructive (*v.* adnotarea *e* la tabelul 6).

În sprijinul folosirii relaţiei (7) stau cele afirmate la **3.1.** (paragrafele 2, 3 şi 4), **3.2.** şi **3.3.** precum şi o serie de relaţii din tabelul 6; coeficientul funcţional K în aceste condiţii reprezintă cazuri sau grupe funcţionale specificate în tabelul 7.

Diagramele cu caracter general propuse de R. Kretschmer, M. Jost şi F. Rochusch duc la valori $R_z \geqslant T$, ceea ce după cum am arătat, nu este de recomandat.

Avînd ca model diagrama lui F. Rochusch [23], pentru a uşura munca celor ce proiectează şi construiesc maşini, s-a întocmit diagrama din fig. 9 cu patru grupe funcţionale, ca în tabelul 8, ţinîndu-se seama de condiţia $R_z \leqslant 0{,}3\ T$. Unele exemple funcţionale încadrate în cele patru grupe sînt indicate în tabelul 7. S-a mai întocmit şi fig. 8 pentru comparaţia diverselor propuneri.

În concluzie, pentru problema enunţată se poate utiliza relaţia $R_z = K i\, a = KT$ cu valori pentru K corespunzătoare cazurilor sau grupelor funcţionale din tabelul 7, sau cu valori bine precizate şi cu folosirea în acest scop a diagramei din fig. 9; utilizarea triunghiurilor ca semne de calitate a suprafeţei nu mai prezintă importanţă.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Abaterile suprafeței reale de la suprafața geometrică ideală.
Fig. 2. — Profilul efectiv al suprafeței reale considerat pe o anumită lungime de referință.
Fig. 3. — Corespondența dintre diversele criterii de evaluare a rugozității.
Fig. 4. — Influența mărimii rugozității asupra rezistenței la oboseală.
Fig. 5. — Modificarea jocului în lagărele unui arbore cotit în funcție de drumul parcurs în km, pentru diferite rugozități inițiale.
Fig. 6. — Modificarea jocului mediu în urma uzurii pentru cîteva ajustaje intermediare și cu joc.
Fig. 7. — Dependența dintre rugozitățile și clasele obținute prin diverse moduri de prelucrare.
Fig. 8. — Comparație între diversele propuneri.
Fig. 9. — Alegerea modului de prelucrare în funcție de dimensiune, funcțiune și clasă de precizie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

660

CERCETĂRI EXPERIMENTALE ASUPRA COEFICIENTULUI DE TRECERE A CĂLDURII LA ŢEVI ORIZONTALE STROPITE, SUPRAPUSE

DE

I. CURIEVICI, AURELIAN SIMIONESCU, FLORIN VĂLU
şi DINU URSESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

În instalaţiile energetice, în industria chimică şi în industria, alimentară, schimbătoarele de căldură stropite au o răspîndire destul de largă ca răcitoare de lichid sau de gaz iar uneori şi în calitate de condensatoare.

Aceste schimbătoare prezintă o serie de dezavantaje importante cum sînt : gradul foarte mic de compactitate [1], situat între trei şi şase metri patraţi suprafaţă de schimb de căldură la un metru cub, faptul că trebuie folosite în aer liber datorită evaporării parţiale a apei de stropire şi în fine sensibilitate la variaţiile debitului de stropire, mai ales în domeniul debitelor mici. Ele au însă şi unele avantaje, ca simplitatea construcţiei, uşurinţa supraveghierii şi întreţinerii precum şi un consum de apă mai mic decît la alte schimbătoare, ceea ce le asigură larga lor răspîndire.

2. Cercetări anterioare

Cercetarea coeficientului de trecere a căldurii de la ţevi la apa de stropire şi a diferiţilor factori de care depinde coeficientul de trecere la schimbătoarele de acest gen prezintă o deosebită importanţă atît pentru proiectare cît şi în procesul de exploatare. Datele din literatură în această privinţă sînt însă necoordonate şi incomplete.

Situaţia aceasta se datoreşte complexităţii fenomenului care face ca atît tratarea teoretică cît şi studiul experimental să fie foarte dificile. La aceasta contribuie suprapunerea unui fenomen de evaporare peste fenomenul de schimb de căldură între ţeavă şi pelicula de lichid şi existenţa unor condiţii de curgere numai parţial accesibile tratării matematice. Neglijînd condiţiile speciale de curgere din zona de atac a ţevii de către jetul de lichid şi din zona de desprindere a peliculei de lichid de pe ţeavă, fenomenul poate fi apreciat din punct de vedere hidraulic ca o curgere a unei pelicule de lichid pe un semicilindru. Chiar şi cu această simplificare problema este dificilă şi a fost asimilată cu o problemă şi mai simplă, anume, cu scurgerea unei pelicule de lichid de-a lungul unui perete plan vertical [3]. În această situaţie N u s s e l t stabileşte relaţia :

$$\alpha' H / (G_s c) = 0{,}0942 + 5{,}65\, S \quad \text{(pentru } S > 0{,}5) \tag{1}$$

funcţia S fiind dată de :

$$S\, G_s^{4/3} / H = 0{,}2311\, \lambda' \sqrt[3]{\gamma^2/\eta}\, / c = S_1 . \tag{2}$$

Studiul experimental efectuat de van der Ploeg [4] asupra unui schimbător stropit, cu ţevi de profil special pentru uşurarea determinărilor, l-a condus la următoarea relaţie:

$$\alpha' H^{1,05} / (G_S^{1,6}\, c^{1,4}) = 15{,}86\, S \tag{3}$$

care dă pentru α valori mai mici decît cele calculate după (1). Van der Ploeg a mai scris ecuaţia (3) şi sub forma simplificată:

$$\alpha = m G_h^{0,267} (1 + rt) / H^{0,05}, \tag{4}$$

valorile m şi r fiind tabelate în funcţie de natura şi temperatura lichidului stropit [5]. Relaţia (4) este recomandată şi astăzi în literatură însă cu valori ale coeficienţilor m şi r deosebite de cele recomandate de van der Ploeg. O asemenea relaţie este următoarea [6]:

$$\alpha = 410\, G_h^{0,27} (1 + 0{,}0562\, t) / (n d_{ext})^{0,05} \tag{5}$$

în care d_{ext} este exprimat în mm.

Menţionăm că în experienţele lui Ploeg sensul fluxului termic este de la lichidul stropit la ţeavă.

Pe lîngă aceste relaţii, care derivă în esenţă din ecuaţia (1) a lui Nusselt, se găsesc în literatură alte cîteva formule de calcul. Astfel, în [7] se recomandă după Mc Adams [8] următoarea relaţie, transpusă de noi în sistemul de măsuri european:

$$\alpha = 1892 (G_h / 2 d_{ext})^{1,3} \tag{6}$$

în care d_{ext} este exprimat în mm.

În [9] se recomandă relaţia:

$$\alpha = 40\, U^{0,4}\, d_{ext}^{-0,6} \tag{7}$$

cu d_{ext} exprimat în m, în care:

$$U = G_h / (2kl). \tag{8}$$

În [10] se recomandă pentru răcirea mustului de bere relaţia:

$$\alpha = 433\, \lambda / \sqrt[3]{m\nu}. \tag{9}$$

În [11] se recomandă final relaţia:

$$\alpha = a_0\, G_h^{0,5} (1 + b\,\theta) / H^{0,065} \tag{10}$$

în care θ — temperatura medie aritmetică întte temperatura peretelui şi temperatura medie a apei, a_0 — o constantă a ţevii iar b — o constantă ce depinde de natura şi temperatura lichidului de stropire.

O analiză critică a lucrărilor efectuate în această direcţie este dată în [12]. În această lucrare se arată că deosebirile ce se obţin în valorile lui α calculate după diferite relaţii propuse provin, în esenţă, din modul diferit de a defini diferenţa medie de temperatură. Pe de altă parte, diferitele încercări au fost conduse la regimuri de curgere deosebite. Comparaţia este făcută luînd ca număr Reynolds expresia:

$$\mathrm{Re}' = 4\, G_h / \nu. \tag{11}$$

Pentru compararea valorilor coeficientului de trecere α obţinute după relaţiile de calcul enumerate, se pot utiliza graficele din fig. 1, 2 şi 3 (v. planşa).

Graficul din fig. 1 este construit aplicînd relaţiile (5), (6) şi (7) în cazul unei singure ţevi cu $d_{ext} = 0{,}03$ m stropită cu apă. Se vede că la debitul de 500 kg/m.h valorile obţinute pentru α oscilează între 2950 şi 3840 kcal/m^2.h.grd.

Graficul din fig. 2 reprezintă variaţia lui α în funcţie de debit (folosind aceleaşi relaţii) pentru o singură ţeavă cu $d_{ext} = 0{,}06$ m.

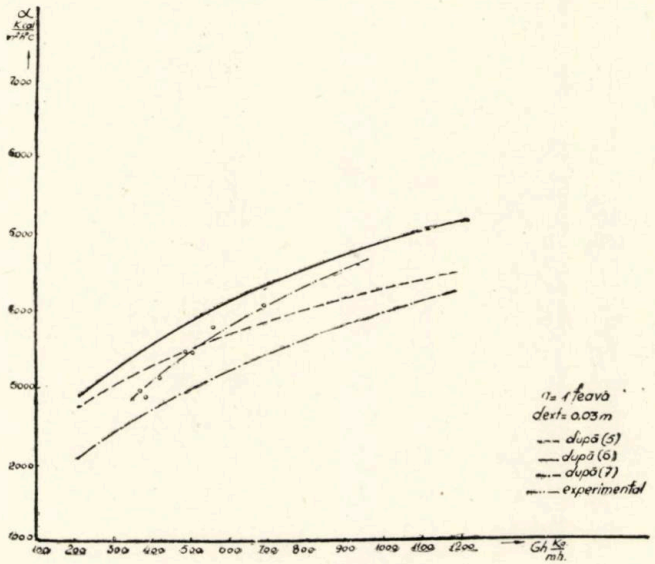


Fig. 1

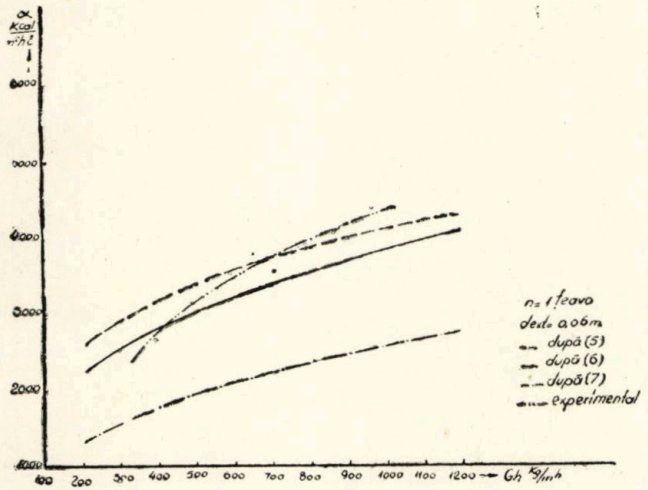


Fig. 2

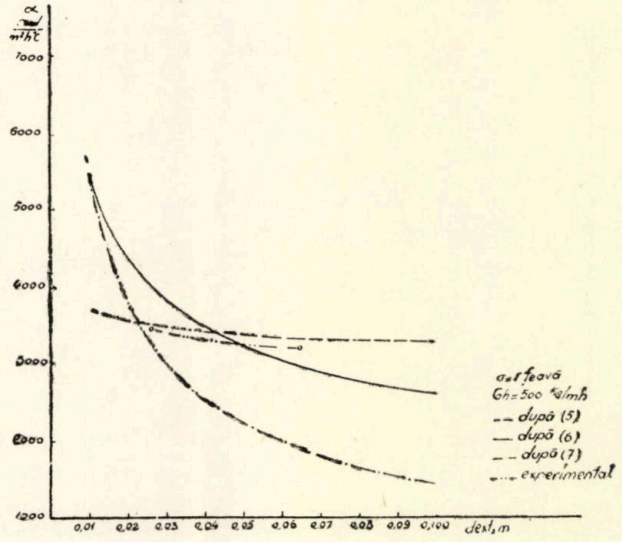
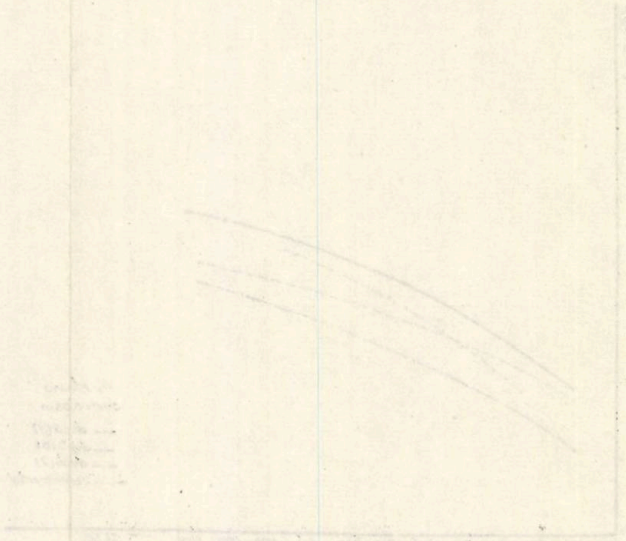
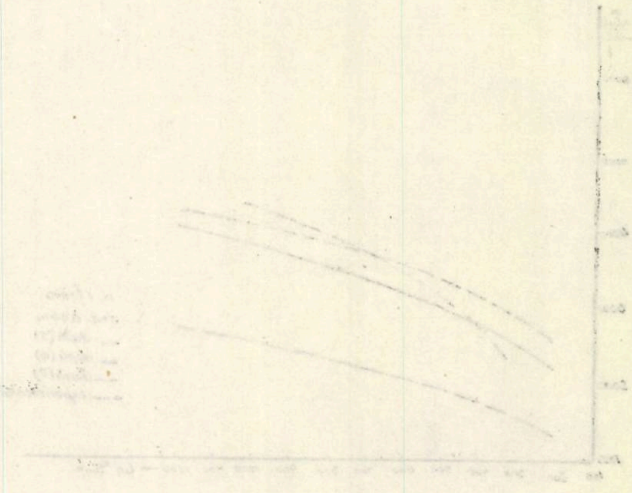


Fig. 3





În graficul din fig. 3 s-au reprezentat valorile lui α calculate după aceleaşi relaţii, la $G_h = 500$ kg/m.h şi pentru diferite diametre ale ţevii stropite.

Deşi relaţiile utilizate dau valori diferite pentru α, ele indică toate că valoarea lui α creşte cu debitul pînă la circa 2000 kg/m.h şi scade cu creşterea diametrului.

3. Instalaţia experimentală

Faţă de diversitatea valorilor lui α obţinute cu ajutorul relaţiilor de calcul citate şi ţinînd seama de inaccesibilitatea lucrărilor originale în care ele au fost expuse, ne-am propus reluarea studiului experimental, urmărind în special influenţa unor factori ca: distanţa de stropire, distanţa dintre ţevi, poziţia ţevii, etc.

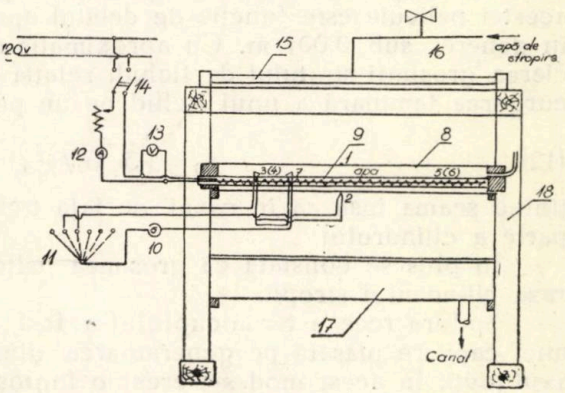


Fig. 4

Instalaţia experimentală utilizată este redată schematic în fig. 4. Ea se inspiră, în ansamblu, din instalaţia utilizată de obicei pentru studiul schimbului de căldură între suprafaţa unei conducte orizontale şi aer [12]. Spre deosebire de alţi cercetători se păstrează sensul cel mai frecvent al fluxului de căldură, adică de la ţeavă la apa de stropire. În instalaţie există o singură ţeavă activă, încălzită electric cu curent continuu. La diametru mic (0,03 m) s-a utilizat ţeavă de cupru, iar la diametru mare (0,06 m)—ţeavă galvanizată. Lungimea stropită a ţevii a fost în ambele cazuri de 1 m.

Energia electrică consumată pentru încălzire s-a măsurat cu ajutorul voltmetrului *13* şi ampermetrului *12*. Ţeava activă a fost deplasată pe cadrul de lemn *18*, la diferite distanţe faţă de stropitorul *15*. De asemenea, ea a fost plasată în rîndul de sus şi în al doilea rînd prin intercalarea unei ţevi neîncălzite, cu scopul de a modifica numai regimul hidraulic. Stropirea s-a făcut cu stropitorul *15*, format dintr-o ţeavă cu diametrul exterior de 0,019 m, prevăzută cu o sută de găuri de cîte 0,001 m diametru. Distanţa dintre stropitor şi prima ţeavă a variat între 0,20 şi 0,40 m. Distanţa dintre ţevi a variat între 3...4 diametre exterioare. Debitul apei de stropire s-a măsurat cu debitmetrul *16*. Diferenţa de temperaturi între suprafaţa ţevii şi apa de pe ţeavă s-a determinat cu ajutorul termocuplurilor *1, 2, 3, 4, 5, 6*, avînd sudura caldă plasată în peretele ţevii, iar sudura rece în pelicula de apă ce se scurge de pe peretele exterior al ţevii. Conectarea la galvanometrul *10*, cu constanta $2{,}1 \cdot 10^{-9}$ A/unit. scală, s-a făcut cu întrerupătorul cu ploturi *11*. S-a măsurat de asemenea temperatura apei la căderea pe ţeavă şi la căderea de pe ţeavă.

4. Metoda de lucru

Determinările au fost efectuate după stabilizarea regimului hidraulic şi termic şi atingerea în camera de lucru a unei atmosfere saturate în vapori de apă la $t = 15...20°C$. Această ultimă măsură a fost luată pentru prevenirea evaporării apei din pelicula de lichid de pe ţeava activă, ceea ce ar împiedica determinările. Precizăm că în schimbătoarele industriale stropite se evaporă 1...2% din apa stropită. Efectul de răcire, care apare astfel, duce la micşorarea consumului de apă.

Principala dificultate experimentală o constituie determinarea căderii de temperatură între peretele ţevii şi pelicula de lichid. Grosimea acestei pelicule este funcţie de debitul apei de stropire, dar se menţine, în genere, sub 0,001 m. Cu aproximaţie se poate utiliza, pentru aprecierea grosimii stratului de lichid, relaţia lui Hopf [13], referitoare la curgerea laminară a unui lichid pe un perete plan vertical:

$$y_0 = \sqrt[3]{3\eta G_s/\gamma^2}, \tag{12}$$

ţinînd seama însă că în cazul de faţă trebuie luat numai debitul pe o parte a cilindrului.

În plus se constată că grosimea peliculei este în raport invers cu raza cilindrului stropit.

Sudura rece a termocuplului a fost introdusă în film cu ajutorul unei capilare plasată pe generatoarea din planul orizontal ce conţine axul ţevii. În acest mod s-a creat o îngroşare locală a peliculei, ceea ce a permis efectuarea măsurătorilor. Diferenţa de temperaturi astfel măsurată, a fost considerată ca diferenţa medie de temperatură între perete şi lichid. La baza acestei evaluări a stat compararea cu media aritmetică a temperaturilor apei imediat deasupra şi imediat dedesubtul ţevii.

5. Rezultate experimentale

Rezultatele măsurătorilor efectuate sînt date în tabelele 1...4.

Tabelul 1

Ţeava I ($d_{ext} = 0{,}03$ m, G_h-variabil, $t \approx 15°C$)

Nr.	Debitul G_h	Intensitatea curentului I	Tensiunea V	Energia E	Cant. de căldură Q	Dif. de temp. $\Delta t_{med.}$	Suprafaţa F	Coef. de trecere a căldurii α
1	370	1,27	119,3	151,5	130,2	0,496	0,09	2920
2	375	1,27	119,3	151,5	130,2	0,489	0,09	2920
3	418	1,27	119,3	151,5	130,2	0,464	0,09	3120
4	486	1,27	119,3	151,5	130,2	0,424	0,09	3420
5	500	1,27	119,3	151,5	130,2	0,424	0,09	3420
6	554	1,27	119,3	151,5	130,2	0,384	0,09	3780
7	692	1,27	119,3	151,5	130,2	0,360	0,09	4030
8	900	1,27	119,3	151,5	130,2	0,332	0,09	4360
9	947	1,27	119,3	151,5	130,2	0,320	0,09	4540

Tabelul 2

Ţeava II ($d_{ext} = 0{,}03$ m, G_h-variabil, $t \approx 15°C$)

Nr.	Debitul G_h	Intensitatea curentului I	Tensiunea V	Energia E	Cant. de căldură Q	Dif. de temp. Δt_{med}	Suprafaţa F	Coef. de trecere a căldurii α
1	412	1,3	118,8	153	132	0,740	0,09	1950
2	540	1,3	118,8	153	132	0,563	0,09	2610
3	682	1,3	118,8	153	132	0,507	0,09	2900
4	841	1,3	118,8	153	132	0,460	0,09	3240
5	950	1,3	118,8	153	132	0,434	0,09	3380

Tabelul 3

Ţeava I ($d_{ext} = 0{,}06$ m, G_h-variabil, $t \approx 15°C$)

Nr.	Debitul G_h	Intensitatea curentului I	Tensiunea V	Energia E	Cant. de căldură Q	Dif. de temp. Δt_{med}	Suprafaţa F	Coef. de trecere a căldurii α
1	310	7,4	113,8	766	744	1,720	0,181	2380
2	400	7,4	113,8	766	744	1,532	0,181	2680
3	503	7,4	113,8	766	744	1,290	0,181	3180
4	666	7,4	113,8	766	744	1,084	0,181	3780
5	800	7,4	113,8	766	744	1,065	0,181	3850
5	878	7,4	113,8	766	744	1,016	0,181	4050
7	974	7,4	113,8	766	744	0,938	0,181	4370

Tabelul 4

Ţeava II ($d_{ext} = 0{,}06$ m, G_h-variabil, $t \approx 15°C$)

Nr.	Debitul G_h	Intensitatea curentului I	Tensiunea V	Energia E	Cant. de căldură Q	Dif. de temp. Δt_{med}	Suprafaţa F	Coef. pe trecere a căldurii α
1	468	7,4	117	866	745	2,420	0,181	1700
2	600	7,4	117	866	745	1,851	0,181	2240
3	706	7,4	117	866	745	1,720	0,181	2400
4	817	7,4	117	866	745	1,600	0,181	2580
5	930	7,4	117	866	745	1,405	0,181	2950

Valorile obţinute pentru o singură ţeavă sînt reprezentate în graficele din fig. 1, 2, 3 (v. planşa). Curbele experimentale obţinute de noi se plasează între curbele calculate cu ajutorul relaţiilor (6) şi (7). Valorile experimentale ale lui α pentru ţeava a doua sînt date în graficele din fig. 5 şi 6.

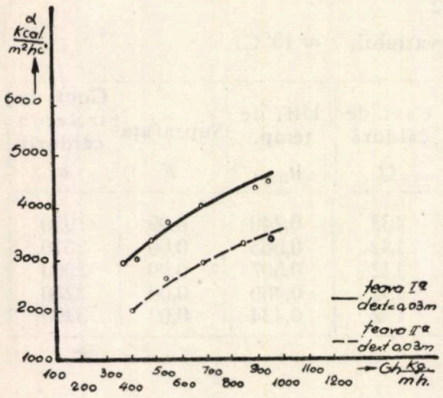


Fig. 5

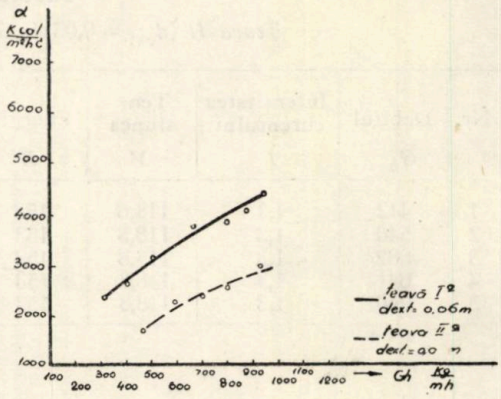


Fig. 6

6. Concluzii

a) S-a determinat experimental, în condiţii precizate şi reproductibile, coeficientul de trecere a căldurii de la peretele unei ţevi stropite cu apă la apa de stropire, diferenţa medie de temperatură fiind definită ca diferenţa dintre temperatura peretelui şi media temperaturii apei înainte şi după ţeavă. Valorile obţinute se plasează între cele date de relaţiile (6) şi (7) fiind apropiate de valorile calculate cu relaţia (5).

b) Valorile lui α tind spre o valoare limită odată cu creşterea debitului.

c) Diametrul ţevii în domeniul $d_{ext} = 0{,}03...0{,}6$ m are o influenţă redusă asupra lui α.

d) Distanţa dintre stropitor şi ţeavă nu are, influenţă practic, între limitele 0,20...0,40 m.

e) Valorile lui α sînt mai mici la ţevile inferioare faţă de ţeava superioară, fără a exista însă deosebiri sensibile între valorile de la ţeava a doua şi cele situate mai jos. Valorile lui α la ţeava a doua sînt cu circa 25% mai mici decît la prima.

Notaţii

α — coeficientul de trecere a căldurii (kcal/m². h. grd.).
α' — coeficientul de trecere a căldurii (kcal/m². s. grd.).
H — drumul desfăşurat pe o parte a răcitorului (m).
G_s — debitul de lichid de stropire pe o parte a răcitorului (kg/m.s.).
G_h — debitul de lichid de stropire (kg/m.h.).
c — căldura specifică a lichidului de stropire (kcal/kg. grd.).
λ — coeficientul de conductivitate termică (kcal/m.h. grd.).
λ' — coeficientul de conductivitate termică (kcal/m.s. grd.).
d_{ext} — diametrul exterior al ţevii stropite (m).
k — numărul de ţevi superioare.
t — temperatura apei de stropire (°C).
l — lungimea ţevii (m).
n — numărul de ţevi pe verticală.

ν — viscozitatea cinematică (m^2/s).
γ — greutatea specifică (kg/m^3).
η — viscozitatea dinamică ($kg.\ s/m^2$).
I — intensitatea curentului (A).
V — tensiunea electrică (V).
E — energia electrică (W).
Q — energia calorică (kcal).
F — suprafaţa exterioară a ţevii (m^2).

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Termotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Кичигин А. М. и Костенко Н. Г., *Теплообменные аппараты и выпарные установки*, М.-Л., 1955, стр. 209.
2. Плановский Н., А, Рамм М. В. и Кажан З. С., *Процессы и аппараты химической технологии*, М., 1955, стр. 318, 320, 322.
3. Nusselt N., Ztschr. Ver. Dtsch. Ing., 1933, **67**, S. 205.
4. van der Ploeg, Ztschr. ges. Kälte Ind. 1929, Beiheft Reihe 2, **2**, S. 20, (citat după Berl E., *Chemische Ingenieur - Technik*, 1935, **2**, S. 116—117).
5. Berl F, *Chemische Ingenieur - Technik*, 1935, **2**, S. 116.
6. Лебедев П. Д. и Щукин А. А., *Промышленная теплотехника*, М.-Л., 1956, стр. 28.
7. Perry H. I., *Chemical Engineers Handbook*, 1953, p. 386.
8. Mc. Adams, Drew a. Bays, Trans. Am. Soc.-Mech. Engrs., 1940, **62**, p. 627.
9. Kasatkin G. A., *Procese şi aparate principale în tehnologia chimică*, Ed. Tehnică, Buc., p. 337, (trad. din l. rusă).
10. Попов И. В. и сотр., *Технологическое оборудование бродильных производств*, М., 1953, стр. 348.
11. Sexauer Th., Forsch. Gebiete Ingenieurwes., Ausg. A, 1939, **10**, S. 286.
12. Krischer O., Die chem. Fabrik, 1940, **13**, S. 165.
13. Hopf L., Ann. Physik, 1910, **32**, S. 777.
14. * * * *Справочник сернокислотника*, М., 1952, стр. 408, 515.
15. * * * Revista Chimie, ASIT, 1958, *2*, supliment, p. 12.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕХОДА ТЕПЛА У ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВО ВЗАИМНО-НАЛОЖЕННОМ ПОЛОЖЕНИИ ОБРЫЗГИВАЕМЫХ ТРУБ

(Резюме)

Так как в литературе не имеется достаточно данных о коэффициенте перехода тепла у горизонтальных обрызгиваемых труб, авторы исследовали экспериментально этот коэффициент, принимая во внимание различные параметры от которых он зависит, а также и положение соответствующей трубы в их вертикальных рядах. Были экспериментально исследованы влияние диаметра трубы, расстояние обрызгивания, расстояние между трубами и дебит обрызгивания. Был использован тот же экспериментальный прибор (рис. 4), что и при исследовании передачи тепла между горизонтальной трубой и атмосферой. Трубы обрызгивались водой в насыщенной атмосфере.

Полученные результаты представлены на рис. 1, 2, 3, 5 и 6, а также в таблицах 1, 2, 3 и 4. Эти результаты приближаются к величинам полученным на основание, существующих в литературе, расчетных отношений ([6] и [7]). Расстояние между обрызгивателем и трубой оказывает слабое влияние в пределах 0,20...0,40 м. Величина α у второй трубы меньше на, приблизительно, 25% чем у верхнележащей. Не наблюдается также существенной разницы между величинами α второй трубы и нижележащих.

ÉTUDES EXPÉRIMENTALES CONCERNANT LE COEFFICIENT DE PASSAGE DE LA CHALEUR POUR LES TUYAUX HORIZONTAUX ARROSÉS, SUPERPOSÉS

(Résumé)

Les Auteurs ont étudié expérimentalement la valeur du coefficient de passage de la chaleur, pour les tuyaux horizontaux arrosés, tout en tenant compte de différents paramètres dont il dépend.

Quelques séries d'expériences ont fournit des indications concernant l'influence du débit, du diamètre du tuyau, de la distance d'arrosage, de la distance entre les tuyaux et de la position du tuyau dans les rangées verticales. Pour en venir aux expériences on a utilisé un dispositif (v. fig. 4) semblable à celui qu'on rencontre dans l'étude de l'échange de la chaleur entre la surface d'un conduit horizontal et l'atmosphère. On s'est servi de l'arrosage à l'eau dans une atmosphère saturée. Les fig. 1,2,3, 5 et 6 et les tableaux 1...4 donnent les résultats obtenus. On constate un écart assez petit entre ces résultats et ceux déduits des relations ([6] et [7]) déjà connues. Pour l'intervalle compris entre 0,20 et 0,40 m la distance entre l'arrosoir et le tuyau importe peu. Le rapport entre les valeurs de α correspondantes au second tuyau et au tuyau supérieur est à peu près 3/4 tandis que ce rapport est presque l'unité pour le second tuyau et les tuyaux situés au dessous de celui-ci.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

621.43.01

INFLUENŢA INJECŢIEI CU APĂ ASUPRA UNOR PARAMETRI AI DIAGRAMEI INDICATE LA MOTOARELE CU ELECTROAPRINDERE

DE

C. PICOŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Puterea unui motor cu electroaprindere, pentru o turaţie determinată, este proporţională cu presiunea amestecului carburant realizată la sfîrşitul compresiei, în cilindrii motorului. Creşterea presiunii la sfîrşitul compresiei se poate realiza fie prin mărirea raportului volumetric, fie prin mărirea densităţii amestecului realizat la sfîrşitul admisiei, procedeu cunoscut sub denumirea de supraalimentare. Presiunea la sfîrşitul compresiei nu poate depăşi anumite limite fără a aduce perturbaţii în procesul arderii şi deci în funcţionarea motorului.

Pentru ameliorarea puterii şi randamentului motorului cu electroaprindere este necesar să se îndepărteze riscul arderii detonante, care constituie limita practică în progresul acestor motoare. Măsurile pentru evitarea arderii detonante se referă fie la îmbunătăţirea calităţii antidetonante a combustibilului, fie la îmbunătăţirea construcţiei mecanice a motorului. Pentru îmbunătăţirea calităţii antidetonante a combustibilului se utilizează, de obicei, adaosuri ca $(C_2H_5)_4Pb$, $(CO)_5Fe$, anumiţi compuşi organici sau amestecuri binare şi ternare de combustibili.

Mărirea rezistenţei combustibilului se poate obţine şi prin injecţii cu apă. Întrebuinţarea injecţiei cu apă este cunoscută încă din secolul al XIX-lea. Încercările efectuate pînă acum [1], [2] au arătat că injecţia cu apă a dus la mărirea puterii şi randamentului motorului.

Experienţele efectuate şi care fac obiectul prezentei comunicări, au urmărit determinarea influenţei pe care o are injecţia cu apă asupra unor parametri ai diagramei indicate. Apa poate fi introdusă în motor prin următoarele metode de bază: a) prin introducerea apei direct în combustibil, b) prin injecţia apei direct în camera de ardere, c) prin injecţia apei în sistemul de admisie.

Injecţia apei în sistemul de admisie dă cele mai bune rezultate, apa avînd timp suficient pentru evaporare, înaintea începerii procesului de ardere.

2. Metoda de lucru

În experienţele efectuate s-a adoptat metoda de injectare a apei în conducta de admisie, concepîndu-se dispozitivul descris mai jos.

O biuretă gradată de 500 cm^3 alimentează prin diferenţă de nivel un carburator. Înălţimea de aşezare a carburatorului poate fi reglată cu ajutorul unui şurub ce deplasează susţinătorul carburatorului pe o bară cu cremalieră. Carburatorul comunică printr-o conductă flexibilă cu un jiclor aşezat în conducta de admisie a motorului. Debitul de apă injectat poate fi reglat atît prin variaţia poziţiei carburatorului cît şi printr-un robinet aşezat pe conducta flexibilă a carburatorului. Cantităţile de apă injectate în timpul experienţelor au fost de: 0%, 10%, 20%, 30% şi 40% din cantitatea combustibilului consumat. În timpul experienţelor s-a folosit un motor cu cameră de combustie variabilă, lucrîndu-se cu următoarele rapoarte de compresie: 5; 5,5; 6,0 şi 6,5. Determinările experimentale referitoare la variaţia parametrilor diagramei indicate s-au efectuat menţinîndu-se constant raportul de compresie şi variindu-se cantitatea apei injectate. La începutul fiecărei serii de determinări, regimul de funcţionare al motorului era un regim detonant, caracterizat prin: a) temperatura aerului de admisie 40°...50° C, b) temperatura amestecului admis 149° ± 1° C, c) temperatura lichidului de răcire 100° ± 2°C, d) temperatura uleiului de carter 50°...70°C.

Motorul a fost lăsat să funcţioneze în condiţiile de experimentare timp de 30 minute, după care s-au fotografiat diagramele de funcţionare date de un indicator piezoelectric.

3. Rezultate experimentale

a) *Presiunea de admisie* nu s-a putut determina după diagrama indicată obţinută cu indicatorul piezoelectric, deoarece această diagramă nu conţine o linie de zero.

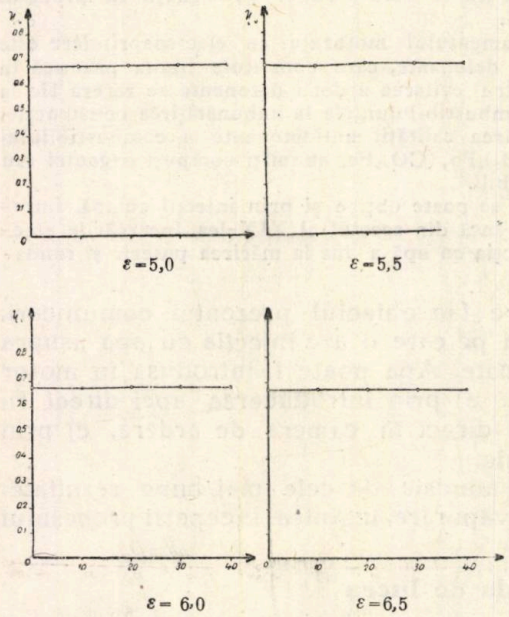


Fig. 1. — Influenţa injecţiei cu apă asupra coeficientului de umplere.

Presiunea de admisie p_a este principalul parametru care influenţează valoarea coeficientului de umplere η_v. Sensul de variaţie al coeficientului de umplere η_v, sub influenţa injecţiei cu apă, arată sensul de variaţie al presiunii de admisie cînd celelalte condiţii rămîn neschimbate. Pentru a avea indicaţii asupra influenţei pe care o exercită injecţia cu apă asupra presiunii de admisie s-a căutat a se determina influenţa pe care o exercită injecţia cu apă asupra coeficientului de umplere.

Pentru determinarea debitului volumetric real al motorului s-a utilizat metoda diafragmei, care permite o precizie de măsurare de ± 1,5% [3].

Curbele de variație ale coeficientului de umplere, în raport cu cantitatea de apă injectată, pentru rapoartele de compresie utilizate, sînt reprezentate în fig. 1.

Se constată că injecția cu apă nu exercită o influență sensibilă asupra coeficientului de umplere η_v. Variațiile coeficientului de umplere sînt de ordinul de mărime al erorii de precizie pe care o introduce însăși metoda utilizată. Presiunea de admisie, la rîndul ei, nu poate fi influențată sensibil de variația coeficientului de umplere η_v, cauzată de injecția cu apă, dacă celelalte condiții rămîn neschimbate.

b) *Influența injecției cu apă asupra presiunii sfîrșitului de compresie* p_c. Presiunea sfîrșitului de compresie p_c s-a măsurat pe diagramele indicate, măsurarea făcîndu-se de la linia de admisie. Pentru determinarea valorilor aproximative ale presiunilor p_c s-a considerat că linia admisiei se află la o presiune de 0,7 kg/cm^2. Variația presiunilor p_c în funcție de injecția cu apă nu este influențată de aproximarea poziției liniei de admisie.

Curbele de variație ale presiunilor p_c în funcție de cantitatea de apă injectată, sînt reprezentate în fig. 2.

Se constată că în urma injecției cu apă presiunea sfîrșitului de compresie p_c scade și scăderea procentuală variază cu raportul de compresie ε. Scăderea presiunii p_c este cuprinsă între 6,5% pentru $\varepsilon = 5$ și 11% pentru $\varepsilon = 6{,}5$.

Presiunea sfîrșitului de compresie este influențată sensibil de injecția cu apă, care, deși nu are un efect evident asupra coeficientului de umplere, totuși, prelungirea probabilă a efectului de scădere a temperaturii amestecului carburant și a temperaturii cilindrului și în faza de compresie, contribuie la obținerea unor valori mai mici pentru presiunea p_c. Măsurarea temperaturii cilindrului și a amestecului carburant la sfîrșitul admisiei nu a putut fi efectuată. S-a constatat, totuși, prin termometrul care a fost așezat pe conducta de admisie, după carburator și imediat înaintea jiclorului pentru injecția cu apă, că are loc o scădere a temperaturii amestecului carburant cu 3°...5° C pentru fiecare creștere cu 10% a injecției cu apă.

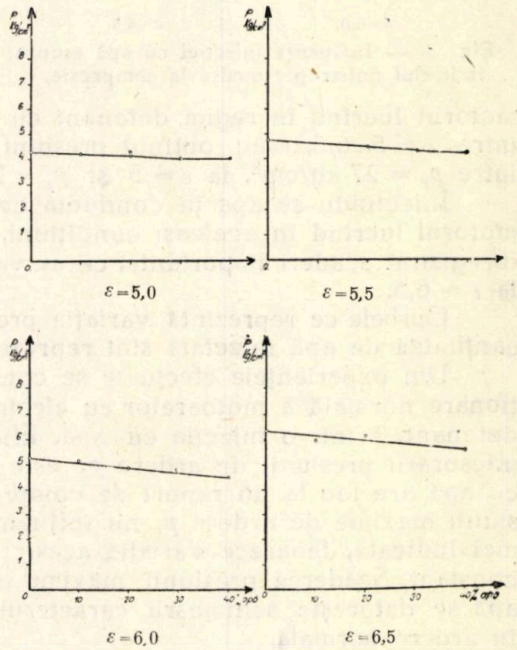


Fig. 2. — Influența injecției cu apă asupra presiunii sfîrșitului de compresie.

c) *Exponentul mediu politropic* n_1 al curbei de compresie este de asemenea influenţat de injecţia cu apă. Injectarea apei are drept efect scăderea temperaturii de compresie şi a exponentului politropic mediu n_1 datorită îndepărtării suplimentare a unei cantităţi de căldură în urma vaporizării apei, care, începută în perioada de admisie, continuă, în parte, şi în timpul compresiei.

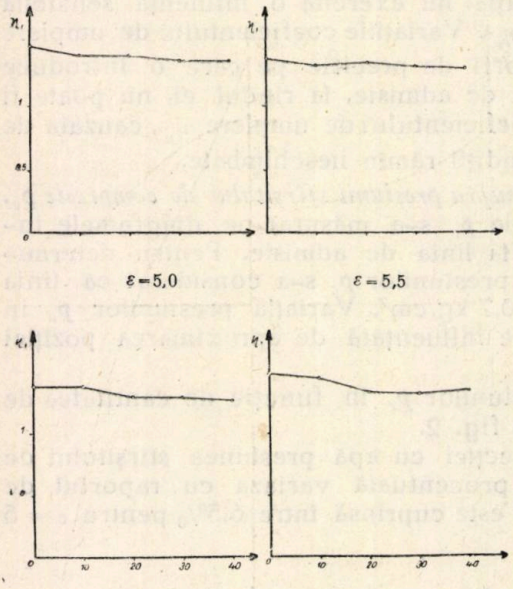


Fig. 3. — Influenţa injecţiei cu apă asupra indicelui politropic mediu la compresie.

Curbele care arată variaţia exponentului politropic n_1 în funcţie de cantitatea de apă injectată sînt reprezentate în fig. 3.

d) *Influenţa injecţiei cu apă asupra presiunii maxime de ardere* p_z. Funcţionarea unui motor în regim detonant se caracterizează între altele şi prin presiuni foarte ridicate la sfîrşitul arderii aparente, ceea ce constituie un pericol deosebit de mare pentru funcţionarea motorului, din cauza eforturilor de şoc la care sînt supuse organele de transmisie ale mişcării.

În experienţele efectuate, motorul lucrînd în regim detonant cu rapoarte de compresie cuprinse între $\varepsilon = 5...6{,}5$, s-au obţinut presiuni maxime la ardere, ce au variat între $p_z = 27$ kg/cm^2, la $\varepsilon = 5$ şi $p_z = 73$ kg/cm^2, la $\varepsilon = 6{,}5$.

Injectîndu-se apa în conducta de admisie a amestecului carburant, motorul lucrînd în aceleaşi condiţiuni, presiunile maxime de ardere au înregistrat scăderi importante, ce au variat între 11,7% la $\varepsilon = 5$ şi 30,8% la $\varepsilon = 6{,}5$.

Curbele ce reprezintă variaţia presiunilor maxime p_z în funcţie de cantitatea de apă injectată sînt reprezentate în fig. 4.

Din experienţele efectuate se constată că se poate asigura o funcţionare normală a motoarelor cu electroaprindere ce lucrează în regim detonant, printr-o injecţie cu apă. Eficacitatea injecţiei cu apă asupra micşorării presiunii de ardere p_z este cu atît mai mare, cu cît injecţia cu apă are loc la un raport de compresie mai ridicat. Micşorarea presiunii maxime de ardere p_z nu influenţează mărimea suprafeţei diagramei indicate, deoarece variaţia acestei presiuni are loc numai la volum constant. Scăderea presiunii maxime de ardere p_z în urma injecţiei cu apă se datoreşte schimbării caracterului arderii, din ardere detonantă în ardere normală.

Viteza de ardere, în urma injecţiei cu apă se micşorează astfel, încît procesul arderii continuă şi în timpul procesului destinderii, ceea

ce conduce la o ridicare a presiunii sfîrșitului de detentă. Presiunea maximă de ardere p_z scade nu numai din cauza micșorării vitezei de ardere în urma efectului aburilor ca gaz inert, ci și datorită unor eventuale disociații ale aburilor — fenomen reversibil între anumite temperaturi. Căldura luată de fenomenul disocierii aburilor este cedată detentei, de reversibilitatea fenomenului contribuind astfel la ridicarea presiunii p_d a sfîrșitului de detentă.

e) *Influența injecției cu apă asupra presiunii sfîrșitului de detentă* p_d. Presiunea sfîrșitului de detentă, în urma injecției cu apă crește cu cantitatea apei injectate, în cazul menținerii raportului de compresie constant. Creșterea presiunii sfîrșitului de detentă se face aproape liniar, după cum se arată în fig. 5.

Din datele experimentale obținute reiese efectul antidetonant al injecției cu apă, care se manifestă în procesul detentei printr-o creștere a presiunii p_d, ce variază între 4,6%...7,6%.

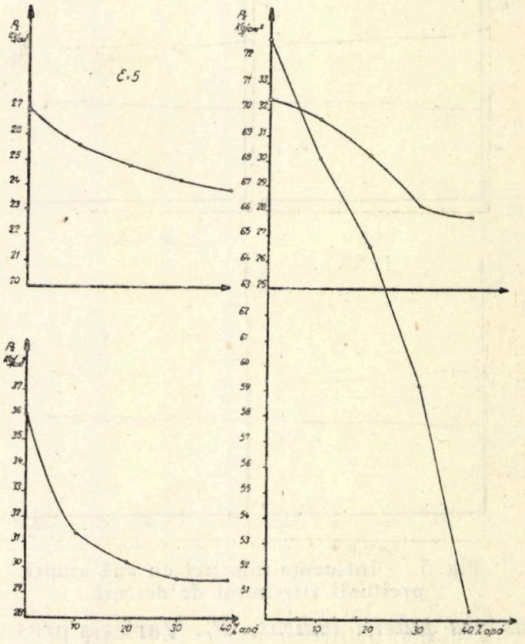


Fig. 4. — Influența injecției cu apă asupra presiunii maxime de ardere.

Acest fenomen își poate avea explicația atît prin prelungirea arderii și în timpul detentei, cît și prin procesul de disociere ce poate avea loc în timpul arderii. Disocierea, prin caracterul său reversibil, realizează un fel de transport de căldură dintr-o parte în alta a procesului. Creșterea presiunii sfîrșitului de detentă are drept efect o mărire a suprafeței diagramei indicate, după cum se va arăta în cele ce urmează.

f) *Influența injecției cu apă asupra presiunii medii indicate* p_i. Valoarea presiunii medii indicate p_i arată eficacitatea procesului de funcționare în ce privește lucrul mecanic indicat, dezvoltat de motor. Cu cît p_i este mai mare, cu atît mai mare va fi și puterea indicată p_i și deci gradul de folosire a capacității cilindrice va fi de asemenea mai ridicat. La motoarele ce funcționează în regim detonant presiunea medie indicată p_i scade, deși presiunea maximă de ardere p_z atinge valori foarte mari.

Determinarea presiunilor medii indicate, în cazul experiențelor efectuate, s-a făcut utilizîndu-se formula $p_i = sm/l$, în care s — suprafața diagramei indicate (mm²), l — lungimea diagramei indicate (mm),

m — scara axei ordonatei diagramei indicate care, în cazul indicatorului piezoelectric utilizat, este $m = 1/1{,}4$.

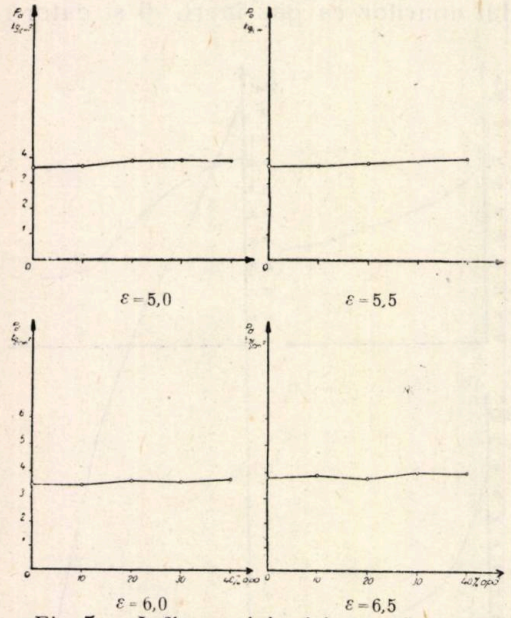


Fig. 5. — Influenţa injecţiei cu apă asupra presiunii sfîrşitului de detentă.

Variaţiile presiunilor medii indicate în funcţie de cantitatea de apă injectată sînt redate în fig. 6.

Se constată că presiunea medie indicată p_i se măreşte proporţional cu cantitatea de apă injectată, cînd celelalte condiţii de funcţionare ale motorului rămîn neschimbate. Mărimea presiunii medii indicate arată că injecţia cu apă în conducta de admisie a unui motor ce lucrează în regim detonant măreşte puterea indicată şi gradul de folosire a capacităţii sale cilindrice.

Efectul antidetonant al injecţiei cu apă s-a manifestat, în cadrul experienţelor efectuate, printr-o ridicare a presiunii medii indicate p_i între 11% ... $16{,}7\%$.

g) *Influenţa injecţiei cu apă asupra puterii indicate* P_i. Variaţia presiunii medii indicate fiind pozitivă în urma injecţiei cu apă, rezultă că şi variaţia puterii indicate este pozitivă, atunci cînd în timpul funcţionării motoarelor în regim detonant se injectează apă.

În experienţele efectuate puterea indicată P_i a motorului s-a determinat utilizîndu-se expresia:

$$P_i = mCS_d S_p n/(9000\ l_d)$$

în care: m—scara axei ordonatei diagramei indicate, C — cursa pistonului (m), l_d — lungimea diagramei (mm), S_d — suprafaţa diagramei (mm^2), S_p— suprafaţa pistonului (cm^2), n—numărul de rotaţii pe minut, P_i rezultînd în CP. Datele specifice motorului cu care s-au efectuat experienţele fiind: $m = 1/1{,}4$, $C = 0{,}115$ m, $S_p = 56{,}72$ cm^2, $n = 900$ rot./min., expresia puterii motorului devine:

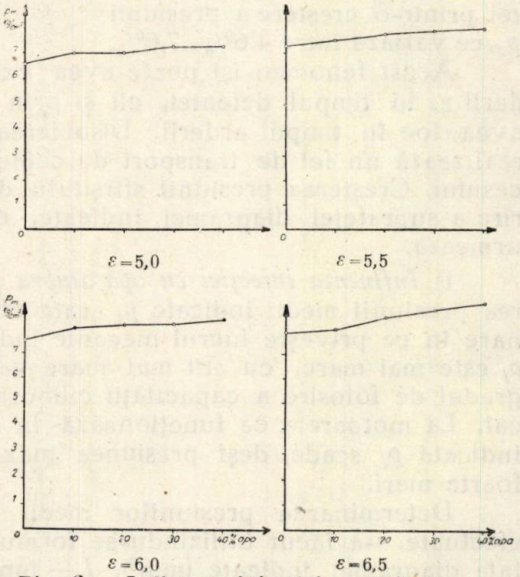


Fig. 6. — Influenţa injecţiei cu apă asupra presiunii medii indicate.

$$P_i = 0{,}47\ S_d/l_d,$$

P_i fiind exprimat în CP.

Rezultatele experiențelor arată că efectul injecției cu apă se manifestă printr-o creștere importantă a puterii indicate a motorului ce funcționează în regim detonant. Curbele ce reprezintă variațiile puterii indicate în funcție de cantitatea de apă injectată sînt redate în fig. 7.

Mărirea puterii motorului, în condițiile experimentării, a variat între 11%...16,7%. Pentru mărirea puterii pînă la 16,7%, fără folosirea injecției cu apă, ar fi necesar, în afară de ridicarea proprietăților antidetonante ale combustibilului, și o răcire suplimentară a cilindrului motorului pentru evitarea autoaprinderii amestecului, datorită supraîncălzirii pieselor cilindrului.

Experiențele au arătat de asemenea că pentru o injecție cu apă cu peste 40%, la raportele de compresie $\varepsilon = 5$ și $\varepsilon = 5{,}5$, arderea se înrăutățește și puterea indicată a motorului scade.

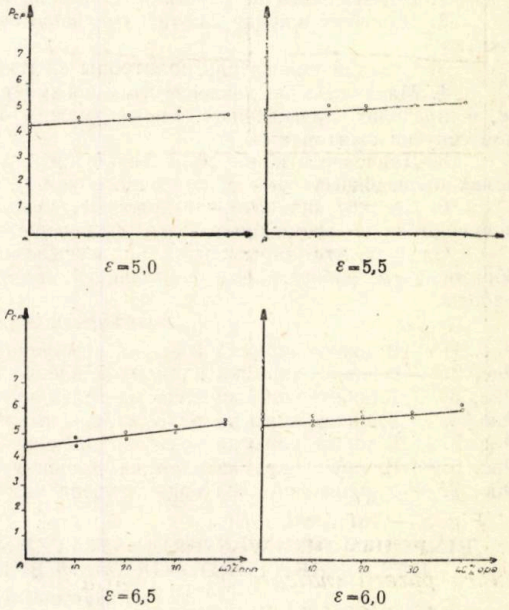


Fig. 7. — Influența injecției cu apă asupra puterii indicate.

Rezultă că există o cantitate de apă injectată ce exercită o influență optimă asupra funcționării motorului și această cantitate de apă depinde de condițiile specifice de funcționare ale motorului.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Mașini Termice

BIBLIOGRAFIE

1. Кайдаш И. Ф. и Лившиц С. М., *Впрыск воды в автомобильные двигатели. Поршневые двигатели внутреннего сгорания,* АН СССР, М., 1956.
2. Корнейчук Н. К, *Термодинамические вопросы теплотехники, 51,* Машгиз, М., 1955, стр. 23—30.
3. Войнов А. Н., *Поршневые двигатели внутреннего сгорания,* АН СССР, М., 1956, стр. 159—168.
4. Kaidaș I. F., *Injectarea apei în motor pentru evitarea detonației,* în culeg. *Combustibili pentru motoare, lubrefianți și lichide speciale,* IDT, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
5. Serruys M., France énergétique, 1948, *7—8,* pp. 213—225; Ibid., 1948, *9—10,* pp. 327—335; Ibid., 1948, *11—12,* pp. 390—400.
6. Giulea A. și Olariu C., *Măsurarea debitelor cu ajutorul diafragmei,* Ed. Tehn., Buc., 1956.

ВЛИЯНИЕ ВПРЫСКА ВОДЫ НА НЕКОТОРЫЕ ПАРАМЕТРЫ ИНДИКАТОРНОЙ ДИАГРАММЫ ДВИГАТЕЛЕЙ С ПРИНУДИТЕЛЬНЫМ ЗАЖИГАНИЕМ

(Резюме)

Указывается влияние впрыска воды в впускном трубопроводе, при работе двигателя с детонацией, на некоторые параметры индикаторной диаграммы (опыты проводились на двигателе с внешним смесеобразованием). Были сделаны следующие заключения:

1. Впрыск воды не особенно влияет на коэффициент наполнения.
2. Давление в конце сжатия уменьшается и это уменьшение меняется со степенью сжатия.
3. Средний показатель политропы сжатия уменьшается.
4. Максимальное давление сгорания имеет значительные уменьшения, колеблющиеся, в пределах проведенных опытов, между 11,7% для степени сжатия $\varepsilon=5$ и 30,8% для септени сжатия $\varepsilon=6{,}5$.
5. Давление в конце расширения представляет вообще увеличение, которое, в пределах проведённых опытов, колебалось между 4,6% и 7,6%.
6. Среднее индикаторное давление, следовательно и индикаторная мощность увеличиваются; во время опытов это увеличение отмечалось между 11% и 16,7%.

Следует, что впрыск воды во всасывающей системе двигателя с внешним смесеобразованием, работающего с детонацией, имеет эффективное действие на свои условия работы.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Влияние впрыска воды на коэффициент наполнения.
Рис. 2. — Влияние впрыска воды на давление конца сжатия.
Рис. 3. — Влияние впрыска воды на величину среднего показателя политропы сжатия.
Рис. 4. — Влияние впрыска воды на максимальное давление сгорания.
Рис. 5. — Влияние впрыска воды на давление в конце расширения.
Рис. 6. — Влияние впрыска воды на величину среднего индикаторного давления.
Рис. 7. — Влияние впрыска воды на величину индикаторной мощности.

EINFLUSS DER WASSEREINSPRITZUNG AUF EINIGEN PARAMETERN DES INDIKATORDIAGRAMMS BEI FUNKZÜNDUNGSMOTOREN

(Zusammefassung)

In der beiliegenden Mitteilung wird der Einfluss des Wassereinspritzung in die Einlassleitung eines Funkzündungsmotors, der in detonanten Betriebsbedingungen funktioniert, auf einigen Parametern des Indikatordiagramms dargelegt.

Die Laborversuche haben zu folgenden Schlussfolgerungen geführt:

1. Der Lieferungsgrad wird nur wenig von der Wassereinspritzung beeinflusst.
2. Der Druck des Kompressionsendes (Verdichtungsendes) sinkt mit dem Verdichtungsverhältnis ε.
3. Der mittlere polytropische Exponent sinkt mit der Verdichtungskurve.
4. Der maximale Zünddruck sinkt bemerkenswert zwischen 11,7% für $\varepsilon = 5$ und 30,8% für $\varepsilon = 6{,}5$.
5. Der Druck des Ausdehnungsendes steigt; bei unseren Versuchen wurde diese Steigung zwischen 4,6%...7,6% festgestellt.
6. Der mittlere indizierte Druck bzw. die indizierte Leistung steigen; bei unseren Laborversuchen wurde eine Steigung zwischen 11% ... 16,7% konstatiert.

Es wird entnommen dass die Wassereinspritzung in die Einlassleitung eines Funkzündungsmotors, der im detonanten Betriebsbedingungen arbeitet, zur Verbesserung der Funktionierungsbedingungen (Gangbedidgungen) führt.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Einfluss der Wassereinspritzung auf den Lieferungsgrad.
Abb. 2. — Einfluss der Wassereinspritzung auf den Druck des Kompressionsendes.
Abb. 3. — Einfluss der Wassereinspritzung auf den mittleren polytropischen Exponent der Verdichtungskurve.
Abb. 4. — Einfluss der Wassereinspritzung auf den maximalen Zünddruck.
Abb. 5. — Einfluss der Wassereinspritzung auf den Druck des Ausdehnungsendes.
Abb. 6. — Einfluss der Wassereinspritzung auf den mittleren Druck.
Abb. 7. — Einfluss der Wassereinspritzung auf die indizierte Leistung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

526.1

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ГЛАВНЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ОТНОСИТЕЛЬНО ЭЛЕМЕНТОВ НОРМАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

В. Н. ГАНЬШИН

Пусть земной эллипсоид задан полуосями a, b и эксцентриситетами e, e' и e_0 [1]:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad e_0^2 = \frac{a^2 - b^2}{ab}. \tag{1}$$

Для определения положения пунктов на поверхности эллипсоида будем применять геодезические координаты: широты B и долготы L, а иногда как вспомогательные величины — приведенные широты U:

$$\operatorname{tg} U = \sqrt{1 - e^2}\operatorname{tg} B, \quad \operatorname{tg} B = \sqrt{1 + e'^2}\operatorname{tg} U. \tag{2}$$

На рис. 1 представлено сечение эллипсоида плоскостью нормальной в пункте P_1 (B_1, L_1) и проходящей через пункт $P_2(B_2, L_2)$. Для элементов этого эллипс применим обозначения, аналогичные принятым для эллипсоида, но снабдим их сверху чертой, например: $\bar{a}$ — большая полуось эллипса, $\bar{e}$ — его первый эксцентриситет, B_i —„геодезическая широта“ пункта P_i в плоскости нормального сечения, U_i — соответствующая „приведенная широта“ и т. д.

Между приведенными широтами пунктов P_1 и P_2 на эллипсоиде и на указанном эллипсе существует изящная зависимость:

$$\sqrt{\bar{a}^2 - \bar{b}^2}\,(\sin U_2 - \sin U_1) = \sqrt{a^2 - b^2}\,(\sin U_2 - \sin U_1), \tag{3}$$

которая и положена в основу предлагаемого метода.

„ОБРАТНАЯ“ (ВТОРАЯ) ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Для определения азимута $L_{1,2}$ нормального сечения имеем формулу Ф. А. Слудского [1]:

[1]) Эксцентрисисет e_0 введен в работе [2].

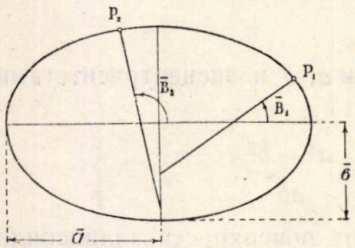
$$\operatorname{ctg} \alpha_{1,2} = \frac{\cos B_1 \sin B_2 - \sin B_1 \cos B_2 \cos l - \Delta \cos B_1}{\cos B_2 \sin l}, \tag{4}$$

где

$$\begin{cases} \Delta = e^2\left(\sin B_2 - \dfrac{W_2}{W_1}\sin B_1\right) = e^2\left(\sin B_2 - \dfrac{V_2}{V_1}\sin B_1\right), \\ W = \sqrt{1-e^2\sin^2 B}, \quad V = \sqrt{1+e'^2\cos^2 B}, \quad l = L_2 - L_1. \end{cases} \tag{5}$$

Геодезическая широта $\bar{B}_1$ пункта P_1 на эллипсе определится формулой

$$\operatorname{tg} \bar{B}_1 = \operatorname{tg} B_1 \sec \alpha_{1,2}. \tag{6}$$



Положив

$$\cos B_1 \sin \alpha_{1,2} = c, \tag{7}$$

найдем

$$\begin{cases} \bar{a} = \dfrac{a}{\sqrt{1+\tau^2}}, \quad \tau^2 = \dfrac{e^4\, c^2 \sin^2 B_1}{1 - e_2(c^2 + \sin^2 B_1)}, \\ \bar{e}^2 = \dfrac{e^2(1-c^2)}{1-e^2 c^2}, \quad \bar{e}'^2 = e'^2(1-c^2) \end{cases} \tag{8}$$

Из формулы (3) следует

$$\operatorname{tg} \bar{B}_2 = \frac{\sin B_2 - \Delta\, c^2}{\cos B_2(\cos \alpha_{1,2}\cos l - \sin \alpha_{1,2} \sin l \sin B_1)}. \tag{9}$$

Наконец, для длины нормального сечения $S_{1,2}$, как дуги эллипса, имеем:

$$S_{1,2} = \bar{a}(1-\bar{e}^2)\int_{\bar{B}_1}^{\bar{B}_2} \frac{\mathrm{d}\bar{B}}{\bar{W}^3}, \tag{10}$$

где

$$W = \sqrt{1-\bar{e}^2\sin^2 \bar{B}}$$

или

$$\begin{aligned} S_{1,2} = \bar{a}\,[&A(\bar{B}_2 - \bar{B}_1) - B(\sin 2\bar{B}_2 - \sin 2\bar{B}_1) + \\ &+ C(\sin 4\bar{B}_2 - \sin 4\bar{B}_1) - D(\sin 6\bar{B}_2 - \sin 6\bar{B}_1) + \ldots], \end{aligned} \tag{11}$$

где

$$A = 1 - \left(\frac{1}{4}\bar{e}^2 + \frac{3}{64}\bar{e}^4 + \frac{5}{256}\bar{e}^6 + \ldots\right),$$

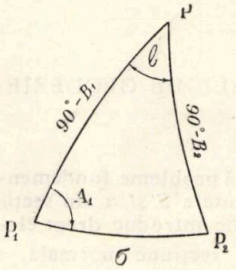
$$B = \frac{3}{8}\bar{e}^2 + \frac{3}{32}\bar{e}^4 + \frac{45}{1024}\bar{e}^6 + \ldots,$$

$$C = \frac{15}{256}\bar{e}^4 + \frac{45}{1024}\bar{e}^6 + \ldots,$$

$$D = \frac{35}{3072}\bar{e}^6 + \ldots,$$

„ПРЯМАЯ“ (ПЕРВАЯ) ГЕОДЕЗИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Приведенные формулы дают все необходимое и для решения первой задачи. Вычислив по формулам (6), (7), (8) значения $\bar{B}_1$, $\bar{c}$, $\bar{a}$ и $\bar{e}$, определим из (11) величину $(B_2 - B_1)$ [2]), а затем и $B_2 = B_1 + (\bar{B}_2 - \bar{B}_1)$. Далее, после соответствующих преобразований, можно из (3) и (1) определить B_2 и l.



б

Рис. 2

Однако искомые B_2 и l удобнее получить через вспомогательные величины A_1 и δ, которые являются элементами сферического треугольника (рис. 2), две стороны которого есть $(90° - B_1)$ и $(90° - B_2)$, а угол между ними l, причем: σ — сторона, лежащая против этого угла и A_1 — угол, расположенный против стороны $(90° - B_2)$.

Имеем конечные формулы:

$$(12) \qquad \operatorname{tg}(\alpha_{1,2} - A_1) = e_0^2 c \sqrt{1 - c^2}\left(\sin \bar{B}_2 - \frac{\overline{W}_2}{\overline{W}} \sin \bar{B}_1\right) \operatorname{cosec}(\bar{B}_2 - \bar{B}_1)$$

и

$$(13) \qquad \operatorname{tg}\sigma - \operatorname{tg}(\bar{B}_2 - \bar{B}_1) = 2\sin^2\left[\frac{1}{2}(\alpha_{1,2} - A_1)\right]\operatorname{tg}\sigma.$$

Эти формулы позволяют удобно перейти от $L_{1,2}$ к A_1 и от $(\bar{B}_2 - \bar{B}_1)$ к σ (можно применить разложение в ряд), после чего определение B_2 и l сводится к решению сферического треугольника (рис. 2) по трем смежным элементам: δ, A_1 и $(90° - B_1)$.

Формулы для решения второй геодезической задачи переходом к данному сферическому треугольнику и соответствущий числовой пример, решенный при помощи 10-значных таблиц, приведены в статье [3].

Поступила 20 II 1959 г.

Сталинградский институт инженеров городского хозяйства, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Слудский Ф. А., *Триангуляция без базиса*, М., 1865.
2. Ганьшин В. Н., Геодезия и картография, 1958, *1*, стр. 8-14.
3. — Изв. выс. уч. зав., Геодезия и аэрофотосъемка, 1958, *6*, стр. 11-18.

---

[2]) Этот переход от S_{12} к $(\bar{B}_2 - \bar{B}_1)$ аналогичен переходу от $S_{1,2}$ к σ в общеизвестном способе Бесселя.

ALLGEMEINE LÖSUNG DER GEODÄTISCHEN HAUPTAUFGABEN

(Zusammenfassung)

Im Artikel wird eine neue Methode für die Lösung der beiden geodätischen Aufgaben in Direkt- und Endformeln bezüglich der Elemente S und α des Normalschnittes gegeben wo S — der Bogenslänge und α — der Azimut sind. Als Hilfselemente werden eingeführt: a — die grosse Halbachse der Normalschnittellipse, e — ihre erste Exzentrizität und B_i — der Winkel, der eine Normale zum Ellipsenbogen im Punkt P_i mit der positiven Richtung der Achse a bildet. Zur Berechnung dieser Elemente werden originelle Formeln angeführt. Es wird auch die Abbildung der Punkte der Ellipsoidfläche auf die Sphäre benutzt, bei dem dem Ellipsoidpunkt mit geographischen Koordinaten B_i und L_i die Projektion auf der Sphäre mit denselben Koordinaten B_i und L_i entspricht.

SOLUȚIA GENERALĂ A PROBLEMELOR FUNDAMENTALE DE GEODEZIE

(Rezumat)

Autorul elaborează o nouă metodă de rezolvare a celor două probleme fundamentale de geodezie exprimînd rezultatele finale în funcție de elementele S și α ale secțiunii normale, în care S — lungimea arcului, iar α — azimutul. Se introduc drept elemente auxiliare următoarele: a — mărimea semiaxei elipsei de secțiune normală, e — excentricitatea întîia și B_i — unghiul format de normala la elipsă într-un punct P_i cu direcția pozitivă a axei a. S-au stabilit un număr de formule pentru calculul acestor elemente. Autorul mai folosește și reprezentarea punctelor de pe suprafața elipsoidului pe o sferă determinată prin corespondență între punctul de pe elipsoid cu coordonate geografice B_i și L_i și punctul — proiecție pe sferă — cu aceleași coordonate B_i și L_i.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

624.02

ASUPRA UNEI BOLŢI CU CARACTERISTICI SPECIALE

DE

GH. URSESCU, FLORIN CONSTANTINESCU
şi LUCREŢIA CONSTANTINESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Considerăm o boltă circulară dublu încastrată, cu secţiune constantă, care se poate asimila cu o grindă curbă în consolă, aplicînd în centrul ei elastic necunoscutele static nedeterminate H, V şi M (fig. 1).

Poziţia centrului elastic faţă de linia naşterilor este dată de expresia:

$$t = \int \frac{y' ds}{I} \Big/ \int \frac{ds}{I},$$

în care t — distanţa centrului elastic la planul naşterilor, iar y' — distanţa la planul naşterilor a unui punct de coordonate (x, y) raportat la axele rectangulare cu originea în centrul elastic al bolţii (fig. 2).

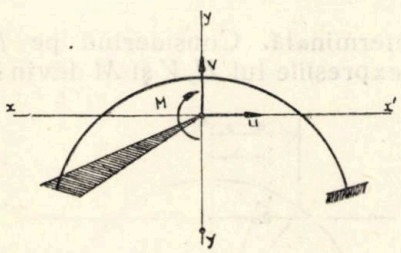


Fig. 1

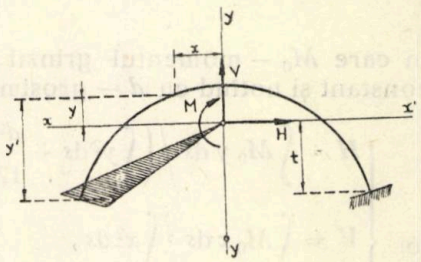


Fig. 2

Trecînd de la sistemul cartezian la un sistem de coordonate polare cu polul în centrul cercului iar axa polară xx' şi notînd cu θ unghiul pe care-l face raza vectoare ce trece printr-un punct oarecare al cercului, de coordonate (x,y), cu raza ce trece prin naşterea din stînga a bolţii, iar cu α jumătate din valoarea unghiului la centrul bolţii (fig. 3), avem:

$$(1)\qquad \begin{cases} x = r\sin(\alpha-\theta), \quad y = r\cos(\alpha-\theta) - t - r\cos\alpha, \\ y' = r\cos(\alpha-\theta) - r\cos\alpha, \quad ds = r\,d\theta, \end{cases}$$

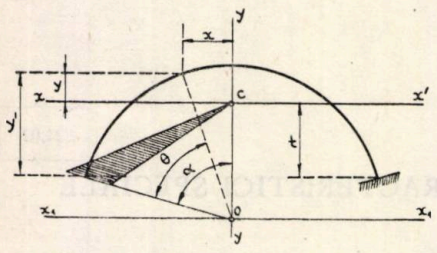


Fig. 3

unde r — raza mediană a bolţii. În cazul bolţilor cu secţiune constantă care au momentul de inerţie constant, expresia lui t devine:

$$(2)\qquad t = \int y'\,ds \Big/ \int ds.$$

Înlocuind pe y' şi ds cu expresiile din (1) se obţine:

$$(3)\qquad t = r\int_{\pi/2-\alpha}^{\pi/2+\alpha} [\cos(\alpha-\theta) - \cos\alpha]\,d\theta \Big/ \int_{\pi/2-\alpha}^{\pi/2+\alpha} d\theta = r\left[\frac{\sin^2\alpha}{\alpha} - \cos\alpha\right].$$

În acest caz expresia lui y devine:

$$(4)\qquad y = r\cos(\alpha-\theta) - r\left(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha} - \cos\alpha\right) - r\cos\alpha = r\left[\cos(\alpha-\theta) - \frac{\sin^2\alpha}{\alpha}\right].$$

Necunoscutele static nedeterminate H, V şi M sînt date de expresiile:

$$(5)\qquad \begin{cases} H = \int \dfrac{M_0\,y\,ds}{I} \Big/ \left(\int \dfrac{y^2\,ds}{I} + \int \dfrac{ds}{A}\right), \quad V = \int \dfrac{M_0\,x\,ds}{I} \Big/ \int \dfrac{x^2\,ds}{I}, \\ M = -\int \dfrac{M_0\,ds}{I} \Big/ \int \dfrac{ds}{I}, \end{cases}$$

în care M_0 — momentul grinzii static determinată. Considerînd pe I constant şi notînd cu d — grosimea bolţii, expresiile lui H, V şi M devin:

$$(6)\qquad \begin{cases} H = \int M_0\,y\,ds \Big/ \left(\int y^2\,ds + \dfrac{d^2}{12}\int ds\right), \\ V = \int M_0\,x\,ds \Big/ \int x^2\,ds, \\ M = -\int M_0\,ds \Big/ \int ds. \end{cases}$$

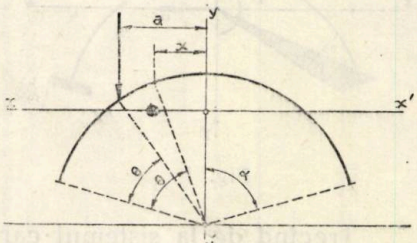


Fig. 4

Pentru sarcina $P = 1$, aflată la distanţa a de axa yy', momentul M_0 într-o secţiune, în care $x > a$ are valoarea zero, iar într-o secţiune, în care $x < a$, are valoare $M_0 = -(a - x)$, (fig. 4). Înlocuind în (6) pe M_0, x y şi ds cu expresiile corespunzătoare, obţinem:

$$(7)\quad \begin{cases} H = -\dfrac{\int [a - r\sin(\alpha-\theta)]\left[\cos(\alpha-\theta) - \dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha}\right] d\theta}{r\int\left[\cos(\alpha-\theta) - \dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha}\right]^2 d\theta + \dfrac{d^2}{12} r\int d\theta}, \\ V = -\int [a - r\sin(\alpha-\theta)]\sin(\alpha-\theta)\, d\theta / r\int \sin^2(\alpha-\theta)\, d\theta, \\ M = \int [a - r\sin(\alpha-\theta)]\, d\theta / \int d\theta. \end{cases}$$

Notînd cu θ' unghiul pe care raza corespunzătoare poziției sarcinei $P = 1$ îl face cu raza ce trece prin naşterea din stînga şi considerînd $a = r\cos(\pi/2 - \alpha + \theta') = r\sin(\alpha - \theta') = r\xi$, H, V şi M devin:

$$(8)\quad \begin{cases} H = -\dfrac{\int [\xi - \sin(\alpha-\theta)]\left[\cos(\alpha-\theta) - \dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha}\right] d\theta}{\int\left[\cos(\alpha-\theta) - \dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha}\right]^2 d\theta + \dfrac{d^2}{12\, r^2}\int d\theta}, \\ V = -\int [\xi - \sin(\alpha-\theta)]\sin(\alpha-\theta)\, d\theta / \int \sin^2(\alpha-\theta)\, d\theta, \\ M = r\int [\xi - \sin(\alpha-\theta)]\, d\theta / \int d\theta. \end{cases}$$

Înlocuind $\xi = \sin(\alpha - \theta')$, care este independent de θ, şi făcînd integrarea în cazul cînd θ variază între limitele $(\pi/2 - \alpha + \theta', \pi/2 + \alpha)$ pentru numărător şi $(\pi/2 - \alpha, \pi/2 + \alpha)$ pentru numitor, se obține:

$$(9)\quad \begin{cases} H = -\left\{4\xi\left[1 - \cos(2\alpha - \theta') - (2\alpha - \theta')\dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha}\right] - 4\dfrac{\sin^2\alpha}{\alpha}\sin(2\alpha - \theta') - \right. \\ \qquad \left. - 2\sin^2(2\alpha - \theta')\right\} \Big/ \left[4\alpha - \sin 4\alpha - 8\dfrac{\sin^4\alpha}{\alpha} + 2\alpha\dfrac{d^2}{3r^2}\right], \\ V = [4\xi\sin(2\alpha - \theta') + 2(2\alpha + \theta') - \sin 2(2\alpha - \theta')]/(4\alpha + \sin 4\alpha), \\ M = r[(2\alpha - \theta')\sin(\alpha - \theta') + \sin(2\alpha - \theta')]/(2\alpha). \end{cases}$$

Admițînd raportul $d/r = 1/10$ (cazul podurilor mici), termenul $2\alpha\, d^2/(3r^2) \simeq 0{,}006\alpha$, din expresia lui H din (9), poate fi neglijat.

În acest caz ordonatele liniei de influență ale lui H şi V sînt independente de rază, avînd aceleaşi valori pentru toate bolțile cu unghiuri la centru egale. Ordonatele liniei de influență ale lui M sînt proporționale cu raza bolții.

În cazul bolților circulare în plin centru, formulele (9) devin:

$$(10)\quad \begin{cases} H = -[2(2\theta' - \pi)\cos\theta' + \pi(3\cos^2\theta' - 1) + 4\sin\theta']/(\pi^2 - 8), \\ V = [\sin 2\theta' + 2(\pi - \theta')]/(2\pi), \quad M = r[\sin\theta' + (\pi - \theta')\cos\theta']/\pi. \end{cases}$$

Pleoştirea bolţii circulare se exprimă prin relaţia

$$p = f/l = (1 - \cos\alpha)/(2\sin\alpha)$$

din care se vede că ea creşte odată cu α.

Pe de altă parte, dacă se dezvoltă în serie expresia lui M şi se reţin primii doi termeni, avem :

$$(11)\quad M = r\{(\pi - \theta')[(\alpha - \theta')/1! - (\alpha - \theta')^3/3!] + (2\alpha - \theta')/(2.1!) - (2\alpha - \theta')^3/(2^3.3!)\}/(2\alpha),$$

de unde rezultă că M scade şi pleoştirea creşte şi invers, adică cu cît bolta se apropie de o grindă dreaptă, cu atît momentul încovoietor este mai mare.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Drumuri şi Poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Mörsch E., *Statica bolţilor şi cadrelor*, Buc. 1947, (trad. din l. germană).
2. Prokofiev I., *Statica construcţiilor*, O.P.E.D., C.F.R., 1950 (trad. din l. rusă).

О СВОДЕ СО СПЕЦИАЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

(Резюме)

Рассматривается случай свода с двойным защемлением и постоянным сечением. Исходя из знакомых выражений для H, V и M переходится от декартовой системы к системе полярных координат, получая ординаты линии влияния величин H и V являются независимыми от радиуса, имея те же величины для всех сводов с равными центральными углами. Величина p является максимальной, в случае когда свод приближается к прямой балке.

SUR UNE VOÛTE À CARACTÉRISTIQUES SPÉCIALES

(Résumé)

On considère une voûte circulaire double encastrée pour laquelle on connaît les expressions pour H, V et M, rapportées au centre élastique. Après avoir transformé les coordonnées cartésiennes en coordonnées polaires il en résulte que les valeurs de H et V sont indépendantes du rayon de la voûte, mais sont fonctions des angles au centre. Les ordonnées de M sont proportionelles au rayon, et donc inversement proportionelles à l'abaissement de la voûte.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

691.1

CONTRIBUŢIUNI LA STUDIUL FOLOSIRII LEŞIILOR BISULFITICE REZIDUALE LA STABILIZAREA PĂMÎNTURILOR

DE

AUREL CERNĂTESCU, GH. DIMA, VIOLETA ROTARU,
FLORICA VASILESCU şi SIMA AVRAM

1. Generalităţi

De la fabricarea celulozei din lemn rezultă o cantitate mare de soluţii bisulfitice reziduale, a căror valorificare constituie o problemă de mare importanţă economică. Folosirea lor la stabilizarea pămînturilor, în special pentru construcţia drumurilor cu caracter local, poate absorbi o mare parte din acest material, care astăzi este evacuat în rîurile din preajma fabricilor de celuloză infectîndu-le.

Spre pămîntul stabilizat, ca material de construcţie pentru clădirile rurale şi pentru drumurile ieftine, se îndreaptă tot mai mult atenţia constructorilor. În unele ţări soluţia bisulfitică reziduală se foloseşte sub forma care rezultă din procesul tehnologic, fiind stropită pe suprafaţa drumurilor de pămînt, sau este folosită în stare concentrată sau sub formă de pulbere. Rezultatele obţinute în Canada au arătat că, în general se obţine o îmbunătăţire a îmbrăcăminţii drumurilor tratate în sensul creşterii capacităţii portante şi a stabilităţii la acţiunea agenţilor atmosferici.

Totodată însă rezultatele au arătat că după un timp oarecare soluţiile sînt spălate de apele din precipitaţii şi îmbrăcămînţile tratate îşi pierd calităţile arătate mai sus.

Rolul soluţiilor bisulfitice reziduale în îmbunătăţirea calităţii îmbrăcămînţilor tratate este explicat de către Z. Kubita în modul următor [1]:

„Aglomerările, care se formează, se bazează pe legătura cu apa a particulelor de argilă şi de aceea materialul trebue să conţină particule argiloase. Lignina ca atare acţionează în stare de dispersie coloidală, ca o substanţă higroscopică, folosindu-se proprietatea ei de a se umfla şi de a pierde greu apa. Prin umflare, porii din material sînt etanşaţi astfel că acesta devine mai rezistent la pătrunderea apei, Dimpotrivă, pe timp uscat, ea menţine în material o anumită umiditate. De aceea lignina trebue să existe în material într-o asemenea proporţie încît să asigure efectele menţionate."

În 1953 Z. Kubita împreună cu A. Kolinski au propus folosirea unor soluţii bisulfitice reziduale la întărirea şoselelor, în combinaţie cu pulberea de var, cu var stins sau cu lapte de var.

Alcalinizarea cu hidrat de calciu duce la formarea sulfitului de calciu care este mai puţin solubil în apă.

În RPR s-au făcut de asemenea cîteva încercări de stabilizare a pămîntului cu soluţii bisulfitice alcalinizate cu lapte de var, obţinîndu-se o serie de rezultate care urmează a fi verificate pe scară de teren.

În lucrarea de faţă se studiază de asemenea posibilităţile de folosire a soluţiilor bisulfitice reziduale la stabilizarea pămînturilor, supunînd însă în prealabil soluţia unor anumite transformări, care să conducă la obţinerea unui material cu proprietăţi liante mai pronunţate şi cu stabilitate mai bună la acţiunea apei.

2. Consideraţiuni teoretice

Inainte de a trece la descrierea modului de lucru, socotim necesar a face o scurtă privire asupra proceselor chimice ce au loc în timpul dezincrustării lemnului la fierberea lui în procesul fabricării celulozei prin procedeul bisulfitului de calciu.

După cum se ştie, în acest procedeu soluţia de fierbere reprezintă o soluţie de turn, în care se introduc produsele rezultate de la degazarea fierbătoarelor (cantităţi de SO_2 şi substanţe organice). Dacă substanţele organice prezintă o oarecare importanţă în procesul de dezincrustare, componenţii principali SO_2, H_2SO_3 şi $Ca(HO_3S)_2$, sînt aceia care determină direcţia de desfăşurare a reacţiei şi intensitatea ei.

Procesul de fierbere poate fi împărţit în două faze şi anume:

a) faza I, în care se produce o absorbţie pronunţată de SO_2 şi calciu din soluţie, fără trecerea în soluţie a altor compuşi şi

b) faza II, în care preluarea SO_2 şi calciului din soluţie continuă, deosebindu-se prin intensitate de faza I; în soluţie apar parte din componenţii necelulozici ai lemnului.

De fapt nu se poate stabili punctul de trecere de la o fază la alta. Această trecere se face într-un anumit interval de timp (8...10 ore) şi într-un interval restrins de temperatură (110...115°C)

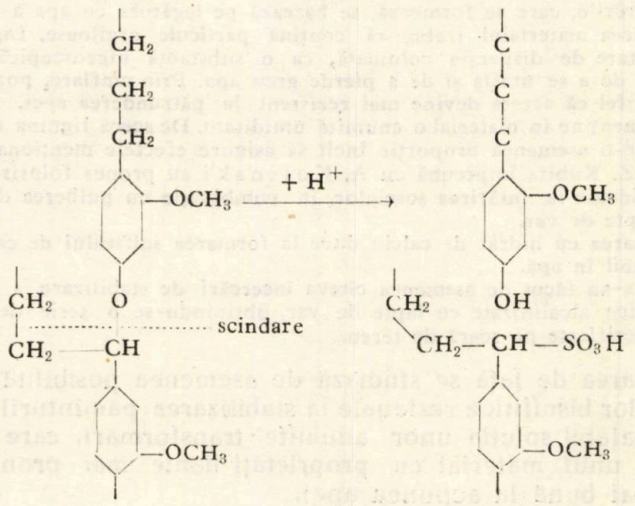
În prefierbere are loc o creştere în SO_2 şi CaO în masa lemnoasă; în această perioadă are loc formarea de compuşi chimici care se formează în fază solidă căci în soluţie nu trece nici unul din compuşii lemnului. Avem acizi lignosulfonici în fază solidă. Se poate considera că prefierberea este caracterizată prin fenomene pur fizice în care elementele active vin în contact.

În faza II are loc solubilizarea acizilor lignosulfonici, a hemicelulozei din componenţa lemnului, care sub acţiunea aciditătii active a mediului suferă degradări puternice.

Deoarece componenţii principali ai soluţiilor bisulfitice sînt acizii lignosulfonici (în proporţie de circa 50%) ne vom ocupa în special de reacţiile chimice de sulfonare a ligninii, care se petrec în perioada prefierberii şi a fierberii.

În prefierbere se pot fixa grupe sulfonice în nucleul aromatic sau în lanţul propanic. Sulfonarea în nucleul aromatic se produce într-o măsură redusă. Lanţul propanic din lignină este cel mai reactiv datorită grupelor ce le posedă. În urma sulfonării iau naştere acizi α- şi β-lignosulfonici. Prin introducerea grupelor sulfonice se măreşte solubilitatea compuşilor, dar simpla introducere a grupei sulfonice nu este suficientă pentru solubilizarea completă.

Există şi o altă formă de legare a SO_3H care se soldează cu scindarea macromoleculei de lignină. Această formă de legătură se prezintă astfel:



Gradul de sulfonare a ligninei, deci gradul de scindare al macromoleculei (solubilizarea), depinde în foarte mare măsură de valoarea pH-ului soluţiei.

La valori mici ale pH-ului scindarea moleculelor este uşurată. La valori mai mari ale pH-ului este posibilă condensarea din nou a ligninei, sau cel puţin o frînare a procesului de solubilizare.

Temperatura influenţează de asemenea procesul de solubilizare a ligninei. Temperatura în timpul fierberii trebuie să fie relativ scăzută (sub 110° C) pentru ca lignina sulfonată să fie în afara pericolului de condensare. Rezultă de aci că pentru scindarea macromoleculei de lignină este nevoie de o aciditate mare şi o temperatură relativ scăzută.

La baza studiului nostru stă ideea refacerii într-o măsură cît mai mare posibilă a structurii iniţiale a ligninii prin asigurarea unor condiţii anumite de temperatură şi presiune ca şi o valoare anumită a pH-ului soluţiilor reziduale.

Tratarea pămîntului cu un asemenea material, în care lignina îşi va reface structura şi în care ea va juca rolul de liant, va asigura stabilitatea sporită la acţiunea apei şi o capacitate portantă ridicată.

Dacă în timpul fierberii, pentru scindarea macromoleculei de lignină este nevoie de un pH scăzut, neutralizarea soluţiei cu un reactiv bazic şi mai departe alcalinizarea, vor favoriza procesul de condensare a ligninei. De asemena asigurarea unei temperaturi ridicate, peste 110°C (cea din timpul fierberii) şi anume, în jurul lui 140...150° C şi presiunea corespunzătoare de 2,5...3 atmosfere, vor facilita în mare măsură fenomenul de condensare.

Mărirea gradului de condensare a ligninei din soluţie şi iniţierea însăşi a procesului, poate fi realizată prin adausuri foarte mici de diferiţi oxidanţi ca: bicromatul de potasiu, permanganatul, tiosulfatul de sodiu, etc.

Asigurarea tuturor acestor condiţii, produce în acelaşi timp o desulfurare a acizilor lignosulfonici, deci sporirea posibilităţilor de refacere a structurii ligninii.

3. Studii de laborator

Încercările de stabilizare s-au făcut folosind soluţie bisulfitică reziduală provenită de la fabrica de celuloză Bacău.

Compoziţia chimică a soluţiei este următoarea:

acizi lignosulfonici	50...65 %
zaharuri	15...22 %
acizi zaharosulfonici şi diverşi compuşi organici	6... 8 %
oxid de calciu	7...10 %
bioxid de sulf (SO_2)	8...12 %

Din compoziţia chimică a soluţiei bisulfitice se vede că componentul lor principal îl formează acizii lignosulfonici, ceea ce ne-a şi determinat să-l privim ca cel mai important factor în procesul de stabilizare a pămînturilor.

Încercările de stabilizare s-au făcut pe două tipuri de pămînt şi anume: pămînt de Copou şi pămînt de Aroneanu.

Proba de la Copou are limita de curgere $L_c = 39\%$, limita de frămîntare $L_f = 14\%$ şi indicele de plasticitate $I_p = 25$. Proba de la Aroneanu are $L_c = 51\%$, $L_f = 18{,}7\%$ iar $I_p = 32{,}2$.

Remarcăm că pH-ul celor două pămînturi este diferit şi anume, cel de la Aroneanu are o alcalinitate mai mare, pH-ul fiind în jurul lui 7 pentru proba Copou şi 7,5...8 pentru proba Aroneanu.

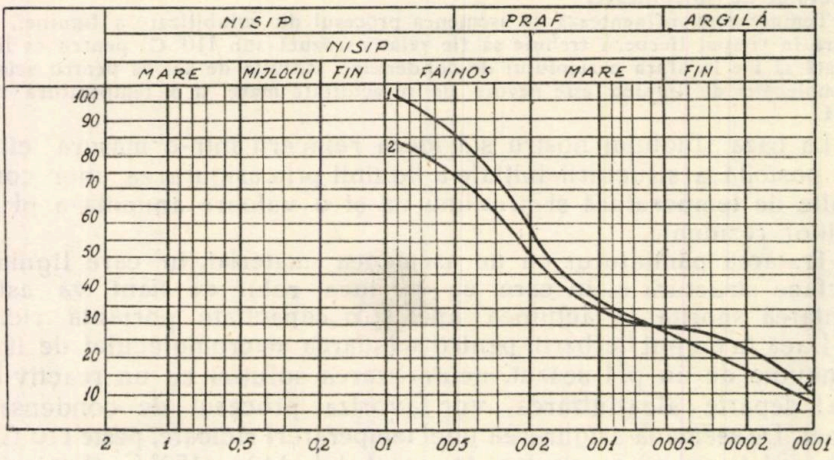


Fig. 1 — Curbele granulometrice ale probelor de pămînt (curba *1*—pămînt de Aroneanu, curba *2* — pămînt de Copou).

Descriem în cele ce urmează modul de lucru.

S-a lucrat cu leşie naturală de concentraţie de 6,8° Bé precum şi cu leşie concentrată la 30° Bé. Ambele soluţii au fost alcalinizate la pH = 12, adăugînd CaO 30% faţă de substanţa uscată din soluţie. Soluţia alcalinizată a fost fiartă în autoclavă la temperatura de 140...150°C şi presiunea de 2,5...3 atmosfere, timp de 1...1,5 ore.

Fierberea s-a făcut fără adaus de oxidant precum şi cu adausuri de oxidant în proporţii de 0,08% şi 0,16% (faţă de substanţa uscată), ca oxidant folosindu-se bicromatul de potasiu, tiosulfatul de sodiu şi permanganatul de potasiu. Materialul astfel prelucrat a servit la confecţionarea probelor de pămînt stabilizat. Probele au fost făcute pentru cele două feluri de pămînt sub forma unor turte rotunde cu diametrul de 2 cm şi grosimea de 1 cm. Umiditatea iniţială a probelor a fost de 26...30%, mult mai mare decît umiditatea optimă de compactare. S-au confecţionat de asemenea probe cilindrice cu diametrul de 5 cm şi înălţimea de 5 cm. Soluţia preparată a fost folosită în dozaje de 5,10, 15 şi 20% faţă de pămîntul în stare uscată. Ca indice al efectului stabilizator al soluţiei bisulfitice reziduale, prelucrată în modul arătat, s-a ales cu precădere stabilitatea la acţiunea apei, urmărindu-se însă şi rezistenţa la compresiune a probelor de pămînt stabilizat. S-a considerat că efectul stabilizator este cu atît mai mare cu cît umiditatea probelor, înaintea imersării în apă este mai mică, deoarece probele cu umidităţi mari la imersare au în general o stabilitate bună la acţiunea apei.

Pentru urmărirea stabilităţii la acţiunea apei, probele au fost introduse în apă la diverse intervale de timp de la confecţionare, determinîn-

du-se în paralel şi umiditatea probelor înaintea imersării. Asupra probelor imersate s-au făcut observaţii permanente urmărind comportarea lor în timp. Probele cilindrice cu diametrul de 5 cm au fost încercate la compresiune după un interval de 7 zile de la confecţionare.

Rezultatele obţinute în ceea ce priveşte stabilitatea la apă a probelor de pămînt stabilizat pot fi urmărite pe graficele din fig. 2, 3, 4 şi 5. În abscisă s-au luat dozajele de liant faţă de pămîntul în stare uscată, iar în ordonată s-a luat umiditatea probelor, înaintea imersării.

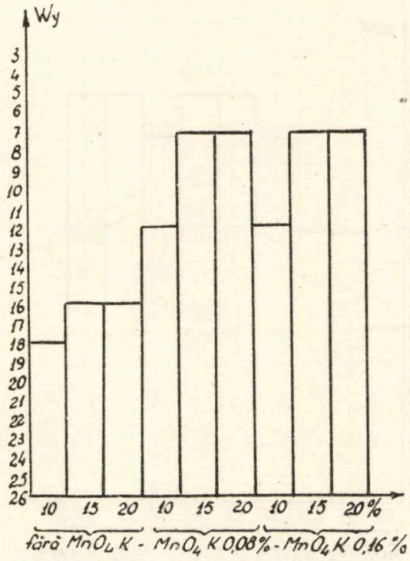


Fig. 2—Stabilitatea la apă a probelor de Aroneanu tratate cu liant din soluţie bisulfitică 6°Bé.

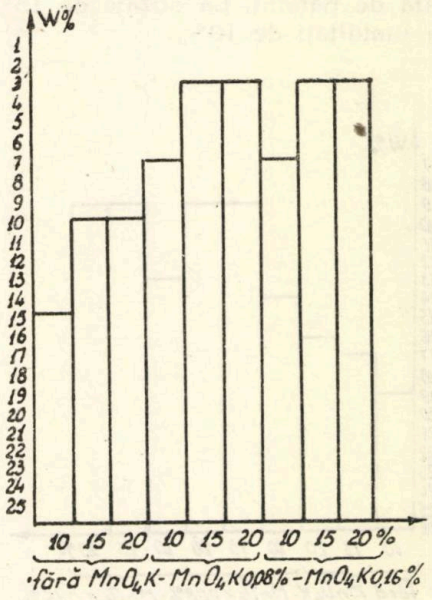


Fig. 3—Stabilitatea la apă a probelor de Aroneanu tratate cu liant din soluţie bisulfitică 30°Bé.

Din examinarea graficelor se pot reţine următoarele constatări.

Pămîntul stabilizat cu soluţie reziduală prelucrată se comportă incomparabil mai bine ca pămîntul în stare naturală.

Probele de pămînt stabilizat cu soluţie de 6,8° Bé, fiartă fără prezenţa oxidantului în proporţie de 10% au o stabilitate perfectă sau destul de bună pentru umidităţi mai mari ca 18%, în cazul pămîntului de Aroneanu, şi 19% în cazul pămîntului de Copou. La tratarea cu aceeaşi soluţie în dozajele de 15% şi 20%, stabilitatea se îmbunătăţeşte într-o măsură oarecare; astfel, probele de la Aroneanu sînt stabile în apă pentru umidităţi pînă la 16%, iar cele de la Copou pînă la umidităţi de 16,5%.

La adăugarea oxidantului (permanganat de potasiu) în timpul fierberii, în proporţie de 0,08% (raportat la substanţa solidă din soluţie) stabilitatea probelor se menţine foarte bună chiar atunci cînd probele ating înainte de imersare umidităţi de 12% — pentru probe de Aroneanu

şi 14% — pentru probe de Copou, în cazul probelor tratate cu 10% soluţie preparată. Crescînd proporţiile de soluţie preparată, în raport cu pămîntul, pînă la 15% şi 20%, stabilitatea se îmbunătăţeşte mult, probele menţinîndu-se bine în apă pînă la umidităţi de 8...9% înainte de imersare.

La tratarea probelor cu material preparat din leşie de concentraţie de 30° Bé stabilitatea creşte mult în comparaţie cu primele. Astfel pentru proba Aroneanu stabilitatea este bună pînă la umidităţi de 15% pentru probe stabilizate cu material fără oxidant, în proporţie de 10% faţă de pămînt. La dozaje de 15% şi 20% stabilitatea este bună pînă la umidităţi de 10%.

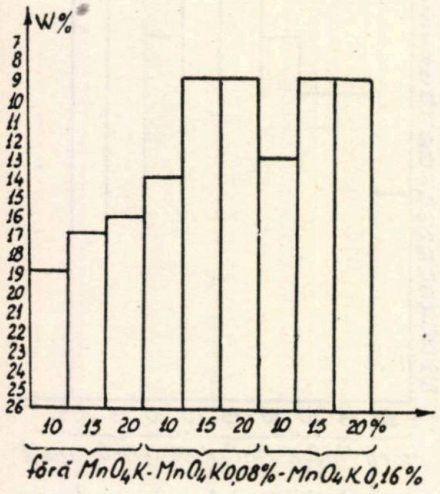


Fig. 4 — Stabilitatea la apă a probelor de Copou tratate cu liant din soluţie bisulfitică 6° Bé.

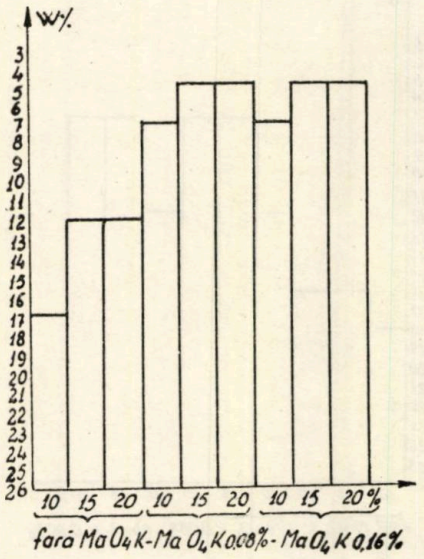


Fig. 5 — Stabilitatea la apă a probelor de Copou tratate cu liant din soluţie bisulfitică 30° Bé.

Pentru probele cu oxidant stabilitatea la apă este asigurată pînă la umidităţi de 7% la probele stabilizate cu 10% material. Pentru cele tratate cu dozaje de 15% şi 20%, stabilitatea este bună pînă la umidităţi în jurul lui 3%. Pentru probele de Copou stabilitatea la apă merge în acelaşi sens, umidităţile pînă la care probele se menţin în stare perfectă fiind cu 2...3% mai mari ca în cazul probelor Aroneanu.

Noi explicăm această diferenţă, de altfel destul de mică, în comportarea la apă a probelor de la Copou şi Aroneanu, prin pH-ul diferit al celor două pămînturi. La probele Aroneanu credem că alcalinitatea ceva mai mare a favorizat continuarea procesului de polimerizare după tratarea probelor.

Trebuie să remarcăm că stabilitatea la apă nu creşte mult (după cum rezultă şi din grafice) la o creştere a procentului de liant preparat de la 15% la 20%.

Menţionăm că toate probele puse în apă imediat după confecţionare se distrug imediat. După circa 12 ore de la preparare, stabilitatea la apă este perfectă. Acest lucru ne face să credem că procesul de polimerizare a ligninei continuă după confecţionarea probelor.

Rezultate şi mai bune s-au obţinut folosind ca oxidant bicromatul de potasiu în aceleaşi proporţii ca şi permanganatul de potasiu.

Întrucît nu s-au făcut încercări sistematice asupra rezistenţei la compresiune, ne limităm în prima fază să arătăm că în general aceste rezistenţe sînt mai mari ca 25 kg/cm^2 atingîndu-se şi valori de 50 kg/cm^2.

4. Concluzii

În urma studiilor făcute şi a rezultatelor obţinute la stabilizarea pămînturilor cu soluţii bisulfitice reziduale se pot trage următoarele concluzii:

1. Credem că ideia refacerii structurii ligninii prin asigurarea unor condiţii favorabile poate fi luată în considerare în problemele de stabilizare a pămînturilor.

2. Alcalinizarea soluţiilor bisulfitice reziduale cu CaO şi fierberea lor la temperaturi de 140...150° C şi presiune de 2,5...3 atmosfere, poate conduce la un material cu proprietăţi liante care poate fi folosit la stabilizarea pămînturilor.

3. Adausurile, la fierbere, de permanganat de potasiu în proporţie de 0,08%, duc la obţinerea unui material liant care asigură o stabilitate perfectă a probelor la dozaje de 15% faţă de pămîntul în stare uscată.

4. Pămînturile cu alcalinitate mare se pretează mai bine la stabilizarea cu soluţii bisulfitice reziduale, decît acele acide.

5. Considerăm că astfel de materiale liante, din soluţiile bisulfitice reziduale, pot fi obţinute de fabricile de celuloză printr-o continuare a procesului de producţie în care soluţiile să fie prelucrate după procedeul arătat mai sus.

6. Complexitatea problemei şi importanţa ei face necesară continuarea cercetărilor.

În lucrarea de faţă materialul folosit a fost privit ca un liant care stabilizează pămîntul datorită proprietăţii sale de a fi insolubil în apă. În viitor va trebui dată o atenţie deosebită interacţiunii dintre materialul folosit şi elementele chimice care se găsesc în pămînt.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Construcţii
şi
Institutul Regional de Proiectări, Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Kubita Z., Papir a celulosa, 1954, *10*, p. 221
2. * * * *Valorificarea soluţiilor bisulfitice reziduale*, culegerea de material documentar, IDT, Buc., 1955.
3. Stanik V., Janak O., Papir a celulosa, 1955, *10*, p. 196.
4. Kin Z., Przeglad Papierniczy, 1953, *4*, p. 113
5. Непенин Н. Н., *Технология целлюлозы*, т. **III**, стр. 461.

К ИЗУЧЕНИЮ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В СТАБИЛИЗАЦИИ ГРУНТОВ ОТХОДОВ БИСУЛЬФИТНЫХ ЩЕЛОЧЕЙ

(Резюме)

Даны следующие результаты проведенной работы:

а) Обеспечивая необходимыми условиями изменения структуры лигнина, можно использовать его для стабилизаций грунтов.

б) Алкалинизация бисульфитных отходов, при помощи CaO и их варка при температуре в 140... 150°C и давлении в 2,5... 3 атмосферы, может создать хорошее вяжущее для стабилизации грунтов.

в) 0,08 % перманганата калия, прибавленного к варке, создает вяжущее, обеспечивающее отличную стабилизацию проб по дозировке в 15% в сравнении с сухим грунтом.

г) Грунты высокой алкалийности легче поддаются стабилизации растворами бисульфитных отходов, чем грунты кислотные.

д) Вяжущее из бисульфитных отходов можно получать на целлюлозных фабриках продлив процесс фабрикации по предлагаемому методу.

е) Сложность задачи и ее важное практическое значение требуют дальнейших исследований; в частности, необходимо особое изучение взаимодействия между использованным материалом и химическими элементами соответствующего грунта.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Гранулометрические кривые проб грунта (кривая *1* — грунт Ароняну, кривая *2* — грунт Копоу).

Рис. 2. — Стабильность к воде проб грунта Ароняну пользованных вяжущим из бисульфитного раствора 6° Bé.

Рис. 3. — Стабильность к воде проб грунта Ароняну пользованных вяжущим из бисульфитного раствора 30° Bé.

Рис. 4. — Стабильность к воде проб грунта Копоу пользованных вяжущим из бисульфитного раствора 6° Bé.

Рис. 5. — Стабильность к воде проб грунта Копоу пользованных вяжущим из бисульфитного раствора 30° Bé.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DE L'UTILISATION DES LESSIVES BISULFITIQUES RÉSIDUELLES POUR LA STABILISATION DES TERRES

(Résumé)

On étudie l'effet de stabilisation des terres à l'action de l'eau, obtenue par l'utilisation, comme liant, des solutions bisulfitiques alcalinisées avec de la chaux jusqu'à un pH = 12. La solution est soumise à l'ébullition à une température de 140°...150° et à une pression de 2,5...3 atm. affin de reconstituer la structure macromoléculaire de la lignine, qui améliore ses propriétes de liant.

Les essais sur des échantillons traités avec des solutions bisulfitiques ont montré une très bonne stabilité à l'égard de l'action de l'eau.

Explication des figures

Fig. 1. — Les courbes granulométriques des échantillons de terre (curbe *1*—sol de Aroneanu, courbe *2*—sol de Copou).

Fig. 2. — La stabilité à l'action de l'eau des échantillons d'Aroneanu, traités avec une solution bisulfitique 6° Bé.

Fig. 3. — La stabilité à l'action de l'eau des échantillons d'Aroneanu traités avec une solution bisulfitique 30° Bé.

Fig. 4. — La stabilité à l'action de l'eau des échantillons de Copou traités avec une solution bisulfitique 6° Bé.

Fig. 5. — La stabilité à l'action de l'eau des échantillons de Copou traités avec une solution bisulfitique 30° Bé.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

691.2

POSIBILITĂŢI DE VALORIFICARE ÎN CONSTRUCŢII A ROCILOR DIN MASIVUL REPEDEA — IAŞI

DE

AL CHELĂRESCU, OREST NICHITA, ELISABETA PĂUNEL, ANATOLIE MIHUL, VLADIMIR BOGHIAN, EUGEN FLOREA, ARIADNA BOGHIAN, FLORIN CONSTANTINESCU, ELISABETA ARDELEANU, I. DUMITRESCU şi LUIZA TANASACHE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Consideraţiuni generale

Masivul Repedea reprezintă pentru regiunea Iaşi o sursă importantă de materiale şi materii prime pentru construcţii; prin exploatarea lor sistematică şi dirijarea raţională se poate asigura o bună parte din cerinţele şantierelor de construcţii locale.

Masivul Repedea este constituit din cantităţi apreciabile de calcare oolitice, grezoase, fosilifere, din grezii calcaroase, nisipuri, marne şi argile. Din studiile efectuate [1] s-a întrevăzut posibilitatea folosirii lor la confecţionarea betoanelor (uşoare, obişnuite şi de mărci superioare), a mortarelor şi a agregatelor artificiale uşoare, a sticlei spongioase, a varului şi cimentului. Astfel:

a) calcarele oolitice, grezoase şi grezia calcaroasă se pretează la fasonarea prin cioplire şi tăiere, a blocurilor proprii pentru zidărie, socluri de clădiri, etc. şi la tăiere sub formă de plăci pentru placarea clădirilor;

b) calcarele oolitice se pot folosi ca agregate la betoanele macroporoase uşoare cu rezistenţe mecanice suficiente pentru executarea pereţilor portanţi la clădiri, cît şi la prepararea betoanelor obişnuite cu greutate mijlocie;

c) grezia calcaroasă dură de Catarg corespunde condiţiilor cerute la agregatele pentru betoane de mărci superioare şi la unele materiale de drumuri;

d) prin arderea calcarelor fosilifere pot rezulta varuri care şi-ar găsi utilizarea în construcţii la confecţionarea mortarelor pentru zidărie şi tencuială împreună cu nisipul de Repedea; aceste materii prime pot să asigure dezvoltarea unei industrii de materiale silico-calcare;

e) argilele constituie încă din 1891 materia primă pentru fabricarea materialelor ceramice; prin arderea argilelor bazale la temperaturi peste 1100° se poate obţine (fără adaose) cheramzitul;

f) calcarele, marnele şi argilele din masivul Repedea, împreună cu celelalte rezerve din zăcămintele învecinate (Ştefăneşti, Ripiceni Movila-Ruptă), ar putea asigura sursa de materii prime pentru dezvoltarea industriei cimentului şi a varului hidraulic;

g) calitatea şi rezervele mari de nisipuri cuarţoase indică posibilitatea obţinerii industriale a sticlei multicelulare, material cu proprietăţi şi posibilităţi multiple de utilizare.

În studiul de faţă se arată în ce măsură şi cu ce caracteristici se pot obţine o serie din aceste materiale.

Extinderea studiilor şi trecerea la exploatarea mecanizată a masivului Repedea ar constitui un pas înainte pentru dezvoltarea unor noi posibilităţi locale în sectorul materialelor de construcţie, contribuind astfel la reducerea preţului de cost.

2. Posibilităţi de folosire a rocilor din masivul Repedea ca piatră de construcţie

În masivul Repedea există tipuri variate de roci sedimentare [1] corespunzătoare folosirii lor ca piatră de construcţie şi care în prezent nu se utilizează decît sporadic.

a) *Piatră pentru construcţii de clădiri*

Calcarul oolitic şi oolitic grezos din carierele Cîrnu, Madan, chiar de la Durnea şi Musteaţă, prezintă un deosebit interes pentru construcţia clădirilor, îndeplinind majoritatea condiţiilor fizico-mecanice cerute : greutate specifică aparentă relativ mică (Cîrnu : 1809...1900 kg/m³), ceea ce asigură o conductivitate redusă, comportarea satisfăcătoare la îngheţuri şi dezgheţuri succesive, rezistenţe la compresiune suficiente (210 kg/cm² — Cîrnu, 131 kg/cm² — Durnea, 210 kg/cm² — Musteaţă). Exemplu concludent în privinţa comportării în timp a calcarelor de Repedea îl constituie majoritatea construcţiilor vechi din piatră (ziduri de cetăţi, socluri de clădiri, pivniţe, etc.), care au suportat încercarea cea mai vitregă, în special cea de gelivitate, a sutelor de ani şi care astăzi sînt încă exemple de construcţii solide. Fiind roci moi şi cu bobul mijlociu se prelucrează cu uşurinţă atît manual cît şi pe cale mecanică, obţinîndu-se elemente cu aspect plăcut ; se pretează la tăiere chiar din carieră.

Ca piatră brută este indicată la fundaţii de clădiri fie sub formă de blocuri sau în beton ciclopian.

Sub formă de moloane cu suprafaţa brută prelucrată (preferabil prin şpiţuire) corespunde pentru executarea pereţilor din zidărie mixtă (cu cărămidă în interior).

Pentru blocuri tăiate chiar din carieră (cu maşini Stolearov sau de alt tip) şi prelucrate ulterior pe una din feţe este avantajos a se folosi în special calcarul din carierele Cîrnu şi Madan (stratul inferior), unde stratele sînt de 3...6 m grosime ; din astfel de blocuri se pot realiza şi efecte deosebit de agreabile în arhitectura faţadelor.

Plăcile rezultate prin tăiere din calcarul de Cîrnu (în special) se pot folosi pentru placarea faţadelor, avînd proprietăţi apropiate de ale pietrelor moi de bună calitate pentru placaje (v. tabelul 1).

Tabelul 1

Tipul de piatră	γ_{as} kg/m³	Abs. apă %	R_c kg/cm²	R_c sat. kg./cm²	R_c îng. kg/cm²
Calcar-Cîrnu, Repedea	1900	7,10	210	150	141
Travertin-Cărpiniş, Deva	2220...2600	0,70...3,40	110...1020	100...890	80...880
Calcar-Lespezi, Dobrogea	1717	14,70	124	95	87

Elemente arhitecturale pentru faţade, fără profile fine (solbancuri ancadramente, cornişe, etc.) se pot de asemenea realiza din calcarul de Cîrnu.

Din grezia de Catarg se pot obţine dale de pardoseală, trepte la scări şi plăci pentru placaj ; prin prelucrare şi lustruire aspectul elementelor obţinute este plăcut. Din cauză că se lucrează greu, grezia de Catarg este indicată a fi utilizată numai ca piatră spartă la betoane de mărci superioare (v. pct. 3 b).

Pe calcarele şi greziile calcaroase de Repedea, cu caracter de informare, s-a experimentat şi procedeul de protecţie prin silico-fluatizare [4]. Rezultatele obţinute (redate parţial în tabelul 2) denotă o creştere a rezistenţelor la compresiune ; grosimea variabilă a stratului silico-fluatizat (la aceeaşi epruvetă) pune în evidenţă neomogenitatea structurală a pietrei.

Tabelul 2

Încercarea efectuată	Proba	Calcar C. Bîrnovei				C. Musteaţă	Grezie Catarg
		1	*2*	*3*	*4*		
R_c kg/cm²	martor	159	87	153	52	151	1146
	silico-fl.	176	94	227	84	189	1369

b) *Piatră pentru construcția drumurilor*

Din datele de teren pe care le posedăm pînă în prezent și din rezultatele încercărilor fizico-mecanice [1] rezultă că numai grezia de Catarg și nisipurile îndeplinesc condițiile pentru anumite lucrări de drumuri.

Grezia calcaroasă de Catarg este dură și rezistentă la compresiune (R_c=1000...1400 kg/cm², după saturare cu apă R_c=750...1000 kg/cm², iar după încercarea de gelivitate R_c=642 kg/cm², la piatra spartă R_c=70%); rezistența la șoc este acceptabilă numai în cazul pietrei sparte ($R_ş$ = 83%) iar pe cub este sub limita cerută prin STAS 667—51 ($R_ş$=34... 46 kg.cm/cm³); rezistența la uzură este corespunzătoare numai pentru piatra spartă (R_u=5% — Deval — și coeficientul de calitate 8), căci pe cuburi rezultă R_u= 49 g, deci mai mare decît limita admisă (30 g); cu toate că este o rocă acidă prezintă o bună adezivitate la toate categoriile de lianți. Prin concasare granulele rezultate au formă scurt-prizmatică (v. pct. 3 b).

În carieră se găsește sub formă de cuiburi și de lentile înglobate în stratele de nisip.

Raportîndu-se rezultatele încercărilor fizico-mecanice la condițiile impuse prin STAS 667—51, grezia de Catarg este indicată a fi utilizată local astfel:

a) *ca piatră brută* pentru fundații de drumuri și chiar la pavaje;

b) *ca piatră spartă simplu concasată* la drumurile din grupa *A* și *B* pentru executarea stratelor inferioare de fundații, la stratul de fundație sub îmbrăcăminți rigide și ca agregat pentru betonul din stratul inferior al îmbrăcăminților din beton cu ciment, la stratul de fundație sub îmbrăcăminți asfaltice permanente mai groase de 3 cm; la macadamuri ordinare protejate cu covoare subțiri pînă la 3 cm, se poate utiliza numai la drumurile din grupa *B*.

Adezivitatea perfectă a lianților hidraulici (cimentul) cît și a lianților hidrocarbonați (bitumul) se poate explica pe baza modului de repartizare a componenților greziei și nu după compoziția chimică. Grezia de Catarg este o rocă acidă căci are un conținut mare de SiO_2 sub formă de granule de nisip; comportarea bună față de bitum se datorește însă calcitei (componentul bazic care acoperă și leagă granulele de nisip), cu care liantul vine direct în contact, realizîndu-se condiția cunoscută pentru adezivitatea pe baze chimice, adică săpunul insolubil. Pentru aprecierea adezivității bitumului la grezia de Catarg s-a aplicat metoda clasică Riedel-Weber și metoda Nicholson. În tabelul 3 sînt incluse cîteva din rezultatele obținute, comparativ cu alte roci acide (granitul, care nu se poate utiliza cu lianții hidrocarboranți fără tratare prealabilă cu aditivi) și cu rocile neutre (andezitul), sau bazice (bazaltul), care sînt preferate pentru agregate în betoanele hidrocarbonate.

Tabelul 3

Tipul de piatră	Metoda Riedel-Weber				Metoda Nicholson (bitum tip *D*)				
	Bitum tip				Metoda dinamică (20°)			Metoda statică	
	B	*D*	*E*	*G*	*D*	*P*	*Ac*	*P*	*Ac*
Grezia Catarg	10	6	4	6	—	5	95	6	94
Granit Dobrogea	0	1	0	0	20	42	38	80	20
Andezit Dornișoara					2	13	84	90	10
Bazalt									100

D — greutate granule descoperite complet de pelicula liant (%).
P — greutate granule cu pelicula punctată (%),
Ac — greutate granule acoperite complet cu pelicula liant (%).

Adezivitatea perfectă și a liantului hidraulic la grezia de Catarg nu se poate pune pe seama faptului că roca este acidă căci liantul de asemenea vine în contact întîi cu calcita; aici se produc fenomene fizice (de exemplu absorbția pastei de liant în porii pietrei) care determină gradul de adezivitate.

Nisipul de Catarg [1] corespunde (în ceea ce privește ascensiunea capilară) numai ca material pentru stratele izolante (nu este indicat în stratele filtrante), pentru înnoroirea macadamului și pentru fundații de drumuri.

Avîndu-se în vedere neomogenitatea pe care o prezintă în zăcămînt nisipurile de Repedea, de fiecare dată cînd se trece la exploatarea unui nou strat se impun încercări în laborator, înainte de utilizare.

3. Posibilități de obținere a betoanelor cu agregate din piatră de Repedea

Existența în masiv a rocilor cu greutăți specifice aparente și rezistențe la compresiune variate indică posibilitatea realizării tuturor tipurilor de betoane: ușoare, macroporoase și compacte de la mărcile mici, pentru beton simplu pînă la cele de mărci superioare, pentru beton pretensionat.

Calcarele oolitice grezoase sînt indicate pentru betoanele macroporoase, grezia de Coasta Bîrnovei pentru betoane compacte simple și grele iar grezia dură de Catarg pentru betoane armate și de mărci superioare. Mai jos sînt prezentate numai rezultatele referitoare la betoanele macroporoase și la betoanele de mărci superioare.

b) *Betoane macroporoase*

Din ultimii ani betoanele macroporoase se aplică în diferite țări (URSS, Anglia, RFG, etc.) pe scară tot mai largă la construcția pereților. În anumite condiții și mai ales în cazul cînd se utilizează betoane monolite turnate în cofraje de inventar, folosind agregate locale, costul pereților poate fi redus cu cca. 30% față de zidăria din cărămidă.

Caracteristicile fizico-mecanice ale calcarelor oolitice și ale calcarelor grezoase din masivul Repedea (carierele Cîrnu, Durnea, Madan) corespund (v. tabelul 4) cerințelor pentru obținerea prin concasare a unor agregate pentru beton marca 35.

Tabelul 4

Principalele caracteristici fizico-mecanice	Calcarele oolitice și grezoase de la:		
	Cîrnu	Madan	Durnea
Greutatea specifică (g/cm³)	2,700	2,720	2,650
Greutatea specifică aparentă (t/m³)	1,900	1,887	1,730
Compactitatea	0,70	0,69	0,65
Porozitatea totală (%)	20,0	31,0	35,0
Higroscopicitatea (%)	—	—	14,8
Absorbția de apă la presiune normală (%)	7,10...9,85	—	14,9
Rezistența la compresiune cub (kg/cm²)	150...210	—	87...131
Rezistența la compresiune cub sat. (kg/cm²)	110...150	—	53

Prin concasarea pietrei, sortul 0...3 mm, care nu-și găsește utilizare la betoanele macroporoase, este indicat la mortarele de tencuială. Forma granulelor rezultate este apropiată de cea optimă. Caracteristicile tehnice ale agregatului (v. tabelul 5) arată că:

a) materialul corespunde agregatelor cu greutate unitară mijlocie pentru compoziția granulometrică curent folosită în alte țări (3...20 mm); se obține o greutate unitară în grămadă în stare afînată sub 1000 kg/m³, care crește puțin prin tasare;

b) porozitatea totală de 23% (Cîrnu), 31% (Madan) și 35% (Durnea) este apropiată de cea a cărămizii, ceea ce contribue la asigurarea unei conductivități reduse;

c) încercările de gelivitate arată că materialul are o comportare satisfăcătoare la un număr suficient de cicluri de înghеț-dezgheț, iar prin învelirea granulelor cu pelicula de liant această cerință este deplin asigurată.

Tabelul 5

Caracteristici fizico-mecanice	Stare	Sort	Calcare oolitice şi grezoase de la					
			Cîrnu		Madan		Durnea	
			afînat	îndesat	afînat	îndesat	afînat	îndesat
Greutatea unitară în grămadă (kg/m³)	uscată	3...10 mm	896	1035	920	985	961	1020
		10...20 mm	924	1060	941	1078	—	—
	cu umiditate naturală	3...10 mm	963	1113	961	1060	975	1035
		10...20 mm	965	1102	966	1103	—	—
Volum de goluri (%)	uscată	3...10 mm	45	38			44,4	
		10...20 mm	46	45			—	
		3...15 mm	—	—			45,2	
		15...30 mm	—	—			47,5	
Absorbţia de apă (%)	uscată	3...10 mm	20,9		22,3		18,2	
		10...20 mm	15,9		16,2		—	
		3...15 mm	—		—		18,2	
		15...30 mm	—		—		14,8	
Încercare la gelivitate-pierderi (%)	sat. apă		15 cicluri		25 cicluri		15 cicluri	
		30...60 mm*)	6,45		10,85		13	
		3...20 mm	6,00		8,25		15	

*) Sortul 30...60 mm s-a obţinut prin sfărîmarea pietrei cu ciocanul iar sortul 3...20 mm prin concasare.

Betoanele macroporoase pentru încercări în laborator s-au confecţionat atît manual cît şi mecanic prin amestecarea agregatului mai mare de 3 mm cu laptele de ciment şi factorul A/C optim pentru dozajul folosit [2].

Confecţionarea epruvetelor s-a făcut prin turnarea betonului în matriţe în două straturi consecutive, compactate uşor cu ajutorul unei şipci de lemn. Decofrarea s-a efectuat după 48 ore iar regimul de păstrare pînă la încercare (7 şi 28 zile) s-a menţinut acelaşi ca şi pentru betoanele obişnuite.

Pentru stabilirea condiţiilor de obţinere a unor betoane cît mai bune şi mai ieftine pentru executarea pereţilor s-a variat: compoziţia granulometrică a agregatului, dozajul în ciment, factorul A/C, modul de preparare a betonului (manual şi mecanic); s-a experimentat şi influenţa adaoselor de părţi minerale fine, adaosele de ipsos şi de $CaCl_2$. Nu s-au experimentat betoanele cu agregate monogranulare, deoarece acestea nu pot fi folosite decît în regiuni fără cutremure, ceea ce nu corespunde ţării noastre.

În tabelul 6 se prezintă rezultatele privind influenţa pe care o exercită compoziţia granulometrică a agregatului asupra rezistenţei la compresiune şi a greutăţii specifice aparente a betonului macroporos rezultat.

După cum rezultă rezistenţele maxime se obţin la betonul preparat din sorturile de agregat 3/7 mm + 7/15 mm luate în raportul 30/70, pentru care, la un dozaj de ciment de 130 kg/m³ s-a obţinut $R_c = 35$ kg/cm² la $\gamma_{sa} = 1445$ kg/m³; cu sorturile 3/10 mm + 10/20 mm în părţi egale s-a obţinut $R_c = 32$ kg/cm² şi $\gamma_{sa} = 1382$ kg/m³.

Influenţa dozajului în ciment se poate urmări în tabelul 7, de unde rezultă cărezistenţa la compresiune acceptabilă se obţine pentru amestecul de sorturi 3/7 mm + 7/15 mm, în proporţie de 30% + 70%, şi corespunde la un dozaj minim în ciment de 130 kg/m³.

Tabelul 6

Compoziţia granulometrică a agregatului		Dozaj ciment kg/m³	A/C	Prevăzut kg/m³	Realizat			
					7 zile		28 zile	
sort mm	proporţie %				γ_{sa} kg/m³	R_c kg/cm²	γ_{sa} kg/m³	R_c kg/cm²
3/7+7/15	30+70	130	1,30	1550	1507	14,25	1445	35,30
3/7+7/15	40+60	130	1,30	1522	1492	18,76	1370	24,70
3/7+7/15	50+50	130	1,87	1488	1440	6,10	1345	21,00
3/7+7/15	40+60	150	1,15	1466	1430	20,15	1412	27,70
3/10+10/20	25+75	150	1,25	1530	1475	21,91	1435	28,30
3/10+10/20	50+50	150	1,41	1550	1490	11,25	1382	32,55
3/15+15/30	25+75	150	1,27	—	—	—	1375	31,80
3/15+15/30	30+70	150	1,25	—	—	—	1350	23,65
3/15+15/30	40+60	150	1,30	—	—	—	—	—
3/15+15/30	50+50	150	1,39	—	—	—	1306	16,80
7/15	100	150	1,11	—	—	—	1276	15,50
15/30	100	150	1,16	—	—	—	1358	23,80
3/30+30/40	85+15	150	1,01	—	—	—	1405	18,50

Tabelul 7

Sorturi %	Ciment kg/m³	A/C	La 7 zile		La 28 zile	
			γ_{sa} (kg/m³)	R_c (kg/cm²)	γ_{sa} (kg/m³)	R_c (kg/cm²)
40+60	80	2,00	1298	5,40	1269	9,30
40+60	100	1,36	1312	6,75	—	16,86
30+70	130	1,30	1507	14,25	1445	35,30
40+60	150	1,15	1430	20,15	1412	27,70
40+60	180	1,07	—	—	1378	32,70
40+60	200	0,90	1480	28,80	1443	39,80
40+60	220	1,07	—	—	1425	53,80

În vederea economiei de ciment s-a studiat şi influenţa amestecării prelungite a betonului în betonieră (v. tabelul 8).

Tabelul 8

Minute amestecare	R_c (kg/cm²)
4	20,7
6	35,1
10	37,3

La durata de amestecare de 6 minute rezultă o creştere avantajoasă a rezistenţei la compresiune faţă de cea de la durata de 4 minute; această creştere este neglijabilă faţă de cea obţinută la durata de 10 minute.

Pe baza rezultatelor satisfăcătoare obţinute privind betoanele macroporoase cu agregat din calcarul de Repedea, recomandăm a se trece la folosirea acestui material pe scară cît mai întinsă în oraşul Iaşi.

b) *Betoane de mărci superioare*

În masivul Repedea, la Catarg, există rezerve importante de grezie calcaroasă dură, care se prezintă sub formă de plăci lenticulare, intercalate între straturi de nisip cu grosimi variabile [1] şi care are rezistenţe la compresiune (determinate pe cuburi cu latura de 5 cm) de 1000...1400 kg/cm². Ţinînd seama de faptul că raportul între rezistenţa pietrei din care provine agregatul concasat şi rezistenţa betonului trebuie să fie de

cel puţin 1,8 (pentru ca agregatul să nu aibă o influenţă defavorabilă asupra rezistenţei betonului), rezultă că această piatră de la Catarg este indicată a fi folosită la confecţionarea betoanelor de mărci superioare (B 400, 500, 600 şi 700).

Folosirea raţională a greziei calcaroase de Catarg la betoanele de mărci superioare prezintă un deosebit interes pentru regiunea Iaşi şi mai cu seamă pentru oraşul Iaşi, întrucît pe o rază de cca. 150 km nu există altă piatră dură pentru confecţionarea betoanelor pretensionate, care astăzi, datorită avantajelor pe care le prezintă, încep a se utiliza tot mai intens. Folosirea unor agregate locale, corespunzătoare, pentru confecţionarea betoanelor de mărci superioare asigură în condiţii avantajoase şi din punct de vedere economic, înlocuirea betonului obişnuit cu beton pretensionat la mare parte din lucrările de construcţii.

În acest scop s-au efectuat o serie de cercetări în laborator prin care s-a stabilit calitatea agregatelor rezultate prin concasarea greziei de Catarg şi posibilitat a de folosire a acestora la confecţionarea betoanelor de mărci superioare.

Analizînd agregatul din piatră de Catarg au rezultat următoarele:

a) Compoziţia granulometrică a agregatului obţinut prin simplă concasare, prin înlocuirea fracţiunii 0...3 mm cu nisip de Lespezi sau Paşcani, sort 0...7 mm, în proporţie de cca 26% (spălat), corespunde unui agregat optim pentru betoane de mărci superioare (fig. 1). Amestecul astfel obţinut nu necesită decît o singură ciuruire a agregatului concasat (prin ciurul de 3 mm). Prin folosirea fracţiunii 3.. 7 mm rezultată din concasarea pietrei de Catarg se corijează lipsa pe care o prezintă în general nisipurile din Moldova, obţinîndu-se o compoziţie granulometrică foarte bună, fără a fi necesară ciuruirea nisipului. Proporţia nesatisfăcătoare în amestec a sortului 1...3 mm nu influenţează decît în mică măsură rezistenţa betonelor, de aceea corijarea acestui sort prin cernerea nisipului nu este justificată din punct de vedere economic decît în cazul cînd s-ar folosi la exploatarea nisipului un clasor hidraulic.

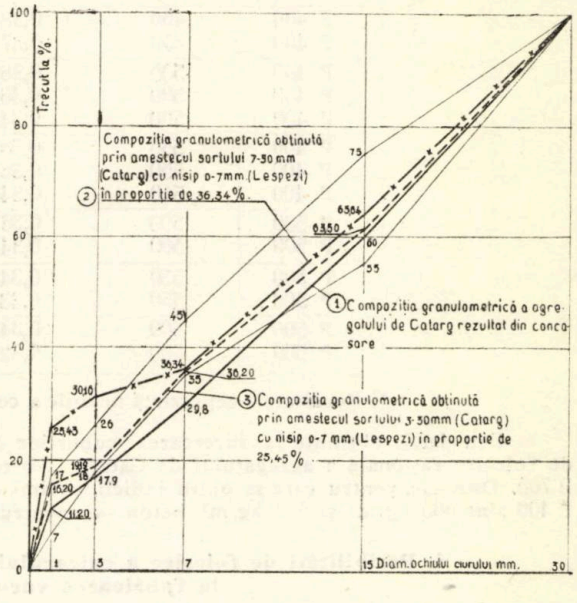


Fig. 1

Tabelul 9

Sort (mm)	b/a	c/a
3/7	0,76	0,40
7/15	0,77	0,47
15/30	0,81	0,44
STAS 1667-54	>0,66	>0,33

b) Agregatul rezultat din prima concasare a greziei de Catarg este constituit în majoritate din granule scurt-prizmatice care din punct de vedere a formei îndeplinesc condiţiile agregatelor de foarte bună calitate (v. tabelul 9). Forma granulelor se îmbunătăţeşte odată cu creşterea dimensiunilor acestora.

c) Suprafaţa granulelor concasate rezultă rugoasă şi cu aspect poros. Piatra de ciment aderă puternic la suprafaţa granulelor de agregat pătrunzînd în porii pietrei. Ruperea epruvetelor de beton se produce totdeauna prin piatra de ciment şi agregat fără ca să aibă loc desprinderea granulelor din mortar. În ruptură betonul are aspect mozaicat.

Rezultatele încercărilor pe betoanele confecţionate cu agregat concasat de Repedea (cu compoziţia granulometrică dată în fig. 1 — curba 5) sînt prezentate în tabelul 10.

Tabelul 10

Calitatea cimentului	Dozajul cimentului	A/C	R_{28} *) kg/cm²
P 400	400	0,40	520
P 400	400	0,38	618
P 400	400	0,36	572
P 400	450	0,38	621
P 400	450	0,37	636
P 400	500	0,38	645
P 400	500	0,36	660
P 400	500	0,34	693
P 400	550	0,38	683
P 400	550	0,36	702
P 400	550	0,34	710
P 500	500	0,36	690
P 500	500	0,34	705
P 500	550	0,34	702
P 500	550	0,33	712
P 500	600	0,34	716
P 500	600	0,32	736

*) Rezultatele reprezintă mediile a cel puţin 6 încercări.

Din datele obţinute la încercarea cuburilor din beton se justifică posibilitatea de folosire raţională a agregatului de Catarg la betoane de mărci superioare, inclusiv B 700. Dozajele, pentru care se obţin indicii maximi de utilizare, pentru beton cu cimen. P 400 sînt 500 kg/m³ şi 550 kg/m³ beton iar pentru ciment P 500 — 500 kg/m³ betont

4. Posibilităţi de folosire a calcarului fosilifer de Repedea la fabricarea varului

Calcarul din masivul Repedea [1], cu un conţinut în $CaCO_3$ de 77,13% la Coasta Bîrnovei şi 79,47% la Musteaţă, atunci cînd este bogat în fosile rezultă ca steril în procesul de exploatare a celorlalte roci, căci rezistenţele mecanice sînt reduse.

Prin arderea calcarului fosilifer de Repedea într-una din camerele cuptorului circular de la fabrica de cărămizi Bucium-Iaşi, cu toate că nu s-au putut asigura condiţiile normale de ardere, a rezultat un var (v. tabelul 11), care se poate folosi local pentru mortare (v. pct. 5) şi la fabricarea silico-calcarelor (v. pct. 6).

Tabelul 11

Caracteristicile tehnice	Var Repedea	Condiţii STAS 146—53	
		var gras bulgări calit. III	var pastă calit. III
Randament în pastă (l/kg)	1,4	min. 1,6	—
Consistenţa pastei (cm)	9,0	—	max. 12
Reziduu la stingere (%)			
a) pe sita 100 ochiuri/cm²	14	max. 12	—
b) pe sita 4900 ochiuri/cm²	34	—	—

Reziduul mare la stingere pe sita nr. 009 este constituit în parte din piatră nearsă (deoarece condiţiile nu au fost favorabile pentru ardere) iar parte este format din silice.

Cantitatea de apă pentru stingere este de 1,3...1,7 l/kg var, timpul de stingere de 17 minute şi temperatura de stingere 58...86°.

Compoziţia mineralogică a calcarului fosilifer de Repedea indică şi posibilitatea de obţinere a varului hidraulic iar împreună cu alte materii prime (marne, argile) ar putea constitui chiar materia primă pentru fabricarea cimenturilor.

5. Mortare cu nisip de Repedea

Nisipurile de Repedea (Catarg, Coasta Bîrnovei, aflorimentul Bîrnova), deoarece sînt fin granulare, cu un conţinut mare de părţi levigabile [1] şi foarte neomogene (după stratul de unde se recoltează), în prezent nu se utilizează pentru mortare decît sporadic; ele nu corespund condiţiilor tehnice în vigoare.

Totuşi, datorită conţinutului ridicat de SiO_2 (de exemplu, nisipul de Catarg-92,78%) şi considerînd că partea fină ar putea lucra ca un plastifiant (ceea ce ar compensa deficienţa cauzată de fineţea accentuată), pe aceste nisipuri s-au experimentat posibilităţile de obţinere a mortarelor. Ca liant s-a folosit cimentul, varul din calcarul de Repedea (în comparaţie cu varul de Sadova) şi ipsosul. Dozajele experimentate şi modul de confecţionare a epruvetelor corespund normativelor actuale.

Considerînd rezistenţa la compresiune drept criteriu de apreciere a calităţii mortarului, în fig. 2 s-au prezentat parte din rezultatele obţinute în comparaţie cu cele impuse prin STAS 1030-55.

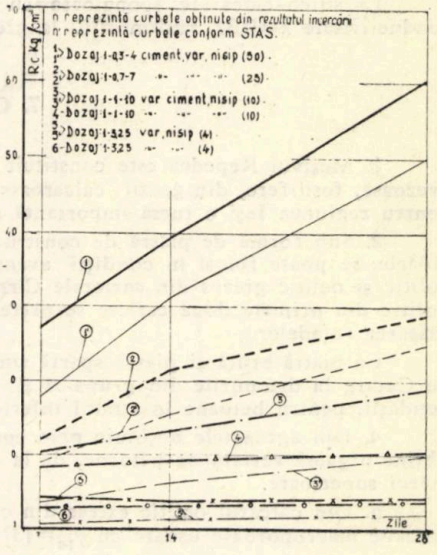


Fig. 2

Din datele pe care le posedăm rezultă că nisipul de Catarg poate fi folosit pentru obţinerea grupei de mortare cerute în mod curent pentru zidărie, deoarece rezistenţele la compresiune a mortarelor experimentate corespund cerinţelor minime impuse prin STAS 1030-55; ca liant se poate folosi şi varul din calcar de Repedea.

Este necesar a se face remarca că aceste date sînt informative, avîndu-se în vedere neomogenitatea pe care o prezintă nisipul în zăcămînt; la fiecare nou strat exploatat se impun verificări de laborator.

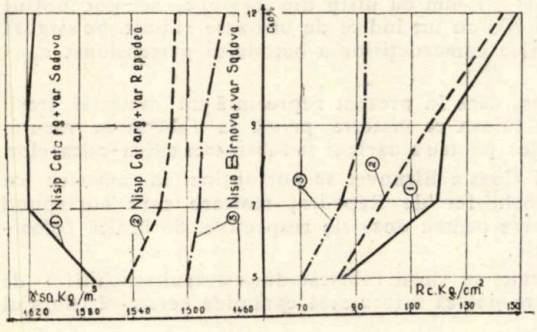


Fig. 3

6. Silico-calcare cu materiale de Repedea

Din nisipurile şi varul rezultat prin arderea calcarului fosilifer de Repedea [1] se pot fabrica silico-calcare spongioase de calitate superioară cărămizilor ceramice, cu toate că ambele materii prime (nisipul de Repedea şi varul din calcarul de Repedea) nu îndeplinesc condiţiile cerute materiilor prime pentru silico-calcare: nisipul este prea fin granulat (*1*—tabelul 17) iar SiO_2 numai la nisipul de la Catarg este de 92,78% iar cel din aflorimentul Bîrnova este de abia 85,24%.

Lucrîndu-se cu nisip de Catarg şi din aflorimentul Bîrnova, pentru stabilirea condiţiilor favorabile de lucru s-au variat dozajele, umiditatea (16...18%) iar la cele spongioase s-a lucrat şi cu proporţii diferite de spumogen de Mărăşeşti (0,3%, 0,8%).

S-a aplicat procedeul următor de lucru: laptele de var semifluid şi omogen s-a amestecat cu nisipul şi omogenizarea a fost continuată într-un malaxor (10 minute). Turnarea s-a făcut în matriţe metalice cubice (cu latura de 7,07 cm); cele fără spumogen s-au vibrat 45 şi 60 sec; după păstrarea în camera cu atmosferă umedă, s-au autoclavizat (regim 2+8+2 ore).

Caracteristicile fizico-mecanice ale silico-calcarelor obţinute, prezentate în parte în fig. 3, s-au stabilit după 24 ore de la autoclavizare.

La silico-calcarele spongioase cu 0,8 spumogen s-a realizat un coeficient de conductivitate $\lambda = 0{,}32$ kcal/m² h°C la greutatea specifică aparentă $\gamma_{sa} = 1478$ kg/m³.

7. Concluzii

1. Masivul Repedea este constituit din cantităţi apreciabile de calcare oolitice, grezoase, fosilifere, din grezii calcaroase, nisipuri, marne şi argile, care reprezintă pentru regiunea Iaşi o sursă importantă de materiale şi materii prime pentru construcţii.

2. Sub formă de piatră de construcţii brută, cioplită sau tăiată în blocuri pentru zidărie, se poate folosi în condiţii avantajoase de rezistenţă şi arhitectură calcarul oolitic şi oolitic grezos din carierele Cîrnu, Madan, chiar Durnea şi Musteaţă. Calcarul oolitic din primele două cariere se pretează şi la tăierea sub formă de plăci pentru placarea faţadelor.

Ca piatră brută şi piatră spartă simplu concasată se poate utiliza grezia calcaroasă de Catarg la drumurile din grupa *A* şi *B* pentru executarea straturilor inferioare de fundaţii, pentru betoane în stratul inferior al îmbrăcămînţilor din beton cu ciment.

4. Din agregatele obţinute prin concasarea pietrei din masivul Repedea se poate obţine o gamă variată de betoane, de la cele uşoare macroporoase pînă la betoanele de mărci superioare.

5. Din calcarul oolitic extras din carierele Cîrnu, Madan şi Durnea se pot obţine betoane macroporoase uşoare cu $\gamma_{sa} = 1375 \ldots 1450$ kg/m³, rezistente la gelivitate, dozajul la ciment fiind de 130...200 kg/m³; ele pot înlocui cărămida la construcţii de clădiri pînă la două etaje.

6. Din agregatul obţinut prin concasarea greziei de la Coasta Bîrnovei se pot confecţiona betoane simple şi armate obişnuite.

7. Din agregatul obţinut prin concasarea greziei de Catarg, prin înlocuirea părţii fine (0 ... 3 mm) şi corijarea fracţiunii 3 ... 7 mm cu nisip din regiune, se pot obţine betoane de mărci superioare pînă la B 700 cu un indice de utilizare ridicat. Se asigură astfel pentru Iaşi introducerea în practica construcţiilor a betonului pretensionat confecţionat cu agregate locale.

8. Calcarul cochilifer de Repedea, care în prezent reprezintă un material steril în procesul de exploatare, poate să fie folosit ca materie primă la fabricarea varului aerian utilizabil la prepararea mortarelor pentru zidărie şi la fabricarea silico-calcarelor.

9. Din nisipurile de la Catarg şi Coasta Bîrnovei se pot obţine, în amestec cu varul rezultat din arderea calcarului cochilifer de Repedea, mortare care corespund condiţiilor minime impuse prin normative pentru dozajele respective. Se indică folosirea acestor mortare în special la zidărie.

10. Din nisipul de Repedea împreună cu varul fabricat din calcarul cochilifer de Repedea, s-au obţinut silico-calcare care pot să înlocuiască cărămida ceramică (dozajul de var s-a variat între 5 ... 15%).

Institutul Politehnic Iaşi,
Catedra de Materiale de Construcţie

BIBLIOGRAFIE

1. Chelărescu Al. şi colab , Bul. Inst. Polit., Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3-4*, pg. 351-388.
2. Chelărescu Al. şi colab., Ibid., 1957, **III (VII)**, *3-4*, pp. 271-280.
3. Constantinescu Fl., *Contribuţiuni la studiul materialelor silico-calcare cu materiale locale.* Dizertaţie, Iaşi, 1958.
4. Mihăilescu C., *Contribuţiuni la îmbunătăţirea prin silico-fluatizare a rezistenţelor betoanelor preparate cu cimenturi romîneşti.* Dizertaţie, Iaşi, 1958.

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ЯССКОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ ГОРНЫХ ПОРОД МАССИВА РЕПЕДЯ

(Резюме)

С целю снижения себястоимости в ясском строительтсве, были произведены ряд лабораторных анализов строительных резервов массива Репедя, Яссы, и установлено следующее :

Разнообразные строительные материалы до настоящего времени добывались мало и нерационально из массива Репедя.

Горные породы указанного массива могут выдавать очень разнообразный строительный материал, а именно :

а) оолитовые известняки годны как строительный камень, бутовый, обтесаный, нарезной для облицовки и как агрегаты для легких макропористых бетонов и для обыкновенного бетона среднего веса ;

б) известковый твердый песчаник из Катарга (Репедя) годен для бетона высшего качества, а также и для дорожных материалов ;

в) окаменелый известняк годен для извести строительных растворов и для силикокальция в смеси с песком добываемым из того же массива ;

г) различные глины этого массива годны для керамических материалов и керамзита.

Систематическая рациональная эксплуатация указаных материалов может удовлетворить больщую часть местных новостроек.

POSIBILITÉ DE VALORIFIER, POUR LES CONSTRUCTIONS, LES ROCHES DU MASSIF DE REPEDEA

(Résumé)

Dans le but de réduire le prix de revient des constructions qui sont executées à Jassy, on étudie dans le présent travail, en se basant sur des recherches de laboratoire, la possibilité d'obtenir une game variée de matériaux de construction, extraits des reserves existantes dans le massif de Repedea — Jassy. Souvent ces matériaux ne sont pas utilisés actuellement d'une maniere rationnelle.

Les calcaires oolithiques sont indiqués pour être utilisés comme pierre de construction (sous forme de pierre brute ou façonneé en blocs taillés ou coupés), comme plaques pour le plaquage des façades des bâtiments, comme agrégats pour les bétons légers macroporeux (de résistance suffisante pour l'exécution des parois portatives) ainsi que pour la préparation des bétons habituels de poids moyen.

Le grès calcaire dur de Catarg correspond aux conditions exigées par le beton de qualité supérieure et par certains matériaux utilisés pour les chemins. Avec les grès de la Côte de Bîrnova on peut confectionner des bétons simples et armés. Avec le calcaire fossilifère on peut fabriquer de la chaux utilisable dans la préparation des mortiers de construction et des silico-calcaires (mélangé aux sables de Catarg et de la Côte de Bîrnova, exploités de même, dans ce but). Les argiles constituent une riche reserve pour la fabrication des matériaux de céramique et de chéramsite.

Par une exploatation systematique et une utilisation rationnelle de ces matériaux, on peut assurer les exigences des chantiers de construction locale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

О ВЛИЯНИИ НА НАТЯЖЕНИЕ НИТИ ПРИ ПЕРЕМОТКЕ ТРЕНИЯ В ВИНТОВОЙ КАНАВКЕ НИТЕРАСКЛАДЧИКА

Е. Д. ЕФРЕМОВ

Рассмотрим (рис. 1) технологическую схему перемотки пряжи на коническую бобину с применением в качестве нитераскладчика винтовой канавки на мотальном барабанчике. Примером машины, работающей по такой схеме, является мотальная машина М-150 Климовского завода. Для конкретности изложение нижеследующего ведется применительно к этой машине.

Скорость на поверхности вращающейся бобины будет

$$v_0 = \pi D n (r + x \sin \beta)/\varrho,$$

где: D — диаметр мотального барабанчика, n — число оборотов в минуту мотального барабанчика, r — радиус малого торца бобины, β — угол между осью бобины и ее образующей, x — переменная абсцисса точки раскладки M (точка дна канавки, ведущая нить в движении раскладки), ϱ — контактный радиус бобины.

Движение точки раскладки M от малого торца бобины к большому описывается формулой

$$s = x = n(H_1 + h/2)\, t - n^2 h t^2/2,$$

где: $H_1 = 61$ мм — величина первого от малого торца бобины шага винтовой канавки нитераскладчика, $h = 9$ мм — величина, на которую уменьшается каждый следующий шаг канавки.

Вычислив скорость раскладки нити $v_H = ds/dt$, выразим ее в виде функции от перемещения x точки раскладки M

$$v_H = n\sqrt{(H_1 + h/2)^2 - 2hx}.$$

Скорость наматывания нити на бобину будет

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_H^2}.$$

Если глубина мотальной канавки δ, то линейная скорость мотального барабанчика на уровне дна канавки будет

$$u = \pi (D - 2\delta) n.$$

Вследствие конусности бобины на дне канавки может существовать точка относительного покоя нити в канавке $m(x = x_0)$, в которой линейная скорость дна канавки u и продольная скорость нити v равны. Из условия

$$\sqrt{v_0^2 + v_H^2} = \pi (D - 2\delta) n$$

находим

$$x_0 = (\sqrt{A^2 + B} - A)/C,$$

где:

$$A = \pi^2 D^2 r \sin\beta - \varrho^2 h,$$

$$B = [\pi^2 D^2 r^2 + \varrho^2 (H_1 + h/2)^2 - \varrho^2 \pi^2 (D - 2\delta)^2] \pi^2 D^2 \sin^2\beta,$$

$$C = \pi^2 D^2 \sin^2\beta.$$

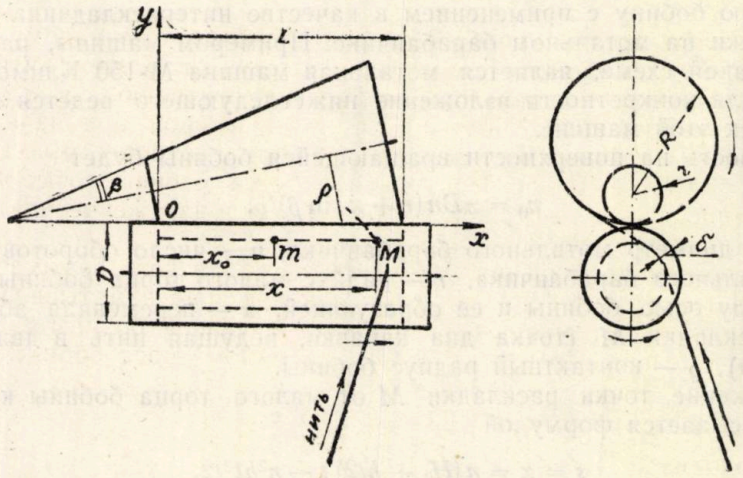


Рис. 1

В начале наработки бобины на машине М-150 имеем примерно $r = 20$ мм, $\beta = 5°45'$, $\varrho = 32{,}5$ мм. Приняв, кроме того, что $D = 77$ мм, $\delta = 10$ мм и длина образующей бобины $L = 156$ мм, получим в результате подсчета $x_0 = 27$ мм.

Имеем два положения:

1. Левее точки m относительного покоя $(x < x_0)$ нить будет иметь по дну канавки перемещение, направленное от бобины. Следовательно, сила трения нити о дно канавки направлена здесь к бобине, в сторону движения нити, и ослабляет натяжение.

2. Правее $(x > x_0)$ точки m нить имеет в канавке относительное перемещение в сторону бобины. Здесь сила трения нити о дно канавки направлена против движения нити и увеличивает ее натяжение.

Математический анализ показывает, что за один ход точки раскладки от малого торца бобины до большого торца натяжение нити при наматывании может быть задано следующим образом

$$T = \begin{cases} T_0 e^{-\gamma\alpha} & \text{при } 0 \leqslant x < x_0, \\ T_0 & \text{при } x = x_0, \\ T_0 e^{\gamma\alpha} & \text{при } x_0 < x \leqslant L, \end{cases}$$

где: γ — коэффициент трения нити о материал мотального барабанчика, α — угол охвата нитью мотального барабанчика по дну канавки нитераскладчика, T_0 — натяжение нити перед нитераскладчиком.

В точке m имеет место перепад натяжения при наматывании на величину

$$\Delta T = T_0 (e^{\gamma\alpha} - e^{-\gamma\alpha}).$$

Итак, часть конической бобины, прилегающая к ее малому основанию ($0 \leqslant x < x_0$) наматывается при меньшем натяжении нити, чем часть бобины, прилегающая к большому ее основанию ($x_0 < x \leqslant L$). Этот теоретический вывод подтверждается практикой — в начале наработки бобины, намотка малого торца значительно более рыхлая, чем намотка у большого торца. По мере наработки бобины точка m смещается за пределы образующей бобины ($x_0 < 0$) и натяжение при наматывании выравнивается.

Условием осуществления наиболее благоприятного режима наматывания (в смысле выравнивания натяжения в зоне наматывания) будет вывод точки $m (x = x_0)$ за пределы образующей бобины с самого начала наматывания. Потребуем, чтобы на малом торце бобины $v_0 > u$, т. е.

$$\pi D n r/\varrho > \pi (D - 2\delta) n.$$

Отсюда находим

$$\delta > D (1 - r/\varrho)/2,$$

где r и ϱ — параметры начала намотки бобины. На машине М-150 должно быть $\delta \geqslant 12$ мм. Приведем без вывода еще одно условие

$$R < r\sqrt{2D^2/(D - 2\delta)^2 - 1}.$$

Если радиус r малого и R большого оснований бобины будут удовлетворять этому условию, то точка m будет лежать вне образующей бобины. На машине М-150 в начале намотки при $\delta = 10$ мм расчитанный при условии $x_0 < 0$ большой радиус бобины должен быть $R < 32$ мм, в то время как в существующих условиях имеем, примерно, $R = 35$ мм.

Поступила 6 III 1959 г.

Ивановский Текстильный Институт, СССР

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE YARN TENSION IN WINDING CONE BOBBINS AT THE WINDING MACHINES

(Summary)

In winding cone bobbins at the winding machine, the thread may be in a state of relative rest in the groove of the traverse motion, in which case the speeds of the groove bottom and thread are the same. The result is that the bobbin at its smaller end is wound at lower tension. It is possible to make the yarn tension even by using suitable groove depth or bobbin size.

ASUPRA INFLUENȚEI FRECĂRII DIN CANELURA ELICOIDALĂ A ALIMENTATORULUI DE FIR ASUPRA TENSIUNII FIRULUI LA DEPĂNARE

(Rezumat)

Printre rezultatele studiului problemei indicate în titlu, se subliniază faptul că bobina este supusă la o tensiune mai redusă la capătul său mai îngust.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

СХЕМА НАГРУЖЕНИЯ НИЗА ОБУВИ ПРИ ХОДЬБЕ

В. Н. ЦВЕТКОВ

Рассмотрим три основных периода шага, отличающихся расположением площадок соприкосновения с горизонтальной опорной поверхностью (рис. 1) : 1) по всей площади каблука и подошвы ; 2) от носка до пучковой части (после отрыва и подъема каблука от опорной поверхности) ; 3) только в носочной части (после отрыва пучковой части от опорной поверхности).

В первом периоде шага (рис. 1,а) активная динамическая сила P, действующая на низ обуви, может быть разложена на нормальную к опорной поверхности $P_в$ и касательную к ней $P_г$. При этом появляется уравновешивающая горизонтальную силу сила трения T, направленная по касательной к опорной поверхности в сторону, противоположную относительной скорости скольжения по этой оповерхности обуви.

Активная сила P распределяется по порной поверхности стопы, а реакция опоры – по опорной поверхности обуви. Но законы распределения этих сил различны, так как упругие свойства подошвы стопы и опорной поверхности обуви неодинаковы. Поэтому в общем случае точки приложения результирующей активной и реактивной сил не располагаются на одной вертикали и в вертикальной плоскости симметрии. В результате получается пара сил, создающая изгибающие моменты для низа обуви (относительно поперечной и продольной осей). Однако для рассматриваемого периода эти изгибающие моменты невелики, и основными нагрузками на низ обуви являются: сжатие под действием силы $P_в$ и сдвиг парой сил $P_г$ и T, направленных параллельно опорной поверхности.

Во втором периоде (рис. 1,б), когда контактная поверхность обуви и опоры смещена вперед и ограничена пучковой и носочной частями подошвы, отрыв пяточной части обуви происходит вследствие передачи направленной вверх (не обязательно по вертикали, но обязательно с наличием вертикальной компоненты) силы давления тыльной поверхности стопы [1]) на внутреннюю поверхность верха обуви и отсюда

---

[1]) В открытой обуви (например, туфля лодочка) эти функции выполняет пяточная часть стопы.

на низ. При этом подошва изгибается и появляются дополнительные реактивные силы давления от передней части подошвы стопы на низ обуви (стелька-подошва).

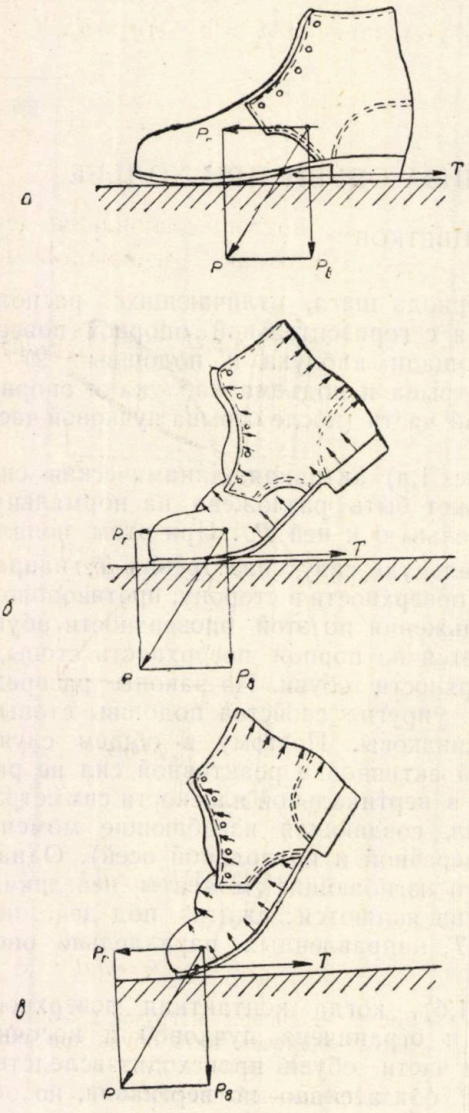


Рис. 1. — Схема сил, действующих на низ обуви при ходьбе в момент соприкосновения с опорой:

а) по всей площади подошвы и каблука;
б) в носочной и пучковой частях;
в) только в носочной части.

В третьем периоде шага (рис. 1, в) когда контактная поверхность обуви и стопы смещена еще далее вперед и ограничена носочной частью, изгиб подошвы, а также и реактивные силы еще больше увеличиваются.

Для второго и третьего периодов изгибающие активные поперечные силы распределены по законам, зависящим от упругих свойств поверхности стопы и верха обуви, с интенсивностью $q=q(z)$ кг/см в продольной плоскости (рис. 2,а) и $q_1=q_1(y)$ кг/см в поперечной плоскости (рис. 2,б).

Координатная ось z направлена по продольной оси стопы, а ось y перпендикулярна к ней и расположена в плоскости опоры.

Опорные реакции передней части стопы распределены по законам, зависящим от характера связи стопы с верхом обуви, с интенсивностью $p=p(z)$ кг/см — в продольной плоскости и $p_1=p_1(y)$ кг/см в поперечной.

Функциональные зависимости $q(z)$, $q_1(y)$, $p(z)$ и $p_1(y)$ могут быть более точно определены экспериментально и приближенно теоретически при использовании уравнений теории упругости для пластин на упругом основании.

Для второго и третьего периодов шага сохраняются, как и для первого, вертикальная и горизонтальная слагающие динамической нагрузки на обувь,

сила трения на контактной опорной поверхности и сдвиг парой сил, направленных параллельно опоре.

Изгибающий момент в продольной плоскости, возникающий во втором периоде шага, определяется из следующих рассуждений (рис. 2, а).

Для сечения с абсциссой $z=a$, $(z_3 > a > z_2)$, элементарный момент от действия активной нагрузки $q = q(z)$ равен $dM_q = (a-z)\,q(z)\,dz$. Следовательно,

$$M_q = \int_{z=z_1}^{z=a} (a - z)\, q(z)\, dz. \tag{1.1}$$

На участке $z_3 - z_4$ появляются реакции упругого основания, действующие с интенсивностью $p = p(z)$, которые создают изгибающий момент для сечений, расположенных слева от сечения z_3, $(z_3 < a < z_4)$:

$$dM_p = -(a - z)\,p(z)\,dz,$$

$$M_p = -\int_{z=z_3}^{z=a} (a - z)\,p(z)\,dz. \tag{1.2}$$

Результирующий изгибающий момент в сечении $z=a$ (при $z_3 < a < z_4$) составляет

$$M = \int_{z=z_1}^{z=a} (a - z)\,q(z)\,dz - \int_{z=z_3}^{z=a} (a - z)\,p(z)\,dz. \tag{1.3}$$

Отсюда видно, что момент, возникающий в продольной плоскости имеет максимальное значение в сечении $z_3 < z < z_4$, т. е. в пучковой части.

Из аналогичных рассуждений определяем изгибающие моменты в поперечной плоскости (рис. 2,б):

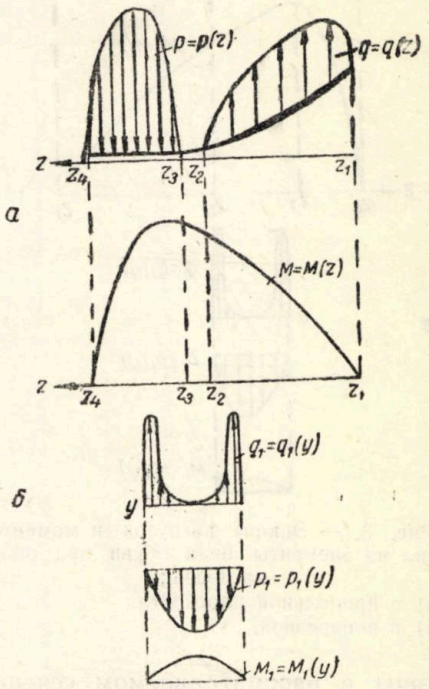


Рис. 2. — Эпюры нагрузок и моментов сил на элементы низа обуви при опоре на носок и пучки:
а) в продольной плоскости;
б) в поперечной.

$$M_1 = \int_{y=0}^{y=B} (b - y)\,[q_1(y) - p_1(y)]\,dy. \tag{1.4}$$

Вследствие асимметричности продольного и поперечного сечений низа обуви он подвержен косому изгибу. Следовательно, во втором периоде шага к сжимающим и сдвигающим нагрузкам на низ добавляется еще косой изгибающий момент. Его продольная составляющая достигает максимальной величины в пучковой части.

В третий период шага, когда контакт обуви с опорной поверхностью сохраняется лишь в носочной части (рис. 1, в), характер нагрузок аналогичен их характеру во втором периоде. Но эпюры нагрузок в продольной плоскости и сечение с максимумом изгибающего момента ($z_3 < z < z_4$) сдвинуты влево, и максимум расположен в носочной части. Нагрузки в поперечной плоскости для третьего периода распределяются аналогично нагрузкам во втором периоде, но максимальная ширина сечения (y), в частности, в опасном сечении меньше и интенсивность нагрузок выше (рис. 3).

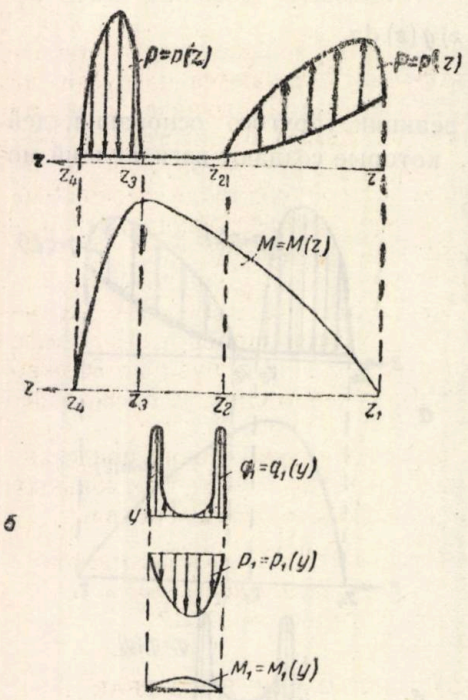


Рис. 3. — Эпюры нагрузок и моментов сил на элементы низа обуви при опоре на носок;
а) в продольной плоскости;
б) в поперечной.

Таким образом, в третьем периоде шага, как и во втором, низ обуви испытывает сжимающие и сдвигающие нагрузки и косой изгиб с максимальным моментом в продольной плоскости, действующим в носочной части [2]).

Как известно, при упругом изгибе радиус кривизны оси пластины (для приближенных расчетов считаем подошву плоской пластиной) в данном сечении обратно пропорционален изгибающему моменту в этом сечении:

$$1/\varrho = M/(Db), \qquad (1.5)$$

где $1/\varrho$ — кривизна пластины в $см^{-1}$; D — её цилиндрическая жесткость в кг. см; B — ширина пластины в рассматриваемом сечении в см.

Поэтому косвенным подтверждением предложенной выше схемы действия нагрузок на низ обуви может служить кривая радиусов кривизны или самой кривизны $1/\varrho$ в различных сечениях низа обуви.

Согласно указанной схеме могут наблюдаться два максимума кри-

---

[2]) Следует еще обратить внимание на случаи удара низа обуви о препятствия, когда создается реактивная сила, имеющая горизонтальную и, относительно, значительную вертикальную слагающую, направленную вниз; причем вертикальная сила создает нагрузку, отрывающую низ обуви от верха.

вой $1/\varrho = f_1(z)$ (или два минимума кривой $\varrho = f(z)$) в пучковой и носочной частях.

Важным выводом из предлагаемой схемы нагрузок на низ обуви является то, что с увеличением податливости (снижением жесткости) верха и скрепления низа обуви с верхом снижается изгибающий момент, действующий на низ обуви, т.е. интенсивность активной нагрузки $q = q(z)$ и $q_1 = q_1(y)$. Соответственно по условиям статики уменьшается и интенсивность реактивной нагрузки, в результате чего уменьшаются оба интеграла в выражении (1.3) для изгибающего момента, и его величина снижается.

Справедливо и обратное положение, что с уменьшением жесткости низа обуви (с увеличением его податливости) снижаются нагрузки, на верх и скрепление его с низом, так как деформация низа в общем следует за деформациями стопы, мало зависящими от жесткости элементов обуви (если нет стесняющих конструктивных узлов, вообще затрудняющих ходьбу и бег). Вследствие этого снижаются изгибающи моменты при увеличении податливости низа и соответственно уменьшается значение подынтегральной функции $q(z)$ (уравнение (1.3)).

Отсюда вытекает еще одно очень важное положение. Жесткость верха обуви должна соответствовать жесткости низа, т.е. чем жестче конструкция низа, тем жестче должен быть верх, и наоборот. Несоблюдение этого основного правила при конструировании обуви неизбежно должно вызвать её быструю необратимую деформацию и преждевременный износ.

Определив изгибающие моменты для низа обуви, что не представляет практических трудностей, и зная деформации стопы в отдельных фазах ходьбы и бега, можно определить нагрузки на верх обуви.

Поступила 3 VI 1959 г.

Московский Технологический Институт Легкой Промышленности, Москва, СССР

THE SCHEME OF THE LOAD OF THE BOTTOM OF FOOTWEAR WHEN WALKING

(Summary)

We are examining the scheme of the load of the footwear bottom of three fundamental periods of the step which is distinguished by the disposition of the area which comes into contact with the horizontal supporting surface. A scheme of the force acting on the bottom of the footwear during walking at the moment of its contact with its support is given. The curves of loads and acting force in the longitudinal and cross on the bottom flat parts of the footwear during contact are defined. The necessity of the conformation of the stiffness of the upper and the bottom of the footwear is being proved.

Explanation of the figures

Fig. 1. — The scheme of the forces acting on the bottom of the footwear during walking at the moment of the contact with the horizontal supporting surface:
a) on the bottom flat parts and on the heel;
b) on the bound's and sole's parts;
c) only on the bound's part.

Fig. 2. — Diagrams of the loads and moments of the forces acting on the bottom of the footwear during the moment of the bound's and sole's parts contact with the supporting surface:
a) in the longitudinal plane;
b) in the cross plane.
Fig. 3. — The schemes of the loads and moments of the forces acting on the bottom flat parts during the bound's contact with the supporting surface:
a) in the longitudinal plane;
b) in the cross plane.

STUDIUL DISTRIBUȚIEI SARCINII LA CARE SE SUPUNE PARTEA DE JOS A ÎNCĂLȚĂMINTEI ÎN TIMPUL MERSULUI

(Rezumat)

Se studiază schema distribuției sarcinii la care se supune partea de jos a încălțămintei în corespondență cu cele trei perioade fundamentale ale unui pas, caracterizate prin mărimea suprafețelor de contact cu planul de sprijin orizontal. Se indică schema forțelor care acționează asupra părții inferioare a încălțămintei în timpul mersului și în momentele de contact cu solul. Se determină apoi în planele longitudinal și transversal epurele sarcinilor precum și momentele forțelor ce acționează asupra părții interioare a încălțămintei în timpul rezemării ei de sol. Se demonstrează necesitatea unei corespondențe între rigiditățile feței și a părții de jos.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Schema forțelor ce acționează asupra părții de jos a încălțămintei în timpul mersului în momentul contactului cu planul de sprijin:
a) pe toată suprafața tălpii și tocului;
b) în regiunea pingelei;
c) numai în regiunea vîrfului.
Fig. 2. — Epurele sarcinilor și momentelor forțelor ce acționează asupra elementelor părții de jos a încălțămintei în timpul reazemului pe pingea:
a) în plan transversal;
b) în plan longitudinal.
Fig. 3. — Epurele sarcinilor și momentelor forțelor ce acționează asupra elementelor părții de jos a încălțămintei în timpul reazemului pe vîrf:
a) în plan longitudinal;
b) în plan transversal.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

33(.) – 24

CONTROLUL CALITĂŢII PRODUCŢIEI PRIN METODE STATISTICE [1])

DE

I. LAZARU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 19—21 mai 1956

1. Calitatea produselor reprezintă unul din indicatorii cei mai importanţi care, împreună cu creşterea producţiei şi scăderea preţului de cost, preocupă în egală măsură întreprinderea, consumatorul şi forurile conducătoare ale economiei naţionale.

Pentru a putea menţine însă un just raport între ritmul de dezvoltare al producţiei şi calitatea sa, se cere un riguros contrul tehnic. Sarcina controlului tehnic este de a evita rebuturile şi a favoriza producţia de bună calitate, care să corespundă destinaţiei sale şi condiţiilor tehnice sau standardelor respective.

Controlul tehnic nu priveşte numai producţia finită ci el se extinde şi asupra materiei prime, semifabricatelor, mijloacelor de producţie şi procesului tehnologic.

Factorii cari influenţează calitatea producţiei sînt numeroşi şi este destul de greu să se stabilească cu suficientă precizie care este greutatea specifică a fiecăruia. Pentru acest motiv se porneşte de la ipoteza că ei au greutăţi specifice care nu se diferenţiază prea mult între ele şi că deci rezultatele se pot încadra într-o distribuţie normală reprezentată grafic prin curba lui Gauss, dată de relaţia

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(x-\bar{x})^2/(2\sigma^2)\right], \tag{1}$$

în care : y — înălţimea curbei de distribuţie a valorilor lui x, $\bar{x}$ — media valorilor lui x (centrul distribuţiei), σ — media patratelor abaterii, care caracterizează gradul de distribuţie al valorilor lui x.

Din examinarea curbei lui Gauss se pot trage următoarele concluzii : a) abaterile negative şi pozitive sînt la fel de probabile ; b) abaterile cu valori mai mici sînt mai probabile decît cele cu valori mai mari ; c) abaterile cu valori foarte îndepărtate de valoarea medie a distribuţiei sînt foarte puţin probabile.

Din examinarea relaţiei (1) se poate vedea că distribuţia valorilor caracteristicii urmărite este dată în ultimă instanţă de valoarea lui σ, anume :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}. \tag{2}$$

---

1) Comunicarea care face parte dintr-un studiu mai întins, cuprinde numai unul din aspecte—controlul de calitate în filaturile de bumbac—aşa cum este el reglementat prin STAS 713-49.

Drept criteriu de precizie al procesului tehnologic şi deci al rezultatului urmărit, al calităţii produsului, în cazul de faţă se utilizează relaţia :

$$T = \delta / (6\sigma), \tag{3}$$

în care : T — indicele preciziei, δ — limita de abatere a caracteristicii urmărite, σ — abaterea medie patratică.

Indicele T poate lua valori în intervalul

$$1 > T > 1. \tag{4}$$

Dacă produsele se execută fără rebuturi şi s-au păstrat limitele abaterilor de la toleranţa prevăzută, $T = 1$.

Dacă precizia este depăşită (cazul $\delta > 6\sigma$ sau $\delta < 6\sigma$) indicele T va avea valori, respectiv, mai mari sau mai mici decît unitatea (respectiv $T > 1$, $T < 1$).

Reprezentarea curbei este redată în fig. 1.

Cazul cel mai defavorabil este cel cînd $\delta < 6\sigma$, în cadrul căruia apar rebuturile, iar cel mai favorabil este cel cînd $\delta > 6\sigma$, realizîndu-se în acest caz o producţie de bună calitate, fără rebuturi.

Ca orice proces, procesul tehnologic care se desfăşoară în cadrul unei întreprinderi industriale are loc în condiţii variabile. Rezultatul acestei desfăşurări o constituie producţia în care se manifestă influenţa acestor condiţii, aşa cum se poate vedea în fig. 2, ce reprezintă distribuţia producţiei după calitatea sa.

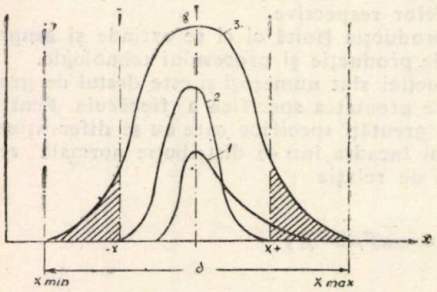


Fig. 1 — Curba de calitate în funcţie de indicele preciziei.

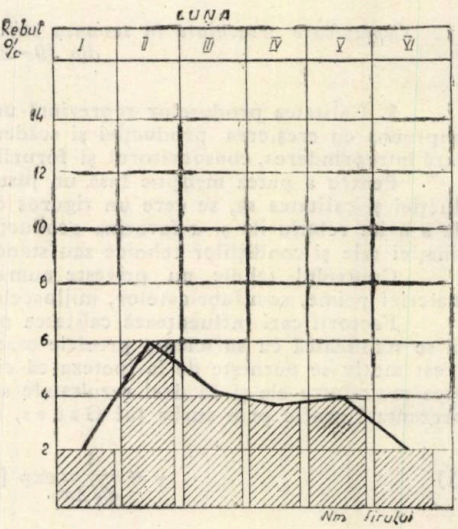


Fig. 2 — Distribuţia producţiei după procentul de rebuturi.

Dacă procesul tehnologic s-ar desfăşura în mod constant, o unitate a unui produs ar fi identică cu oricare alta a aceluiaşi produs. Această ipoteză nu este însă posibilă din punct de vedere practic.

2. Producţia filaturilor — firele de bumbac — în cazul nostru, este examinată din punct de vedere al calităţii după normele indicate de STAS 713—49. Examinarea priveşte aspectul (felul ambalajului, starea sa, uniformitatea culorii bumbacului, clasa) şi proprietăţile fizico-mecanice (nr. metric, sarcina de rupere, alungirea la rupere, torsiunea, gradul de umiditate).

În vederea controlului tehnic al calităţii se ia un număr de probe care sînt examinate în laboratorul întreprinderii, iar rezultatele sînt apoi interpretate după normele prevăzute la pct. 34 din STAS 713—49.

După indicațiile STAS interesează doi indicatori și anume: valoarea medie și neregularitatea caracteristicii urmărite.

Obiectul comunicării se limitează la discuția și interpretarea formulei de determinare a neregularității firului.

Procentul de neregularitate după STAS 713–49 este dat de formula Sommer-Dobîcin:

$$N = 200 \left(\frac{Z}{n} - \frac{\Sigma m}{\Sigma \text{ total}} \right) \tag{5}$$

în care: Z — numărul de citiri cu valori mai mici decît media distribuției, n — numărul total de citiri, Σm — suma citirilor mai mici decît media, Σ total — suma tuturor citirilor.

În [4] se arată că formula de neregularitate provine din următoarea relație:

$$N = 2\,[(x - x_1)/x] \,.\, (n_1/n) \,.\, 100 \tag{6}$$

în care: x — media valorilor determinărilor, x_1 — media valorilor mai mici ca media, n — numărul determinărilor (nr. total), n_1 — numărul determinărilor cu valori mai mici ca media.

Din relația (6) se ajunge prin transformări simple la relația

$$N = 200\,(n_1/n - S_1/S) \tag{7}$$

care are aceeași semnificație ca relația (5).

Formula de neregularitate din STAS 713–49 poate fi criticabilă din punct de vedere al formei și al conținutului.

Din punct de vedere formal relația (5) utilizează o notare nepotrivită, dat fiind că în această direcție există o notație consacrată. În special expresia Σ total nu este de loc nimerită, ea putînd fi foarte bine înlocuită cu expresia Σx (x exprimînd valorile citirilor).

Formula (5) ar putea fi înlocuită cu alta (v. relația (8)) care are aceeași semnificație și care de altfel este dată și în tratatele de specialitate sub o formă asemănătoare:

$$N = 200 \left(\frac{n_1}{n} - \frac{\Sigma x_1}{\Sigma x} \right) \tag{8}$$

în care: n — numărul total al citirilor, n_1 — numărul citirilor cu valori mai mici decît media, x — suma citirilor mai mici ca media, x_1 — suma tuturor citirilor.

Din cercetările a numeroase rezultate de laborator privind neregularitatea și interpretarea acestora, ca și din indicațiile tratatelor de specialitate, se poate afirma că procentajul de neregularitate obținut cu relația (5) este identic cu cel dat de media aritmetică a abaterilor (e_m) exprimată prin relația

$$e_m = \frac{\Sigma (x - \bar{x})}{n} \tag{9}$$

în care: x — valorile citirilor, $\bar{x}$ — media valorilor citirilor, n — numărul citirilor.

Media aritmetică a abaterilor nu scoate în evidență însă diferențele mici, care, în mod normal, există între citirile date și controlul tehnic, și deci nu marchează cu suficientă precizie procentul de neregularitate.

Pentru acest motiv este mai bine să se calculeze abaterea medie patratică σ denumită și *fluctuație*.

Abaterea medie patratică este o măsură a dispersiei valorilor mărimii urmărite și se determină tot la fel de simplu ca și media aritmetică a abaterilor, folosind în acest scop relația

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}}, \tag{10}$$

pentru serii cu un mare număr de termeni, sau cu relația

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

(11) $$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

în care numărul de termeni este cel mult zece.

Valoarea abaterii medii patratice este mai mare decît aceea a mediei aritmetice a abaterii, din cauză că este influenţată de abaterile mari, abateri ce în relaţiile (10) şi (11) intervin prin patratul lor.

Diferenţa din punct de vedere valoric între cele două abateri fac ca abaterea medie patratică să fie mai sensibilă şi să reflecte cele mai mici variaţii ale unei mărimi, cum este cazul la determinarea procentului de neregularitate al producţiei din întreprinderile de filatură.

Diferenţa dintre cele două feluri de abateri se poate vedea urmărind datele controlului tehnic din întreprindere pe o anumită perioadă de timp (v. tabelul 1).

Tabelul 1

Determinarea rezistenţei la rupere

Fir Nm. 34/1 UNr

R	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*	*R*	*A*
335	6,2	340	6,2	370	5,2	365	5,4	300	4,6	315	6,0	300	5,0	305	5,4	340	5,2	358	6,8
360	5,4	275	6,0	275	5,0	395	6,2	360	5,4	340	6,2	325	4,8	310	6,0	305	5,6	353	4,6
370	5,2	370	6,2	260	5,4	390	5,2	390	5,2	350	6,4	400	5,6	305	5,6	290	5,4	345	6,2
365	5,2	335	5,4	250	5,6	350	6,0	290	6,0	330	6,0	410	6,2	280	6,0	330	5,2	375	6,2
370	5,8	375	5,2	250	5,8	360	6,2	355	4,8	290	4,8	340	6,8	350	6,0	300	5,8	320	2,2
410	5,2	370	5,8	300	5,0	370	4,8	375	5,2	325	6,2	300	5,0	330	6,5	280	5,0	345	6,0
340	6,2	310	6,4	330	5,2	385	6,0	330	6,0	345	6,0	400	5,0	340	5,4	250	5,4	300	5,8
410	6,8	300	5,2	385	6,2	400	6,0	390	6,0	360	5,2	295	5,0	398	6,8	300	6,0	350	6,6
350	5,0	370	5,4	300	5,0	400	5,0	340	5,2	330	5,0	400	6,0	330	6,2	300	5,0	355	5,8
390	6,8	360	6,4	395	7,0	360	5,2	320	6,0	380	6,8	375	6,2	340	6,2	300	4,8	300	5,8

Observaţii. *R* — rezistenţa, *A* — alungirea.

Datele din tabel reprezintă determinări făcute (între 15 şi 31 martie 1956) la întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi, de laboratorul controlului tehnic al filaturii.

Valorile medii

$$R_{med} = 374, \quad A_{med} = 5{,}8\%, \quad N_{med} = 10{,}3\%, \quad C_{v\,med} = 11{,}7\%.$$

Determinînd neregularitatea cu ajutorul celor două relaţii de calcul (7) şi (10) sau (11) se poate constata că valorile obţinute din aplicarea ultimei relaţii sînt mai mici şi cu atît mai diferenţiate între ele cu cît se depărtează mai mult de valoarea medie a seriei.

Din fig. 3, care reprezintă cele două curbe alcătuite pe baza aceloraşi date ale controlului tehnic de calitate, dar prelucrate după două relaţii diferite (după relaţia Sommer-Dobîcin şi după relaţia abaterii medii patratice, respectiv a coeficientului de variaţie corespunzător), se poate vedea foarte clar diferenţa. În adevăr, valorile din a doua categorie depăşesc pe cele din prima cu o unitate şi jumătate (de exemplu cca 12 în loc de 10,5 pentru ziua de 28 a lunii). Aceste valori, mai mari, scot mai bine în evidenţă procentul de neregularitate şi duc astfel la corectarea calităţii produsului cînd acesta se abate de la prevederile legale[2]).

Utilizînd în loc de e_m, σ, în controlul calităţii producţiei din filaturile de bumbac, în afară de faptul că se scoate mai bine în evidenţă neregularitatea, se poate măsura mai precis dispersia, deoarece σ se calculează pe baza tuturor valorilor rezultate din cercetarea probelor supuse controlului de calitate. Cunoscîndu-se valoarea abaterii medii patratice se poate determina probabilitatea obţinerii dimensiunilor între limitele $+x$ şi

[2]) Graficul s-a întocmit pe baza datelor culese la întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi cuprinse în tabelul 1.

— x, probabilitate care este determinată de suprafața limitată de curba de distribuție a valorilor între limitele — x și + x (v. fig. 1).

Cu ajutorul lui σ se poate determina de asemenea precizia procesului tehnologic, dată de relația (3).

Aceeași abatere medie patratică se folosește la calcularea coeficientului de variație, care este un indicator statistic mai sensibil decît σ, fiind dat de relația:

$$C_v = 100\,\sigma / \bar{x}. \tag{12}$$

În fine, același indicator σ permite determinarea erorii medii sau a erorii preciziei cu ajutorul cărora se pot corecta greșelile făcute la generalizarea rezultatelor [3]).

În adevăr, la diferitele determinări ce se fac în cadrul controlului de calitate se pot produce trei categori de erori: a) erori cauzate de controlul tehnologic al calității (metode greșite de lucru, dereglarea aparatelor ș. a.), b) erori provenite din calcul, c) erori introduse la generalizarea rezultatelor.

Primele două categorii de erori se pot evita printr-o cercetare atentă, folosirea unui personal calificat, reglarea aparatelor, etc.

Erorile din a treia categorie nu pot fi înlăturate decît prin corectarea rezultatelor cu ajutorul erorii medii (Δ_m) sau a erorii preciziei (Δ_T).

Eroarea medie se calculează cu ajutorul relației

$$\Delta_m = 2\sigma / \sqrt{n}, \tag{13}$$

în care: Δ_m — eroarea medie, n — numărul probelor, σ — abaterea medie patratică.

Aplicînd relația (13) se poate afirma cu o probabilitate de 95,4% că $\bar{x}$ este cuprins între limitele e_m și $1 \pm 0{,}01\,\Delta_m$.

Eroarea preciziei se calculează cu ajutorul relației:

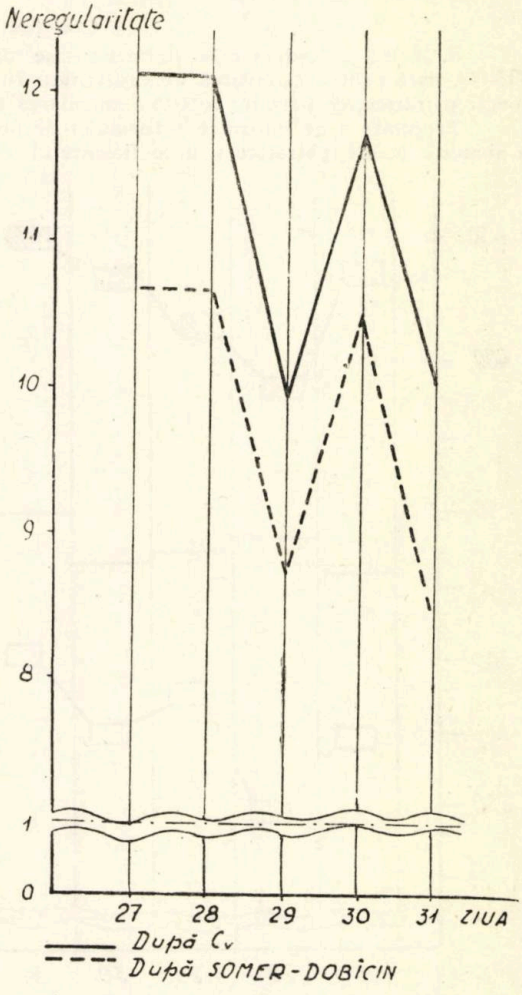


Fig. 3 — Neregularitatea la rupere, fir 34/1 UN_4.

$$\Delta_T = 2\,T / \sqrt{2n}, \tag{14}$$

în care: T — indicele preciziei, n — numărul probelor.

Aplicînd relația (14) se poate afirma cu o precizie de 95,4% că media $\bar{x}$ este cuprinsă între limitele T și $\pm\,\Delta C_v$, ΔC_v fiind eroarea coeficientului de corecție dată de relația

[3]) Determinări care interesează desigur producția, dar care se fac de organe ce răspund de elaborarea de norme și instrucții ce se dau în întreprinderi.

(15) $$\Delta C_v = 2\,C_v / \sqrt{2n},$$

în care: C_v — coeficientul de variaţie dat de relaţia (12), n — numărul probelor.

Concluzii

3. Avînd în vedere cele de mai sus se propune înlocuirea formulei din STAS 713-49, dată pentru calcularea neregularităţii firului, cu relaţia (10) (sau (11)) a abaterii medii patratice, ce permite totodată calcularea coeficientului de variaţie.

Propunerea de înlocuire a formulei de neregularitate din STAS 713—49 cu aceea a abaterii medii patratice şi a coeficientului de variaţie se face pe următoarele considerente:

a) Relaţiile propuse au un caracter ştiinţific.

. b) Se realizează o unitate metodologică de calcul cu celelalte ramuri industriale în care prelucrarea datelor rezultate din controlul tehnic de calitate se face pe baza abaterii medii patratice.

c) Abaterea medie patratică arată împrăştierea valorilor absolute deduse din observaţie, faţă de o valoare medie x, cum se poate vedea în fig. 4, fapt care nu este scos în evidenţă de relaţia Sommer-Dobîcin.

d) Aplicînd formula abaterii medii patratice pentru prelucrarea datelor, neregularitatea firului iese mai bine în evidenţă deoarece se lucrează cu patratul

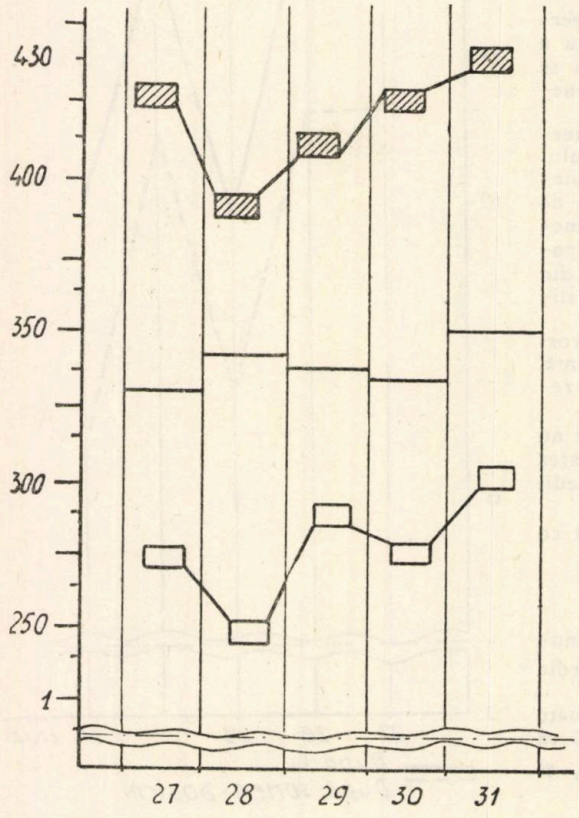


Fig. 4. — Valorile limită la rezistenţă în funcţie de valoarea medie, fir 34/1 AN_4.

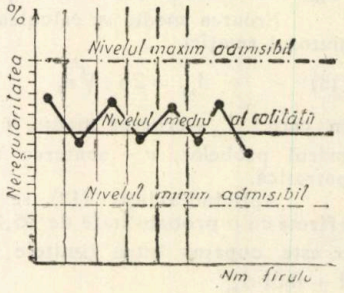


Fig. 5.—Diagramă pentru urmărirea calităţii producţiei pe o anumită perioadă.

diferenţelor de la medie, ceea ce nu este cazul la relaţia din STAS 713-49, care foloseşte abaterea liniară.

e) Abaterea medie patratică reprezintă un prim pas către calculul de probabilitate în care dispersia σ este elementul de bază, calcul ce ar putea fi făcut de persoane competente ale serviciului de control tehnic pentru a găsi eventuale noi relaţii de prelucrare şi a verifica cerinţele STAS în ce priveşte numărul de probe cerut la control, propunînd modificări în cazul cînd acesta nu ar fi corespunzător.

În afară de propunerile de modificare ale STAS 713-49 se mai propune, pentru urmărirea calităţii producţiei în întreprinderi, un model de grafic în care să se înscrie

zilnic, prin puncte, valoarea medie a neregularității spre a putea urmări oscilațiile în jurul mediei teoretice a celor două nivele de admisibilitate (minim și maxim) (v. fig. 5).

Pe grafic vor putea urmări mai ușor și mai sugestiv îmbunătățirea calității de la o perioadă la alta atît personalul din serviciul de control tehnic al întreprinderii, muncitorii, cum și organele de control ale forurilor superioare.

De asemenea, va putea fi urmărită situația zilnică, comparativ cu cea lunară sau anuală după cum Ministerul sau întreprinderile vor găsi de cuviință[4]).

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra Economie de Ramură

BIBLIOGRAFIE

1. Borodacev N. A., *Analiza calității și precizia producției*, IDT, Buc., 1950, (trad. din l. rusă).
2. Cavé R., *Le contrôle statistique des fabrications*, Eyrolles. Paris, 1953.
3. Gosin M. I., *Controlul statistic la o fabrică de aparate*, IDT, Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
4. M. I. U., *Materii prime textile*, Ed. Tehnică, Buc., 1953.
5. Soloviev A. N., *Controlul tehnic la filatura de bumbac*, IDT, Buc., 1949, (trad. din l. rusă).

КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ПРОИЗВОДСТВА СТАТИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

(Резюме)

Принимая во внимание точность расчёта и его влияние на контроль качества производства, предлагается замещение формулы расчёта неровности по STAS 713—49, средним квадратным допуском удобоприменяемым в хлопково-прядильном производстве.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Зависимость кривой качества от индекса точности.
Рис. 2. — Распределение производства по процентому колилеству брака.
Рис. 3. — Нерегулярность разрыва — нить 34/1 UN 4.
Рис. 4. — Предельные величины сопротивления в зависимости от средных величин-нитй 34/1 UN 4.
Рис. 5. — Диаграмма для проверки качества производства в определенном интервале времени.

DIE AUFSICHT ÜBER DIE QUALITÄT DER PRODUKTION DURCH STATISTISCHE METHODEN

(Zusammenfassung)

Die Mitteilung schlägt die Ersetzung der Berechnungsformel für Unregelmässigkeiten aus STAS 713—49, pkt. 34, durch die Formel der quadratischen Durchschnittsabwendung σ vor.

[4]) La cîteva luni după comunicare, prevederile STAS 713—49 au fost modificate adăugîndu-se între formulele de prelucrare și cea propusă în prezenta comunicare (abaterea medie patratică).

1. Die quadratische Durchschnittsabwendung bietet eine grössere Genauigkeit als die Durchschnittsabwendung, beziehungsweise als die Formel für die Berechnung der Unregelmässigkeiten aus STAS 713—49 und dadurch, dass sie auch bei der Vermessung der Genauigkeit, bei der Berechnung der Wahrscheinlichgeit, dass die bestimmte Grösse zwischen den Grenzen eines bestimmtere Bereichs enthalten ist, bei der Berechnung des Durchschnittsirrtums der Veränderungskoeffizientes wie auch bei dem Genauigkeitsirrtum anwendbar ist. Sie zieht auch die Gleichförmigkeit der Bezeichnungen und Berechnungsmethoden für die Qualität der Industrieproduktion in Betracht.

2. Sie ermöglicht die Anwendung einer einzigen gemeinsamen Methodologie für sämtliche Zweige der nationalen Ökonomie.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Die Qualitätskurve bezüglich des Präzisionskoeffizientes.
Abb. 2. — Die Produktionaufteilung nach dem Ausschlussesprozent.
Abb. 3. — Die Reissungunregelmässigkeit des Fadens 34/1 UN_4.
Abb. 4. — Die Grenzwerte des Widerstandes bezüglich des Durchschnittswertes für den Faden 34/1 UN_4.
Abb. 5 — Diagramme zur Verfolgung der Produktionqualität in einer bestimmten Periode.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

33 (R)

ASPECTE PRIVIND DEZVOLTAREA ECONOMICĂ A REGIUNII IAŞI ÎN CEI 15 ANI DE LA ELIBERAREA ROMÎNIEI DE SUB JUGUL FASCIST (1944...1959)

DE

D. RUSU, I. ŞANDRU. M. TODOSIA, TEODOSIE ŞTIRBU, N. DAVIDEANU şi AL TACU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică festivă din 18 august 1959, ţinută la Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi

1. A 15-a aniversare a eliberării Patriei noastre ne oferă prilejul, justificat, al unor variate bilanţuri. Prezentăm cîteva aspecte care marchează prefacerile adînci petrecute în profilul economiei regiunii Iaşi, ca urmare a înfăptuirii politicii Partidului, de construire a socialismului.

Sub regimul burghezo-moşieresc regiunea Iaşi s-a dezvoltat foarte încet în ceea ce priveşte industria şi a decăzut şi mai mult în ceea ce priveşte agricultura. După datele din 1936 [1] pe actualul teritoriu al regiunii Iaşi se găseau circa 100 întreprinderi industriale, cuprinzînd aproximativ 5400 salariaţi şi 7 500 C. P. forţă instalată.

Marea majoritate a acestor întreprinderi erau mici şi slab dotate cu utilaj, abia depăşind capacitatea unor ateliere. Ca structură, industria cuprindea două ramuri principale:

a) industria alimentară (16 întreprinderi cu circa 100 salariaţi) şi

b) industria uşoară (54 întreprinderi cu 3 500 salariaţi).

Aceste ramuri industriale concentrau 80% din numărul total de salariaţi industriali. Restul întreprinderilor cuprindeau o industrie diversă, slab dezvoltată şi de mică importanţă. În ceea ce priveşte răspîndirea teritorială a industriei este de menţionat faptul că întreprinderi de o oarecare importanţă se găseau numai în oraşul Iaşi; fostul judeţ Vaslui spre exemplu totaliza 89 muncitori industriali, iar fostul judeţ Fălciu circa 74 muncitori industriali şi aceştia repartizaţi în mai multe întreprinderi şi ramuri.

Deşi în oraşul Iaşi se concentrau cele mai importante întreprinderi industriale, totuşi acestea erau slab dezvoltate din punct de vedere industrial. Astfel, în 1933 [1], la circa 100 000 locuitori reveneau abia 5 000 salariaţi industriali.

Un aspect care reflectă nivelul considerabil de redus al industriei regiunii Iaşi constă în faptul că deşi aceasta deţinea 5,4% din numărul total al populaţiei, totuşi ponderea producţiei industriale în producţia industrială a ţării era în 1938 de circa 1,6%. În acest sens observăm că regiuni întregi ca Moldova, Dobrogea şi Oltenia aveau un potenţial industrial extrem de redus.

În 1938 (anul cel mai prosper al economiei capitaliste din Romînia) aceste provincii cuprindeau 38% din populaţie şi 42% din suprafaţa ţării, dar deţineau abia 12% din întreaga producţie industrială, în timp ce regiunile Ploeşti, Timişoara şi Bucureşti deţineau 60% din întreaga producţie a ţării.

Aceste fenomene sînt expresia repartiţiei teritoriale spontane şi anarhice a producţiei industriale, ca urmare a acţiunii legilor economice din societatea capitalistă.

În perioada cotropirii hitleriste, industria regiunii Iaşi şi aşa slab dezvoltată, nu numai că nu a înregistrat nici o dezvoltare, ci dimpotrivă a suferit considerabile pierderi. Astfel, numai în timpul retragerii trupelor fasciste, în judeţul Iaşi au fost avariate 18 789 imobile printre care numeroase întreprinderi industriale şi instituţii [2].

23 August 1944 a găsit economia regiunii Iaşi într-o stare economică dezastruoasă.

Conferinţa naţională din 1945 a Partidului Comunist Romîn a indicat calea refacerii economiei distruse de război şi a trasat totodată ca linie generală a dezvoltării economice a Romîniei, linia industrializării şi electrificării ei.

Dezvăluind caracterul profund antiştiinţific şi reacţionar al afirmaţiilor unor teoreticieni, după care Romînia este o ţară „eminamente" agricolă şi prin urmare accentul în politica economică ar trebui pus pe producţia agricolă şi pe exportul cerealelor, Raportul Comitetului Central al Partidului Comunist Romîn la Conferinţa naţională din 1945, sublinia că [3, pp. 61...62]: „Împotriva acestor teoreticieni reacţionari, care căutau să facă din ţara noastră un apendice al marilor state industriale, ne-am ridicat dintotdeauna noi marxiştii, comuniştii, susţinînd că progresul ţării noastre este în directă şi nemijlocită legătură cu progresul industrializării ţării şi că de tăria industrială a ţării depinde în mare măsură însăşi independenţa statului nostru".

2. În etapa revoluţiei socialiste, ca urmare a înfăptuirii actului naţionalizării, realizîndu-se cerinţele legii concordanţei relaţiilor de producţie cu caracterul forţelor de producţie, s-a format sectorul socialist în economia ţării noastre, au apărut şi au început să acţioneze legile economice specifice socialismului.

Pe baza folosirii în mod conştient a cerinţelor legilor economice a socialismului Partidul a aplicat în mod consecvent în politica sa economică linia industrializării socialiste. Definind sarcina regimului nostru democrat popular, raportul politic al C. C. al P. M. R. la primul Congres arată că ea constă în „lichidarea înapoierii noastre economice, transformarea Romîniei într-o ţară industrială agrară înaintată şi asigurarea unui nivel de trai ridicat al maselor muncitoare".

O trăsătură extrem de importantă a politicii de industrializare socialistă a ţării noastre este aceea că s-a acordat o atenţie deosebită dezvoltării industriei în acele regiuni pe care burghezia le lăsase în părăsire şi ruină, efectuîndu-se totodată o raţională repartiţie teritorială a forţelor de producţie.

Creşterea neîncetată a industriei şi a transporturilor a fost posibilă datorită faptului că regiunea Iaşi a primit în această privinţă considerabile fonduri de investiţii din partea statului. Astfel, numai în anii 1956...1958, pentru dezvoltarea industriei şi transporturilor în regiunea Iaşi s-au alocat circa 417 milioane lei.

În procesul industrializării socialiste, industria regiunilor ţării noastre s-a dezvoltat în mod considerabil. Pe harta regiunii Iaşi au apărut în anii puterii populare mari unităţi industriale, construcţii moderne înzestrate cu utilaj de înaltă tehnicitate care în majoritate a fost primit din Uniunea Sovietică şi din alte ţări socialiste, frăţeşti. Fabrica de rulmenţi din Bîrlad, fabrica de antibiotice—Iaşi, unitatea de industrializarea lemnului—Ciurea, filatura fabricii „Ţesătura"—Iaşi, etc., sînt creaţii ale regimului democrat popular. Alături de acestea au luat fiinţă noi unităţi productive în ramura industriei alimentare, a industriei uşoare, a industriei metalurgice, a industriei materialelor de construcţii, etc. De asemenea, o serie de unităţi industriale au fost dezvoltate prin noi construcţii productive.

Ca urmare a politicii juste a Partidului, de creştere continuă a economiei socialiste, structura socială a industriei regiunii Iaşi s-a modificat esenţial, industria regiunii Iaşi fiind aproape în întregime o industrie socialistă, sectorul socialist avînd o pondere de 91,1% [4, p. 95].

Ca rezultat al procesului de repartizare proporţională a industriei pe întregul teritoriu al ţării şi de asigurare a avîntului economic al regiunilor rămase în urmă, pentru atragerea maximă a acestora cu resursele lor naturale şi de muncă în circuitul economic al ţării, producţia industrială a regiunii Iaşi a crescut considerabil în anii puterii populare.

Diagrama producţiei globale industriale indică în perioada 1950...1958 o creştere a producţiei industriale a regiunii Iaşi de 3,8 ori.

Această dezvoltare se caracterizează prin faptul că ritmul de creştere al producţiei globale industriale a regiunii Iaşi depăşeşte cu mult ritmul mediu de creştere al producţiei globale industriale pe ţară (v. tabelul 1).

Dacă se compară ritmul de creştere al producţiei globale industriale a regiunii Iaşi cu ritmul celorlalte regiuni ale ţării, se constată că începînd cu anul 1956 ritmul de industrializare a regiunii Iaşi este superior şi celorlalte regiuni. Ca urmare a realizării unui ritm superior de industrializare, greutatea specifică a producţiei globale industriale a regiunii Iaşi, în producţia globală industrială pe întreaga economie, a crescut simţitor, de la 1,6% în 1938 la 2,4% în 1957 [4, p. 92].

Tabelul 1

Dinamica producției globale în regiunea Iași și în industria R.P.R. (1950 ..19 8)

	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
Total industria reg. Iași	100	131,9	157,4	175,3	207,7	255	312	351	379
Total industria R.P.R. [5, p. 109]	100	—	—	—	—	215	239	259	285

O altă latură ce caracterizează evoluția industrială a regiunii Iași în anii puterii populare este producția industrială pe cap de locuitor. În perioada 1950...1958, producția industrială pe cap de locuitor a crescut de peste trei ori.

Un fenomen de mare însemnătate economică îl observăm în dinamica productivității muncii din industria regiunii Iași. Ritmul de creștere a productivității muncii în industria regiunii Iași este superior ritmului de creștere a productivității muncii din industria țării noastre. Acest fapt a fost cauzat de construcția unor importante obiective industriale în cadrul regiunii, cu un înalt grad de mecanizare, automatizare și electrificare a producției, de creșterea calitativă a organizării producției și a muncii, de întrecerea socialistă, de invențiile și inovațiile în procesul raționalizării producției, etc.

Creșterea într-un ritm remarcabil a productivității muncii a influențat în mod progresiv creșterea rapidă a producției globale industriale (v. fig. 1 și tabelul 2).

Aceasta înseamnă că în producția valorilor de întrebuințare, industria regiunii Iași, datorită creșterii rapide a productivității muncii, a realizat o considerabilă economie de muncă socială.

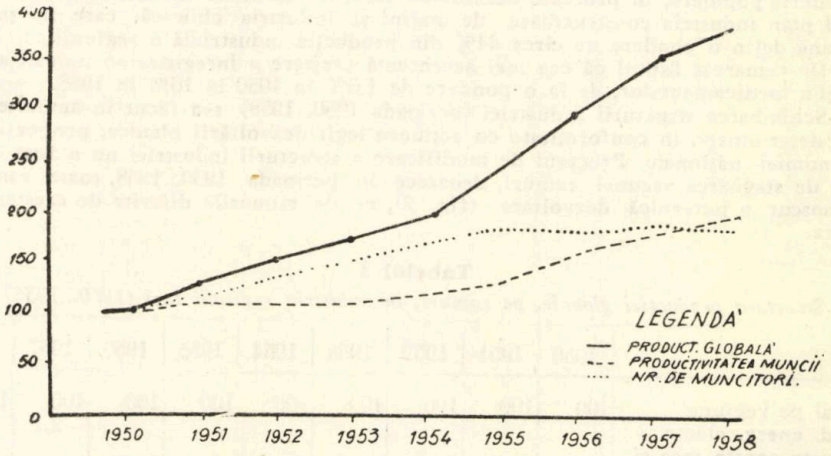


Fig. 1. — Dezvoltarea industriei socialiste în regiunea Iași.

Tabelul 2

Dinamica producției globale, a productivității muncii și a numărului de muncitori din industria regiunii Iași (1950...1958)

	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
Producția globală	100	131,9	157,4	175,3	207,7	255	312	351	379
Productivitatea muncii pe un muncitor	100	114 1	110	112	119,7	136,8	168,4	186,9	203
Nr. muncitorilor	100	115,6	143,8	157,5	174,3	189,6	187	189	189,4

Un rol important în evoluţia industriei regiunii Iaşi şi a celorlalte ramuri economice l-a jucat procesul de electrificare. Producţia de energie electrică a regiunii Iaşi era în 1958 de peste zece ori mai mare faţă de anul 1950. Clasele exploatatoare şi politicienii „istorici", incapabili să organizeze producţia şi neinteresaţi să zmulgă ţara noastră din mizerie şi întuneric, căutau să acrediteze născocirea calomnioasă cum că electrificarea n-ar fi de folos poporului nostru. Un mare moşier ieşean explica pe îndelete în 1934, la tribuna parlamentului, că: „Introducerea electricităţii în casa lucrătorului şi ţăranului moldovean ar însemna, domnilor — spunea trîndavul moşier — o profanare a tradiţiunii modului de viaţă a acestor oameni" [6].

Sub permanenta îndrumare a P.M.R. s-au făcut progrese însemnate şi pe drumul electrificării satelor regiunii. Astfel, dacă în 1945 era un singur sat electrificat, în 1958 găsim peste 43 sate electrificate.

Industria regiunii Iaşi a înregistrat importante modificări în ceea ce priveşte structura sa. În perioada 1950...1958, ca urmare a manifestării legităţilor repartiţiei teritoriale a producţiei, dezvoltarea ramurilor industriale a căpătat o nouă înfăţişare.

În procesul repartiţiei teritoriale a industriei, în anii puterii populare industria regiunii Iaşi a înregistrat două tendinţe : a) în prima fază (în special în 1948...1950) s-a produs fenomenul concentrării industriei, mai ales datorită acţiunii de comasare a unor întreprinderi industriale de proporţii mai mici ; b) în a doua fază (perioada 1953...1958) intră în funcţiune noi obiective industriale.

Modificarea structurii industriei regiunii Iaşi are ca rezultat faptul că ponderea unor ramuri industriale în anul 1958 diferă mult faţă de cea existentă la începutul primului plan cincinal. La acest proces se adaugă apariţia unor subramuri industriale livrează o producţie nouă de interes naţional şi internaţional.

Astfel dacă în 1938 în regiunea Iaşi existau două ramuri principale: industria alimentară şi industria uşoară, care concentrau majoritatea producţiei industriale, în anii puterii populare, în procesul dezvoltării tuturor ramurilor industriale, au apărut pe primul plan industria constructoare de maşini şi industria chimică, care în prezent împreună deţin o pondere de circa 44% din producţia industrială a regiunii.

De remarcat faptul că cea mai accentuată creştere a înregistrat-o industria chimică şi a medicamentelor, de la o pondere de 1,6% în 1950 la 16% în 1958.

Schimbarea structurii industriei (perioada 1950...1958) s-a făcut în anumite proporţii determinate, în conformitate cu acţiunea legii dezvoltării planice, proporţionale, a economiei naţionale. Procesul de modificare a structurii industriei nu a fost determinat de stagnarea vreunei ramuri, deoarece în perioada 1950...1958, toate ramurile au cunoscut o puternică dezvoltare (fig. 2), ci de ritmurile diferite de creştere ale acestora.

Tabelul 3

Structura producţiei globale, pe ramuri, în industria regiunii Iaşi (1950...1958)

	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
Total pe regiune	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Prod. energ. electr.								2,1	0,1
Industr. constr. maş. şi prelucrarea metalelor	19,7	19,7	19,4	26	29,9	36,6	28,8	26,8	27
Industr. chimică med.	1,6	1,7	1,7	1,6	1,9	2,2	10,5	15,6	16,8
Industr. mat. constr.	2,6	2,1	2,3	2,7	2,4	2	1,9	1	1
Ind. sticlă,porţ.,faianţă	—	0,1	0,3	0,5	0,9	1	0,1	0,2	0,6
Industr. prelucr. lemn	2	1,2	1,5	2,2	2,6	2,7	1,7	2,7	2,7
Industria forestieră	1,4	4,5	3,8	3,7	3	2,4	3,4	3	3,1
Industria textilă	21,2	21,3	21,2	19,3	16,5	15,2	16,2	13,5	13,6
Industria confecţiilor	9,8	9,1	10,5	8,5	6,7	5,3	5	5,3	4,9
Ind. pielii şi încălţ.	1	1,1	1,1	1,2	1,1	1,1	0,9	0,9	0,8
Industria alimentară	40,4	38,3	37,4	33,6	34,2	31	31	28,4	28,2
Industria poligrafică	0,2	0,6	0,4	0,4	0,5	0,3	0,4	0,4	0,4
Alte ramuri	0,1	0,3	0,4	0,3	0,3	0,2	—	0,4	0,8

Modificările structurale ale industriei regiunii Iași diferă de cele ce s-au produs în industria de subordonare locală și cooperatistă. Aceste modificări indică succesele ce s-au obținut în lupta pentru profilarea industriei, potrivit cerințelor de dezvoltare a industriei republicane, locale și cooperatiste, cît și a economiei naționale.

Prin planificarea pe regiuni a industriei locale și cooperatiste s-a realizat un obiectiv important al repartiției teritoriale a producției, și anume, apropierea industriei de sursele de materii prime și de raioanele consumatoare ale producției finite. Acest fapt prezintă o mare importanță în valorificarea resurselor naturale de care dispune regiunea Iași. Tendința generală a modificărilor structurale a industriei regiunii Iași constă în creșterea greutății specifice a industriei mijloacelor de producție față de industria obiectelor de consum, în totalul producției industriale (v. tabelul 4 și fig. 3).

Astfel, structura producției industriale pe grupele *A* și *B* s-a modificat în sensul creșterii greutății specifice a grupei *A* de la 17,5% în 1950 la 28,6% în 1958, concomitent cu descreșterea greutății specifice a grupei *B* de la 82,5% în 1950 la 71,4% în 1958.

Creșterea mai rapidă a producției mijloacelor de producție față de cea a obiectelor de consum este un proces determinat de acțiunea legii creșterii cu precădere a producției mijloacelor de producție față de producția obiectelor de consum, lege pe baza căreia se înfăptuiește industrializarea socialistă.

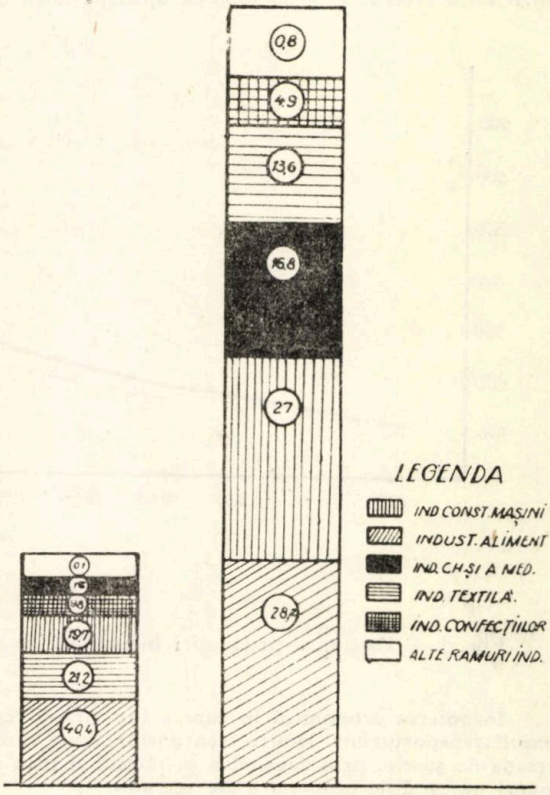


Fig. 2. — Dinamica producției globale și structura pe ramuri a industriei regiunii Iași.

Tabelul 4

Structura și dinamica producției industriale pe grupele A *și* B *a regiunii Iași (1950...1958)*

	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958
	Structura producției industriale pe grupele *A* și *B*								
Total	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Grupa *A*	17,5	17,1	17,2	22,8	25,6	31,2	31	28,8	28,6
Grupa *B*	82,5	82,9	82,8	77,2	74,4	68,8	69	71,2	71,4
	Dinamica producției industriale pe grupele *A* și *B*								
Total	100	131,9	157,4	175,3	207,7	255	312	351	379
Grupa *A*	100	128,9	154,4	228,5	303,4	460	557,5	587,6	644
Grupa *B*	100	132,5	158	164,3	187,3	213,5	261,7	306,1	334

Dezvoltarea industriei şi în special a ramurilor industriale din grupa *A* a creat condiţii favorabile formării de noi cenire muncitoreşti şi a schimbat structura de clasă pe linia creşterii numărului muncitorilor industriei din cadrul regiunii Iaşi.

Ca urmare a procesului de industrializare a regiunii Iaşi, numărul muncitorilor industriali a crescut faţă de 1950 de aproape două ori.

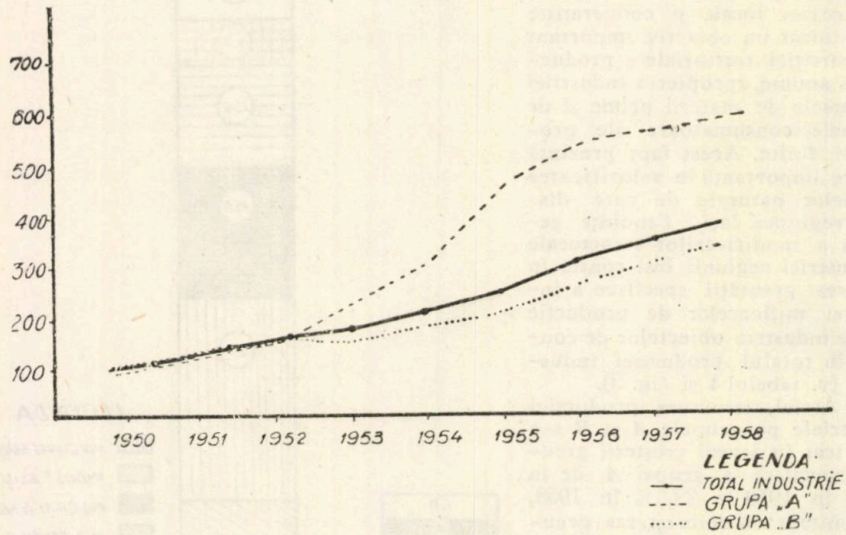


Fig. 3. — Dinamica producţiei industriale pe grupele *A* şi *B*, regiunea Iaşi

Înapoierea economică în care a fost ţinută regiunea Iaşi s-a reflectat şi în domeniul transporturilor. Dintre transporturi, cele rutiere erau cele mai slab dezvoltate. Reţeaua de şosele, prin densitatea sa redusă şi prin starea sa proastă, era departe de a acoperi necesităţile economice ale regiunii.

Raioane întregi ca: Vaslui, Huşi, Negreşti, se rezumau aproape numai la drumuri naturale, care deveneau impracticabile în mare parte din an. În privinţa repartiţiei teritoriale a mijloacelor auto se constată o accentuată anarhie. În timp ce Bucureştiul şi zona apropiată deţinea 37% din numărul lor, teritoriul actualei regiuni Iaşi era aproape lipsit de mijloace dc transport auto. Astfel, în 1938 [7], în fostul judeţ Vaslui existau numai două autocamioane, în Fălciu 3, în Tutova 8, etc.

În anii puterii populare, ca urmare a accentuării proceselor de reproducţie lărgită a ramurilor producţiei materiale a regiunii şi a legăturilor cu economia naţională, transportul feroviar şi rutier a înregistrat o serioasă dezvoltare.

Ritmul cel mai înalt de dezvoltare l-a înregistrat transportul auto, ca urmare a creşterii deosebite a parcului de mijloace auto, a creşterii densităţii drumurilor pentru automobile şi a îmbunătăţirii calităţii lor.

Astfel, în perioada 1950...1958, lungimea drumurilor cu acoperământ perfecţionat a crescut cu 530%. Paralel cu aceasta volumul mărfurilor şi numărul de călători transportaţi a crescut faţă de anul 1948 de circa zece ori, iar cel al mijloacelor auto de peste 16 ori [1]). Dezvoltarea acestei activităţi de transport a provocat creşterea greutăţii specifice a transportului cu mijloace auto, faţă de celelalte genuri de transport, aducînd un important aport la dezvoltarea economică a regiunii Iaşi.

1) Cuprinde numai parcul auto IRTA.

3. Ducînd o politică consecventă de industrializare socialistă a țării, Partidul Muncitoresc Romîn și Guvernul Democrat Popular au acordat și acordă o mare atenție refacerii și dezvoltării continue a agriculturii. În calea refacerii agriculturii țării noastre, deci și a agriculturii din regiunea Iași, au stat greutăți considerabile, determinate de puternica ei înapoiere și de lupta îndîrjită a claselor exploatatoare împotriva transformărilor sociale. Sub conducerea Partidului, țărănimea muncitoare din regiunea noastră a învins aceste greutăți și a obținut succese remarcabile în dezvoltarea agriculturii, prin crearea și consolidarea sectorului socialist.

Înainte de 23 August 1944, pămîntul — principal mijloc al producției agricole — era stăpînit de un pumn de exploatatori, moșieri și chiaburi, în timp ce o mare parte a țărănimii muncitoare era lipsită de pămînt sau avea pămînt puțin și de fertilitate scăzută.

Țăranii fără pămînt sau cu pămînt puțin erau exploatați de moșieri și chiaburi, lucrau cu pluguri de lemn după metodele primitive, cu vite puține și prost hrănite, erau roși de boli, ținuți în întunericul analfabetismului. Acestea sînt numai unele aspecte ale stării mizerabile a țărănimii muncitoare în timpul regimului burghezo-moșieresc.

După 23 August 1944, Partidul Comunist Romîn a înfăptuit o serie de măsuri care au asigurat refacerea agriculturii și avîntul ei continuu, punîndu-și ca principal obiectiv al primii etape a revoluției proletare lichidarea rămășițelor feudale la sate. În acest scop Partidul și-a îndreptat eforturile spre întărirea alianței clasei muncitoare cu țărănimea muncitoare, sub conducerea clasei muncitoare.

Înfăptuirea reformei agrare din 1945, anularea cumpărărilor și vînzărilor de pămînt în regiunile cuprinse de secetă în 1946, confiscarea domeniilor regale, trecerea restului pămîntului moșieresc în proprietatea statului în 1949, etc., au avut o deosebită importanță în lupta pentru desființarea exploatării și întărirea alianței clasei muncitoare cu țărănimea muncitoare. Politica consecventă a Partidului de desființare completă a exploatării omului de către om este oglindită și în decretul Marii Adunări Naționale din 28 martie 1959 privitor la lichidarea oricărei forme de exploatare din agricultură, în scopul dezvoltării construcției socialiste și a ridicării nivelului de trai al țărănimii muncitoare.

Călăuzindu-se după planul leninist de construire a socialismului, Partidul a elaborat la Plenara Comitetului Central al P.M.R. din 3...5 martie 1949, pe baza raportului tov. Gh. Gheorghiu-Dej, linia transformării socialiste a agriculturii. Raportul sublinia faptul că: „nivelul agriculturii nu poate fi ridicat decît ca urmare a trecerii la marea gospodărie agricolă socialistă" [3, p. 258].

De o mare însemnătate pentru progresul agriculturii regiunii Iași și pentru creșterea producției la hectar și pe cap de animal a fost introducerea unei agrotehnici avansate precum și lărgirea suprafeței de pămînt lucrată cu tractoarele și cu mașinile agricole.

Cele 11 S.M.T. existente în regiunea Iași în anul 1949 au executat în gospodăriile individuale în același an un volum de lucrări de 30 606 hantri.

Un rol deosebit de important în dezvoltarea și consolidarea unităților agricole socialiste revine S.M.T. și G.A.S.

Dacă în 1940 (31 decembrie) existau numai 11 S. M. T. înzestrate cu 233 tractoare convenționale (de 15 C. P.), 168 pluguri de tractor, 196 batoze pentru cereale păioase, etc., în 1958 rețeaua S M.T. a crescut în regiunea noastră la 15 stațiuni cu un parc (la 1 ianuarie 1959) format din 1307 tractoare convenționale (de 15 C.P.), 949 pluguri de tractor, 747 batoze pentru cerealele păioase, 83 combine pentru cereale, etc.

Fondurile fixe ale S.M.T. au crescut în aceeași perioadă (de la 28 183 mii lei, la 199 753 mii lei), deci de aproape 7 ori. Dezvoltarea continuă a bazei tehnico-materiale a S.M.T. a permis ca și activitatea lor să crească vertiginos. Volumul de hantri realizat a crescut de la 50 836 hantri în 1949 la 262 973 hantri în 1958, adică de peste 5 ori, iar pe tractor convențional a crescut cu 401% în anul 1958 față de anul 1950.

Creșterea calității muncii lor are ca rezultat întărirea economico-organizatorică a formelor socialiste de lucru a pămîntului. Activitatea S.M.T. nu se reduce la simpla mecanizare a lucrărilor agricole, ele sînt în același timp un îndrumător al unităților cooperatiste în domeniul organizării producției, pentru dezvoltarea multilaterală și folosirea eficientă a tuturor resurselor de muncă și tehnico-materiale.

Alături de S.M T. cele 26 G.A.S. din regiune constituie pîrghii importante în transformarea socialistă a agriculturii. Producţiile medii obţinute sînt din ce în ce mai mari, iar producţia marfă livrată statului este în continuă creştere. Aceasta a permis ca în anul 1958 G.A.S. să livreze statului 10 614 tone cereale mai mult ca în 1955, iar creşterea şeptelului şi productivităţii animalelor a permis ca în anul 1958 G.A.S. să livreze statului cu 348 tone carne, cu 9 399 hl lapte de vacă, cu 16 000 kg lînă mai mult decît în 1955, etc.

Rezultatele obţinute de gospodăriile agricole de stat sînt exemple convingătoare ale superiorităţii marii producţii socialiste în agricultură.

Statul sprijină consolidarea economico-organizatorică a unităţilor agricole socialiste şi prin credite. Numai în anul 1958 statul a pus la dispoziţia G.A.C. credite pentru investiţii în valoare de 36 000 000 lei, acordîndu-se în acelaşi timp şi credite pentru producţie.

Înzestrarea agriculturii cu un număr sporit de cadre de specialitate, necesare unei conduceri ştiinţifice, constituie o altă formă prin care statul, direct sau indirect, ajută ţărănimea să folosească mai bine condiţiile producţiei. Dacă acum 15 ani reveneau la un inginer sau tehnician agricol circa 9 500 ha teren agricol, în 1958 revin la un inginer sau tehnician agricol, circa 450 ha teren agricol.

Organele de partid şi de stat din regiunea Iaşi au acordat şi acordă sprijinul necesar unităţilor agricole socialiste existente şi desfăşoară o largă muncă politică în rîndul ţărănimii muncitoare, care pe baza experienţelor şi rezultatelor obţinute de unităţile agricole socialiste se conving de superioritatea marii gospodării agricole socialiste şi intră în aceste forme pe baza liberului consimţimînt.

Consecinţa firească a acţiunilor multiple a factorilor amintiţi, duce la apariţia şi dezvoltarea continuă a unităţilor agricole socialiste din regiunea Iaşi.

Tabelul 5

Evoluţia numerică a unităţilor agricole cooperatiste din regiunea Iaşi (1949...1959)

	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959, 1/VII
G.A.C.	7	52	53	86	100	101	105	132	140	206	286
Întov. agricole	—	—	—	148	174	232	284	680	1 073	997	877
Asoc. simple	—	—	—	—	—	—	—	359	356	208	94

Din studierea evoluţiei numerice a unităţilor agricole cooperatiste pe forme de cooperare, din regiunea Iaşi, reiese în mod deosebit două aspecte: modul cum au apărut în timp diferitele forme principale ale cooperaţiei şi unele particularităţi şi tendinţe ce rezultă din dinamica numerică a unităţilor cooperatiste.

Există în ansamblu o creştere permanentă la toţi indicii care caracterizează evoluţia proporţiilor cooperativizării. La 1 iulie 1959 erau cuprinse în cele 286 G.A.C. 41 098 familii şi o suprafaţă arabilă de 114 065 ha iar în cele 877 întovărăşiri agricole, 157 931 familii şi o suprafaţă de 281 331 hectare.

Tabelul 6

Dinamica numărului de familii şi a suprafeţei de pămînt cuprinsă în principalele forme cooperatiste în regiunea Iaşi

	31 decembrie 1949			31 decembrie 1955			1 iulie 1959		
	Nr. fam.	Supraf. agric. ha	Nr. unit.	Nr. fam.	Supraf. agric. ha	Nr. unit.	Nr. fam.	Supraf. agric. ha	Nr. unit.
G.A.C.	299	1 033	7	5 517	20 068	105	41 098	114 065	286
Întov. agric.	—	—	—	12 405	17 393	284	157 931	281 331	877
Asoc. simple	—	—	—	—	—	—	5 888	2 369	94

Apariția și dezvoltarea diferitelor forme de cooperație ca și proporția și ritmul de creștere a unităților acestora nu se desfășoară în toate raioanele regiunii în același fel. Dimpotrivă, datorită condițiilor social-economice caracteristice fiecărui raion și

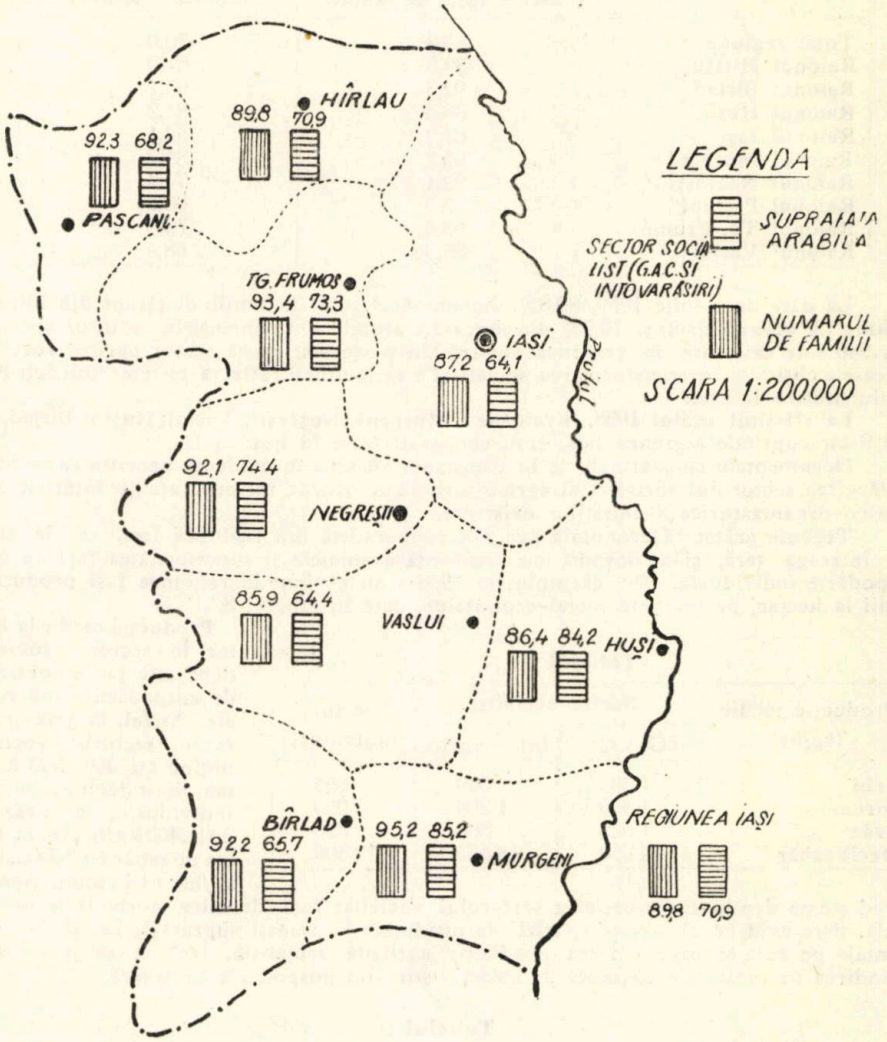


Fig. 4. — Gradul de cooperativizare pe raioane a agriculturii regiunii Iași la 1 iulie 1959: nr. familii și suprafața arabilă.

grupă de comune, formele de cooperație și unitățile lor se dezvoltă și se diferențiază în mod concret (fig. 4). În funcție de aceste condiții gradul de cooperativizare este diferit.

Tabelul 7

Gradul de cooperativizare al agriculturii regiunii Iaşi, pe raioane, la 1 iulie 1959

	% cooperativizat din numărul total de familii	% cooperativizat din suprafaţa arabilă
Total regiune	89,8	70,9
Raionul Hîrlău	89,8	61,0
Raionul Bîrlad	92,3	65,7
Raionul Huşi	86,4	84,2
Raionul Iaşi	87,2	64,1
Raionul Murgeni	95,2	85,2
Raionul Negreşti	92,1	74,4
Raionul Paşcani	92,3	68,2
Raionul Tg. Frumos	93,4	73,3
Raionul Vaslui	85,9	68,4

La data de 1 iulie 1959, 89,8% din numărul total de familii de ţărani din întreaga regiune (la această dată) şi 70,9% din suprafaţa arabilă sînt cuprinse în sectorul socialist. Din 940 sate existente în regiunea noastră, în peste 900 există sector agricol socialist. Succesele obţinute în transformarea socialistă a agriculturii reflectă justeţea politicii Partidului nostru la sate.

La sfîrşitul anului 1958, 5 raioane : Murgeni, Negreşti, Vaslui, Huşi şi Bîrlad, din cele 9 cît cuprinde regiunea Iaşi, erau cooperativizate în linii mari.

Documentele consfătuirii de la Constanţa au scos în evidenţă necesitatea ca odată cu lărgirea sectorului socialist al agriculturii să se acorde întreaga atenţie întăririi economico-organizatorice a unităţilor existente.

Trebuie arătat că economia agricolă cooperatistă din regiunea Iaşi, ca de altfel din întreaga ţară, şi-a dovedit cu prisosinţă avantajele şi superioritatea faţă de mica gospodărie individuală. De exemplu, în 1958 s-au obţinut în regiunea Iaşi producţiile medii la hectar, pe sectoare social-economice, date în tabelul 8.

Tabelul 8

Producţie medie (kg/ha)	Sector socialist		Sector individual
	G.A.C.	Întov. agric.	
Grîu	1 205	949	855
Porumb	1 300	1 200	1 050
Ovăz	1 023	866	850
Sfeclă zahăr	14 250	13 500	12 600

Producţia medie la hectar în sectorul socialist depăşeşte pe cea obţinută de gospodăriile individuale. Astfel, la grîu şi porumb, sectorul socialist obţine cu 400...500 kg/ha mai mult decît gospodăria individuală, la ovăz cu 200...400 kg/ha, iar la sfecla de zahăr cu 2 000...3 000 kg/ha mai mult. Aceasta dovedeşte pe deplin superioritatea sectorului socialist faţă de mica gospodărie individuală. Este evident că aceste sporiri de producţie la aceeaşi suprafaţă, ca şi celelalte avantaje pe care le oferă marea producţie agricolă socialistă, trebuie să-şi găsească oglindirea în veniturile obţinute de colectiviştii din gospodăria obştească.

Tabelul 9

Retribuţia în bani şi în produse (principale) pentru o zi muncă (în medie pe regiune)

	1950	1955	1958
În bani (lei)	0,97	1,55	4,55
Cereale (grîu, secară, porumb, orz) (kg)	4,502	5,421	6,100
Floarea soarelui (kg)	0,515	0,567	0,579
Legume şi zarzavaturi (kg)	0,917	1,082	1,066

Sînt multe G.A.C. în regiunea noastră care asigură încă de pe acum membrilor lor venituri deosebit de ridicate. Consolidarea economico-organizatorică a G.A.C. își găsește confirmarea și în creșterea retribuției pentru ziua de muncă.

Astfel, dacă în anul 1950 retribuția în bani pentru ziua muncă era în medie, pe regiune, de 0,97 lei, în anul 1958 este de 4,55 lei.

Echivalentul unei zile muncă (în prețuri de achiziții) era în anul 1958, în medie pe regiune, de aproape 30 lei. Consolidarea economico-organizatorică a unităților agricole socialiste din regiunea noastră a permis sporirea continuă a producției agricole marfă necesară orașului.

Din totalul producției vegetale contractate, sectorul agricol socialist participă în 1958 cu 44,7%, din care la cereale cu 48,5%, iar față de 1956 cantitatea totală de produse vegetale contractată cu statul crește în 1958 cu 60 000 tone.

În 1956 producția globală obținută de toate sectoarele social-economice la grîu și secară reprezenta 114 911 tone, iar în 1958 a ajuns la 148 134 tone, adică cu 29% mai mult, iar la porumb producția globală a crescut de la 200 071 tone la 317 877 tone. Succese deosebite s-au obținut și în domeniul creșterii animalelor. Față de anul 1955 numărul taurinelor a crescut în 1958 cu 6704, al ovinelor cu 61 264 capete, etc. Sporirea producției globale a avut loc mai ales pe baza lărgirii și întăririi sectorului socialist, capabil să folosească la maximum atît mijloacele tehnice moderne, cît și resursele interne din fiecare unitate în parte.

Faptul că din cele 801 749 hectare teren agricol cuprins în regiunea Iași, 452 893 ha aparțin sectorului socialist (31 decembrie 1958) adică 56,2%, ne arată că sectorul agricol socialist este preponderent în agricultura regiunii noastre.

4. Sub îndrumarea permanentă a P.M.R., în anii regimului democrat popular s-au obținut mari succese pe linia industrializării socialiste a țării și în ridicarea regiunilor înapoiate din punct de vedere economic. În procesul industrializării socialiste, vechea împărțire teritorială a industriei regiunii Iași, care se formase în timp de 8 decenii, a fost schimbată, punîndu-se bazele repartiției teritoriale socialiste a industriei.

Ca urmare a unui ritm superior de industrializare, economia regiunii Iași și-a schimbat caracterul, dintr-o regiune agrară a devenit o regiune agrar-industrială, cu o industrie în plină dezvoltare. De asemenea cei 15 ani care au trecut de la eliberarea Romîniei de sub jugul fascist au adus cu sine schimbări radicale în viața țărănimii muncitoare. Crearea și dezvoltarea sectorului socialist a schimbat substanțial înfățișarea satelor. Este în curs de formare o nouă țărănime, colectivistă. Succesele obținute trebuie amplificate. Sarcina principală în domeniul dezvoltării continue a agriculturii regiunii Iași este consolidarea economico-organizatorică a G.A.C. și întovărășirilor agricole, prin mărirea avutului obștesc și dezvoltarea lor multilaterală.

Ca rezultat al creșterii producției industriale și agricole s-au realizat mari progrese în ramurile producției bunurilor de consum. Numai în perioada 1950...1958 industria bunurilor de consum din regiunea Iași a crescut cu 334%, iar valoarea totală a mărfurilor vîndute prin rețeaua comerțului socialist a crescut de la 440 milioane lei, cît era în anul 1950, la 1,2 miliarde lei în 1958. Condițiile de locuit și asistență medicală s-au îmbunătățit în mod considerabil.

Adînciile transformări economice din regiune au influențat puternic dezvoltarea fenomenelor demografice. Procesul industrializării socialiste a accentuat gradul de urbanizare a populației, a schimbat structura profesională a populației regiunii Iași.

Reducerea mortalității, sporirea excedentului natural al populației, explică nu numai dezvoltarea acesteia, ci reflectă totodată creșterea nivelului de trai material și cultural al populației regiunii Iași.

Cifrele și faptele prezentate demonstrează cu o mare putere de convingere justețea politicii Partidului, de construire a socialismului și făurire a unei vieți noi în țara noastră.

Sub înțeleapta îndrumare a Partidului, oamenii muncii de la orașe și sate din regiunea Iași, prezintă la a 15-a aniversare realizări deosebite într-un rodnic bilanț.

Planul de perspectivă cuprinde mărețe obiective economico-industriale și acțiuni importante social-culturale. Realizarea acestora va crea regiunii Iași, ca pretutindeni în țară, un înalt ritm de dezvoltare economică și creșterea continuă a bunăstării celor ce muncesc.

Măsurile stabilite de plenara C.C. al P.M.R. din 13...14 iulie 1959, cu privire la sporirea salariilor și a pensiilor, reducerea impozitelor pe salarii și reducerea prețurilor

la un mare număr de produse de consum industriale şi alimentare, au provocat o deosebită însufleţire şi un viu entuziasm în rîndul muncitorilor, ţăranilor muncitori şi intelectualităţii legată de popor. Ele au dus la un nou şi puternic avînt în toate sectoarele de activitate.

Toate aceste fapte sînt o mărturie grăitoare că oamenii muncii din regiunea Iaşi, strînşi uniţi în jurul Partidului şi Guvernului, sînt hotărîţi să aducă neîncetat o contribuţie sporită la dezvoltarea planică a economiei regiunii Iaşi, la construirea socialismului în Patria noastră, la creşterea bunăstării poporului muncitor.

Academia R.R.R., filiala Iaşi,
Colectivul de cercetări economice

BIBLIOGRAFIE

1. *** *Enciclopedia Romîniei*, vol. **II**, (judeţele).
2. *** Fond. Insp. Gl. Stat Iaşi, dosar *16*, Arhivele Statului, Iaşi.
3. Gheorghiu-Dej Gh., *Articole şi cuvîntări*, 1952, Buc., E.P.L.P.
4. *** *Anuarul statistic al R.P.R.*, 1958, Buc.
5. *** *Anuarul statistic al R.P.R.*, 1959, Buc.
6. *** Scînteia, No. *4584*.
7. *** *Anuarul statistic al Romîniei*, 1939...1940, Buc., p. 516.

НЕКОТОРЫЕ СТОРОНЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ЯССКОЙ ОБЛАСТИ ЗА 15 ЛЕТ СО ДНЯ ОСВОБОЖДЕНИЯ РУМЫНИИ ОТ ФАШИСТСКОГО ИГА (1944 ... 1959)

(Резюме)

Авторы излагают некоторые стороны ярко показывающие глубокие структурные экономические изменения Ясской области совершенные за этот период строительства социализма в Румынии.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Развитие социалистической промышлиенности в Ясской области.
Рис. 2. — Динамика валового и отраслего промышленного производства в Ясской области.
Рис. 3. — Динамика промышленного производства соответствующего группам *А* и *Б* Ясской области.
Пис. 4. — Степень кооперативизации сельского хозяйства по районам Ясской области с 1 июля 1959 г.: число семейств и поверхность пахотной земли.

SUR L'ESSOR ÉCONOMIQUE DE LA RÉGION DE JASSY DEPUIS L'ÉLIBÉRATION DE LA ROUMANIE DU JOUG FASCISTE (1944 ... 1959)

(Résumé)

Les Auteurs exposent quelques aspects concernant l'essor économique éclatant de la région de Jassy pendant cette période de la construction du socialisme en Roumanie.

Explications des figures

Fig. 1. — Le développement de l'industrie socialiste dans la région de Jassy.
Fig. 2. — Dynamique de la production globale et celle des différentes branches industrielles de la région de Jassy.
Fig. 3. — Dynamique de la production industrielle des secteurs *A* et *B* relatifs à la région de Jassy.
Fig. 4. — Le grade de coopérativisation de l'agriculture vers le 1 Juillet 1959, des différents districts de la région de Jassy: nombre de familles et surface cultivée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

338.07

CUM SE REFLECTĂ ÎNDEPLINIREA PLANULUI PREŢULUI DE COST AL PRODUCŢIEI ÎN METODA «JURNAL-ORDER»

DE

D. RUSU, TEODOR NEAGU şi GHIDU BRUCMAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 19–21 mai 1956

Continua dezvoltare a economiei naţionale şi succesele obţinute în construirea bazei economice a socialismului în ţara noastră a avut o influenţă hotărîtoare asupra ridicării nivelului de trai al oamenilor muncii de la oraşe şi sate. Creşterea salarului real al celor ce muncesc, ca urmare a reducerilor de preţuri, a constituit un imbold în munca plină de avînt a muncitorilor din uzine şi a ţărănimii muncitoare.

Reducerea preţului de cost al producţiei constituie punctul de plecare în obţinerea tuturor acestor realizări, constituie problema centrală în cadrul economiei noastre naţionale.

Documentele celui de al doilea Congres al P.M.R. ridică în faţa cadrelor de economişti şi planificatori, ca şi în faţa inginerilor şi tehnicienilor, probleme în legătură cu productivitatea muncii, reducerea preţului de cost şi îmbunătăţirea continuă a calităţii producţiei.

„Reducerea preţului de cost trebuie privită ca o problemă centrală a întregii organizări a producţiei, trebuie să devină o preocupare vie şi permanentă a ministerelor, a direcţiilor generale, a conducerilor întreprinderilor, a organelor şi organizaţiilor de partid, a comitetelor sindicale, a fiecărui om al muncii şi în primul rînd a fiecărui comunist“ [1].

Preţul de cost reprezintă indicele sintetic calitativ în care se reflectă global calitatea activităţii întreprinderilor, în care se reflectă toate acţiunile oamenilor muncii, pentru îndeplinirea şi depăşirea planului.

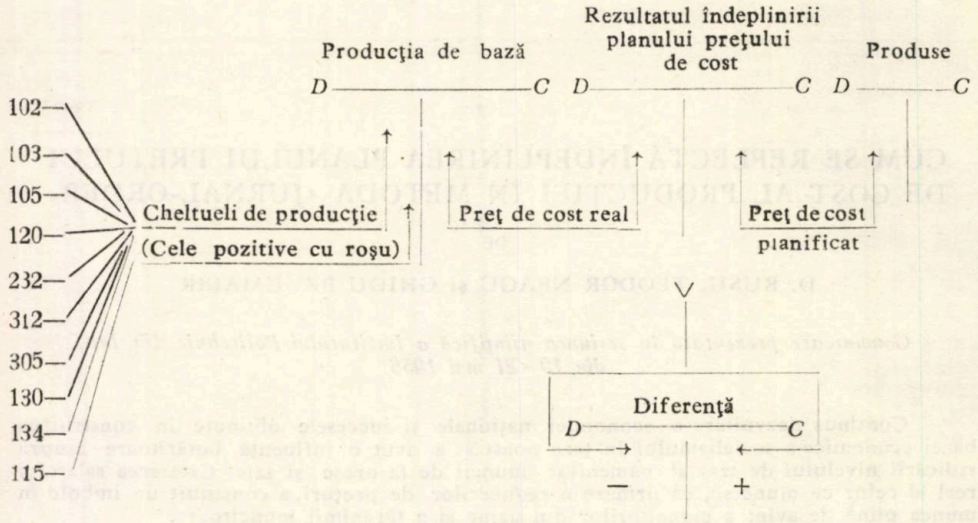
Pe baza normelor de consum planificate şi a planului de măsuri tehnico-organizatorice, preţul de cost se planifică şi constituie unul din cele mai importante capitole ale planului tehnic, industrial şi financiar. În evidenţa contabilă industrială preţul de cost ridică problema antecalculaţiei şi postcalculaţiei. Importanţa calculului preţului de cost decurge din însăşi importanţa care revine preţului de cost în cadrul economiei naţionale. Stabilirea cu precizie a cheltuielilor reale, ocazionate de producţia globală a întreprinderii, determinarea cheltuielilor de producţie pe produs, precum şi defalcarea acestor cheltuieli pe articole, din care se formează preţul de cost, reprezintă o sarcină ce revine calculaţiei.

Calculul cît mai corect al preţului de cost, oglindirea cît mai exactă a reducerii acestuia, depind în foarte mare măsură de modul cum a fost ţinută evidenţa cheltuielilor de producţie.

Evidenţa contabilă s-a folosit de diferite metode de tehnică contabilă, pînă la cele mai perfecţionate, aplicate în zilele noastre, cum sînt: metoda „şah“ şi „jurnal-order“.

În metoda „şah“ evidenţa sintetică a cheltuielilor de producţie şi urmărirea îndeplinirii planului preţului de cost se face cu ajutorul conturilor: *Producţia de bază*,

Devieri de la preţurile planificate ale materiilor şi materialelor, Diferenţe între preţul de cost planificat şi cel real al producţiei finite, etc. Prezentînd sub formă schematică conturile şi legăturile dintre ele, după metoda „şah", situaţia se prezintă în felul următor :



Din această schemă se poate observa uşor funcţiunea contului *Rezultatul îndeplinirii planului preţului de cost*. El este un cont comparativ chemat să prezinte în orice moment abaterea pozitivă sau negativă de la plan.

S-ar părea din prezentarea schematică de mai sus că evidenţa cheltuielilor de producţie şi urmărirea îndeplinirii planului preţului de cost se face destul de simplu folosind conturile indicate. Trebuie să ţinem seama că toate cheltuielile de producţie din debitul contului *Producţia de bază* se evidenţiază şi în analitice, ceea ce cere un volum mare de muncă şi inconveniente în calculaţie.

În metoda „şah" evidenţa analitică a cheltuielilor de producţie se ţine separat pe secţii, comenzi, produse sau loturi de produse, etc., în funcţie de cerinţele calculaţiei preţului de cost din cadrul ramurii respective. De fapt evidenţa analitică în cadrul metodei „şah" prezintă inconveniente şi la alte conturi în afara acelora din sfera producţiei. Mai mult, folosind metoda „şah" se întîmpină greutăţi şi din cauza ordinei în care se efectuează înregistrările în evidenţa sintetică şi analitică.

Decalajul mare care se produce între înregistrările sintetice şi cele analitice fac imposibilă sau întîrzie confruntarea, la sfîrşitul perioadei, a celor două forme de evidenţă. Acest fapt precum şi lucrările suplimentare ce se efectuează la sfîrşitul oricărei perioade în vederea calculului preţului de cost, provoacă întîrzieri în înaintarea dărilor de seamă şi a situaţiilor centralizatoare, către organele tutelare.

Calea evidenţierii cheltuielilor de producţie, mai întîi sintetic şi apoi analitic, face de asemenea să se întîrzie calculul preţului de cost. De aici izvorăşte apoi imposibilitatea sezisării la timp a lipsurilor ivite în desfăşurarea activităţii întreprinderii.

Ţinînd seama de inconvenientele arătate precum şi de altele care n-au intrat în preocupările noastre, practica contabilă şi gîndirea oamenilor de ştiinţă sovietici, au introdus o nouă formă în contabilitate, anume, forma „Jurnal-Order". Ea a fost experimentată în 1949 şi apoi introdusă pe scară largă în 1950 în întreprinderile din ramura industriei uşoare.

La noi în ţară această metodă a fost experimentată la unele întreprinderi din industria uşoară în 1953 şi în ultimul timp a fost generalizată, fiind introdusă şi în celelalte ramuri, tocmai pentru că reprezintă un progres real în domeniul evidenţei contabile.

Avînd la bază același principiu de înregistrare a operațiunilor ca la metoda „șah“ metoda „Jurnal-Order“ vine să simplifice și să îmbunătățească munca de evidență. Se realizează astfel o îmbinare judicioasă atît a evidenței cronologice și sistematice cît și a evidenței sintetice și analitice.

Spre deosebire de metoda „șah“, metoda „Jurnal-Order“ folosește în locul fișelor șah de debit și credit, jurnale, situații auxiliare și cartea mare. Astfel, filiera operațiunilor este mult simplificată prin faptul că dispar miile de note contabile ce se întocmeau în cazul metodei „șah“, operațiunile efectuîndu-se în jurnale sau în situațiile auxiliare, direct după documentele primare.

În jurnale și situații se înregistrează operațiune cu operațiune sau cumulat pe operațiuni omogene, pe decade sau chiar lunar. În cartea mare se efectuează operațiile de asemenea centralizat într-o singură sumă la sfîrșitul lunii.

După metoda „Jurnal-Order“ înregistrările se fac în jurnale în creditul conturilor la care se referă jurnalul prin debitul conturilor corespondente. Dar în afară de faptul că în jurnale se reflectă creditul fiecărui cont în corespondență cu conturile debitoare, ele mai conțin rubrici speciale, intercalate pentru defalcarea unor conturi pe subconturi sau analitice, coloane pentru calculul prețului de cost al producției, *precum și coloane în care să se oglindească mersul îndeplinirii planului.*

Documentele primare, ca și în cadrul celorlalte metode de tehnică contabilă, constituie baza tuturor înregistrărilor contabile. Pe baza analizei contabile ce se efectuează asupra fiecărei operațiuni economice, operațiune justificată prin documentul primar respectiv, se stabilește corespondența conturilor, formulîndu-se articolul contabil. Articolul contabil se efectuează direct pe documentul primar, renunțîndu-se astfel la notele contabile. Și în aplicarea metodei „șah“, de fapt, se folosea de multe ori procedeul ca înainte de întocmirea notei contabile să se stabilească corespondența conturilor și să se formuleze articolul contabil, mai întîi pe documentul primar.

Din acest punct de vedere, după metoda „Jurnal-Order“ nu s-a făcut altceva decît să se renunțe la nota contabilă, înregistrările ulterioare efectuîndu-se direct după documentul primar.

Folosind metoda „Jurnal-Order“, pe baza documentului primar se înregistrează în jurnalele conturilor care au fost creditate. Ce reprezintă jurnalul în cazul metodei „Jurnal-Order“?.

Jurnalul reprezintă în primul rînd o notă contabilă lunară în care se înregistrează toate articolele contabile, contul la care se referă jurnalul fiind creditat în corespondență cu conturile debitoare. Jurnalul poate fi considerat ca fiind și o fișă a rulajelor deoarece în interiorul fiecărui jurnal se realizează și evidența cronologică, operațiunile economice fiind înregistrate în ordinea apariției lor. În același timp jurnalul reprezintă și fișa creditoare a conturilor deoarece materia contabilă este înregistrată în jurnalul sistematizat așa cum se proceda și în fișele credit-șah. Cît privește debitul fiecărui cont, acesta se adună la sfîrșitul lunii din jurnalele în care este desfășurat, în cartea mare. Se stabilește astfel totalul debitului și corespondența cu conturile creditoare. În cursul unei luni, debitul unui cont se află dispersat în toate acele jurnale ale conturilor cu care acesta a fost pus în legătură prin debitare.

Cartea mare nu reprezintă altceva decît fișa debitoare a contului (dacă luăm prin analogie cu metoda „șah“) completată cu totalul lunar al creditului luat din jurnal și soldul debitor sau creditor, după cum este cazul.

Mai facem următoarea precizare: spre deosebire de metoda „șah“, în cazul metodei „Jurnal-Order“ evidența analitică a cheltuielilor de producție se îmbină organic cu evidența sintetică. Ca urmare a acestui fapt în prezentarea problemei vom ține seama atît de evidența sintetică cît și de cea analitică.

Evidența analitică, fără calcule suplimentare, duce direct la calculul prețului de cost al producției marfă și pe baza ei se efectuează înregistrările în evidența sintetică, urmărindu-se mersul îndeplinirii planului.

Prin introducerea metodei „Jurnal-Order“, planul de conturi a suferit modificări serioase, numărul conturilor reducîndu-se simțitor. Această simplificare a planului de conturi s-a produs prin suprimarea unor conturi și prin contopirea în același cont a conturilor cu conținut omogen.

Astfel, conturile: *Devieri, Rezultatul îndeplinirii prețului de cost* și *Diferență*, care în cazul metodei „șah“ oglindeau mersul îndeplinirii planului, prin introducerea metodei „Jurnal-Order“ nu mai figurează în planul de conturi.

Totuşi de la data de 1 ianuarie 1956, contul *Devieri* a fost reintrodus cu o nouă denumire şi cu un nou conţinut economic [2]. Folosind bogata bibliografie a autorilor de specialitate şi practica aplicării metodei „Jurnal-Order" la întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi, ne propunem să reliefăm eficacitatea evidenţierii cheltuielilor de producţie şi modul în care se reflectă mersul planului în această metodă de tehnică contabilă.

Evidenţa contabilă a cheltuielilor de producţie se realizează cu ajutorul unor situaţii auxiliare care se referă mai mult la evidenţa analitică, sintetizate apoi în jurnalele 5/1 şi 5/2 care cuprind creditul tuturor conturilor ce pot concura la desfăşurarea procesului de producţie prin debitul acelor conturi care colectează elemente de cheltuieli (jurnalul 5/1) şi prin debitul tuturor conturilor în afara producţiei (jurnalul 5/2).

Situaţiile auxiliare cu ajutorul cărora se stabilesc cheltuielile de producţie şi se determină consumul total de valori din cadrul procesului de producţie sînt:

a) formularul nr. *12*: *Situaţia repartizării salariilor,*

b) formularul nr. *12a*: *Situaţia consumului de materii şi materiale,*

c) formularul nr. *13/1*: *Situaţia calculului uzării obiectelor de inventar de mică valoare sau scurtă durată a îmbrăcămintei şi materialelor de producţie,*

d) formularul nr. *13/2*: *Situaţia calculului amortizării mijloacelor de bază,*

e) formularul nr. *14*: *Situaţia repartizării serviciilor secţiilor ajutătoare, fabricaţiilor auxiliare şi secţiilor neindustriale,*

f) formularul nr. *15*: *Situaţia cheltuielilor secţiilor (producţiei) gospodăriei,*

g) formularul nr. *16*: *Situaţia rulajelor pentru conturile*: *Cheltuieli generale ale întreprinderii, Cheltuieli anticipate, Preliminări pentru plăţi viitoare, Cheltuieli de vînzare.*

Folosirea cu pricepere a tuturor acestor formulare ne face să respectăm întocmai principiile unei juste calculaţii (principiul delimitării în timp a cheltuielilor, al separării şi ocazionării costurilor) şi ne duce spre un calcul cît mai real al preţului de cost.

Primele patru formulare servesc pentru evidenţierea separată a elementelor de cheltuieli ale procesului de producţie: munca, obiectul muncii şi mijloacele de muncă, determinînd consumul total al acestora.

Deosebit de ele, formularul nr. *15* stabileşte volumul tuturor cheltuielilor atît directe cît şi indirecte, care s-au făcut în fiecare secţie.

Fără să ţinem seama de evidenţa analitică a cheltuielilor care se realizează tot în cadrul acestui formular, din punct de vedere sintetic aici se formează debitul contului *Cheltuieli principale de fabricaţie* şi debitul contului *Producţia de bază*, primul colectînd cheltuielile indirecte, cel de al doilea, pe cele directe. Debitul acestor două conturi se formează în cadrul formularului, pe verticală, iar în coloanele de pe orizontală sînt înşirate toate conturile creditoare care au înregistrat consumuri pentru producţia secţiei.

Tot în cadrul acestui formular se face şi repartizarea soldului contului *Cheltuielile secţiilor*, asupra producţiei de bază din secţia respectivă. După stabilirea debitului contului *Producţia de bază* în formularul nr. *15* se mai efectuează o serie de calcule în legătură cu producţia realizată în secţie, calcule ce vor servi apoi la determinarea corectă a preţului de cost.

Asemănător formularului nr. *15* pentru colectarea cheltuielilor generale ale întreprinderii, a cheltuielilor anticipate, a preliminărilor pentru plăţi viitoare şi cheltuielilor de vînzare, se utilizează formularul nr. *16*. Se întocmeşte cîte un formular pentru fiecare din conturi, cu excepţia conturilor *Preliminări* şi *Cheltuieli anticipate* pentru care se alcătuieşte un singur formular.

În această situaţie se trece pe verticală, în partea stîngă a formularului, contul care se debitează cu toate analiticele sale, iar pe orizontală, în coloane separate, conturile creditoare care au participat la formarea debitului. Tot aici, în altă parte a formularului, sînt oglindite rulajele creditoare ale contului *Cheltuieli generale* precum şi diverse calcule în legătură cu unele elemente ale preţului de cost (calculul uzării obiectelor de inventar şi calculul amortizării mijloacelor de bază).

Pe baza formularelor nr. *15* şi *16* se efectuează înregistrările în jurnalul 5/1 (formularul nr. *18*).

Jurnalul 5/1 cuprinde evidenţa sintetică a rulajelor creditoare ale conturilor care se referă la debitul conturilor de producţie.

Prin intermediul acestui jurnal se centralizează toate cheltuielile care se referă la producţie şi se asigură datele necesare pentru calculul preţului de cost al producţiei marfă şi al producţiei globale.

Calculul efectiv al preţului de cost al producţiei marfă se realizează în partea V-a a jurnalului. Cu ajutorul acestei părţi a formularului nr. *13* se stabileşte suma cu care contul *Producţia de bază* urmează să se crediteze prin debitul contului *Produse* sau *Produse expediate şi lucrări executate.*

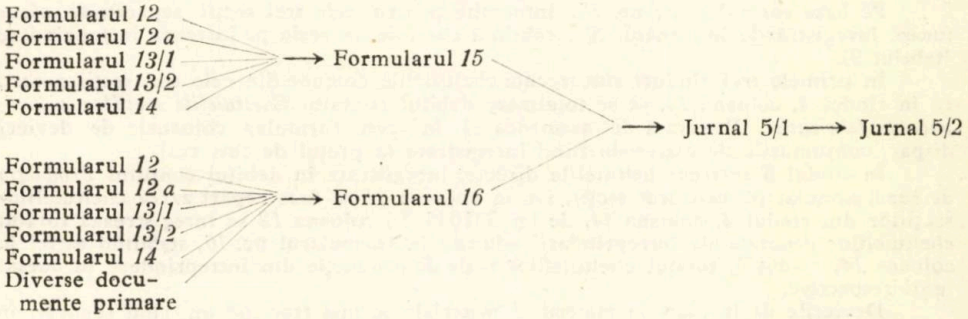
În partea stîngă a formularului, pe verticală, sînt înşirate articolele de calculaţie (aceleaşi articole care sînt cuprinse şi în dările de seamă) iar în capul coloanelor, pe orizontală, se indică calculele ce trebuie efectuate pentru determinarea preţului de cost al producţiei marfă.

Jurnalul 5/2 (formularul nr. *19*) nu reprezintă altceva decît o continuare a jurnalului 5/1. În acest jurnal se completează creditul conturilor din jurnalul 5/1 cu consumurile efectuate în afara producţiei. Prin urmare, în rîndul conturilor care se debitează nu vom întîlni conturile care se referă la producţie.

În legătură cu evidenţa producţiei însă, prin intermediul acestui formular se face decontarea producţiei, creditîndu-se contul *Producţia de bază* prin debitul contului *Produse, Produse expediate şi lucrări executate, Semifabricate,* într-un cuvînt tot ceea ce a rezultat din procesul de producţie. Pe baza acestor două jurnale se efectuează înregistrările în cartea mare.

În aceasta constă evidenţa cheltuielilor de producţie după metoda „Jurnal-Order“ şi aceasta este linia pe care se merge pentru calculul corect al preţului de cost.

Prezentăm în rezumat filiera înregistrărilor făcute în formularistica „Jurnal-Order“.



Se pune problema urmăririi îndeplinirii planului preţului de cost al producţiei.

Suprimarea conturilor care în cazul metodei „şah“ îndeplineau această funcţie nu îngreuează de fel urmărirea îndeplinirii planului preţului de cost ci din contra, printr-o construcţie ingenioasă a formularelor, uşurează considerabil această sarcină.

Prin prezentarea schematică a acelor părţi din formularele *15*, 5/1 şi 5/2, absolut necesare pentru lămurirea problemei precum şi prin exemplul încadrat în aceste formulare vom putea scoate în relief întregul conţinut al problemei.

În acest scop ne situăm în cadrul unei întreprinderi textile al cărui proces de producţie este divizat în trei secţii mari : filatură, ţesătorie, finisaj. Producţia neterminată la începutul lunii este de lei 520 000. Cheltuielile totale de producţie din luna curentă reprezintă suma de lei 723 471. Producţia neterminată la sfîrşitul perioadei — 750 000 lei. Din procesul de producţie în luna curentă au rezultat produse de lei 523.500 preţ planificat.

Se cere să se stabilească preţul de cost real al producţiei marfă şi să se arate care este rezultatul îndeplinirii planului preţului de cost.

Cheltuielile de producţie sînt centralizate pe fiecare secţie în parte prin intermediul formularelor nr. *12...14*, în formularul nr. *15.*

Dacă analizăm formularul nr. *15* (tabelul 1), întocmit pentru secţia filatură, observăm că în partea stîngă sînt trecute conturile : *Cheltuielile secţiilor* (desfăşurate pe analitice) şi *Producţia de bază,* pentru cheltuielile directe din secţie. Pe orizontală, în capul coloanelor. sînt trecute consumaţiunile de valori care se repartizează asupra conturilor producţiei.

Astfel, pe rîndul 7, în coloana *16*, se stabileşte totalul cheltuielilor indirecte din cadrul secţiei care nu reprezintă altceva decît debitul contului *Cheltuielile secţiilor principale de fabricaţie.*

În stabilirea cheltuielilor secţiilor respective s-a ţinut seama şi de coloanele de devieri de la conturile de materiale. Aceste coloane de devieri înlocuiesc contul *Devieri* din metoda „şah" şi fără a mai fi necesar înregistrări contabile se stabilesc cheltuielile reale de producţie. Devierile pozitive se scriu cu roşu şi se scad din preţul planificat pentru a afla preţul real al materiilor, iar devierile negative se înregistrează cu negru şi se adaugă la preţul planificat.

După ce s-a stabilit debitul contului *Cheltuielile secţiilor principale de fabricaţie,* pe rîndul 7, care în cazul secţiei noastre este de lei 160 826, pe rîndul *8* se trec cheltuielile directe înregistrate la contul *Producţia de bază.* Tot pe acest rînd, pentru stabilirea debitului contului *Producţia,* în coloana *14* se trece din nou suma stabilită drept cheltuieli ale secţiilor, adică se face repartizarea acestor cheltuieli asupra producţiei. În coloana *15*, pe acelaşi rînd se trece şi cota parte din cheltuielile generale ale întreprinderii stabilite în formularul nr. *16* pe întreaga întreprindere şi repartizate apoi pe secţii.

Suma de lei 431 682 din coloana *16*, rîndul *8*, reprezintă astfel totalul cheltuielilor de producţie din cadrul secţiei filatură adunate în debitul contului *Producţia de bază.* Astfel, cu ajutorul formularului nr. *15* se realizează evidenţa analitică a cheltuielilor de producţie, se stabileşte devierea de la plan la materii şi materiale şi se operează în debitul contului *Producţia de bază,* obţinînd cheltuielile reale de producţie din fiecare secţie.

Pe baza formularelor nr. *15,* întocmite pentru cele trei secţii separat, se efectuează înregistrările în jurnalul 5/1, stabilind cheltuielile reale pe întreaga întreprindere (tabelul 2).

În primele trei rînduri sînt trecute cheltuielile comune din cele trei secţii, pentru ca în rîndul *4*, coloana *11*, să se totalizeze debitul contului *Cheltuielile secţiilor principale de fabricaţie.* Observăm de asemenea că în acest formular coloanele de devieri dispar, consumurile de materiale fiind înregistrate la preţul de cost real.

În rîndul *5* se trec cheltuielile directe, înregistrate în debitul contului *Producţia de bază,* cumulat pe cele trei secţii, iar în coloana *11* se face repartizarea cheltuielilor secţiilor din rîndul *4*, coloana *14*, de lei 391046. În coloana *12* se înregistrează totalul cheltuielilor generale ale întreprinderii adunate în formularul nr. *16*, stabilind astfel în coloana *14*, rîndul *5*, totalul cheltuielilor reale de producţie din întreprindere, în cursul lunii respective.

Devierile de la plan la materii şi materiale se mai trec pe un rînd separat, în mod informativ, după ce s-au stabilit cheltuielile reale de producţie.

În cazul nostru în rîndul *9* sînt trecute atît devierile pozitive cît şi cele negative, global, pe cele trei secţii. Cheltuielile reale de producţie, stabilite în rîndul *5*, coloana *14*, de lei 723 471, servesc pentru calculul preţului de cost real al producţiei marfă în partea 5 a jurnalului 5/1.

Dacă la cheltuielile de producţie din luna în curs se scade soldul producţiei neterminate de la sfîrşitul lunii şi se adună soldul producţiei neterminate de la începutul lunii obţinem preţul de cost real al producţiei marfă. Astfel avem

— Cheltuieli reale de producţie	728 471
— Producţie neterminată la începutul lunii . .	520 000
	1 248 471
— Producţia neterminată la sfîrşitul lunii . .	750 000
— Preţul de cost real al producţiei marfă . .	498 471

Prin compararea preţului de cost real al producţiei marfă, calculată în jurnalul 5/1, partea 5, cu preţul de cost planificat al producţiei, obţinut din jurnalul 5/2, se obţine abaterea pozitivă sau negativă de la plan.

Din schema jurnalului 5/2 (tabelul 3) se poate observa uşor că acest jurnal nu reprezintă altceva decît continuarea jurnalului 5/1. El cuprinde creditul aceloraşi conturi dar prin debitul altor conturi decît cele de producţie.

În acest jurnal găsim înregistrate în debitul contului *Produse* prin creditul contului *Producţia de bază,* produsele obţinute la preţul de cost planificat.

Contul *Producția de bază* cuprinde în acest jurnal două coloane. În prima coloană se înregistrează producția obținută la prețul planificat (în cazul nostru lei 523 500), iar în coloana a doua (devieri) se stabilesc abaterile pozitive sau negative de la plan ținînd seama de prețul de cost real calculat în jurnalul 5/1, partea 5. În exemplul nostru abaterea de la plan este pozitivă, (ea este evidențiată în roșu în coloana *17*, rîndul *17*). În coloana *18* se înregistrează din nou prețul de cost real prin adunarea sau scăderea devierilor.

În felul acesta, fără intervenția conturilor comparative care să oglindească mersul îndeplinirii planului, fără a mai fi nevoie de sute și mii de fișe pentru evidența analitică a cheltuielilor de producție, prin aplicarea metodei „Jurnal-Order" se poate realiza o justă calculație a prețului de cost, iar urmărirea îndeplinirii planului se face cu mai multă ușurință.

Faptul că cea mai mare parte din aceste formulare (*12...15*) se ține direct la locul de producție, în secție, aceasta face ca munca la serviciul contabilității să se descongestioneze, iar cheltuielile de producție să fie îndreptate mai exact asupra locurilor de cheltuieli. În practica întreprinderilor noastre se întîmplă adesea că aceste formulare sînt întocmite tot în cadrul serviciului contabilității și nu în secție și aceasta, din cauza lipsei de calificare a personalului din secție.

În concluzie, observăm că metoda „șah" a fost superioară celorlalte metode anterioare. Metoda „Jurnal-Order" este însă superioară metodei „șah". Metoda aceasta reprezintă un grad mai înalt de dezvoltare și raționalizare a metodei „șah" și oferă posibilități pentru simplificarea muncii de evidență.

În metoda „Jurnal-Order" înregistrările se efectuează mai întîi în evidența analitică și apoi în cea sintetică sau simultan în cele două evidențe. Se realizează astfel o îmbinare armonioasă care influențează pozitiv asupra punerii de acord a evidenței sintetice cu cea analitică și mai ales asupra întocmirii la timp și în bune condiții a dărilor de seamă.

Metoda „Jurnal-Order" folosește un număr restrîns de formulare. Întreaga activitate a întreprinderilor fiind reflectată în acest număr restrîns de jurnale se ușurează mult îndeplinirea planului precum și munca de analiză a activității economice a întreprinderilor.

Metoda „Jurnal-Order" permite să se aplice o justă diviziune a muncii în cadrul personalului de la serviciul de contabilitate.

Fiind o metodă avansată de tehnică contabilă, în care s-a atins un înalt grad de sistematizare a formularisticii, și prin aceasta a operațiunilor economice încadrate în aceste formulare, fiind o metodă în care se combină de la început evidența cronologică cu cea sistematică și evidența sintetică cu cea analitică, ea reclamă o calificare superioară a personalului de la serviciul contabilității.

Metoda „Jurnal-Order" permițînd descentralizarea evidenței contribuie la organizarea pe baze noi a muncii colectivelor de la serviciul de contabilitate din unitățile economiei naționale, disciplinează funcționarea aparatului de evidență și sporește răspunderea fiecărui executant pentru lucrarea ce i s-a încredințat.

La rîndul lui personalul serviciului contabilității trebuie să stăpînească cu măiestrie teoria evidenței contabile pentru a avea un orizont larg asupra metodei în ansamblul ei.

Nu este vorba de un nou sistem de contabilitate. Metoda de tehnică contabilă „Jurnal-Order" se grefează tot pe principiile contabilității duble. Numai stăpînind îndeajuns problemele teoretice se poate sezisa că aplicînd principiul înregistrării unilaterale a operațiilor în conturi și anume numai în creditul contului, relația $D=C$ nu se pierde. Nu se pierde nici controlul îndeplinirii planului cu toate că nu mai apare contul comparativ *Rezultatul îndeplinirii planului prețului de cost*, așa cum s-a demonstrat mai înainte.

Este evidentă și relația $A=P$ în metoda „Jurnal-Order".

Cine înțelege principiile evidenței contabile le poate și aplica cu folos, dar nu toți cei care aplică contabilitatea o înțeleg. De aici se ridică imperios necesitatea calificării personalului utilizat în munca de evidență și calculații economice.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra Economie de Ramură

BIBLIOGRAFIE

1. Gheorghiu-Dej Gh., *Raport de activitate al CC al PMR la Congresul al II-lea al PMR*, ESPI P, Buc., p. 60.
2. *** *Instrucţiunile M. I. U.*, Nr. *2395*, 19 dec. 1955.

К ВОПРОСУ ОБ ОТРАЖЕНИИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОИЗВОДСТВА В БУХГАЛТЕРСКОМ МЕТОДЕ „ЖУРНАЛ—ЗАКАЗ"

(Резюме)

Авторы излагают преимущества бухгалтерского метода „журнал-заказ", подчеркивая его значение в решении задачи наиболее точного вычисления себестоимости производства.

COME SI RIFLETTA NEL METODO „GIORNALE—ORDINE" LA REALIZZAZIONE DEL PIANO DEL PREZZO DI COSTO DELLA PRODUZIONE

(Sunto)

Gli autori espongono ampiamente i vantaggi del metodo di ragioneria „giornale-ordine" e ne sottolineano l'importanza nella soluzione del problema del calcolo di precisione del prezzo di costo della produzione.

Tabelul 1

Formular *15*

Situaţia cheltuielilor secţiei: Filatură

Nr. rîndului	În debitul conturilor pe articole de cheltuieli		Conform documentelor sau situaţiei auxiliare respective în creditul conturilor														Total cheltuieli pe luna . . .
			102		*103*		*104*		*105*		*312*	*120*	*232*	*305*	*130*	*134*	
	Simbol	Denumirea	Plan.	Dev.	Plan.	Dev.	Plan.	Dev.	Plan.	Dev.							
	0	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*
1	*01*	Salarii de bază şi suplimentare										65 000					65 000
2	*03*	Contribuţii şi taxe asupra salariilor											11 000				11 000
3	*05*	Materiale diverse pentru scopuri tehnologice					5 300	500	23 000	1 200							30 000
4	*12* *13*	Alocaţii pentru amortizarea mijloacelor de bază												55 000			55 000
5	*14*	Uzarea obiectelor de inventar									300						300
6	*15* *16*	Reparaţii curente							500	26							526
7		Totalul cheltuielilor secţiilor					5 300	500	23 500	1 226	300	65 000	11 000	55 000			161 826
8	*140*	Cheltuieli cu producţia	110 000	5 600					3 000	156		130 000	22 000		160 826	11 300	431 682
		Totalul cheltuielilor pentru producţie, ct. *140*	110 000	5 600					3 000	156		130 000	22 000		160 826	11 300	431 682

Observaţie: Formularele au fost adaptate necesităţii de a demonstra mersul îndeplinirii planului preţului de cost.

Tabelul 2

Jurnal 5/1

Nr. rîndului	În debitul conturilor		Nr. secţiei	Din creditul conturilor											Total cheltuieli
	Simbol	Denumirea		Conturile *102...113, 149*											
				102	*103*	*104*	*105*	*312*	*120*	*232*	*305*	*130*	*134*	*140*	
	0	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
1	*130*	Filatură	1			4 800	24 726	300	65 000	11 000	55 000				160 826
2	*130*	Ţesătorie	2			3 200	10 950	180	80 000	15 600	67 000				176 930
3	*130*	Finisaj	3		10 500	1 600	3 300	90	26 000	4 000	10 800				56 290
4	Total				10 500	9 600	38 976	570	171 000	30 600	13 2800				394 046
5	*140*			104 400	47 300	—	3 100	—	130 000	22 000	—	394 046	27 625	—	728 471
6	Total			104 400	57 800	9 600	42 076	570	301 000	52 600	132 800	394 046	27 625	—	1 122 517
7	*134*					115	460	350	20 300	3 900	2 500				27 625
8	Total			104 400	57 800	9 715	42 536	920	321 300	56 500	135 300	394 046	27 625	—	1 150 142
9	Devieri			5 600	5 202	972	2 297								

Observaţie. Formularele au fost adaptate necesităţii de a demonstra mersul îndeplinirii planului preţului de cost.

Tabelul 3

J u r n a l 5/2

Nr. rîndului	Din creditul conturilor / În debitul conturilor		Conturile *102...113, 149*																Total
			102		*103*		*104*		*105*		*312*	*120*	*232*	*305*	*130*	*134*	*140*		
	Simbolul contului	Denumirea	Plan	Dev.	Plan.	Dev.	Plan.	Dev.	Plan.	Dev.							Plan	Devieri	
	0	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*
1	*010*																		
2	*011*																		
.	.																		
.	.																		
.	.																		
17	*160* Produse																523500	25 029	498 471
18	*180* Produse expediate																		
31	Total																523 500	25 029	498 471
32	Jurnal 5/1		110 000	5 600	63 002	5 202	10 687	972	40 239	2 297	920	321 300	56 500	135 300	394 046	27 625	—	—	1 150 142
33	Total		110 000	5 600	63 002	5 202	10 687	972	4 0239	2 297	920	321 300	56 500	135 300	394 046	27 625	523 500	25 029	1 618 613

Observaţie. Formularele au fost adaptate necesităţii de a demonstra mersul îndeplinirii planului preţului de cost.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

6(09)

APARIŢIA ŞI DEZVOLTAREA ÎNVĂŢĂMÎNTULUI CHIMIC APLICAT, ÎN CADRUL UNIVERSITĂŢII DIN IAŞI (1903...1937)

DE

GH. ALEXA, I. CURIEVICI şi M. MARINESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Actuala facultate de chimie industrială de la Institutul politehnic din Iaşi a apărut şi s-a dezvoltat întîi — atît cît au permis condiţiile istorice — în cadrul învăţămîntului chimic de la Universitatea din Iaşi. Înfiinţarea oficială a acestei facultăţi în cadrul Institutului politehnic din Iaşi, la 3 decembrie 1937, reprezintă doar o nouă bază de organizare a unui învăţămînt chimic tehnic deja consolidat, care, sub o denumire sau alta, a funcţionat neîntrerupt în sînul facultăţii de Ştiinţe a Universităţii din Iaşi, din 1912 pînă în 1938. Faptul acesta ne conduce să distingem trei etape în istoria facultăţii de chimie industrială:

I. Perioada de funcţionare a învăţămîntului chimic tehnic în cadrul Universităţii din Iaşi din toamna anului 1912 şi pînă la înfiinţarea Institutului politehnic din Iaşi, la 3 decembrie 1937.

II. Perioada de funcţionare a secţiei de Chimie industrială (decembrie 1937... 4 noiembrie 1938) şi apoi a facultăţii de Chimie industrială, în cadrul Institutului politehnic din Iaşi, pînă la reforma învăţămîntului din 1948.

III. Perioada de după reforma învăţămîntului şi pînă acum, în care facultatea de Chimie industrială capătă o dezvoltare la care nici nu ar fi cutezat să cugete întemeietorii învăţămîntului chimic tehnic superior din Iaşi de la începutul acestui veac.

Expunerea noastră urmăreşte numai prima din aceste trei etape, începînd cu împrejurările în care s-a pus problema şi s-a dus lupta pentru înfiinţarea învăţămîntului chimico-inginerese în Iaşi.

2. Lupta pentru înfiinţarea unui învăţămînt chimic tehnic la Universitatea din Iaşi

Aşa cum am arătat, învăţămîntul chimic tehnic a fost organizat pentru prima dată la Iaşi — ce e drept pe o bază foarte îngustă — în toamna anului 1912.

În cele ce urmează ne propunem să prezentăm pe scurt lupta care s-a dus pentru obţinerea acestei importante realizări şi să stabilim factorii care au impus în cele din urmă, crearea unui învăţămînt chimico-inginerese la Universitatea din Iaşi.

După cum se ştie, preocupările pentru ştiinţa chimiei şi pentru învăţămîntul chimic datează în ţara noastră de la începutul secolului trecut. Între anii 1811 şi 1830 apar cîteva lucrări consacrate analizei unor ape minerale de la noi. La 1833 se înfiinţează la Iaşi „Societatea de Medici şi Naturalişti" care dă un nou impuls acestor pre-

ocupări şi ţine pe membrii ei în curent cu progresele chimiei în străinătate. Ca urmare, apar alte cîteva studii asupra apelor minerale şi asupra unor minerale de la noi, se înfiinţează un muzeu mineralogic, etc.

La datele cunoscute în această privinţă am putea adăoga doar că în ţara noastră existau, la acea epocă, oameni cu o excelentă pregătire în domeniul chimiei, aşa precum atestă un manuscris cercetat de noi la biblioteca „M. Eminescu" din Iaşi (Ms. III-137). Acest manuscris reprezintă notele unui curs de chimie predat în limba latină (la Viena sau la Pesta) în anul 1814. Audientul acestui curs, pe care deocamdată nu l-am putut identifica, a trăit probabil în Ţările Romîne, iar textul a circulat, după cum se vede din diferite însemnări, pînă la jumătatea secolului.

Învăţămîntul chimic face oarecare progrese în această epocă.

De la înfiinţarea ei Academia mihăileană fusese înzestrată cu un cabinet de instrumente matematice, fizice şi chimice, iar în programul Academiei este prevăzută şi Chimia. Se ştie de asemenea că în anul 1838...1839, Constantin Zefirescu predă la Academia mihăileană un curs de Chimie şi Tehnologie, precum şi cursul de Chimie aplicată la tehnică şi comerţ.

După unirea Ţărilor Romîne şi mai ales după legea rurală din 1864, încep să apară condiţii prielnice pentru dezvoltarea industriei chimice şi deci şi a învăţămîntului chimic. Dar industria chimică care se dezvoltă acum este mai ales cea alimentară, iar necesităţile de chimişti şi ingineri sînt acoperite cu ingineri străini, impuşi de capitaliştii care finanţau industria incipientă din Ţările Romîne. Aşa se explică faptul că deşi în anul 1860 se înfiinţează Universitatea din Iaşi, învăţămîntul ştiinţelor naturii şi al chimiei în particular, continuă să fie neglijat.

Este drept că legea de înfiinţare a Universităţii prevede că ea va acorda şi diplome de inginer, însă acest text reprezintă deocamdată o anticipare şi a trebuit să mai treacă o jumătate de secol pînă la un început de actualizare a lui. În primii ani de funcţionare a Universităţii exista doar un curs comun de Fizică şi Chimie, predat de Ştefan Micle; el preda Chimia anorganică în anul II, semestrul II şi Chimia organică în anul III, semestrul I, la secţia de „Ştiinţe pozitive" a facultăţii filosofice. În anul 1833 sfera învăţămîntului de ştiinţe pozitive se lărgeşte introducîndu-se în planul de învăţămînt Mineralogia şi Geologia la care este numit profesor Grigore Cobîlcescu.

Prin legea din 1864 secţia de Ştiinţe pozitive se transformă în facultate de Ştiinţe cu 12 catedre, dintre care una de Fizică şi una de Chimie. Ambele discipline continuă să fie predate de Ştefan Micle pînă în 1878, cînd catedra de Chimie este încredinţată lui Petru Poni.

Petru Poni este, după cum se ştie, adevăratul întemeietor al învăţămîntului chimic la Universitatea din Iaşi. Licenţiat în ştiinţe fizico-chimice de la Paris, el îşi începe activitatea în ţară în condiţii foarte vitrege. Luptînd cu energie împotriva lipsurilor şi piedicilor de tot felul, Poni reuşeşte să trezească interes pentru chimie şi pentru ştiinţă în general. Manualele lui de chimie şi fizică pentru licee au căpătat între 1878 şi 1900 o extrem de largă răspîndire.

În anul 1882 se înfiinţează, prin străduinţele lui Poni, primul laborator de Chimie al Universităţii din Iaşi. În anul 1891, tot prin străduinţele lui, se înfiinţează catedra de Chimie organică, încredinţată la 1892 lui Anastasie Obregia. În fine, Petru Poni organizează după 1897, în noul palat al Universităţii, un laborator modern de chimie, înzestrat cu aparatură, bibliotecă, etc. (actualul laborator al secţiei de Industrii organice). Acest laborator formează punctul de plecare al tuturor laboratoarelor de Chimie din cadrul Universităţii şi Politehnicii din Iaşi.

Trebuie să mai menţionăm aici, pentru a da o imagine completă a forţelor de care dispunea chimia la Universitatea din Iaşi spre finele secolului trecut, pe V. C. Buţureanu, numit profesor de Mineralogie şi Petrografie la 5 noiembrie 1899.

P. Poni, A. Obregia şi V. C. Buţureanu reuşesc într-un timp relativ scurt să stimuleze învăţămîntul chimic la Iaşi, să creeze noi cadre de chimişti, să elaboreze lucrări ştiinţifice originale şi să pună chiar bazele unui învăţămînt chimic tehnic. Energia şi priceperea lor nu ar fi dus însă la nici un rezultat, dacă condiţiile social economice nu ar fi fost mai favorabile. Or, spre sfîrşitul secolului trecut, aceste condiţii erau mult deosebite faţă de acelea din jurul anului 1860, de exemplu. Industria uşoară şi alimentară luaseră o mai mare dezvoltare: apăruseră fabrici de zahăr, de spirt, de hîrtie, tăbăcării, etc. Burghezia romînească şi străină caută noi plasamente de capital în

industria extractivă şi se pun bazele unui început de industrie grea. Ca urmare, începe să se simtă lipsa de specialişti în diferite ramuri ale tehnicii şi gazetele vremii, inclusiv cele din Iaşi, cer cu insistenţă ca învăţămîntul superior să pregătească cadre pentru industria de construcţii, pentru industria alimentară, extractivă, metalurgică, chimică, etc. Problema lipsei de specialişti se rezolvă numai în parte prin înfiinţarea Şcolii de poduri şi şosele din Bucureşti.

Răspunzînd acestor cerinţe ale vremii, Petru Poni, în calitatea de ministru al Cultelor şi Instrucţiunii publice, trimite la 1 octombrie 1891 un chestionar facultăţii de Ştiinţe din Iaşi şi probabil şi celei din Bucureşti, în care se cer propuneri asupra „instituţiilor de studii practice care ar trebui alipite pe lîngă această facultate".

În jurul anului 1900 preocupările de a înfiinţa un învăţămînt superior aplicat se intensifică. În discursul de deschidere a anului universitar 1901...1902, profesorul Drag. Hurmuzescu, rectorul Universităţii din Iaşi, stăruie în mod deosebit asupra acestei probleme. Printre altele, el arată importanţa Chimiei aplicate în dezvoltarea nidustriei şi agriculturii (care reclamă îngrăşăminte chimice) şi cere să se găsească imediat soluţii în direcţia indicată, tratîndu-se la cursurile teoretice existente şi chestiuni susceptibile de aplicaţie practică la noi în ţară. „Spre exemplu, pe lîngă noţiunile de Botanică generală să se facă şi un număr de lecţii asupra plantelor care interesează industria agricolă, la Fizica generală cîteva lecţii asupra meteorologiei, la Electricitate despre Electricitatea industrială, la Chimie un număr de lecţii asupra Chimiei tehnologice, ş. a. m. d.".

Şi în anii următori, în discursurile de deschidere, rectorii şi decanii cer cu insistenţă un învăţămînt superior aplicat (a se vedea în acest sens în anuarele din anii 1902...1906 ale Universităţii din Iaşi, discursurile rostite de profesorii Climescu, Leon Cosmovici şi alţii).

Un factor nou dă acestor străduinţe o primă concretizare: în urma dezvoltării rapide a motoarelor cu ardere internă, cresc cererile de produse petrolifere şi ca urmare se intensifică exploatarea petrolului în ţara noastră. Urmînd şi cu acest prilej linia lor tradiţională de descoperire şi studiere a bogăţiilor solului şi subsolului nostru, chimiştii de la Universitatea din Iaşi îşi consacră cercetările petrolului romînesc, gazelor petrolifere, etc. Totodată pentru a putea da acestei industrii specialişti tot atît de bine pregătiţi ca şi cei din străinătate, ei introduc o serie de cursuri suplimentare, libere, consacrate studiului petrolului. Aşa se face că începînd din 1903 la facultatea de Ştiinţe se predau următoarele cursuri libere: Studiul chimic al petrolului (prof. P. Poni), Tehnologia petrolului (prof. A. Obregia), Geologia petrolului (prof. I. Simionescu).

În fruntea acestei iniţiative stau P. Poni şi A. Obregia.

Cursurile libere dedicate acestei bogăţii naţionale sînt audiate cu pasiune şi Universitatea din Iaşi poate da astfel, prin eforturi proprii, primii chimişti romîni specialişti în petrol.

Totodată, inspirîndu-se în parte din studiile similare ale savanţilor ruşi, cu care era în legătură (Markovnikov, Konovalov, ş. a.), P. Poni publică între 1900 şi 1905 studii de mare importanţă asupra petrolului romînesc. Cercetările lui Poni şi ale elevilor săi pun temeliile cercetărilor efectuate la noi în domeniul petrolului.

În aceeaşi epocă Drag. Hurmuzescu ţine un curs liber de Aplicaţii industriale ale Electricităţii.

Lupta Universităţii din Iaşi pentru creearea învăţămîntului aplicat culege astfel primele succese. La Universitatea din Bucureşti se fac eforturi în aceaşi direcţie, obţinîndu-se chiar înfiinţarea unei catedre de Chimie agricolă şi a unei catedre de Chimie tehnologică. Succesul obţinut de Universitatea din Bucureşti stimulează lupta profesorilor de la facultatea de Ştiinţe din Iaşi care, în memorabila şedinţă din 21 aprilie 1905, cer înfiinţarea la Iaşi a aceloraşi catedre. În procesul verbal al acestei şedinţe, al cărui principal animator a fost profesorul Obregia, sînt consemnate cîteva din discuţiile purtate. Cei prezenţi au arătat că numărul studenţilor de la facultatea de Ştiinţe din Iaşi scade, deoarece în învăţămîntul secundar locurile sînt ocupate Înfiinţarea acestor catedre, au arătat ei, ar atrage mai mulţi studenţi „şi ar da zbor mai mare producţiei ce se poate obţine din întrebuinţarea bogăţiilor solului şi subsolului". Procesul verbal este semnat de cunoscutul luptător pentru dreptate socială Paul Bujor, de A. Obregia, V. C. Buţureanu şi alţii.

Este locul să stăruim aici asupra personalităţii profesorului Obregia care, cum se va vedea, va juca şi mai tîrziu un rol deosebit în dezvoltarea învăţămîntului chimic aplicat.

Profesorul A. Obregia s-a născut la Iaşi în 1864. După absolvirea liceului Naţional din Iaşi, pleacă la Zürich pentru a studia ingineria chimică. Acolo găseşte un mediu ştiinţific în plină dezvoltare în care activează savanţi ca F. Treadwell, Lunge, A. Hantzsch. Este coleg cu celebrul chimist Alfred Werner, cu chimistul italian Miolatti şi alţii. Obregia se distinge în mod deosebit, la examenul final de la Politehnică el este clasat primul, iar Werner al doilea. În urma acestui succes este numit asistent de laborator la profesorul Hantzsch şi asistent de curs al profesorului Treadwell. În 1891 îşi trece teza de doctorat şi este recomandat profesor de Chimie organică la Universitatea din Iaşi.

La instalarea, în 1897, a Universităţii în noul local, Obregia organizează un laborator modern de Chimie organică, după modelul laboratorului profesorului Hantzsch de la Zürich. El era instalat în actualul laborator al secţiei de Industrii organice. La insistenţa lui, în locul proiectatelor culoare de chimie se fac săli spaţioase avînd 8 mese duble, cu 32 locuri pentru studenţi. Acest tip de laborator introdus de el este şi astăzi prezent în facultatea de Chimie industrială şi în unele laboratoare de Chimie ale Universităţii „Al. I. Cuza". Avînd pe lîngă o formaţie teoretică şi una inginerească, A. Obregia a putut vedea mai clar necesitatea învăţămîntului chimic aplicat şi a dus o luptă neobosită pentru înfiinţarea lui.

Propunerea facultăţii de Ştiinţe din 21 aprilie 1905 este adoptată şi de senatul Universităţii. În urma străduinţelor Universităţii, se înfiinţează o catedră de Chimie agricolă, la care este numit profesor Haralamb Vasiliu, la 10 noiembrie 1905. Această catedră a constituit nucleul învăţămîntului agricol la Iaşi şi deci a Institutului agronomic din Iaşi.

În ce priveşte catedra de Chimie tehnologică, Ministerul dă numai un aviz de principiu, aşa încît ea nu poate funcţiona decît ca un curs anexă, liber. Universitatea îl însărcinează pe profesorul A. Obregia cu ţinerea acestui curs la 11 noiembrie 1906.

Din arhiva Universităţii din Iaşi rezultă că Anastasie Obregia a primit salariul de suplinitor al acestui curs, iar în primăvara lui 1907 cere concediu de la această suplinire. Pe de altă parte, Ministerul, cu adresa nr. 48112 din 1 septembrie 1907, detaşează pe prof. A. Obregia pentru anul şcolar 1907...1908 la Bucureşti „spre a organiza şi acolo învăţămîntul chimic tehnologic"; invitaţia este refuzată de Obregia care invocă motive de sănătate. Cele menţionate par să dovedească că în anul universitar 1905...1907 s-a predat la Universitatea din Iaşi un curs de Chimie tehnologică.

În discursul de deschidere a cursurilor anului şcolar 1906 rectorul Universităţii anunţă cu deosebită satisfacţie aceste realizări. În acelaşi an, secţia de Fizico-chimice a facultăţii de Ştiinţe se îmbogăţeşte cu încă un curs de o extremă importanţă. Prin decizia nr. 53.124 din 6 octombrie 1905, docentul Petru Bogdan este autorizat să ţină un curs liber de Chimie fizicală. La 3 iunie 1907 Petru Bogdan este numit conferenţiar la această disciplină.

În dorinţa lui de a completa cunoştinţele teoretice date studenţilor la curs şi de a-i îndruma către industrie, A. Obregia organizează în 1907 prima excursie în industrie a studenţilor de la secţia Fizico-chimice. Vizitarea întreprinderilor impresionează puternic pe studenţi, care exprimă mulţumiri călduroase.

Aceste prime excursii ale studenţilor şi profesorilor în industrie, reprezintă cea mai veche formă de legătură între învăţămîntul superior din Iaşi şi industrie. Excursiile iniţiate în 1907 au continuat pînă la înfiinţarea Politehnicii şi au constituit în cadrul învăţămîntului aplicat de la Universitatea din Iaşi, o adevărată formă de învăţămînt. Evident, acest gen de legături cu industria este mult mai puţin eficace pentru pregătirea studenţilor decît actuala practică de vară în industrie, însă ea prezintă şi astăzi interes, deoarece duce pe de o parte la întărirea legăturii dintre profesori şi studenţi, iar pe de altă parte constituie un mijloc excelent pentru lărgirea orizontului tehnic al studenţilor. Utilizînd şi astăzi această formă complimentară de legătură cu industria. Institutul politehnic din Iaşi continuă o tradiţie verificată printr-o experienţă de o jumătate de secol.

În revista ştiinţifică „V. Adamachi" s-au publicat pînă în 1938 trei dări de seamă asupra excursiilor studenţilor de la secţia de Chimie tehnologică din Iaşi.

Cea mai veche, din 1914, dă o relatare amănunţită asupra excursiei efectuate între 2...7 iulie 1914 şi este semnată de Gh. V. Alexa, „student în Chimie tehnologică".

În 1915, un alt articol, semnat de Gh. Huidovici, de asemenea student în Chimie tehnologică, prezintă o dare de seamă asupra excursiei făcute la Ripiceni, în decembrie 1914.

În anul 1908 se face un nou pas înainte pe drumul învăţămîntului aplicat. La 25 iunie 1908 senatul Universităţii hotărăşte înfiinţarea, pe lîngă facultatea de Ştiinţe, a unei Şcoli de electricitate. Ministerul aprobă la 14 decembrie 1909 înfiinţarea acestei şcoli care se deschide la 1 noiembrie 1910 sub direcţia lui Drag. Hurmuzescu. Şcoala de electricitate s-a transformat mai tîrziu (13 februarie 1913) în Institutul electrotehnic alipit la facultatea de Ştiinţe. Menţionăm că în programul şcolii intra un curs de Chimie predat de prof. N. Costăchescu şi un curs de Electrochimie predat de prof. P. Bogdan.

În ce priveşte învăţămîntul chimic aplicat, el nu face în aceşti ani progrese. Abia în 1911 Ministerul aprobă înfiinţarea catedrei de Chimie tehnologică, deşi, aşa cum s-a arătat, cursul cu acelaşi titlu era predat, probabil ca un curs liber, încă din 1906. Pentru ocuparea acestei catedre concurează E. Severin, C. Niculescu-Otin şi Ilie Pisoschi. La propunerea facultăţii, Ministerul numeşte ca suplinitor, la 19 noiembrie 1911, pe prof. A. Obregia. În anul următor, la catedra de Chimie minerală, vacantă prin retragerea lui P. Poni, este numit elevul său Nicolae Costăchescu.

În anul 1912 apare legea pentru modificarea unor articole din legea asupra învăţămîntului secundar şi superior, care permite universităţilor organizarea învăţămîntului superior aplicat. Pe baza acestei legi Ministerul Instrucţiunii Publice şi al Cultelor, trimite în aprilie 1912, următoarea adresă către Universitate:

„Ministerul, dorind să organizeze, cît mai curînd, pe lîngă facultatea de Ştiinţe din Iaşi, un început de învăţămînt tehnic superior, în conformitate cu prevederile noii legi de organizare a Universităţilor, (este vorba de legea pentru modificarea unor articole din legea pentru învăţămîntul secundar şi superior, publicat în M. O. nr. 283 din 24 martie 1912 n. n.), vă invită să binevoiţi a convoca consiliul facultăţii ca, în conformitate cu dispoziţiunile art. 56 din citata lege, să studieze împreună cu Dvs. organizarea pe lîngă această facultate a unui învăţămînt agricol superior şi a unui învăţămînt electrotehnic superior, precum şi să se facă propuneri complete în acest sens".

Aşa cum se vede din această adresă, deşi preocupat de înfiinţarea unui învăţămînt tehnic superior pe lîngă Universitatea din Iaşi, Ministerul ignorează învăţămîntul chimic aplicat.

Facultatea de Ştiinţe remarcă însă această lipsă şi în propunerile pe care le face, ca răspuns la adresa citată, prevede şi învăţămîntul chimic aplicat. Odată cu sancţionarea noului regulament al facultăţii de Ştiinţe Iaşi, prin decretul nr. 4443 şi publicarea lui în M. O. nr. 177 din 7 noiembrie 1912, ia fiinţă legală la Universitatea din Iaşi învăţămîntul de Chimie aplicată. Astfel se încheie, după un deceniu şi mai bine de eforturi, lupta pentru introducerea învăţămîntului tehnic superior la Universitatea din Iaşi şi, implicit, lupta pentru introducerea învăţămîntului chimico-inginerese.

3. Secţia de Chimie tehnologică în cadrul Universităţii din Iaşi (1912...1937)

În arhiva facultăţii de Ştiinţe din Iaşi se găseşte copia proiectului de regulament întocmit de facultate în baza legii din 24 martie 1912, proiect înaintat Ministerului la 30 iunie 1912. Într-o foaie anexă, scrisă de mîna prof. A. Obregia şi purtînd semnăturile profesorilor A. Obregia, N. Costăchescu şi V. C. Buţureanu, se propun disciplinile pentru licenţa în chimie aplicată.

Aceste propuneri sînt incluse ca atare în noul regulament al facultăţii de Ştiinţe. Articolul 15, cap. VII, din acest regulament are următorul conţinut:

VII. Licenţa în Chimie aplicată.

1. Chimie minerală; 2. Fizică (capitole din optică cu lucrări practice reduse); 3. Chimie organică; 4. Fizică (capitole din căldură şi electricitate cu lucrări practice reduse); 5. Chimie analitică; 6. Chimie tehnologică; 7. Maşini şi instalaţiuni industriale; 8. Capitole din tehnologia chimică; 9. Chimie agricolă; 10 Agrologie; 11. Fitotehnie; 12. Chimie alimentară.

Examenele, de la pct. 1 pînă la 5 inclusiv, sînt obligatorii pentru toţi studenţii secţiunii. Aceste examene, completate cu acelea de la pct. 6, 7 şi 8, dau titlul de licenăţ

în Chimie aplicată, cu specializarea tehnologică. Aceleaşi examene, completate cu cele de la pct. 9, 10 şi 11 dau titlul de licenţă în Chimie aplicată, cu specializarea agricolă.

Regulamentul prevede că durata studiilor este de trei ani şi că se pot acorda diplome de doctor în ştiinţele aplicate cu menţionarea specialităţii.

Textul citat, care constituie primul program de învăţământ chimico-inginerese de la Universitatea din Iaşi, reprezintă în fond un program de facultate chimică teoretică, la care se adaugă cursul de Tehnologie chimică şi cursul de Maşini şi Instalaţii industriale. Absenţa din acest program a unor discipline ca Matematica, Chimia fizică, ca să nu mai vorbim de Desen, Rezistenţa materialelor, Maşini termice, etc., nu trebuie să ne surprindă prea mult, deoarece inginerul chimist era conceput mai mult ca un chimist de laborator de uzină. În plus, nici în institutele tehnice din alte ţări nu se dădea chimiştilor pregătirea pe care o necesita industria chimică între anii 1910...1915.

Odată cu publicarea regulamentului s-au deschis înscrierile la Secţia de chimie aplicată. Deoarece cursurile din anii I şi II erau comune cu cele de la Secţia de ştiinţe fizico-chimice, între 1912 şi 1914 studenţii nu fac o distincţie netă între cele două secţii.

În jurul catedrei de Chimie tehnologică, care aşa cum am văzut, începuse să funcţioneze încă din 1906, dar a căpătat bază legală abia în 1911, s-au polarizat toate tendinţele de a pregăti ingineri chimişti pentru industrie.

În anii universitari 1911...1912 şi 1912..1913 cursul de Chimie tehnologică a fost suplinit de prof. A. Obregia. În revista ştiinţifică „V. Adamachi" se menţionează că în 1912...1913, prof. A. Obregia a ţinut cursul de „Chimie tehnologică cu aplicaţii la Romînia", cu $1^1/_2$ ore de curs pe săptămînă şi lucrări practice. Conştient de necesităţile de cadre pe care le implica învăţămîntul chimico-tehnic, prof. A. Obregia, care luptase atît de mult pentru a-l impune, declară că renunţă la suplinirea catedrei de Chimie tehnologică, pentru a da posibilitate formării, în această specialitate unui element tînăr.

În urma recomandării consiliului, la 12 decembrie 1913 este numit suplinitor la catedra de Chimie tehnologică, dr. C. Niculescu-Otin. El ţine lecţia de deschidere încă înainte de sancţionarea numirii sale de către Minister, în noiembrie 1913 cu titlul *Consideraţii generale asupra evoluţiei chimiei tehnologice.* La sfîrşitul prelegerii, al cărui text se găseşte publicat în revista ştiinţifică „V. Adamachi", 1914, p. 13, el anunţă între altele că va organiza un laborator pentru lucrări practice şi că va trata în curs cu precădere şi mai pe larg industriile chimice existente în ţara noastră şi pe cele în perspectivă a se dezvolta.

Primii studenţi ai noii secţii au fost Gh. V. Alexa şi Gh. Huidovici. În anul 1914 găsim înscris la secţia de Chimie Aplicată şi pe Ioan Gh. Vîntu, în 1915 se înscriu, ca studenţi în anul I, P. P. Bălan şi alţii. Date elocvente asupra situaţiei din această perioadă rezultă din actul oficial de mai jos.

TABEL

de numărul lucrărilor practice executate de studenţii de la Chimia tehnologică, în anii 1914...1915 şi 1915...1916

Nr. crt.	Numele studenţilor	Anul şcolar 1914...1915		Anul şcolar 1915...1916	
		Nr. de şedinţe ţinute în laborator	Nr. de şedinţe la care a fost stud.	Nr. de şedinţe ţinute în laborator	Nr. de şedinţe la care a fost stud.
1	Alexa V. Gheorghe	45	39	33	33
2	Huidovici Gheorghe	45	40	33	33
3	Vîntu Ion	45	—	33	16
4	Balan Petru	45	—	33	6
5	Schwartz Filip	45	38	33	31
6	Agatstein D.	45	41	33	31
7	Coniver Lupu	45	42	33	30
8	Katz M.	45	—	33	27
9	Horovitz	45	—	33	8
10	Moscovici	45	2	33	—

Primii, care obţin în Iaşi titlul de licenţiat în Chimie aplicată, cu specialitatea tehnologică, sînt Gh. V. Alexa şi Gh. Huidovici, în 1916. Prin decretul nr. 4236 din 8 septembrie 1923 acest titlu a fost echivalat cu acel de inginer chimist.

În ce priveşte programa analitică, între anii 1912...1916 ea a suferit puţine îmbunătăţiri, menţinîndu-se foarte apropiată de cea propusă de profesorii facultăţii şi aprobată prin regulamentul facultăţii din 1912. Din datele de care dispunem, rezultă că în aceşti ani s-au predat următoarele cursuri :

Chimie minerală (prof. N. Costăchescu) ; Chimie organică (prof. A. Obregia) ; Fizică optică (prof. P. Bogdan) ; Căldură şi electricitate (prof. Eugen Niculce 1913... 1914 şi conf. C. Bedreag, după 1914) ; Chimie analitică (prof. V. C. Buţureanu) ; Chimie tehnologică anorganică şi organică (prof. C. N. Otin) ; Maşini şi instalaţii din industria chimică (prof. C. Otin) ; Capitole speciale de tehnologie chimică (prof. C. Otin).

Din datele publicate de revista ştiinţifică „V. Adamachi" rezultă că în anul şcolar 1913...1914 s-au efectuat 45 prelegeri şi lucrări practice de Chimie tehnologică, iar în 1914...1915, 54 de prelegeri şi 54 de şedinţe de laborator. Nu se specifică dacă s-a ţinut sau nu cursul de Maşini şi instalaţii din industria chimică, care ar fi trebuit să joace un rol deosebit în pregătirea studenţilor secţiei. După informaţiile orale de care dispunem cursul menţionat reprezenta, de fapt, o serie de conferinţe, ţinute la intervale mari asupra unor instalaţii şi maşini din industria chimică. Această situaţie s-a menţinut în aproape întreaga perioadă de funcţionare a învăţămîntului chimic aplicat in cadrul Universităţii din Iaşi. Ea se explică în primul rînd prin faptul că însăşi disciplina ştiinţifică consacrată proceselor şi aparatelor din industrie s-a consolidat abia între 1920...1930. Pe de altă parte aparatura chimică nu se fabrica la noi în ţară şi deci nu se puteau găsi cadre cu suficientă pregătire ştiinţifică şi tehnică în acest domeniu.

Între 1913 şi 1916, se fac eforturi spre a atrage cadre noi şi spre a organiza un laborator de chimie tehnologică. În această epocă au fost numiţi : C. Botez, preparator între 1913...1916 ; Isidor Gropnic, asistent, numit în februarie 1914 şi demisionat la sfîrşitul aceluiaşi an ; dr. Maria Maxim, recomandată asistentă în octombrie 1914 ; Gh. V. Alexa, numit preparator la 1 octombrie 1915 ; Ioan Hanganu, asistent între 1915...1918.

La 1 iunie 1915 Cristea Niculescu-Otin este numit profesor agregat, iar la 1 septembrie 1918 profesor titular la catedra de Chimie tehnologică.

Numărul studenţilor creşte în anul şcolar 1915...1916 dar, din cauza războiului, nici unul din cei 12 studenţi ai secţiei nu-şi iau licenţa în anii următori.

Între timp programa analitică se dovedeşte nesatisfăcătoare.

Atît în Iaşi cît şi în Bucureşti, se arată că învăţămîntul tehnic superior trebuie completat şi adîncit pentru a putea duce la formarea unor ingineri chimişti. Astfel C. Bedreag, într-un documentat articol publicat în revista ştiinţifică „V. Adamachi", 1915, p. 169, arată că „dacă secţiunea de Chimie tehnologică doreşte să dea titlul de inginer chimist, ea trebuie să-şi prevadă conferinţe de inginerie generală şi aplicaţii speciale".

C. Bedreag schiţează un plan de învăţămînt, indicînd totodată necesitatea unei „părţi practice", alcătuite din desen, mînuirea instalaţiilor, proiecte şi devize. El îşi exprimă speranţa că dezvoltînd învăţămîntul aplicat, Universitatea din Iaşi va împlini pe o altă cale dorinţa donatorului Vasile Adamachi, care ar fi voit ca din averea sa, să se înfiinţeze la Iaşi un Politechnicum.

În urma discuţiilor şi propunerilor din diferite părţi, directorii celor trei secţii de ştiinţe aplicate : Electrotehnica, Chimia tehnologică şi Chimia agricolă, sînt însărcinaţi în iunie 1916 cu redactarea regulamentelor. Din cauza evenimentelor în curs, regulamentul redactat apare abia în Monitorul Oficial nr. 78 din 29 iunie 1918, în baza decretului nr. 1187, dat în Iaşi la 17 mai 1918.

Regulamentul din 1918 aduce modificări esenţiale vechiului regulament şi reprezintă un adevărat salt în conţinutul programului secţiei de Chimie aplicată, care poartă acum numele de secţie de Chimie industrială.

Regulamentul prevede pentru secţia de Chimie industrială de la Iaşi următoarele cursuri :

Anul I

1. Matematici generale ; 2. Chimie anorganică ; 3. Cristalografie şi Mineralogie ; 4. Fizică experimentală ; 5. Elemente de geometrie descriptivă şi desen industrial : 6. Tehnologie mecanică.

Anul II

1. Chimie organică; 2. Chimie tehnologică generală; 3. Chimie fizicală şi analitică; 4. Maşini termice, electrice şi hidraulice; 5. Electrochimie şi electrometalurgie; 6. Geologie (curs redus).

Anul III

1. Chimie tehnologică specială; 2. Aparate industriale chimice şi construcţia lor; 3. Rezistenţa materialelor şi statica grafică; 4. Chimie tehnică, în special cu privire la petrol şi derivate; 5. Noţiuni de construcţii de fabrici; 6. Legislaţie industrială, cu noţiuni de supraveghiere şi conducere.

Cele mai multe din aceste cursuri sînt comune cu alte secţii şi anume : cu Secţia ştiinţelor chimice, cu Institutul electrotehnic şi cu Secţia de ştiinţe naturale.

Cursurile necomune : Tehnologie chimică generală, Tehnologie chimică specială, Aparate industriale chimice şi construcţia lor, Chimie tehnică, în special cu privire la petrol, Noţiuni de construcţii de fabrici, precum şi lucrările respective, urmau a fi ţinute de directorul secţiei, ajutat de personalul laboratorului său şi de „conferenţiarii respectivi".

După trecerea examenelor şi o practică de minimum două luni în producţie, studenţii obţin, cu aprobarea directorului secţiei, diploma de *licenţiat în ştiinţe aplicate, cu menţiunea de inginer chimist*, în urma executării unei lucrări speciale de diplomă propusă şi examinată de directorul secţiei împreună cu doi profesori sau conferenţiari de la disciplinele apropiate. Regulamentul prevede că licenţiaţii în ştiinţe aplicate cu menţiunea de ingineri, vor putea obţine gradul de doctor inginer, în urma executării unor lucrări originale după normele obişnuite prevăzute în regulamentul facultăţii de Ştiinţe.

Se poate constata uşor că noul program este un program tipic de învăţămînt chimico-ingineresc, destinat să formeze ingineri chimişti capabili să conducă, să modifice şi eventual să conceapă procesele tehnologice din industria chimică. Fără să poată asigura o specializare într-o anumită ramură a industriei chimice, programul pare totuşi să urmărească o pregătire deosebită în domeniul industriei minerale şi a industriei petrolului. Programul din 1918 este deci un program de profil larg şi care corespunde, după părerea noastră, necesităţilor de atunci ale industriei şi posibilităţilor momentane ale învăţămîntului superior.

Cum se explică această extrem de rapidă evoluţie a programei secţiei de Chimie aplicată între 1912 şi 1918, căci, aşa cum am menţionat mai sus, noul program reprezintă un adevărat salt faţă de cel întocmit de Obregia? Factorii care explică acest salt sînt, credem, următorii :

a) Condiţiile războiului au dus la dezvoltarea unor ramuri ale industriei chimice şi prin aceasta la cereri de adevăraţi ingineri chimişti, iar nu de chimişti cu unele noţiuni de tehnologie chimică.

b) Conţinutul învăţămîntului chimico-ingineresc- evoluase rapid şi în străinătate în anii premergători războiului, concretizîndu-se în programe foarte asemănătoare cu cel stabilit de regulamentul pe care-l discutăm. O dovadă că cei care au conceput acest regulament şi cei care l-au legiferat s-au inspirat şi din organizarea învăţămîntului din alte ţări o constituie faptul că în 1917 s-a instituit o comisie franco-română pentru a studia organizarea învăţămîntului tehnic superior pe lîngă Universităţile noastre. Propunerile acestei comisii se găsesc, probabil, în arhiva Ministerului Învăţămîntului.

c) Un factor extrem de important, care a permis elaborarea acestui program, îl reprezintă consolidarea între 1910...1918 a învăţămîntului electrotehnic la Universitatea din Iaşi. Secţia de Chimie aplicată a putut avea astfel la dispoziţie profesori pentru discipline atît de importante în pregătirea unui inginer chimist, cum sînt Geometria descriptivă şi desenul industrial, Maşinile termice, hidraulice şi electrice, Rezistenţa materialelor, etc. La majoritatea acestor discipline Institutul electrotehnic a atras imediat după 1910 cadre didactice bine pregătite, care au profesat apoi decenii de-a rîndul în învăţămîntul tehnic superior.

Desigur, programul nu este lipsit de scăderi, dintre care cea principală este durata prea scurtă a cursurilor. Probabil însă că, în împrejurările de la sfîrşitul primului război mondial, cînd se schiţau perspectivele unei dezvoltări a industriei chimice, era normal să se prevadă numai o durată de trei ani a cursurilor. Pe de altă parte, cursurile facultăţilor teoretice erau de trei ani, aşa încît mărirea la patru ani a duratei învăţămîntului aplicat ar fi putut îndepărta studenţii în loc să-i atragă, aşa cum urmăreau animatorii acestui învăţămînt.

Precum se vede, o serie întreagă de discipline şi mai ales cele tehnologice şi cele legate de cunoaşterea utilajului şi proiectarea fabricilor chimice, sînt grupate în jurul catedrei de Chimie tehnologică. E drept că regulamentul prevede că ele vor fi predate de profesorul de Chimie tehnologică şi de conferenţiarii de la această catedră. Din nefericire, aceşti conferenţiari n-au existat pînă în 1921, aşa încît ele au fost predate toate de profesorul titular. Este desigur cu totul îndoielnic că el ar fi putut preda toate aceste cursuri cu adîncimea necesară. După cîte ştim, titularul a pus accentul pe cursul de Chimie tehnologică, dînd o importanţă cu totul redusă celorlalte cursuri care cădeau în sarcina sa. În ce priveşte cursul de Aparate din industria chimică, prof. C. Otin nu a înţeles importanţa lui şi nivelul la care trebuia predat, contribuind astfel la menţinerea unui curs elementar şi descriptiv.

Există şi alţi factori care au făcut ca programa atît de largă din 1918 să nu ducă la rezultate întrutotul corespunzătoare spiritului ei. Unul din aceşti factori a fost însăşi baza materială redusă a catedrei de Chimie tehnologică. E drept că în „Programa cursurilor pentru anul şcolar 1918...1919 de la Universitatea din Iaşi", programă publicată în jalnice condiţii grafice în 1918, găsim următoarea prezentare a laboratorului de Chimie tehnologică.

Laboratorul de Chimie tehnologică

Director: prof. dr. C. N. Otin care predă cursurile de Chimie tehnologică, Electrochimie şi Electrometalurgie.

Asistent: I. Hanganu — licenţiat în Chimie.

Preparator: Gh. V. Alexa — licenţiat în Chimie tehnologică.

Laboratorul e în formaţie şi va cuprinde pe lîngă o sală mare prevăzută cu tot confortul pentru facerea lucrărilor cerute de chimie şi secţiuni de specializare în care să se dea ocazie studenţilor să vină mai îndeaproape în contact cu chestiuni şi probleme industriale Aşa, se va da o atenţie deosebită încercărilor în mic a tot ce priveşte fabricaţiunile mari ca: industria acizilor (acid sulfuric, acid azotic, acid clorhidric), bazelor (carbonat de sodiu, sodă caustică). Lucrări de ceramică, sticlă, ciment, var, cu încercarea materialelor, tăbăcăria, săpunul, hîrtia şi petrolul vor ocupa în acest laborator un loc de frunte.

Pe lîngă aceasta, nu vor lipsi secţiunile de electricitate, furnale electrice, cu gaz şi cărbuni, cum şi aceea a analizei gazelor.

În ce priveşte cursul, se vor trata în timp de doi ani următoarele chestiuni: tehnologia apei, sursele de căldură şi frig ca unele ce formează parte fundamentală a tuturor industriilor, apoi industria anorganică, acizi, baze. Se va da o mare extindere cerută de importanţa lor deosebită pentru ţara noastră, industriilor cu material brut în mare parte indigen cum e: petrolul, cimentul, sticla, zahărul, celuloza, îngrăşămintele chimice, tăbăcăria şi substanţele explosive. Cu modul acesta se dă posibilitatea absolvenţilor noştri să-şi apropie toate cunoştinţele generale şi să se familiarizeze cu cît mai multe probleme industriale". *(Programa cursurilor*, Iaşi, 1918, pp. 55...56).

Laboratorul „în formaţie", de care este vorba în acest text, a rămas încă multă vreme în aceeaşi stare, deoarece Universitatea din Iaşi s-a găsit continuu, între cele două războaie mondiale, în cea mai grea situaţie materială.

În ce priveşte celelalte laboratoare care stăteau la dispoziţia studenţilor secţiei de Chimie tehnologică ca şi celorlalţi studenţi ai facultăţii de Ştiinţe, ele erau bine organizate chiar de la instalarea lor în noul palat al Universităţii.

Asemenea laboratoare erau cel de Chimie minerală, de Chimie organică şi cel de Mineralogie şi Petrografie. Laboratorul de Chimie fizică a luat fiinţă abia în jurul anului 1910 şi nu s-a dezvoltat în tot cursul perioadei la care ne referim în prezenta lucrare pînă la nivelul unui laborator modern.

Încă în anul 1906 facultatea de Ştiinţe prezenta cu legitimă mîndrie laboratoarele ei de chimie.

Iată descrierea Laboratorului de Chimie organică al studenţilor:

„În sala mare de lucrări practice a studenţilor: fiecare masă de lucru avînd conducte pentru apă, conducte pentru gaz aerian, conducte pentru vid şi lămpi electrice. În această cameră sunt instalate 4 nişe, o baie marină, un exicator cu 12 compartimente, un suflai, o presă şi mai multe agitatoare mecanice.

O cameră spaţioasă pentru lucrările mari, prevăzută cu 4 nişe, o baie marină, o baie de nisip, mese de ardezie, exicatoare, prese, alambicuri, etc."

Laboratorul de Fizică (Căldură şi Electricitate) întemeiat de Dragomir Hurmuzescu, precum şi cel de Fizică (Fizică moleculară, Optică şi Acustică), întemeiat de I. Stravolca dispuneau de spaţiile corespunzătoare şi erau de asemenea bine utilate.

Atît programa din 1918 cît şi mai ales perspectivele dezvoltării industriei atrag, la sfîrşitul primului război mondial un mare număr de studenţi la secţia de Chimie aplicată. Astfel, dacă în anul şcolar 1917...1918 frecventează cursurile secţiei 25 de studenţi, în anul şcolar 1918...1919 cursurile secţiei sînt frecventate de 74 studenţi, iar în 1919...1920, de 60 studenţi. Trebuie însă să menţionăm că în baza regulamentului din 1918, studenţii secţiei de Ştiinţe chimice puteau obţine *licenţa în Chimie tehnologică*, fără menţiunea de inginer chimist, numai prin susţinerea în plus faţă de programul secţiei de chimie a două examene şi anume, examenul de Chimie tehnologică specială şi examenul de Aparate industriale chimice (cursul de Chimie tehnologică generală devenise între timp obligator şi pentru studenţii secţiei de Ştiinţe chimice). Numărul licenţelor în Ştiinţe aplicate cu menţiunea de inginer chimist este numai de trei în anul şcolar 1919...1920 şi continuă să fie tot aşa de mic şi în cei zece ani care urmează (maximum 6 diplome pe an). Lucrul acesta se datoreşte în mare parte efortului mare cerut de programa de învăţămînt aşa de încărcată, precum şi faptului că industria nu făcea nici o deosebire între cele două tipuri de licenţe menţionate. În anul 1920 se înscriu la această secţie un număr de 82 studenţi noi şi frecventează cursurile secţiei 128 de studenţi. Un factor nou frînează complet în următorii trei ani afluxul de studenţi spre secţiile aplicate. În 1920 Şcoala de poduri şi şosele din Bucureşti se transformă în Şcoala politehnică din Bucureşti şi se înfiinţează Şcoala politehnică din Timişoara. Îndată după înfiinţarea acestor două instituţii de învăţămînt, Politehnica din Bucureşti a pus în discuţie publică problema drepturilor universităţilor de a acorda titlul de inginer. Alături de Politehnica din Bucureşti se găsesc inginerii diplomaţi de la politehnicile din străinătate. Declanşarea acestei dispute în jurul anului 1921 dovedeşte că speranţele puse imediat după război într-o dezvoltare rapidă a industriei noastre nu se realizează, din cauza unei şi mai puternice înrobiri faţă de capitalul străin, şi că începuse încă de atunci concurenţa pentru ocuparea unui post de inginer.

Ca răspuns la atacurile din ce în ce mai violente împotriva dreptului de a acorda titlul de inginer, Universităţile din Iaşi şi Bucureşti depun în Senat un proiect de lege asupra institutelor de Ştiinţe aplicate din Universităţi, proiect menit să confirme dreptul lor de a acorda titlul de inginer. În plus, la congresul profesorilor universitari din Romînia, care s-a întrunit la Cluj în iunie 1921, s-a votat o moţiune în acelaşi sens.

Această primă fază a luptei dintre Universităţi şi Politehnici, în problema institutelor tehnice, se încheie în cele din urmă cu victoria universităţilor prin legea din 1923, care reglementează drepturile universităţii de a acorda titlul de inginer.

Ca urmare a acestei legi, în M. O. nr. 133 din 13 septembrie 1923 apare noul regulament de funcţionare a institutelor universitare. Neliniştea şi nesiguranţa din aceşti ani de luptă au făcut însă ca pînă în toamna anului 1924 să nu mai fie noi înscrieri la secţia de Chimie aplicată a Universităţii din Iaşi.

Numărul studenţilor care frecventează cursurile secţiei rămîne însă ridicat, deoarece mulţi studenţi de la secţia de chimie dau cele două examene menţionate pentru a obţine licenţa în Chimie tehnologică.

Prin regulamentul din 1923 durata cursurilor la secţia de Chimie aplicată se fixează la patru ani, iar durata practicii industriale la trei luni. Se remedia astfel principala lipsă a regulamentului din 1918.

Comparînd noul program cu programul din 1918 constatăm următoarele modificări:

Din anul I s-a scos Mineralogia, care trece în anul II; s-a realizat astfel o degrevare a anului I.

Tehnologia chimică generală a fost trecută din anul II în anul III, la fel şi Chimia analitică şi fizică. În felul acesta în anul II rămîne dominantă Chimia organică.

Se constată că Electrochimia a fost mutată în anul III, în locul ei introducîndu-se Electrotehnica generală, ceea ce înseamna neîndoios un progres în pregătirea inginerească. De asemenea apare un curs de Legislaţie industrială.

În anul III apare cu mare întîrziere cursul de Chimie fizică şi analitică.

Apar de asemenea două cursuri noi: Construcţii civile şi Statica grafică.

Cursul de Construcţii civile a fost menţinut în programele secţiei şi apoi ale facultăţii de Chimie industrială pînă la reforma învăţămîntului din 1948. În ce priveşte cursul de Fizică industrială el trata probleme ca: acumulatori şi elemente galvanice, electroliza, galvanoplastia, galvanotehnia, etc.

În anul IV apare cursul de Petrol care s-a menţinut pînă în 1948. În ce priveşte cursul de Chimie industrială, în cadrul lui se preda de fapt un curs de Chimie tehnologică specială la care Gh. V. Alexa, numit conferenţiar suplinitor la 1 noiembrie 1921, trata capitole speciale de Tehnologie chimică organică.

Această structură va rămîne aproape nemodificată pînă în anul 1937. Deşi programul aduce unele elemente noi şi valoroase faţă de programul din 1918, succesiunea cursurilor este mai puţin logică. Multe discipline aveau de tratat un număr prea mare de probleme din care cauză nu s-a putut pătrunde suficient în adîncimea lor. De asemenea proiectele prevăzute în program şi care reprezintă un element nou şi extrem de important în pregătirea inginerului chimist, nu au căpătat un rol mai important pînă în 1948.

În baza noii legi, secţia de Chimie tehnologică eliberează *diplome de inginer chimist*, însă posesorii acestor diplome rămîn mai departe fără dreptul de a se înscrie în corpul tehnic. Cu toată această interdicţie, stabilitatea conferită prin noua lege din 1923 secţiilor de Ştiinţe aplicate de pe lîngă Universităţi duce la mărirea considerabilă a numărului de studenţi înscrişi la aceste secţii. Astfel, în ce priveşte secţia de Chimie aplicată de la Universitatea din Iaşi, între anii 1924 şi 1932 se înscriu în medie, anual, 48 studenţi în anul I. Numărul diplomelor de inginer chimist eliberate între aceşti ani este însă de numai 72, dintre care 30 sînt eliberate în anul şcolar 1930...1931.

Între timp disputa dintre Politehnici şi Universităţi continuă cu intensitate. Universităţile nu înclină nici o clipă să renunţe la învăţămîntul aplicat, dar încearcă în repetate rînduri să dea secţiunilor tehnice o dezvoltare mai mare şi totodată independentă faţă de facultăţile de Ştiinţe.

Universitatea din Iaşi ceruse încă în anul 1919 ca secţiile aplicate să alcătuiască o facultate Tehnică în cadrul Universităţii. Mai tîrziu senatul Universităţii din Iaşi cere Ministerului ca facultatea de Ştiinţe să fie scindată în facultatea de Ştiinţe şi facultatea Tehnică, cu secţiile agricolă, tehnologică şi electrotehnică. Ministerul nu dă însă această aprobare. Senatul revine asupra acestei probleme, făcînd aceeaşi propunere în şedinţa din 21 septembrie 1925. Şi această propunere rămîne fără ecou. Dorinţa Universităţii de a asigura menţinerea învăţămîntului aplicat în cadrul ei este însă foarte statornică. În şedinţa din 22 februarie 1929, senatul Universităţii din Iaşi cere din nou ca secţiunile de ştiinţe aplicate de pe lîngă facultatea de Ştiinţe să constituie un Institut aparte depinzînd de Universitate, iar la 17 iunie 1929 cere iarăşi crearea unei facultăţi Tehnice a Statului, care să poată elibera diplome cu drepturi egale cu cele eliberate de Politehnică. Opoziţia dîrză a Politehnicii din Bucureşti, a corpului tehnic şi a tuturor susţinătorilor învăţămîntului politehnic, face ca toate aceste cereri ale Universităţii să rămînă fără rezultat.

Noua lege a învăţămîntului superior din aprilie 1932 înseamnă un succes pentru universităţi. Prin noua lege se acordă universităţilor dreptul de a acorda titlul de *inginer universitar* cu indicarea specialităţii, titlu care permite înscrierea în corpul tehnic. Secţia de Chimie tehnologică de la Universitatea din Iaşi eliberează în baza acestei legi diplome de inginer chimist universitar.

Legalizarea situaţiei absolvenţilor secţiilor de Ştiinţe aplicate, duce după 1932 la o nouă şi considerabilă sporire a numărului studenţilor înscrişi în anul I. Astfel în anul şcolar 1932...1933, se înscriu în anul I 118 studenţi, iar în anul 1934...1935, se înscriu 153 studenţi — cea mai mare cifră din istoria funcţionării învăţămîntului chimic aplicat la Universitatea din Iaşi. Trebuie să ţinem seama însă că pe lîngă factorul indicat, afluxul studenţilor spre secţiile aplicate era determinat şi de o oarecare creştere a producţiei noastre industriale, care întreţinea speranţa unei mai uşoare posibilităţi de plasare.

Succesul obţinut de Universităţi duce însă la o nouă intensificare a disputei

dintre Universităţi şi Politehnici, cerîndu-se insistent concentrarea învăţămîntului tehnic superior în Politehnici.

Sub această nouă presiune, parlamentul votează la 18 martie legea publicată apoi în M. O. din 20 martie 1937, prin care se stabileşte: „art. I. Pregătirea inginerilor de toate categoriile, cu excepţia inginerilor agronomi, se concentrează în actualele Şcoli politehnice din Bucureşti şi Timişoara şi în şcoala Politehnică ce se înfiinţează prin prezenta lege la Iaşi, deocamdată cu catedrele şi conferinţele existente la facultatea de Ştiinţe cu organizaţia lor actuală; art. II. Diplomele de inginer şi doctor inginer, cu excepţia diplomelor de inginer agronom, se conferă numai de Şcolile politehnice denumite mai sus". Legea stabileşte în continuare, că inginerii universitari, care vor fi obţinut diplome pînă la 30 noiembrie 1938, se vor bucura de aceleaşi drepturi, implicit cel de a fi înscrişi în corpul tehnic, ca şi diplomaţii Politehnicilor.

Regulamentul acestei legi se publică la 9 noiembrie 1937.

Profesorii de la Universitatea din Iaşi salută cu bucurie hotărîrea de a se înfiinţa o Politehnică la Iaşi. Iată ce scrie P. Bogdan, decanul facultăţii de Ştiinţe în *Anuarul Universităţii Mihăilene*, 1936...1937, p. 174.

„Salutăm cu dragoste înfiinţarea *Politehnicii din Iaşi prin legea pentru concentrarea pregătirii inginerilor în Şcolile politehnice, publicată în M. O. nr. 63 din 20 martie 1937.*

Cele două secţiuni de Ştiinţe aplicate, Chimia tehnologică şi Electrotehnica sînt transformate în Politehnică.

Conform legii de mai sus, la data de 6 aprilie 1937 consiliul profesoral al secţiilor de Ştiinţe aplicate de la facultatea de Ştiinţe din Iaşi, declară constituită Politehnica din Iaşi cu catedrele şi conferinţele ale căror cursuri erau urmate de studenţii de la secţiile de Ştiinţe aplicate".

Acest consiliu profesoral a decis ca noua Politehnică să poarte numele de Şcoala politehnică „Gh. Asachi", în amintirea celui dintîi inginer moldovean, care a făcut sforţări pentru introducereă ştiinţelor aplicate în învăţămînt în vederea pregătirii unui corp de ingineri în Moldova.

Procesul verbal din 6 aprilie 1937 a fost înaintat Ministerului Educaţiei Naţionale pentru îndeplinirea formelor legale. Ministerul răspunde însă, după repetate intervenţii, abia la 9 octombrie 1937 „că a hotărît amînarea punerii în funcţiune a Politehnicii din Iaşi, pînă se vor realiza condiţiunile legale şi materiale compatibile cu importanţa acestei instituţiuni de învăţămînt".

Acest răspuns însemna o amînare *sine die* a înfiinţării Politehnicii din Iaşi, după ce secţiunile de Ştiinţe aplicate ale Universităţii din Iaşi fuseseră desfiinţate.

Încercările unor cercuri interesate de a priva Moldova de orice învăţămînt tehnic superior stîrnesc indignarea întregului corp profesoral al Universităţii din Iaşi şi a studenţilor. Rectorul Universităţii, prof. Traian Bratu, declară următoarele la deschiderea anului universitar 1937-1938:

„Un eveniment important pentru noi este înfiinţarea, deocamdată teoretică, a unei Politehnici la Iaşi. Teoretică, deoarece legea sancţionată şi promulgată spune că se va păstra organizaţia actuală, ceea ce înseamnă că va funcţiona în interiorul facultăţii de Ştiinţe. Altfel nici nu se putea, deoarece bugetul statului n-ar putea suporta cheltuiala dublă a catedrelor şi crearea unor noi laboratorii. Acum însă se pun piedici înfiinţării acestei Politehnici cu cele două secţii de Electrotehnică şi Chimie industrială, adică se tinde spre desfiinţarea secţiilor de Ştiinţe aplicate pe lîngă facultatea noastră de Ştiinţe.

Universitatea din Iaşi însă nu-şi poate da asentimentul la desfiinţarea unui învăţămînt, pornit aici acum peste 100 ani de marele Gh. Asachi".

În urma protestului Universităţii şi a altor intervenţii, la 3 decembrie 1937 Ministerul Educaţiei Naţionale semnează decizia nr. 205660 de funcţionare a Politehnicii „Gh. Asachi" din Iaşi, decizie care este publicată în M. O. nr. 284 din 8 decembrie 1937.

Prin decizia din 8 decembrie 1937, secţia de Chimie tehnologică de la facultatea de Ştiinţe a Universităţii din Iaşi devine secţie de Chimie tehnologică a Politehnicii „Gh. Asachi". Se sfîrşeşte astfel prima etapă a actualei facultăţi de Chimie industrială de la Institutul politehnic din Iaşi.

Să ne întoarcem acum la conţinutul învăţămîntului în secţia de Chimie tehnologică. Am examinat mai sus programa analitică după care s-a desfăşurat acest învăţămînt între anii 1923...1937. Cu unele rezerve pe care le-am expus, programa era adecvată unei bune pregătiri tehnico-inginereşti. Cine erau oamenii care au predat cursurile prevăzute, în ce măsură aveau ele conţinutul cerut şi care era baza materială a laboratoarelor inginereşti, acestea sînt problemele către care ne îndreptăm atenţia acum.

Cursurile fundamentale cu caracter chimic : Chimie minerală, Chimie organică, Chimie fizică şi analitică, Chimie tehnologică au fost predate în toţi aceşti ani de cele mai bune cadre ale Universităţii, cadre care reprezentau totodată nume mari ale chimiei romîneşti.

Cursul de *Chimie minerală* a fost predat neîntrerupt de către prof. N. Costăchescu, din 1912 şi pînă în 1937, cu excepţia a doi ani cînd a fost suplinit de prof. Petru Bogdan. Numărul de ore de curs era de 3 ore săptămînal, iar de laborator 8 ore săptămînal (două şedinţe de cîte 4 ore). Personalul didactic din jurul prof. Costăchescu avea o excelentă pregătire. Cursul era întotdeauna la curent cu ultimele cuceriri ale ştiinţei, iar laboratorul era condus cu multă seriozitate şi pricepere.

Cursul de *Chimie organică* a fost predat în toată această epocă de către prof Anastasie Obregia, ajutat de un personal didactic competent, din care au făcut parte C. V. Gheorghiu, Ilie Matei, B, Arventiev, ş. a. Din anul 1935 cursul este predat de strălucitul organician care a fost C. V. Gheorghiu. Cursul ţinea 2 ani, avînd $4^1/_2$ ore de curs şi 8 ore de lucrări practice săptămînal.

Cursul de *Chimie fizică* este predat de prof. P. Bogdan, una din cele mai reprezentative figuri ale acestei discipline în ţara noastră. Se ţineau săptămînal 3 ore de curs, $1^1/_2$ ore de seminar şi 12-16 ore de lucrări practice, în 3...4 şedinţe.

Cursul de *Chimie analitică*, care s-a separat de cursul de Chimie fizică în 1925, a fost predat tot timpul de marele om de ştiinţă şi patriot acad. Radu Cernătescu.

Cursul de *Chimie tehnologică generală* a fost predat în toată această perioadă de prof. C. Otin. Cursul a fost litografiat în repetate rînduri. El nu era la nivelul la care se predă astăzi această disciplină, avînd un caracter mai mult descriptiv. În plus, el a rămas cam la nivelul dezvoltării industriei chimice în jurul anului 1925.

Remarcăm că începînd din anul 1921, cursul de Chimie tehnologică generală era în fond un curs de Tehnologie Chimică anorganică.

Cursul de *Chimie tehnologică organică*, introdus în 1921, a fost predat de prof. Gh. Alexa în cadrul unei conferinţe ce funcţiona pe lîngă catedra de Chimie tehnologică generală. Cursul trata industria zahărului, tăbăcăria, fibre artificiale, materiile grase, celuloza şi hîrtie, explozivii, distilarea uscată a lemnului şi distilarea uscată a huilei ş a. El completa cursul de Chimie tehnologică generală şi a contribuit la trezirea interesului multor studenţi pentru această ramură a industriei chimice. Săptămînal s-au efectuat 3 ore de curs şi 8 ore de lucrări practice, în două şedinţe de cîte 4 ore.

În ce priveşte celelalte cursuri, vom indica în cele ce urmează numai titularii disciplinelor.

Cursul de *Matematici generale*, a fost predat din 1927 de conf. Constantin Nicolau, *Fizica experimentală*, predat din 1925 de prof. Tudor V. Ionescu, *Geometria descriptivă şi desenul industrial*, predat pînă în toamna anului 1937 de prof. Gh. Stănilescu, *Tehnologia mecanică*, transformată ulterior în curs de *Tehnologia materialelor* a fost predat pînă în anul 1931 de ing. N. Marino şi apoi de conf. T. Fărcaş, *Maşini termice, hidraulice şi electrice* a fost predat de prof. V. Carp, iar apoi de prof. E. Gaiginschi, la cursul de *Legislaţie industrială* şi apoi la *Contabilitate*, au funcţionat succesiv conf. V. Bulgaru, conf. Lăbuşcă şi alţii, cursul de *Construcţii civile* a fost predat de conf. I. Andreescu-Cale, cursul de *Rezistenţa materialelor* de conf. I. Casseti, cursul de *Electrotehnică generală* de prof. V. Sîrghie, cursul de *Fizică industrială* a fost predat de conf. N. Patriciu şi apoi de prof. Alexandru Cişman, cursul de *Electrochimie şi electrometalurgie* a fost predat de prof. C. Otin şi apoi de prof. I. Ciochină, cursul de *Tehnica exploatării şi industriei petrolului* a fost predat pînă în anul 1930 de conf. E. Mândărescu iar apoi de prof. I. Ciochină, cursul de *Aparate industriale chimice, construcţia lor şi instalaţii industriale*, a fost predat de Emil Niţescu şi apoi de conf. Gh. Huidovici, cursul de *Chimie alimentară* a fost predat de prof. Haralamb Vasiliu şi apoi de conf. I. Matei, cursul de *Geologia filoanelor, minereurilor şi exploatărilor miniere* a fost predat de prof. V. Buţureanu şi apoi de prof. Mircea Savul.

Dintre aceste discipline, nu dispuneau de laborator cursurile de Maşini termice, Construcţii civile, Rezistenţa materialelor şi Aparate industriale chimice, ceea ce a însemnat desigur un factor negativ în pregătirea inginerilor chimişti. La cursurile de Aparate industriale chimice şi Construcţii civile se executau proiecte elementare, iar la Legislaţia industrială se executau elemente de monografie a unei întreprinderi industriale. Aşa cum se va vedea mai jos, Universitatea din Iaşi a avut în toată această perioadă o situaţie materială foarte grea, ceea ce a împiedicat conducerea de atunci să poată organiza laboratoare şi pentru disciplinele tehnice.

Cele cîteva date de mai sus ne permit să reconstituim profilul pregătirii finale a inginerilor creaţi de secţia de Chimie tehnologică a Universităţii din Iaşi. Ei aveau o bună pregătire chimică generală, atît teoretică cît şi de laborator şi cunoştinţe generale asupra principalelor industrii chimice, printre care industria petrolului. Cu tehnica de lucru, cît şi cu maşinile şi aparatele pe care le studiau, trebuiau să facă cunoştinţă abia în industrie.

Din programa de învăţămînt se constată că nu se dădea suficiente cunoştinţe asupra calculului proceselor tehnologice şi a numeroaselor utilaje din industria chimică. În sfîrşit, pregătirea acestor ingineri, deşi cuprinzătoare, purta un caracter dominant teoretic şi ei aveau nevoie de o lungă perioadă de muncă în industrie pentru a deveni ingineri chimişti în adevăratul înţeles al cuvîntului.

Rezultatele şi orientarea absolvenţilor secţiei de Chimie tehnologică în industrie confirmă justeţea celor de mai sus. Mulţi din ei s-au consacrat muncii de laborator sau unor munci tehnico-administrative, dînd rezultate foarte bune. O parte din ei însă au putut să-şi completeze prin eforturi personale golurile din pregătirea lor inginerească din secţie şi au putut deveni ingineri chimişti de concepţie, cu un rol de seamă în dezvoltarea industriei chimice în ţara noastră.

Au fost unii profesori care şi-au dat seama de laturile negative ale pregătirii studenţilor în secţia de Chimie tehnologică. Ei au înţeles că nu-i deajuns să se creeze ingineri, capabili, în cele din urmă, să conducă un proces industrial după indicaţii date, ci este nevoie de ingineri capabili să creeze o industrie chimică. Stimulînd la cursuri gîndirea studenţilor în domeniul realizărilor practice, indicîndu-le nevoile şi posibilităţile imense ale industriei chimice din ţara noastră, însoţindu-i an de an în excursii de studii, ei au putut remedia, mai mult pe plan moral, lipsurile pe care le avea acest învăţămînt chimic aplicat, dar predominant teoretică.

Înainte de a încheia acest capitol, vom analiza pe scurt baza materială a secţiei.

Laboratorul de Chimie tehnologică s-a dezvoltat treptat în cursul acestei perioade, fără a atinge nici pînă la sfîrşitul ei obiectivele propuse în 1918. Studenţii puteau totuşi efectua analize de gaze şi alte analize de tip industrial, aveau la dispoziţie aparatura necesară analizei combustibililor solizi şi lichizi şi în genere toată aparatura de sticlă pentru analizele chimice clasice. Au lipsit însă aparate pentru metodele fizice de analiză, utilizate în controlul fabricaţiei, au lipsit în special modele şi staţii de încercări şi, în fine, tot ceea ce putea da studenţilor o imagine în mic a procedeelor industriale reale.

Cît despre celelalte laboratoare de chimie, ele, aşa cum am văzut, dispuneau de suficient spaţiu, dar utilajul lor se demodase. Bibliotecile rămăseseră în urmă şi aveau abonamente doar la puţine reviste de specialitate.

În total deci, cu excepţia catedrei de Chimie tehnologică, secţia dispunea numai de laboratoarele secţiei de Chimie a Universităţii. Celelalte discipline cu caracter ingineresc nu dispuneau de laboratoare adecvate, efectuînd un număr redus de lucrări pe care le improvizau în laboratoarele de chimie.

Vina acestei stări de lucruri o poartă regimul burghez, care a condus ţara în acea epocă şi care nu era interesat în dezvoltarea ştiinţei şi tehnicei în ţara noastră.

Pentru a da o imagine asupra situaţiei materiale a Universităţii, citäm următorul text din discursul de deschidere a anului 1933, rostit de rectorul Traian Bratu:

„Facultatea de Ştiinţe în loc de 13 profesori şi 2 conferenţiari din 1897, este scindată în facultate de Ştiinţe în care este şi o secţie de Ştiinţe aplicate: Electrotehnica şi Chimia industrială şi facultatea de Ştiinţe agricole, amîndouă cu un total de 24 profesori şi 33 conferenţiari, dar toate laboratoarele lor sînt îngrămădite tot în localurile existente în 1897, deşi în locul celor 76 studenţi de atunci, a avut în anul trecut

1057 și a eliberat 156 diplome, deci de două ori cît numărul total al studenților din 1897". În același discurs, rectorul declară:

„Dator însă sînt să spun: fără taxele plătite de studenți în actuala situație a finanțelor țării, Universitatea nu poate trăi și produce". În 1935 același rector arată că vremurile sînt extrem de grele și că astăzi „cancelariile decanatelor, seminariilor, laboratoarelor, institutele și clinicile, precum și bibliotecile, se întreține cum pot, numai prin mijloace proprii, adică prin contribuții de ici-colo a profesorilor și prin taxele studenților. Cheltuielile de materiale ale Universității în totalitatea lor se acoperă într-o proporție de 10...12% de către stat, de cca. 15% din cota preluată asupra taxelor de examene, iar restul, în parte, nu se acoperă de loc și rămîne în suferință (de aici provine lipsa de materiale, lipsa de cărți și reviste) sau se acoperă prin taxele plătite de studenți".

În aceste grele lipsuri a trăit și s-a dezvoltat, atît cît a putut, secția de Chimie tehnologică de la Universitatea din Iași, de la înființarea ei și pînă la sfîrșitul anului 1937.

Bilanțul activității ei, în ce privește numărul de studenți și ingineri în această perioadă, este centralizat în tabelul de mai jos care merge pînă la 1 noiembrie 1940, dată la care începe eliberarea diplomelor de inginer chimist de către Politehnica „Gh. Asachi".

Dinamica studenților la secția de Chimie tehnologică în cadrul Universității din Iași

Anul	Noi înscriși	Frecventează în cursul anului	Diplomați	Titlul obținut	Doctori inginer
1913/1914	1	1	—	—	—
1914/1915	—	—	—	—	—
1915/1916	1	12	—	—	—
1916/1917	—	7	2	Licențiat în Chimie aplicată cu specialitatea tehnologie *)	
1917/1918	—	25	—	—	—
1918/1919	—	74	—	—	—
1919/1920	—	60	3	Licențiat în științe aplicate cu mențiunea inginer chimist	—
1920/1921	82	128	3	idem	—
1921/1922	—	81	2	idem	—
1922/1923	—	122	1	idem	—
1923/1924	—	138	3	inginer chimist	—
1924/1925	54	150	2	idem	—
1925/1926	31	153	—	idem	—
1926/1927	36	162	5	idem	—
1927/1928	41	208	6	idem	—
1928/1929	56	210	6	idem	—
1929/1930	45	224	10	idem	—
1930/1931	48	142	30	idem	Gh. Alexa
1931/1932	58	192	10	idem	Gh. Huidovici
1932/1933	118	250	9	inginer chimist universitar	—
1933/1934	104	289	8	idem	M. Dima
1934/1935	153	360	18	idem	S. Savencu
1935/1936	31	299	22	idem	—
1936/1937	35	210	26	idem	—
1937/1938	63	196	44	idem	—
1938/1939	—	—	61	idem	—

*) Echivalat conf. decretului nr. 4236 din 8 septembrie 1923 cu titlul de inginer chimist.

Sub regim universitar, între anii 1912...1940, s-au eliberat deci 271 diplome.

4. Cercetarea ştiinţifică în cadrul secţiei de chimie tehnologică

În cele ce urmează ne referim numai la activitatea ştiinţifică a cadrelor didactice de la disciplinele cu caracter chimic aplicat, cadre care, după înfiinţarea Şcolii politehnice „Gh. Asachi", în 1937 şi-au continuat munca în această nouă instituţie de învăţămînt superior. Activitatea ştiinţifică a celorlalţi profesori care au participat la formarea inginerilor chimişti a avut, cum era şi normal, un caracter mai cu seamă teoretic şi se înscrie în curentul principal al mişcării ştiinţifice din Universitatea din Iaşi.

Trebuie subliniat însă că activitatea ştiinţifică a profesorilor de la disciplinele tehnice nu poate fi total separată de ansamblul cercetărilor din cadrul facultăţii de Ştiinţe. Aceşti profesori au fost, în aproape toate cazurile, elevii şi discipolii acelor care au întemeiat şi orientat cercetarea ştiinţifică la facultatea de Ştiinţe şi au continuat pe un plan mai aplicativ cercetările iniţiate de maeştrii lor.

Astfel, cercetarea ştiinţifică în cadrul secţiei de Electrotehnică continuă, în fond, profunda preocupare aplicativă din activitatea profesorului Dragomir Hurmuzescu şi unele din ideile legate mai strîns de practică ale acad. prof. Şt. Procopiu. La secţia de Chimie tehnologică, orientarea imprimată de P. Poni, C. V. Buţureanu ş. a. spre cercetarea bogăţiilor naturale ale ţării rămîne de asemenea, statornic, una din principalele direcţii de studiu.

În secţia de Chimie tehnologică, pe lîngă preocupările tradiţionale, s-au continuat în anii la care ne referim şi o serie de preocupări cu un pronunţat caracter tehnic. Unele din aceste preocupări au căpătat amploare încă de timpuriu şi au generat în cele din urmă adevărate centre de cercetare cu caracter aplicativ.

În ansamblul lucrărilor efectuate la secţia de Chimie tehnologică se profilează cel mai clar studiile referitoare la teoria şi practica tanajului. Pînă în 1925 nu se poate vorbi la noi de cercetare ştiinţifică în domeniul tăbăcăriei. Deşi această industrie era destul de veche, ea continua să prelucreze pieile în mod empiric şi rudimentar. Extinderea industriei tăbăcăriei în anii de după primul război mondial reclama însă o oarecare modernizare şi formarea de specialişti.

După studii de specialitate în acest domeniu, Gh. V. Alexa introduce în ţară învăţămîntul tăbăcăriei şi iniţiază împreună cu C. N. Otin şi Gh. Huidovici cercetarea ştiinţifică în probleme de teoria şi practica tanajului.

Astfel, în 1931, se publică studiul *Caracterizarea chimico-tehnică a scoarţei de molid din Romînia*, studiu care deschide seria de lucrări asupra materiilor prime tanante din ţara noastră.

Aspecte teoretice şi practice ale tanajului sînt atacate în lucrări ca: *Influenţa temperaturii asupra tanajului cu o singură baie* (1930), *Influenţa temperaturii asupra tanajului cu o singură baie în funcţie de bazicitate şi timp* (1930), *Contribuţii la studiul tanajului mixt crom-tanin* (1935), *Contribuţii la studiul tanajului combinat aluminiu-tanin* (1935), *Contribuţii la studiul tanajului la vid* (1937), ş. a.

Lucrările menţionate s-au bucurat de aprecierea favorabilă a specialiştilor din diverse ţări. Concluziile lucrărilor referitoare la tanajul combinat, sînt citate de marile tratate de specialitate şi au fost încorporate în patrimoniul ştiinţei tanajului.

Creatorii tradiţiei de cercetare ştiinţifică în domeniul chimiei la Iaşi au introdus în Universitate cele mai noi metode de cercetare chimică ale epocii, alegînd ca obiect preferat de studiu chimia petrolului romînesc şi a depozitelor minerale din ţara noastră. Cea de-a doua generaţie de chimişti de la Universitatea din Iaşi, Gh. Spacu, P. Bogdan ş.a. au introdus la rîndul lor studiul aprofundat al problemelor de chimie analitică şi al electrochimiei. Această orientare se regăseşte şi în preocupările ştiinţifice ale cadrelor didactice de la secţia de Chimie tehnologică, avînd însă de multe ori elemente noi, caracteristice. Cercetările principale ale acestor cadre pot fi grupate după cîteva direcţii, date mai jos.

a) *Studii asupra bogăţiilor solului şi subsolului ţării noastre*

Aceste cercetări, deşi cu un caracter încă disparat, anunţă cercetările sistematice consacrate în ultimii zece ani în cadrul facultăţii de Chimie industrială a Institutului politehnic Iaşi, bogăţiilor noastre naturale. Principalele studii efectuate în această direcţie sînt următoarele:

Studiul chimico-tehnic al asfaltului de Matiţa (C. N. Otin, 1930); *Cercetări asupra asfaltului de la Matiţa* (C. N. Otin şi S. Savencu, 1934); *Studiul petrografic şi chimic al*

regiunii Văilor Negrea și Haita din masivul Călimani (O. Nichita, 1934); *Augita din munții Călimani* (O. Nichita, 1937); *Cercetări asupra gudroanelor de la instalațiile de gaz de iluminat* (C. N. Otin și S. Savencu, 1938); *Cercetări chimico-tehnice asupra uleiului extras din sîmburi de struguri, din diferite regiuni viticole din Romînia* (C. N. Otin și M. Dima, 1933); *Cîteva date asupra comportării uleiurilor din sîmburi de struguri* (C. N. Otin și M. Dima, 1934); *Contribuții la studiul chimico-tehnic al uleiului de ricin romînesc* (C. N. Otin și Gh. Alexa).

b) *Studii cu caracter tehnologic*

Studiile cu caracter tehnologic reprezintă elementul nou adus în munca științifică a Universității de profesorii secției de Chimie tehnologică. Pe lîngă studiile amintite, consacrate tehnologiei tanajului, se pot distinge încă alte cîteva preocupări dominante, în care cercetarea științifică vizează fabricația industrială sau este generată direct de aceasta.

Astfel, o serie de studii de electrochimie ale prof. C. N. Otin urmăresc rezolvarea unor probleme industriale legate de fabricarea electrolitică a bismutului, persulfatului de litiu, etc.

În legătură cu *tehnologia petrolului* menționăm lucrările *O nouă metodă de distilare rapidă și fără descompunere a emulsiilor de petrol* (I. Ciochină, 1934) și *Încercări de cracare asupra petrolului lampant romînesc* (M. Dima, 1937). Ulterior, prof. M. Dima a adus și alte contribuții valoroase la studiul metodelor de cracare a unor produse petrolifere.

Lucrările de *metalurgie* sînt inițiate de C. N. Otin în 1913. Cercetări interesante, care au avut și ecou industrial, publică I. Ciochină referitor la extragerea unor metale din minereurile sulfuroase (1936) și la tehnologia metalului Y (1936).

Tot în grupa lucrărilor de interes tehnologic, dar totodată și de interes teoretic, trebuie inclusă și lucrarea *Asupra procesului chimic în fabricarea sodei amoniacale* (I. Ciochină, 1925) în care se propune pentru prima dată ipoteza carbamatului ca produs intermediar în procesul de carbonatare.

c) *Metode de analiză chimică și aparatură pentru determinări de laborator*

Vechea școală de analiști de la Universitate a determinat, cum era și de așteptat, preocupări similare și la secția de Chimie tehnologică. Spre deosebire însă de chimiștii analiști, chimiștii secției aplicate sînt preocupați mai ales de găsirea unor metode de analiză legate de necesități industriale și în special de găsirea unor metode practice, rapide, aplicabile în laboratoarele de uzină. Din numărul relativ mare (peste 20 de lucrări) de acest gen citățm:

Cercetări comparative asupra determinării sulfului total din cărbune după metoda Hackel și Eschka (C. Otin și Gh. Cotruț); *Contribuții la determinarea carbonului în fier brut și oțeluri* (I. Ciochină, 1925); *Separarea wolframului de staniu* (I. Ciochină, 1927); *O nouă metodă gravimetrică pentru determinarea titanului în aliajele fierului* (I. Ciochină, 1927). (Menționăm că această metodă a fost aplicată de Marie Curie, Zaviziano și Tscheng da Tsang la antrenarea protactiniului); *O nouă metodă rapidă pentru determinarea sulfului în fier brut și în oțeluri* (I. Ciochină, 1927).

Preocupările lui I. Ciochină pentru găsirea unor metode rapide de analiză, în special în metalurgie, s-au concretizat și în tipărirea unei lucrări cu multe aspecte originale, întitulată *Metode rapide de analiză chimică* (Iași, 1935).

Tot aici putem menționa și aparatul conceput de I. Ciochină pentru determinarea greutății specifice a soluțiilor, aparat care este utilizat și astăzi, cu unele modificări, în numeroase laboratoare.

d) Desigur, s-ar putea cita și alte grupe de lucrări efectuate înainte de anul 1937 de profesorii care predau astăzi la facultatea de Chimie industrială a Institutului politehnic din Iași. Valoroase lucrări de chimie organică preparativă publică prof. Ilie Matei, astăzi membru corespondent al Academiei R. P. R. Deși prof. Ilie Matei a predat după 1935 cursuri la secțiile aplicate, lucrările sale se încadrează în principal, în profilul laboratorului de Chimie organică al Universității, căpătînd un caracter tehnologic abia după numirea sa ca profesor de Chimie organică la Școala politehnică „Gh. Asachi". Simpla enumerare a lucrărilor publicate de prof. Ilie Matei pînă în anul 1938 poate arăta însemnătatea muncii sale științifice în formarea actualelor cadre de organicieni de la Institutul politehnic Iași:

Asupra condensării acenaftenchinonei cu fenoli (1929); *Sintezele unor xantine arilate în ciclul pirimidinic* (teză de doctorat, Berlin, 1931); *Acțiunea amoniacului asupra α-acetil-*

δ-clor-γ-valerolactonei (1931); *Acţiunea dietilaminei asupra δ-clor-γ-valerolacton esterului etilic al acidului α-carbonic* (1931); *Acţiunea acidului azotic asupra acidului fosforos* (1931); *Produsele de reducere şi autooxidare a combinaţiilor 7-7 bis [dimetil-aminofenil]-acenaftenonelor. Radicali. Coloranţi*, (1931); *Condensarea acenaftenchinonei cu crezoli şi naftoli. Pinaconele ciclice* (1932); *Oxidarea dimetilamin-acenaftenchinonei cu peroxid de plumb* (1937).

Preocupările ştiinţifice din cadrul secţiei de Chimie tehnologică au fost în realitate mult mai variate, chiar dacă nu au dus pînă în 1937 la publicarea unor lucrări. Din cursurile tipărite, din diferitele articole de popularizare, recenzii şi note publicate în revista ştiinţifică „V. Adamachi" şi din notele de curs ale studenţilor rezultă că, deşi restrîns, grupul de chimişti tehnologi din cadrul secţiei a studiat numeroase ramuri ale industriei chimice şi a reuşit să trezească interesul studenţilor şi colaboratorilor lor pentru ele. Din aceste preocupări s-au dezvoltat după 1937 cercetări legate de industria alimentară, industria celulozei şi hîrtiei, industria acizilor şi bazelor, ceea ce a permis încadrarea secţiilor de la facultatea de Chimie industrială a Institutului politehnic din Iaşi aproape numai cu personal format la şcoala de Chimie aplicată de la Iaşi. Lipsurile menţionate în activitatea secţiei de Chimie tehnologică au putut fi astfel repede înlăturate, de îndată ce istoricele transformări revoluţionare din ţara noastră au dat învăţămîntului locul cuvenit şi i-au pus cu claritate în faţa sarcinile ce-i revin în construirea socialismului în ţara noastră.

* * *

Am încercat să prezentăm în cele de mai sus apariţia şi dezvoltarea învăţămîntului chimic aplicat în cadrul Universităţii din Iaşi, învăţămînt care se desprinde de Universitate odată cu înfiinţarea Politehnicii „Gh. Asachi".

Plasat, în principal, în epoca de adînci frămîntări sociale şi crize economice dintre cele două războaie mondiale, acest învăţămînt a trăit şi s-a dezvoltat anevoios. Realizările şi succesele lui, atîtea cîte au fost, se datoresc în bună parte bărbaţilor luminaţi de la facultatea de Ştiinţe din Iaşi de la începutul acestui veac şi străduinţei continuatorilor lor.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Industria Pieii,
Blănurilor şi Materiilor Tanante,
Catedra de Industrii Anorganice,
Catedra de Industrii Organice

НАЧАЛО И РАЗВИТИЕ ПРИКЛАДНОГО ХИМИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ЯССКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ (1903...1937)

(Резюме)

Авторы излагают фазы развития прикладного химического образования при Ясского Университете вплоть до открытия Ясского Политехнического Института, а вместе с ним и факультета Промышленной Химии как одного из его факультетов.

L'ESSOR DE L'ENSEIGNEMENT CHIMIQUE APPLIQUÉ À L'UNIVERSITÉ DE JASSY (1903...1937)

(Résumé)

Les Auteurs exposent l'essor de l'enseignement chimique appliqué à l'Université de Jassy depuis son introduction jusqu'à l'inauguration de la Faculté de Chimie Industrielle auprès de l'Institut Polytechnique de Jassy.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

RECENZII
BOOK REVIEWS
BUCHBESPRECHUNGEN
РЕЦЕНЗИИ
COMPTES RENDUS
RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. JACOBSON N., *Structure of rings*, Amer. Math. Soc. Coll. Publications, vol. **XXXVII**, 1956, VIII + 263 pp.

După perioada de constituire a teoriei moderne a inelelor, care s-a situat în anii 1925...1935, şi în care tema centrală a preocupărilor a fost teoria inelelor cu condiţii de lanţ ascendent sau descendent, deci a inelelor noetheriene sau artiniene, s-a pus în mod necesar problema renunţării la orice ipoteză de finitudine. Unul din promotorii acestei direcţii a fost N. Jacobson şi expunerea pe care d-sa o face sub forma de carte, a principalelor rezultate obţinute, este o contribuţie împortantă la literatura matematică.

Lucrarea este divizată în zece capitole şi este urmată de o bibliografie ce include lucrările a peste 125 autori; împreună cu literatura anexată la precedenta carte a autorului (*The theory of rings*, 1943) ea conţine aproximativ tot ceea ce este demn de menţionat relativ la teoria structurală a inelelor. Noţiunile de bază sînt acelea de inel semisimplu, inel primitiv şi radical al unui inel şi ele sînt introduse în primul capitol. Cap. II conţine expunerea principalelor rezultate relative la modulele ireductibile şi inelele primitive, rezultatul central fiind o teoremă de densitate intim legată de considerente topologice, de altfel inevitabile de îndată ce se abandonează finitul. În cap. III se regăsesc, cu demonstraţii noi, rezultatele clasice relative la inelele cu condiţie de minimum, iar în cap. IV se studiază clasa inelelor primitive cu ideale drepte minimale, care generalizează în mod natural inelele cu condiţia de minimum; o atenţie deosebită este acordată derivărilor în aceste inele.

În cap. V se studiază produsele tensoriale de module şi de algebre; în cap. VI se demonstrează o teoremă de densitate pentru modulele complet reductibile şi se studiază teoria galoisiană a inelului transformărilor liniare. Rezultatele obţinute se aplică în cap. VII la inelele cu diviziune, obţinîndu-se printre altele, teorema lui Wedderburn şi teorema lui H. Cartan-Braner—Hua.

Cap. VIII este devotat studiului nilidealelor şi idealelor prime, iar cap. IX tratează topologizarea mulţimii idealelor primitive.

În fine, în cap. X este vorba de diferite aplicaţii, printre care bine cunoscuta teoremă de comutativitate a autorului şi problema lui Kuroş relativă la algebrele algebrice.

În ansamblu lucrarea, lectura căreia nu cere cunoştinţe prealabile prea întinse, este un instrument indispensabil pentru orice specialist în teoria inelelor şi va fi fără îndoială o sursă de noi progrese.

*

The book by N. Jacobson, a leader in the field of rings, will be a starting point for new progress for this theory. *Al. Climescu*

2. BOURBAKI N., *Eléments de Mathématiques*, **XXIII**, Livre **II**, *Algèbre*, Ch. 8, *Modules et anneaux semi-simples*, Coll. Actualités Scient ifiques et Industrielles, Nr. **1261**, Paris, Hermann Edit., 1958, 189 pp.

În 13 subcapitole se expune teoria clasică a inelelor, cu alte cuvinte se studiază inelele pentru care condiţia ascendentă, respectiv, descendentă pentru ideale (uni- sau bilatere) este verificată. După cum este bine cunoscut, inelele simple şi semi-simple joacă un rol central în aceasta teorie şi noţiunea de radical este de asemenea fundamentală, în fond clasele cele mai interesante şi mai uşor accesibile studiului şi noţiunile cele mai importante relative la ele se obţin prin considerarea elementelor remarcabile din structura idealelor.

Expunerea este foarte clară ca în toate fasciculele, dar cere un efort considerabil de concentrare. În text se dau numai proprietăţile principale, numeroase alte proprietăţi împreună cu exemple concrete fiind redate sub forma de exerciţii, din care unele foarte grele. O foarte interesantă notă istorică încheie fascicula.

Expunerea din precedentele fascicule, a algebrei liniare şi multiliniare, a influenţat profund modul de tratare al acestor capitole de către alţi autori. Fără îndoială şi teoria inelelor semisimple va fi considerabil influenţată de prezentarea ei de către colectivul N. Bourbaki.

*

L'auteur du compte-rendu est d'avis que l'influence du présent fascicule sera aussi considérable que l'influence des fascicules consacrés à l'algèbre linéaire et multilinéaire.

Al. Climescu

3. HAYMAN W. K., *Multivalent functions*, Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, Nr. **48**, Cambridge Univ. Press, 1958, VIII+151 pp.

Teoria funcţiilor univalente în cercul unitate a obţinut încă de la început succese importante, dar inegalitatea conjecturată de către L. Bieberbach, $(a_n) \leqslant n$, este pînă acum demonstrată în cazul general numai pentru $n = 2, 3, 4$; cazurile $n = 2$ şi $n=3$ sînt tratate de autor, împreună cu numeroase alte rezultate referitoare la funcţiile univalente, în cap. 1 şi 6, care pot fi citite şi separat.

Este natural de a extinde clasa de funcţii considerată şi de a studia funcţiile p-valente în cercul unitate, adică a funcţiilor pentru care, în medie, ecuaţia $f(z) = w$ are cel mult p rădăcini. Metodele utilizate pentru funcţiile univalente nu se extind la acest caz, ceea ce de altfel sporeşte interesul său.

Cap. 2 expune rezultatele relative la creşterea funcţiilor p-valente, obţinute cu ajutorul unei inegalităţi care leagă lungimea de arii; unele teoreme sînt datorite autorului.

Cap. 3 redă rezultatele obţinute în problema coeficienţilor funcţiilor p-valente, iar în cap. 4 se explică metoda simetrizării care permite să se obţină unele informaţii relativ la coeficientul a_1 al unei funcţii regulate în cercul unitate cînd se cunoaşte domeniul valorilor luate cel puţin odată în cerc de către funcţie. În fine, în cap. 5 se tratează funcţiile circumferenţial p-valente în medie.

În totul cartea este o adiţiune valoroasă la literatura funcţiilor uni- şi multivalente.

*

The book by W. K. Hayman is a valuable addition to the literature of the uni- and multivalent functions.

Al. Climescu

4. ČECH ED., *Topologicke prostory*, Naklad Ceskoslovenské Akademie Ved, Praha 1959, 524 pp.

Academicianul cehoslovac E. Čech, autoritate în materie de topologie, prezintă în această carte teoria spaţiilor topologice. Lucrarea este împărţită în 12 capitole şi două. apendice datorite lui J. Novak şi M. Katetov, urmate de o bibliografie selecţionată, de un necrolog al matematicianului B. Pospisil şi de un dezvoltat indice de materii,

Pe cît se poate judeca după ordonarea materiei şi dispoziţia paragrafelor, cartea este foarte clar scrisă şi conţine material greu de găsit în altă parte (de ex. spaţiile ciclice şi spaţiale paracompacte).

Ar fi de dorit traducerea cărţii într-o limbă mai accesibilă ca limba cehă.

*

L'auteur du compte-rendu exprime le voeu que le livre de E. Čech, autorité en matière de topologie, soit traduit dans une langue plus aisément accessible que la langue tchèque. *Al. Climescu*

5. SCHMEIDLER W., *Integralgleichungen mit Anwendungen in Physik und Technik, I. Lineare Integralgleichungen,* 2-te Auflage, Leipzig, 1955, Akad. Verlagsgesellschaft, XII + 611 S.

Cu cinci decenii în urmă doctorandul în matematici Al. Myller a prezentat lui D. Hilbert rezultatele sale din teoria ecuaţiilor diferenţiale, obţinute cu ajutorul ecuaţiilor integrale. Entuziasmat, Hilbert, a exclamat: „Alles kann man mit Integralgleichungen machen" (comunicare orală a academicianului Al. Myller).

Desigur expresia lui Hilbert nu trebuie luată *ad litteram,* dar nu e mai puţin adevărat că teoria ecuaţiilor integrale a influenţat decisiv dezvoltarea analizei funcţionale şi prin aceasta a contribuit esenţial la modelarea fizionomiei matematicii secolului XX.

Ecuaţiile integrale clasice se pot trata ca un caz particular al rezultatelor obţinute în analiza funcţională; fără a nega interesul unei astfel de expuneri, se poate pune întrebarea dacă teoria nu este mai accesibilă şi poate chiar mai interesantă cînd se întrebuinţează exclusiv spaţiul hilbertian concret. Răspunsul este afirmativ, mai cu seamă dacă se are în vedere cititorul interesat în primul rînd de aplicaţiile teoriei în fizică şi tehnică.

Cartea prof. W. Schmeidler se adresează acestui cerc de cititori şi prin urmare eliminarea abstracţiilor neindispensabile se impunea autorului, care a reuşit să prezinte unitar toate cele trei tipuri de ecuaţii integrale liniare. Prezentarea materialului este foarte simplă şi integrarea este uşurată de numeroasele exemple (enumărate şi într-un tablou final), inclusiv exemple numerice. Un apendice conţine material util pentru înţelegerea cărţii (integrala lui Lebesgue, funcţii de patrat integrabil, etc.).

Lucrarea se încheie cu o bogată bibliografie, în care figurează şi numeroase lucrări de autori romîni.

Regretăm două erori de tipar: „Anghelutzer" în loc de „Anghelutza" (p. 584) şi „C. Ponovici" în loc de „C. Popovici" (p. 599).

*

Das sehr lesenswertes Buch von prof. W. Schmeidler wird analysiert und vor allem sein klassischen Stil unterstrichen. *Al. Climescu*

6. MAY K. O., *Elements of Modern Mathematics,* Addison-Wesley Publ. Company Inc., 1959, XVI + 607 pp.

Autorul expune în acest volum, în afară de capitole de matematică clasică corespunzătoare cerinţelor colegiilor din Anglia, un număr de capitole cum sînt, de pildă, Logica matematică, Introducerea în calculul probabilităţilor, Statistica matematică, Algebra Booleană, indispensabile astăzi oricărui inginer. Dacă expunerea părţilor matematice propriu zise este clară şi corectă, ref. face rezerve categorice în ceea ce priveşte folosirea unor exemple, fără îndoială dăunătoare unei educaţii sănătoase a tineretului. De exemplu, la pag. 105, în cadrul exemplificărilor folosite în logica propoziţiilor, se citează ca o propoziţie ilustrativă afirmaţia „x comite o crimă".

*

This introductory textbook for college students presents the basic concepts and tools of modern mathematics. The student may expect to acquire from the study of this book an orientation of modern mathematics, a basic vocabulary of mathematical terms,

and a minimum facility in the use of mathematical concepts and symbols. We mention especialy the chapters concerning Elementary Logic, Probability, Statistical Inference and Abstract Mathematical Teories.

The Rev. express his reserves concerning the use of some exercices of doubtful educational value (ex., p. 105, „x committed a crime").

The printing is good. There are one Index and VI useful appendixes.

Ştefania Ruscior

7. BUCHHOLZ H., *Elektrische und magnetische Potentialfelder*, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1957, XIX + 552 S.

Această carte se adresează celor care studiază electrotehnica şi poate fi deosebit de utilă şi inginerilor care se dedică şi muncii de cercetare ştiinţifică. În ea se expune folosirea puternicului aparat de investigaţie ştiinţifică, conturat în teoria potenţialului, în studiul cîmpurilor potenţiale magnetice şi electrice. Metoda de rezolvare a celor două categorii de probleme de contur care constituie schematizarea matematică a variatelor probleme din domeniile electrostaticii, magnetostaticii sau electrodinamicii, constă în folosirea soluţiilor particulare şi a seriilor procedînd după atare soluţii. Bogatul material al volumului este subdivizat, în afară de capitolul 2 consacrat teoriei ecuaţiei lui Laplace şi de un apendice cu caracter pur matematic (pp. 521....539), în următoarele capitole: 1. Legile fizice fundamentale, 3. Cîmpuri electrice plane, 4. Cîmpuri electrice plane produse de conductoare de înaltă frecvenţă, 5. Cîmpuri electrice spaţiale, 6. Cîmpuri magnetice spaţiale şi de înaltă frecvenţă, 7. 8. Cîmpuri magnetice plane. În afară de 23 titluri de cărţi, bibliografia conţine trimiteri, pe capitole, la diverse articole de specialitate pînă în anul 1954.

*

In dem referierten Buch, den wendet sich in erster Linie an die Studierenden der Elektrotechnik und an den theoretisch forschenden Ingenieur, werden Randwertaufgaben beiderlei Art, die dem Gebiet der Elektrostatik, Magnetostatik oder der elektrischen Strömung entstammen, nach der Methode der Partikularlösungen berechnet. Auch das Hochfrequenzfeld zwischen parallelen Leitern wird miteinbezogen, das ja mit guter Näherung als Potentialfeld behandelt werden darf, wenn das System der Ströme ausgeglichen ist und die Leiter als vollkommene Leiter angesehen werden.

Von den im Buch durchgerechneten Aufgaben seien hier erwähnt: Zwei parallele Zylinder mit gleichartiger Ladung, der Potentialanhub eines kugelförmigen Erders im Strömungsfeld einer Punktförmigen Elektrode, die Punktladung zwischen divergierenden Platten, stromdurchflossene Leiter in Hohlkanälen verschiedener Querschnittsform innerhalb vollkommen permeabler Körper und viele andere.

Man bemerkt noch, neben der guten Ausstattung des Buches, die Literatur- und Sachverzeichnisse.

Gh. Vasiliu

8. CHESTNUT H. a. MAYER W., *Servomechanisms and regulating system design*, John Wiley & Sons, New York.

În această carte este expus dublul aspect, teoretic şi practic, al proiectării servomecanismelor utilizate în sistemele de reglare automată. Cartea este scrisă pentru inginerii practicieni în vederea pregătirii şi perfecţionării în specialitate. Lucrarea constă din două volume. Primul volum cuprinde bazele teoretice destinate să instruiască pe ingineri în proiectarea şi aplicaţiile automatizării. Autorii expun cunoştinţele matematice necesare, lămuresc natura problemelor fizice şi a procedeelor de alcătuire a unor proiecte perfecţionate, dezvoltă atît metoda ecuaţiilor diferenţiale cît şi aceea a transformării lui Laplace pentru rezolvarea problemelor în regim tranzitoriu. În acest volum importanţa stabilităţii sistemelor de reglare automată este accentuată în deosebi şi multe sisteme tipice sînt desluşite cu ajutorul interpretării acestor rezultate. La sfîrşitul volumului se adaugă un important număr de probleme pentru a fixa materialul din text.

În al doilea volum se stabilesc problemele ce se pun în proiectarea regulatoarelor şi a sistemelor de reglare cu contrareacţie, dezvoltînd în acelaşi timp metodele de re-

zolvare a acestor probleme. Cu toate că se face uz de un aparat analitic bogat, totuşi accentul se pune pe practica proiectării. Acest al doilea volum conţine un capitol prealabil despre măsurarea diferitelor mărimi din domeniul automatizării; în continuare se tratează în fond mijloacele de a stabili specificaţiile de proiectare, se expune tehnica mînuirii efectelor produse de introducerea semnalelor, se discută factorii care influenţează elementele de forţă şi de stabilizare şi se accentuiază tehnica liniarizării şi a funcţionării neliniare a sistemelor în cazul semnalelor mari şi a variaţiei deliberate a parametrilor. Ca şi în primul volum, la sfîrşitul celui de-al doilea sînt incluse multe probleme luate din proiectele ce se execută în prezent.

*

Ref. gibt oben in rumänischer Sprache einige Einzelheiten über dieses neues wichtiges Buch, das im Verlag John Wiley & Sons, N. Y., erschienen ist. *Cesar Buda*

9. UNGER F., *Elektromaschinen Praktikum*, 3. Aufl., F. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1958, 135 S.

Studenţii care efectuează lucrări de laborator la maşini electrice au nevoie de o serie de indicaţii cît mai complete şi totodată cît mai scurte. Acestui scop îi este dedicată cartea de faţă, care în 135 pagini prezintă încercările maşinilor electrice, transformatoarelor, electromagneţilor şi mutatorilor cu vapori de mercur.

Se dau mai jos unele detalii relative la conţinutul volumului referat.

*

При исполнении лабораторных работ по электрическим машинам, студенты нуждаются в ряде коротких и ясных указаний. Это цель настоящей книги, в которой на 135-ти страницах излагаются испытания трансформаторов, электрических машин, электромагнитов и ртутных выпрямителей. Книга содержит краткий обзор свойств измерительных приборов и промышленных методов измерения; главные свойства электрических машин излагаются также кратко.

В разделе посвященном элементарным испытаниям, даются указания для исполнения простых измерений для снятия характеристик электрических машин. Раздел специальных испытаний содержит: уравнительные машины, использованные в трёхпроводных передачах энергии постоянным током, пуск и регулирование скорости электродвгателей, схемы электропривода, компенсация $\cos \varphi$ и т. д.

Другой раздел обращается к приемным испытаниям в соответствии с VDE. Как текст, так и схемы ясны. Книга может служить руководством также и техникам и инженерам занимающимся в производстве испыганиями и эксплоатацией электрических машин. *Gh. Şerban*

10. HENZE F., *Schaltungen der Starkstromtechnik*, Band IV, *Mess-Schaltungen*. Fachbuchverlag, Leipzig, 1958.

Cartea se compune din două părţi principale.

Partea întîia cuprinde o descriere a celor mai uzuale instrumente de măsură, a utilizării lor şi descrierea regulelor de măsurare.

În partea doua se dau schemele de măsurare mai des utilizate, însoţite de explicaţii ample. În afară de schemele pentru măsurarea mărimilor electrice, controlul izolaţiei, etc., se dau şi scheme pentru măsurarea prin metode electrice a mărimilor neelectrice.

Cartea reprezintă vol. IV al colecţiei *Schaltungen der Starkstromtechnik*, care se adresează cercurilor largi de electrotehnicieni.

Prin prezentarea în culorile normalizate şi prin claritatea figurilor şi explicaţiilor, cartea poate fi utilizată ca un îndrumător preţios de toţi lucrătorii iniţiaţi şi neiniţiaţi ca şi de ingineri.

*

Das Buch gliedert sich in zwei Hauptteile.

Der erste Teil enthält eine Beschreibung der gebrauchlichsten Messinstrumente deren Gebrauch und deren Messregeln.

Im zweiten Teil sind die Messschaltungen die öfter vorkommen mit ausführlichen Erläuterungen wiedergegeben. Hier sind die Schaltungen für Messung von Spannung, Strom, Leistung, Leistungsfaktor u. s. w. gezeichnet. Es werden Schaltungen für die Kontrolle der Isolierung, für Synchronisierung der Synchronmaschinen und für die Messung nichtelektrischer Grössen (Temperatur, Feuchtigkeit, pH, Druck u. s. w.) beschrieben.

Es werden auch Methoden für die Messung des Drehmomentes und der mechanischen Leistung der elektrischen Motoren gegeben und zwar mit Prony—Bremse, mit Wirbelstrombremse und mit Pendelmaschine.

Das Buch ist der IV-te Band der Sammlung, *Schaltungen der Starkstromtechnik,* welche sich an breiten Kreisen der Elektrotechniker adressiert.

Durch die Darstellung in den genormten Farben und durch die Klarheit der Bilder und Schaltungen, kann das Buch als wertvoller Wegweiser von allen ungelernten und angelernten Arbeitern sowie von Ingenieure genützt werden. *Iosif Bergman*

11. HEYDE H., *Mechanik für Ingenieure,* Band I, *Statik und Dynamik,* 6. Auflage, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1959, X + 334 S.

Numeroşi ingineri ieşiţi de pe băncile, chiar şi a celor mai de seamă institute de învăţămînt tehnic superior, cu reputaţie unanim recunoscută, afirmă că nu au reuşit să-şi însuşească mecanica la timpul său într-o măsură care să corespundă rolului precumpănitor ce-l joacă aceasta disciplină în ansamblul proceselor de producţie sau în munca de proiectare. Faptul că puternicul domeniu de investigaţie ştiinţifică, care este mecanica, se bazează pe un număr restrîns de principii fundamentale, rămîne adesea neobservat, acoperindu-se cu noianul de date şi detalii de natură secundară. Autorul reflectă eforturile desfăşurate de mai mulţi oameni de ştiinţă şi pedagogi eminenţi, căutînd să sublinieze cît mai des cu putinţă fundamentele mecanicii teoretice, pentru a le ilustra şi îmbina apoi cu exemple multiple de mecanică tehnică. Se remarcă un mare număr de probleme rezolvate pînă la capăt cu date numerice la zi. Acest lucru a făcut ca volumul să ajungă, numai în scurtul interval de timp de nouă ani de cînd i-a apărut prima ediţie, la ediţia a şasea, fiind recomandat de Secretariatul de stat pentru învăţămîntul superior din RDG ca manual pentru universităţi şi institute tehnice de învăţămînt superior. În cadrul capitolului consacrat unor domenii de dinamică tehnică se acordă o atenţie deosebită problemei echilibrării maselor, mişcărilor giroscopice, precum şi teoriei şocurilor. Faţă de ediţiile precedente, dintre are a doua a fost recenzată de Kiel în revista *Technik,* 1953, 8, 9, S. 631), volumul pe care-l referăm ţine seamă de unele modificări relative la unităţi, teoria oscilaţiilor şi rotunjiri de numere, introduse în noile ediţii din DIN 1301, 1311 şi 1333.

*

Das vorliegende Buch soll nun den einfachen Aufbau der Mechanik bewusst machen und die wenigen Grundtatsachen klar herausstellen. Dann aber wird die praktische Anwendung der einzelnen Begriffe und Gesetze durch eine grosse Zahl besonders ausgewählter und vollständig durchgerechneter Beispiele veranschaulicht. Dieser Band ist als Lehrbuch an den Universitäten und Hochschulen der Deutschen Demokratischen Republik eingeführt. Eine ausführliche Buchbesprechung in deutsche Sprache findet man für die zweite Auflage in *Technik,* 1953, 8, 9, S. 630 (Kiel). *N. Irimiciuc*

12. SZABO I., *Höhere Technische Mechanik,* Zweite verbesserte und erweiterte Auflage, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958, XII+498 S.

Volumul recenzat, reprezentînd o continuare naturală a *Introducerii în Mecanica tehnică,* elaborată de acelaşi autor şi apărută acum în ediţia a III-a în editura Springer,[1])

[1]) Szabó I., *Einführung in die technische Mechanik,* nach Vorlesung., 2. verbess. und erweit. Aufl., Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956, XII+397 S. A se vedea de pildă, recenzia lui F. Bühm înserată în *Maschinenbau und Wärmetechnik,* 1957, **12,** 7-8, S. 242, precum şi recenzia prof. G. I. Djanelidze în *Новые книги за рубежом,* 1958, *Б,* 7—8, pp. 6-8.

este a II-a ediţie revăzută şi adăugită a *Mecanicii tehnice superioare* (ed. I-a a apărut în 1956). Prin anvergura concepţiei, prin conţinutul expunerii ţinută la zi în variate capitole de mecanică aplicată, acest volum al prof. Szabó merită o atenţie deosebită, fiind comparabil cu cunoscuta şi apreciata lucrare de *Dinamică tehnică*, datorită lui C. Biezeno şi R. Grammel, tradusă la timpul său şi în limba rusă.

Conţinutul volumului reflectă cadrul unui *curs special de mecanică tehnică de patru semestre*, care trebuie să se desfăşoare în paralel cu tradiţionalele cursuri de rezistenţa materialelor, organe de maşini, teoria mecanismelor şi maşinilor ş. a., şi care presupune cunoaşterea temeinică a cursului de mecanică teoretică, ce se opreşte de regulă la studiul dinamicii sistemelor de solide rigide. În cap. I, pornind de la principiul lucrului mecanic virtual şi principiul lui d'Alembert, considerate ca fiind baza mecanicii clasice, se deduce principiul lui Hamilton şi ecuaţiile lui Lagrange pentru a se expune apoi o vastă gamă de aplicaţii bine alese de statică şi cinetică a corpurilor elastice. Aici îşi găsesc aplicaţie teorema lui Castigliano, metoda lui Ritz, metoda lui Galerkin, probleme de oscilaţii ale coardelor, membranelor şi tijelor, mişcări spaţiale ale corpurilor solide, problema giroscopului, probleme variaţionale. Cap. II conţine cele mai importante probleme de mecanica corpurilor elastice. În aplicaţii se foloseşte funcţia de tensiune a lui Airy şi Love, teoria lui Hertz, teoria plăcilor şi a învelişurilor şi se rezolvă variate probleme de instabilitate. Cap. III este consacrat introducerii în teoria plasticităţii, de importanţă din ce în ce mai mare astăzi. Aplicaţiile moderne legate de contribuţiile lui Engesser, v. Kármán, Shanley ş. a. se construiesc pe baza legilor generale formulate în cadrul adîncirii problemei de Newton, Kelvin, Maxwell, Henćky, Saint-Venant, Levy, v. Mises, Prandtl, Reuss ş. a. În cadrul problemei curgerii plastice se face legătura cu disciplinele tehnologice corespunzătoare. Ultimul capitol (cap. IV) este consacrat expunerii teoriei fluidelor şi a gazelor. Aici îşi găseşte loc teoria stratului limită, teoria profilelor aripilor şi importanta contribuţie a lui Jukovski, metoda reprezentării conforme, teoria corpurilor de rotaţie de rezistenţă minimă ş. a.

Se remarcă un număr de 73 exerciţii şi probleme bine alese, la care s-a adăugat în această ediţie un număr de 11 probleme mixte, menite a ilustra şi adînci ansamblul teoriilor expuse, apropiind cititorul de realitatea obiectivă a unei serii de importante probleme practice.

*

Questo nuovo libro del prof. I. Szabó, pur costituendo una continuazione naturale della sua *Introduzione alla meccanica tecnica* (vedasi [1]) alla pag. 466), rappresenta il contenuto del suo corso quadrisemestrale che si svolge, parallelamente ad altri corsi di fondamentazione della coltura teorica del futuro ingegnere, in seguito del corso di meccanica razionale del primo biennio. Il volume, comparabile come messa dei risultati, ad oramai noto volume, tradotto al suo tempo anche nel russo, dovuto ai proff. C. Biezeno ed R. Grammel, è suddiviso in quattro capitoli ed un appendice. Il Rif. indica qui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti la grande mole del suo contenuto, presentato in una veste dell'oramai tradizionale impeccabile esecuzione tecnica. Il primo capitolo è consacrato ai vari problemi di statica e cinetica dei corpi elastici e solidi. Il secondo, ai problemi de elastomeccanica superiore. Una speciale menzione è dovuta al contenuto del capitolo terzo in cui si espongono problemi moderni di plasticità d'importanza odierna vieppiù maggiore, allorchè il capitolo quarto contiene la teoria dei fluidi e del gas. I 73 esercizi e problemi di vasta portata, con le indicazioni dei calcoli da eseguire e con i risultati, pur richiedendo un contributo cospicuo dello studioso, ai quali si aggiungono in questa seconda edizione 11 problemi misti, concentrati in un appendice, contribuiscono ad ilustrare ed approfondire vari lati di alta tecnica e dello studio della realtà obbiettiva.

Victor Bauşic

13. АРТОБОЛЕВСКИЙ И. И., *Теория механизмов для воспроизведения плос их кривых*, коллекция *Проблемы теории механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1959, г., 255 стр.

Acest volum, apărut în Editura Academiei de Ştiinţe a U. R. S. S., în colecţia *Probleme de teoria maşinilor*, publicată de Institutul de teoria maşinilor, este consacrat teoriei mecanismelor menite să reproducă curbe plane obţinute ca traiectorii descrise de punctele organelor mecanismelor.

Autorul, ţinînd seama de cele mai noi cercetări în domeniul teoriei mecanismelor de trasat traiectorii date, de avantajele şi dezavantajele ce le prezintă mecanismele de acest fel dotate cu cuple cinematice superioare (de tipul mecanismelor cu came), în rezolvarea problemei fundamentale interesînd construcţia de maşini automate acordabile în vederea executării mai multor programări, subliniază rolul ce-l joacă sau îl pot juca mecanismele de trasare a curbelor prescrise înzestrate cu cuple de clasa V-a şi cele mai simple cuple de clasa IV-a. Atare mecanisme, pe lîngă faptul că răspund cu uşurinţă nevoilor de adaptare a lor la diferite programări reclamate de un proces tehnologic dat, îşi găsesc totodată aplicaţie şi într-o serie de aparate de precizie precum şi în dispozitive ale maşinilor de calcul, pe care le deservesc prin obţinerea variatelor dependenţe funcţionale.

Această monografie, generalizînd rezultatele obţinute de oamenii de ştiinţă sovietici şi de peste hotare interesînd mecanismele de reproducere a traiectoriilor date, constituie îndeosebi încoronarea unei bogate activităţi de investigaţie ştiinţifică a autorului, în această ordine de idei, desfăşurată în ultimii 10...15 ani.

Meritul de seamă al autorului constă în îmbinarea fericită a metodelor analitică şi geometrică, prima din ele fiind concepută ca un procedeu de construcţie a mecanismelor constituite dintr-un şir de lanţuri cinematice ce execută operaţii matematice simple şi conduc, luate în totalitatea lor, la dependenţa funcţională prescrisă, exprimată prin ecuaţia curbei ce urmează să fie trasată, iar cea de-a doua, avînd la bază aparatul geometriei proiective.

Metoda utilizată de autor poate fi denumită metoda geometrică-algebrică. Ea foloseşte din plin atît metodele geometriei constructive cît şi teoria analitică a curbelor algebrice şi transcendente.

Cap. I este consacrat expunerii fundamentelor teoriei mecanismelor de reproducere a curbelor dotate cu cuple cinematice superioare de clasa IV-a. Rolul exclusiv metodic al acestui capitol constă în a arăta posibilitatea de a reproduce orice curbă prin folosirea unui mecanism de tipul considerat. Cap. II expune bazele teoriei mecanismelor de reprodus curbe, cu cuple cinematice inferioare de clasa V-a. Aici se studiază proprietăţile geometrice şi cinematice ale diferitelor lanţuri cinematice, ca, de pildă, proprietăţile asemănării, inversiunii, ale podarelor, etc., care se folosesc nemijlocit apoi la sinteza mecanismelor de reproducere a curbelor algebrice şi transcendente. Cap. III se ocupă de teoria şi sinteza mecanismelor directoare rectilinii şi directoare circulare, exacte. Aici îşi găseşte loc, în particular, studiul inversoarelor şi acel al pantografelor precum şi al paralelogramelor. Cap. IV tratează diferite mecanisme de trasare punctuală sau tangenţială a celor trei genuri de secţiuni conice sau a unui singur gen de conice, adică mecanisme elipsografe, hiperbolografe şi parabolografe. Cap. V conţine elaborarea teoriei mecanismelor de trasat curbe de ordinul al treilea, ca, de pildă, a cisoidelor, versierelor, strofoidelor, trisectoarelor (lui Maclaurin, Longchamps, Catalan), a foliumului lui Descartes etc. Cap. VI este consacrat teoriei şi sintezei mecanismelor de reproducere a curbelor algebrice de ordinul al patrulea, ca, de pildă, a concoidelor dreptei şi a cercului, a ovalelor lui Cassini, etc. Cap. VII expune teoria reproducerii mecanice a unor clase de curbe algebrice de ordin superior lui patru. Nu figurează în această monografie, de pildă, mecanismele pentru trasarea curbelor de bielă de ordinul şase sau superior lui şase, precum şi a altor curbe de ordin superior , întrucît teoria unor atare mecanisme este parţial elaborată într-o serie de lucrări recente. În acest capitol şi-au găsit loc şi unele probleme de sinteza mecanismelor de reprodus cele mai uzuale curbe transcendente precum şi cele mai deseori întîlnite curbe de tip parabolic şi hiperbolic de ordin superior. Aici se execută sinteza unor mecanisme de reprodus clase de curbe ciclice şi podarele lor, curbele de tipul concoidelor şi ruletelor, etc. Sugestiv şi preţios este şi studiul istoricului dezvoltării teoriei mecanismelor de reprodus curbe plane (§ 33).

Studiul acestei importante monografii, ce însumează şi 377 figuri bine executate, scoate în evidenţă puternica capacitate de investigaţie a teoriei contemporane a mecanismelor şi în particular a metodei algebrice-geometrice elaborată de autor. Astfel se ajunge la crearea numeroaselor mecanisme de reprodus variate tipuri de curbe algebrice şi transcendente, de imediată sau posibilă în viitor aplicaţie în construcţia mecanismelor maşinilor automate sau în făurirea maşinilor de calcul moderne.

Referentul este convins că şi această carte a acad. I. I. Artobolevski va fi inclusă în programul de traducere şi în planul de editură a numeroaselor edituri din toate colţurile lumii. Datorită politicii revoluţionare a cărţii şi de promovare a culturii

dusă de Republica noastră Populară, Editura Tehnică din ţara noastră se va situa fără îndoială printre primele care va întreprinde această operă deosebit de utilă.

*

Ce volume, dont le compte rendu est donné ci-dessus en langue roumaine, vient de paraître dans la collection *Problèmes de la théorie des machines,* éditée par l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S.

C'est une monographie très riche en résultats consacrés à l'étude des mécanismes traceurs des courbes planes algébriques et transcendentes. Quant à la méthode utilisée, elle peut être appellée *méthode géométrique-algébrique.* Élaborée par l'auteur et exposée magistralement pendant la deuxième Conférence de la théorie des mécanismes et des machines (Moscou, 24...28 Mars 1958), elle réunit harmonieusement les avantages de la méthode de la géométrie constructive et ceux de la théorie des courbes planes algébriques et transcendentes. La bibliographie fondamentale consiste d'un nombre assez large de travaux dans ce domaine, dus aux hommes de sciences soviétiques et étrangers. On y remarque nombre d'articles de l'auteur dont il en peut être bien justement si fier. Un tel travail, où les raisons des choix faits, la filiation des mécanismes traceurs des courbes planes, les limitations d'emploi de chacun sont rationnellement justifiées, constitue tant pour la théorie quand pour la pratique, un ouvrage de fond, qui ne peut vieillir. Certes, la traduction de cet ouvrage dans d'autres langues ne se laissera pas attendre trop. *D. Mangeron*

14. АРТОБОЛЕВСКИЙ И. И., ЛЕВИТСКИЙ Н. И. и ЧЕРКУДИНОВ С. А., *Синтез плоских механизмов,* Изд. физ. — мат. лит., М., 1959 г., 1084 стр.

Uriaşele progrese ale tehnicii moderne şi îndeosebi ale tehnicii sovietice de înaltă precizie, soldată numai în aceşti din urmă doi ani cu lansarea, pentru prima oară în istoria omenirii, a celor dintîi sputnik, lunik şi planetă artificială, se bazează pe mecanizarea complexă şi pe automatizarea proceselor de producţie.

Autorii, situîndu-se pe poziţiile celor mai recente cerinţe relative la conţinutul teoriei mecanismelor şi maşinilor, reflectate în paginile revistei *Вестник Высшей Школы,* 1959, *8,* стр. 53 — 57 şi căutînd să răspundă la problema fundamentală ce se pune în faţa constructorilor chemaţi să găsească soluţii în proiectarea celor mai variate linii automate şi semiautomate, prevăzute cu dispozitive mecanice, hidraulice, electrice, cu relee etc., rezolvă în acest volum, intitulat *Sinteza mecanismelor plane,* problema de bază relativă la elaborarea metodelor de proiectare a mecanismelor maşinilor automate.

Volumul elaborat constituie o dezvoltare naturală, ţinîndu-se seamă de ansamblul rezultatelor ştiinţifice noi obţinute în toate ţările lumii în ultimii 15 ani, a monografiei *Sinteza mecanismelor,* apărută în URSS în 1944, sub semnătura acad. I. I. Artobolevski, Z. Ş. Bloh şi V. V. Dobrovolski.

Partea întîia a volumului este consacrată expunerii succinte a problemelor de structură a mecanismelor şi geometriei cinematice a lor (cap. I, II, pp. 27 ... 116).

Partea a doua a cărţii se ocupă de teoria metodelor exacte de sinteză a mecanismelor centroidale cu trei organe, precum şi a mecanismelor cu trei organe avînd o cuplă centroidală şi una de rostogolire cu alunecare. Urmează apoi şirul de probleme de sinteză a mecanismelor cu patru sau cinci organe prevăzute cu cuple centroidale şi cu cuple de rostogolire cu alunecare.

Cap. IV este consacrat unor probleme de sinteza mecanismelor cu cuple cinematice inferioare, destinate pentru reproducerea exactă a unor curbe plane, dintre care se remarcă sintezele unor serii de conicografe, a mecanismelor trasoare de curbe de ordin sau clasă superioare, precum şi de mecanisme menite a reproduce unele dependenţe funcţionale. Era firesc ca acest capitol să nu capete aici o dezvoltare pe care o merită şi care să cuprindă numeroase cercetări de seamă din ultimii ani a unuia dintre autorii cărţii, întrucît paralel cu volumul recenzat a apărut un volum, elaborat de acad. I. I. Artobolevski, consacrat în întregime acestei probleme.

Ultimele două capitole ale acestei părţi, folosind în afară de bogata literatură rusă şi sovietică, unele rezultate cristalizate în recentele cărţi ale lui H. Rothbart şi O. Lichtwitz, se ocupă de problema de sinteză a mecanismelor cu came şi a mecanismelor numite cruci de Malta.

Partea a treia a cărţii se ocupă de teoria metodelor de aproximaţie interesînd sinteza mecanismelor, strălucit inaugurate prin lucrările, astăzi clasice, ale genialului matematician şi mecanician rus P. L. Cebîşev. Cap. IX şi X, avînd la bază metodele algebrice, tratează sinteza mecanismeler de transmisie şi sinteza mecanismelor directoarei aproximative, pe cînd cap. XI...XVI fundamentează problemele de sinteză luînd ca bază geometria cinematică. Aici îşi găsesc loc şiruri de probleme de sinteză a mecanismelor avînd la bază diferite poziţii ale organelor, sinteza mecanismelor de transmisie, realizată prin metoda de interpolare sau prin metoda celei mai bune aproximaţii, precum şi sinteza mecanismelor cu opriri intermitente.

Volumul se încheie cu expunerea geometriei cinematice a poziţiilor infinit vecine ale unei figuri plane, dîndu-se o serie de indicaţii preţioase asupra folosirii metodei elaborate în sinteza mecanismelor directoare cu patru organe.

Monumentalul volum, unic prin conţinutul său, bazat pe 171 date bibliografice ale oamenilor de ştiinţă sovietici şi 114 citate de opere ale cercetătorilor de peste hotare, este deosebit de bogat în aplicaţii nemijlocite la practica industrială. Prin faptul publicării în traducere în limba rusă din limba germană, sub redacţia competentului specialist prof. dr. I. L. Gheronimus, a cărţii cunoscutului om de ştiinţă german R. Beyer, consacrată sintezei cinematice a mecanismelor şi bazelor teoriei sintezei metrice a mecanismelor plane, literatura sovietică se găseşte astăzi în domeniul teoriei mecanismelor şi maşinilor la cel mai înalt nivel din lume.

Succesele de pînă acum a colectivelor de cercetători din ţara noastră în domeniul teoriei mecanismelor şi maşinilor, remarcate în paginile recentului volum *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958 (Ред. акад. И. И. Артоболевский и к. т. н. А. П. Бессонов), consacrat rezultatelor celei de a doua Conferinţe Unionale de teoria mecanismelor şi maşinilor (Moscova, 24...28 martie 1958), datorită în bună parte materialelor înserate în cea dintîi revistă din lume destinată exclusiv acestui domeniu de seamă *Труды Семинара по теории машин и механизмов*, precum şi traducerii, în cadrul politicii revoluţionare a cărţii promovată în Republica noastră Populară, făcută la timpul său, a volumului de *Teoria mecanismelor şi maşinilor* a acad. I. I. Artobolevski, îndreptăţesc sugestia referentului de a se include în planul de tipărituri a Editurii Tehnice şi traducerea acestui volum, caracterizat, în afară de bogăţia conţinutului, printr-un izvor nesecat de teme de creaţie ştiinţifică, cu latura aplicativă nemijlocită, interesînd construcţia de maşini.

Spaţiul nu ne permite să ne oprim aici asupra metodelor şi rezultatelor de anvergură expuse în această monografie. Menţionăm doar pentru specialişti că, în afară de lucrările autorilor, s-au folosit pentru elaborarea volumului numeroase procedee de sinteza mecanismelor cuprinse îndeosebi în lucrările înserate în diferite reviste de specialitate şi menţionate în bibliografie aparţinînd lui Z. Ş. Bloh (14 lucrări), V. V. Dobrovolski (10 lucrări), H. Alt (16 lucrări), W. Lichtenheldt (9 lucrări) ş. a.

Cu toate că monografia analizată conţine expunerea metodelor de sinteză a mecanismelor *plane* s-au indicat într-o serie de cazuri modalităţile de extindere a metodelor folosite la cazul unor mecanisme spaţiale.

Menţionăm, încheind, unitatea remarcabilă a cărţii, cu toate că cap. I...VI au fost scrise de către acad. I. I. Artobolevski, cap. VII, IX, X de prof. dr. N. I. Levitski, cap. VIII, XI...XVI prof. dr. S. A. Cerkudinov, avînd la cap. VIII şi IX unele contribuţii ale prof. dr. N. V. Speranski. Această unitate se datoreşte fără îndoială grijii deosebite depusă de redactorul cărţii, prof. dr. A. E. Kobrinski şi după cum rezultă din prefaţa cărţii, unui şir de observaţii făcute cu ocazia citirii manuscrisului de către prof. dr. I. L. Gheronimus.

*

Während der vergangenen 25 Jahre hat die getriebetechnisch-kinematische Forschung und die Nutzbarmachung ihrer Ergebnisse für die Praxis einen ungeahnten Aufstieg genommen. Die Betonung und Förderung der getriebesynthetischen Verfahren ist ein kennzeichnendes Merkmal für das während dieser Zeit veröffentlichte getrieblich-kinematische Schrifttum, das vor allem in Zeitschriftenaufsätzen seinen Niederschlag gefunden hat, und zwar, speziellerweise, in der Zeitschrift *Труды Семинара по Теории машин и механизмов* (Schriftleiter Prof. Dr. I. I. Artobolewski, ordentlicher Mitglied der Akademie der Wissenschaften der Sowjet Union) und u. a. auch in der Beilage *Getriebetechnik* der Zeitschrift *Maschinenbau / Der Betrieb.*

Der. Ref gibt oben in rumänischer Sprache mehrere Einzelheiten über dieses treffliches und tadellos gestaltetes Buch, deren Übersetzung in mehrere andere Sprachen ist sehr empfehlenswert. *D. Mangeron*

15. ГЕРОНИМУС Я. Л., *Динамический синтез механизмов по методу Чебышева*, Изд. Харьковского Ун-та, 1958 г., 136 стр.

Autorul, cunoscut atît pentru valoroasele sale contribuţii originale cît şi pentru numeroase şi competente traduceri şi monografii ştiinţifice, citate adesea şi în paginile acestui Buletin, oferă acum specialiştilor o importantă sinteză ştiinţifică a lucrărilor oamenilor de ştiinţă sovietici în domeniul sintezei dinamice a mecanismelor, avînd la bază metoda marelui savant rus P. L. Cebîşev relativă la teoria constructivă a funcţiilor ce se abat cît mai puţin de la zero, încadrată într-o direcţie practică nouă, intitulată *metoda metrică aproximativă de sinteză a mecanismelor în sensul lui Cebîşev* Esenţa acestei metode constă în alegerea parametrilor mecanismului de un tip simplu dat în aşa fel ca mecanismul construit să dea o soluţie aproximativă a problemei puse care să difere cît mai puţin cu putinţă de soluţia exactă ce nu poate fi realizată prin mecanisme de tipul prescris.

Volumul este subdivizat în şapte capitole, dintre care unele pot avea nemijlocită aplicaţie în practică: I. Problema lui Cebîşev relativă la regulator aproximativ izocron; II. Alegerea contragreutăţilor în vederea celei mai bune echilibrări a mecanismelor; III. Despre funcţii ce se abat cel mai puţin de la zero; IV. Alegerea contragreutăţii de echilibrare verticală la locomotive; V. Sinteza mecanismului macaralei; VI. Sinteza dinamică a mecanismelor de ridicat; VII. Determinarea celei mai bune forme a unei contragreutăţi în rotaţie. Bibliografia: 53 titluri, dintre care 8 sînt citate din lucrările lui P. L. Cebîşev.

*

L'autore, ben noto ai specialisti tanto per la mole imponente dei suoi lavori originali quanto per le sue competenti traduzioni e le valorose monografie nel dominio della meccanica, teoria dei meccanismi e dei polinomi ortogonali [1]) espone in questo suo nuovo libro l'insieme dei lavori dovuti agli scienziati sovietici concernenti l'applicazione del metodo di Cebytcheff relativo alla sintesi dinamica dei meccanismi. Il Rif. riproduce qui sopra in lingua romena alcuni dettagli relativi al contenuto di questa opera, di notevole interesse anche per l'ingegneria applicata, basata sul metodo del geniale matematico e meccanico russo P. L. Cebytcheff, avente come punto di partenza le proprietà delle funzioni che si scostano al minimo possibile dallo zero e che consta nella determinazione dei parametri dei meccanismi di un tipo prestabilito semplice affinchè realizzi con massima approssimazione spettante al tipo scelto un movimento prescritto.

D. Mangeron

16. BEYER R., *Kinematische Getriebesynthese. Grundlagen einer quantitativen Getriebelehre ebener Getriebe*, Für den Konstrukteur, für die Vorlesung und das Selbststudium, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1953, VII + 217 S.

Numele lui R. Beyer este bine cunoscut specialiştilor noştri in domeniul sintezei mecanismelor, el fiind autor a numeroase articole precum şi al volumului *Technische Kinematik*, apărut în 1931. Interesul şi importanţa acestui volum sînt subliniate în cadrul traducerii sale în limba rusă, apărută in editura Машгиз, Kiev-Moscova, de prof. dr. I. L. Gheronimus. Volumul reflectă ansamblul cuceririlor fundamentale în domeniul sintezei mecanismelor realizate de şcoala germană. Remarcăm dintre particularităţile cărţii numeroase exemple practice relative la construcţii de mecanisme, de mare importanţă în actualele procedee de automatizare a proceselor de producţie. Aşa cum s-a mai întîmplat şi cu alte cărţi apărute în afara graniţelor URSS şi a ţărilor lagărului socialist, în ex-

---

[1]) Я. Л. Геронимус, *Очерки о работах корифеев русской механики*, ГИТТЛ, М., 1952 г., 519 стр; *Ортогональные многочлены на окружности и на отрезке*, Физматгиз, 1958 г., 240 стр.; Бейер Р., *Кинематический синтез механизмов*, Машгиз, Киев-Москва, 1959 г., 313 стр., перевод с немецкого Я. Л. Геронимуса и др.

punere şi in bibliografie (peste 200 titluri) nu se folosesc îndeajuns numeroasele cercetări elaborate de mai mulţi autori ruşi şi sovietici în acest domeniu. Astfel, de pildă, la lucrările citate în volum ale lui P. L. Cebîşev, A. P. Kotelnikov şi Z. Ş. Bloch, prof. I. L. Gheronimus a găsit util să mai menţioneze un număr de lucrări fundamentale de sinteza mecanismelor datorite acad. I. I. Artobolevski (1939 şi urm.), N. G. Bruevici (1939 ş. u.), N. I. Levitski (1946 ş. u.), V. V. Dobrovolski (1944).

O recenzie detaliată asupra acestui volum, menţionată şi în *Реферативный Журнал Механика*, 1957, *8*, p. 16, a fost inserată în *Applied Mechanics Reviews*, 1954, **7**, *5*, pp. 192...193.

*

Gli specialisti nel dominio della teoria dei meccanismi apprezzano oramai da tempo il nome del prof. R. Beyer, noto per la ricca mole di articoli e per il suo libro *Technische Kinematik*, pubblicato nel 1931. La recente pubblicazione della traduzione in russo di questo volume, eseguita a cura del l'insigne scienziato prof. dott. I. L. Gheronimus, mostra l'interesse e l'importanza accordati dal mondo scientifico ai problemi ivi esposti, che riflettono in linea di massima la portata delle scoperte nel dominio dovute alla scuola tedesca. Il Rif. sottolinea tra i numerosi meriti del libro, oltre l'oramai tradizionale forma esteriore curata dall'Editore, l'autorevole sviluppo di vari esempli di costruzione dei meccanismi di notevole importanza nei processi moderni di automazione. Il Rif. fa però l'osservazione, valida d'altronde per molti libri stampati al di là delle frontiere dell'Unione Sovietica e dei paesi che costruiscono il socialismo. Essa consta nel fatto di mancanza nell'esposizione e nella bibliografia dei citati concernenti numerosi importanti lavori relativi alla sintesi dei meccanismi dovuti agli autori sovietici, ad esempio, I. I. Artobolevski, V. V. Dobrovolski, N. G. Bruevici, N. I. Levitski ed altri. Un resoconto esteso sottolineando vari pregevoli qualità del libro si trova inserito nel *Applied Mechanics Reviews*, 1954, **7**, *5*, pp. 192...193. *Octav Munteanu*

17. BAYER R., *Kinematisch-getriebeanalytisches Praktikum*, Hand- und Übungsbuch zur Analyse ebener Getriebe, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958, VII + 172 S.

Participarea activă a autorului timp de peste 40 ani la procesul de învăţământ tehnic superior precum şi la munca nemijlocită în industria constructoare de maşini i-a permis să ofere lumii ştiinţifice în paginile acestui volum variate căi de soluţionare a numeroaselor probleme legate de analiza cinematică şi uneori şi statică şi dinamică a mecanismelor *plane*. Volumul, subdivizat în două părţi mari consacrate respectiv, prima — problemei studiului vitezelor şi a curburilor mecanismelor (pp. 1...71), a doua — problemei repartiţiei acceleraţiilor şi conţinînd în plus numeroase probleme (pp. 138...158), un apendice, bibliografie (circa 100 titluri), indice de nume şi de materii, se caracterizează prin deosebita claritate şi prin folosirea, pe lîngă o serie de metode clasice şi a unui număr de metode noi, cum este, de pildă, metoda complexă. Incontestabila utilitate a cărţii şi importanţa sa în studiul proceselor de automatizare ar fi crescut şi mai mult dacă, în afară de bogatele rezultate ale autorului însuşi (peste 20 lucrări proprii) precum şi de articole judicios prelucrate ale altor cercetători, cristalizate îndeosebi în paginile publicaţiilor VDI, în ea s-ar fi reflectat mai mult contribuţia de seamă a numeroşilor cercetători sovietici, înserată în *Труды Семинара по Теории машин и механизмов*, publicată timp de peste 20 ani, sub redacţia acad. I. I. Artobolevski, de Institutul de teoria maşinilor al Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S.

Volumul recenzat constituie fără îndoială o întregire reuşită şi indispensabilă oricărui constructor de maşini, a volumului consacrat sintezei mecanismelor şi tradus recent în limba rusă, recenzat în paginile acestui Buletin.

*

Der Entwurf von Getrieben für die viel gestaltige Formenwelt der Kraft- und Arbeitsmaschinen sowie der Feinwerktechnik usw. erfordert von dem Konstrukteur umfassende und gründliche Kenntnisse der theoretischen und angewandten Getriebelehre. Gestützt auf fast vierzigjährige Unterrichtserfahrungen und auf solche, die als Berater der Industrie, als gerichtlicher Sachverständiger und als Mitarbeiter in technischen Orga-

nisationen und Verbände gemacht wurden, will der Verfasser mit dem hier besprechenden Buch dem Konstrukteur helfend beistehen und ihm die Wege weisen, wie verschiedene kinematische, getriebestatische und getriebedynamische Probleme *ebener* Betriebe zu überwinden sind. Durch die bereits im gleichen Verlag erschienene *Kinematische Getriebesynthese* und dieses Buch wird dem Konstrukteur und dem Studierenden des Maschinenbaus ein wichtiges Hilfsmittel zur Synthese und Analyse ebener Getriebe an die Hand gegeben, das anschaulich, umfassend und leichtverständlich ist.

Die nächste Auflage des Buches wird sicher auch die wichtige Ergebnisse einer Reihe Sowjetforscher die besondersweise in *Труды Семинара по Теории машин и механизмов* inseriert worden waren, grundsätzlich beabsichtigen. Die äussere Form ist traditionell tadellos.

Corneliu Drăgan

18. SCORSCH H., *Gütebestimmung an technischen Oberflächen*, Band **I**, Wissenschaftliches Verlagsgesellschaft MBH, Stuttgart, 1958, 186 S.

Cartea tratează problema rugozităţii suprafeţelor în construcţii de maşini şi a aparaturii şi metodelor cele mai moderne de măsurare a rugozităţii.

Se prezintă o sinteză a acestei probleme, pe baza unui vast material documentar. Textul este însoţit de tabele şi figuri de sinteză cu caracter original.

Prin prezentarea sintetizată, prin modul clar şi concis de expunere, cartea ocupă un loc important în literatura tehnică de specialitate. Ea este de mare utilitate pentru institutele de cercetări şi de învăţământ şi mai ales pentru laboratoarele şi institutele de proiectări din uzinele constructoare de maşini.

Cu mult interes este aşteptată şi apariţia celui de al doilea volum.

*

Im ersten Teil des Buches stellt uns der Schriftsteller die Einsichtskriterien über Rauhtiefe der technischen Oberflächen, als auch über die Normen aus verschiedenen Ländern im Bezug auf dieses Problem dar.

In den Tafeln und in den original zusammengefassten Abbildungen wird auch der Zusammenhang zwischen den verschiedenen Kriterien dargestellt.

Im zweiten Teil des Buches wird über die Apparate und Messmethoden der Oberflächenrauhtiefe behandelt indem uns die modernsten Apparate und die neuesten Methoden angegeben werden. Zum Schluss macht der Schriftsteller einige Betrachtungen von grosser Bedeutung über den Zusammenhang zwischen Toleranz und Rauhigkeit.

Durch eine zusammengefasste Darlegung eines weiten und neuen Beweismaterials, durch die bündige und klare Art und Weise des Auslegens nimmt das Werk eine wichtige Stelle in der technischen Fachliteratur ein; es ist vom grossem Nutzen für technische Hochschulen und wissenschaftliche Forschungsinstitute, insbesondere für Laboratorien und Entwurfinstitute aus den Maschinenindustrie-Werken.

Mit vielem Interesse erwartet man das Erscheinen des zweiten Bandes.

N. Popinceanu

19. * * * *Развитие теории трения и изнашивания*, Труды Совещания АН СССР, Институт Машиноведения, (15...17 ноября 1954 г.), М., 1957 г., 231 стр.

Recenta apariţie în URSS a fundamentalelor lucrări teoretice, originale sau în traducere, legate de teoria frecării (a se vedea, de pildă, П. Пэнлеве, *Лекции о трении*, ГИТТЛ, М., 1954 г., Крагельский И. В., Щедров В. С., *Развитие науки о трении*, АН СССР, М., 1956 г.), paralel cu rezultatele cercetărilor experimentale în cadru numeroaselor institute specializate, au permis să se organizeze o succesiune de conferinţe şi consfătuiri menite să aducă un imbold puternic de noi cercetări în această problemă de seamă. Volumul referat constituie reflexul fidel al lucrărilor Conferinţei consacrată teoriei frecării şi uzurii, organizată de Institutul de Maşini al Academiei de Ştiinţe a U.R.S.S. (director acad. prof. dr. A. A. Blagonravov), în zilele de 15...17 noiembrie 1954, la Moscova.

Din seria de referate prezentate la conferinţă, deosebit de interesante în ansamblu, eferentul se mărgineşte să citeze, în corespondenţă cu interesele sale imediate, următoa-

rele: A. V. Kraghelski, *Teoria frecării uscate, starea ei actuală şi căile de dezvoltare; Tezele fundamentale ale teoriei mecano-moleculare a frecării şi uzurii*; M. M. Hruşciov, *Problemele fundamentale de dezvoltare a teoriei uzurii*; A. S. Ahmatov, *Problema frecării în stratul limită*; B. I. Kosteţki, *Problemele fundamentale de rezistenţă la uzură a organelor de maşini.*

*

Ref. gibt oben in rumänischer Sprache einige Einzelheiten über dieses Buch welches die gehaltene Vorträge und Diskussionsbeiträge während der durch d. Institut der Maschinenwesen der Akademie der Wissenschaften der U. d. S. S. R. festsetzene Tagung (die am 15...17 November 1954 in Moskau durchgeführt wurde) *Entwicklung der Theorie der Reibung und Wuches* enthält. *Toma Fărcaş*

20. ТЕРСКИХ В. П., *Метод цепных дробей*, **I**, 375 стр., **II**, 331 стр., Судпромгиз, 1955, Ленинград.

Autorul, cunoscut specialist în demeniul mecanicii liniare şi neliniare a vibraţiilor, prezintă în aceste două volume o expunere sistematică şi unitară a metodei fracţiilor continue la studiul problemelor fundamentale de oscilaţii libere şi forţate de regim permanent pentru *sisteme în lanţ* sau *în circuit.* În cadrul problemelor pentru atare sisteme, caracterizate prin faptul de a avea interacţiunile între forţe exterioare şi forţe fundamentale interioare îndreptate în direcţia de deplasare a elementelor corespunzătoare ale sistemelor şi care sînt supuse exclusiv la oscilaţii electrice sau la vibraţii longitudinale sau torsionale, pentru care se aplică metoda elaborată, citäm din cele expuse în primul volum: determinarea frecvenţelor şi formelor oscilaţiilor libere (precum şi a factorilor de amortizare în caz de prezenţă a frecării); determinarea amplitudinilor şi fazelor iniţiale a oscilaţiilor forţate într-un punct arbitrar al sistemului; influenţa parametrilor sistemului asupra mărimilor frecvenţelor oscilaţiilor libere şi asupra amplitudinilor oscilaţiilor forţate.

Metoda se aplică sistemelor menţionate liniare şi neliniare, în absenţa sau prezenţa frecării generată de oscilaţii.

Referentul, în imposibilitate de a se opri aici asupra numeroaselor rezultate de seamă, obţinute de autor şi de colaboratorii săi (cîteva părţi din textul volumelor se bazează pe o serie de lucrări a lui A. I. Cekmarev şi V. V. Egorov), supune călduros atenţiei specialiştilor din patria noastră ansamblul problemelor tratate şi eficacitatea metodei expusă.

Problemele tratate în volumul al doilea se aplică în deosebi la studiul oscilaţiilor torsionale a instalaţiilor de forţă cu motoare cu piston sau a receptoarelor de energie. Altă serie de rezultate poate fi folosită în studiul problemelor legate de oscilaţii de regim permanent în conducte de gaze şi fluide precum şi de oscilaţii corespunzătoare din cadrul unor scheme de circuite electrice.

*

Le Réf., dans l'impossibilité de reproduire ici quelques détails que ce soit concernant l'appllication de la *méthode des fractions continues*, élaborée par l'A., à l'étude des oscillations de certains *systèmes en chaîne*, donne ci-dessus nombre de renseignements relatifs aux problèmes très importants pour la technique moderne qui peuvent être traîtés avec succès en appliquant la méthode mentionnée. *Emil Gaiginschi*

21. BREBERA J., *Tabellenbuch fur Instalationslehre*, Industrie und Fachverlag, Wien-Heidelberg, 1957, 237 S.

Cartea este un preţios ajutor pentru inginerul proiectant de instalaţii, deoarece conţine toate tabelele necesare pentru dimensionarea instalaţiilor de gaz, apă, încălzire şi ventilaţie. Editura prezintă cartea în condiţii grafice foarte bune.

*

Für den Instalationsingenieur ist dieses Buch von sehr grossen Nutzen, denn es erleichtert ihm die Entwurfsarbeit. Der Verlag hat das Buch in einer sehr schönen Auflage herausgegeben. *Tudor Silion*

22. MEHMEL A., *Vorgespannter Beton. Grundlagen - Theorie - Berechnung*, Springer - Verlag, Berlin - Göttingen - Heidelberg, 1957, VIII + 131 S.

Lucrarea lui A. Mehmel, *Betonul precomprimat. Fundamente-Teorie-Calcul*, cuprinde 12 capitole în care se exprimă pe scurt principiile precomprimării. Cartea este însoţită de exemple de calcul şi diagrame, ceea ce uşurează sensibil munca de proiectare.

Datorită textului concentrat se reuşeşte ca într-un număr relativ mic de pagini să se trateze în mod clar grinzile static determinate şi nedeterminate. Ref. indică mai jos cîteva detalii relative la această carte.

*

The well known author of DIN 4227 presents an excellent work on the prestressed concrete with which the book is concerned.

The text is divided into 12 chapters. The first, in a brief introduction, deals with the basic principles of prestressed concrete, the second give a survey on physical properties of materials used for prestressing, whilst in the 3-rd and 4-th chapters, the theory of the prestressing force for simple supported and continous beams and the placing of cables are discussed. Chapter 5 relates to the friction of cables. The 6-th and 7-th chapters are devoted respectivly to the elastic and plastic deformations. The dimensions determination of the cross section and selection of prestressed reinforcement is given in the 8-th chapter, whilst the 9-th chapter deals with ultimate load theory. The shear is presented in chapter 10. The main continental anchorages are dealt with in chapter 11. The last chapter (12) is devoted to examples of practical applications.

This 12 chapters extend 130 pages and are wery well presented. The formulas developed in this text are given in a form directly applicable to the design analysis of the various structures. Some diagrams are also introduced with the aim of reducing the labour involved in designing of cross sections. Unnecessary disscutions, which often make books too voluminous, are avoided.

The author can be congratulated on producing a book which in a clearly and brief developement covers the field of prestressing. *Matei Botez*

23. DESMIREANU I., TARAPANOV M., CORLAN GR. şi MARGULIS M., *Mobilizarea rezervelor interne pentru creşterea productivităţii muncii şi reducerea preţului de cost în filaturile de bumbac*, Ed. Acad. R.P.R., 1956, 168 pp.

Lucrarea este întocmită de un colectiv de cercetători economişti din cadrul secţiei de economie industrială a Institutului de Cercetări Economice, Bucureşti.

La baza întregii lucrări stau indicaţiile Partidului Muncitoresc Romîn în această problemă care au fost exprimate atît de plastic de tovarăşul Gh. Gheorghiu-Dej[1]) „În domeniul industriei, organizaţiile de partid au sarcina de a organiza lupta pentru descoperirea şi utilizarea inepuizabilelor rezerve interne pe care le posedă industria socialistă, pentru extinderea sistematică a metodelor avansate. Trebuie combătută tendinţa manifestată de unele cadre de partid şi de stat care, în loc de a lupta pentru mărirea producţiei şi productivităţii muncii pe seama unei folosiri mai bune a resurselor interne ale întreprinderilor, cer ca statul să facă investiţii pentru construirea de noi întreprinderi".

Consecvenţi acestor indicaţii autorii s-au străduit să rezolve şi să prezinte principalele probleme ale mobilizării rezervelor interne pentru creşterea productivităţii muncii şi reducerea preţului de cost în filaturile de bumbac.

Lucrarea este împărţită în patru capitole, care se succed într-o ordine logică şi reuşeşte să stabilească o legătură organică între ele, astfel că lectura întregii lucrări dă o privire de ansamblu asupra temei tratate.

În primul capitol sînt analizate rezervele interne ale folosirii raţionale a materiei prime şi a materialelor. Se analizează just faptul că îmbunătăţirea permanentă a folosirii materiei prime în industria bumbacului trebuie să se bucure de o atenţie deosebită datorită faptului că pe această cale se poate obţine o reducere substanţială a preţului de cost.

---

[1]) Gh. Gheorghiu-Dej, Lupta de clasă, 1953, *8*, p. 16.

Autorii se ocupă de respectarea tehnologiei prescrise şi de asigurarea condiţiilor optime pentru desfăşurarea procesului tehnologic care include, bineînţeles, mai multe probleme. Prima condiţie a respectării tehnologiei indicate o reprezintă prelucrarea materiilor prime şi semifabricatelor pe maşinile cele mai potrivite în raport cu amestecul şi celelalte particularităţi ce caracterizează articolul respectiv. Respectarea tehnologiei şi asigurarea celor mai bune condiţii pentru desfăşurarea procesului de producţie, presupune, întreţinerea, repararea şi în special reglarea optimă a maşinilor în funcţie de materiile prime componente şi celelalte caracteristici ale articolelor prelucrate.

În capitolul al doilea sînt relevate în mod ştiinţific posibilităţile oferite de rezervele interne ale întreprinderii pentru folosirea cît mai eficace a capacităţii de producţie.

În capitolul al treilea sînt analizate rezervele interne ale creşterii productivităţii muncii şi utilizării fondului de salarii. Pe rînd se analizează : îmbunătăţirea organizării muncii, ridicarea calificării muncitorilor şi tehnicienilor, noua atitudine faţă de muncă, etc.

În ultimul capitol autorii se ocupă de rezolvarea problemelor privind rezervele interne ale cheltuielilor de deservire şi conducere a producţiei.

Materialul lucrării de care ne ocupăm este astfel sistematizat şi prezentat încît cu toată vastitatea subiectului autorii reuşesc să înfăţişeze în cele 170 pagini, principiile, metodele precum şi exemple concrete de analiză economică în vederea descoperirii şi folosirii rezervelor interne existente în filaturile de bumbac.

Prin modul cum sînt analizate şi tratate problemele dezbătute în lucrare, prin concluziile la care ajung, ca şi prin propunerile concrete pe care le fac pentru remedierea lipsurilor care mai există în filaturile de bumbac în ce priveşte folosirea la maximum a rezervelor interne, denotă o cunoaştere aprofundată şi o folosire judicioasă din partea autorilor, a tezelor teoretice ale economiei ramurii industriale textile.

Remarcăm faptul că prin metodele de analiză economică întrebuinţate asupra celor trei filaturi de bumbac : filatura „Dacia", filatura „7 Noiembrie" şi „I. I. B.", autorii au reuşit să descopere lipsurile care încă mai există în aceste întreprinderi şi pentru a căror remediere fac propuneri concrete. Propunerile şi recomandările de îmbunătăţire a activităţii celor trei filaturi de bumbac, aplicate creator, sînt valabile şi pentru celelalte filaturi de bumbac din ţară.

Cu tot conţinutul bogat în probleme şi cu toată principialitatea ştiinţifică, de pe poziţiile căreia se face abordarea şi rezolvarea acestora, lucrarea de care ne ocupăm are şi unele mici scăderi. Desigur se pot ivi o serie de discuţii în legătură cu faptul că în capitolul al treilea nu se tratează productivitatea anuală a muncii, iar în capitolul al patrulea se face o insuficientă analiză a rezervelor de reducere a cheltuielilor generale ale secţiilor şi a cheltuielilor generale ale întreprinderii, iar la aceasta se mai adaugă unele observaţii de detaliu în legătură cu formularea şi prezentarea unor probleme. Toate acestea desigur nu diminuează importanţa lucrării recenzate care constituie o valoroasă analiză economică a posibilităţilor pe care le oferă rezervele interne ale filaturilor de bumbac pentru creşterea productivităţii muncii şi reducerea preţului de cost.

Mărturia cea mai elocventă a succesului obţinut de colectivul care a întocmit lucrarea *Mobilizarea rezervelor interne pentru creşterea productivităţii muncii şi reducerea preţului de cost în filaturile de bumbac* a calităţilor remarcabile de care dă dovadă lucrarea recenzată în ceea ce priveşte abordarea problemelor teoretice ca şi a celor practice, concrete, o constituie conferirea premiului Academiei R.P.R., „Ion Ionescu de la Brad" din domeniul economiei, colectivului care a întocmit-o.

Mobilizarea rezervelor interne pentru creşterea productivităţii muncii şi reducerea preţului de cost în filaturile de bumbac este o lucrare utilă atît pentru economiştii specialişti în industria textilă cît şi pentru inginerii textilişti, întrucît ei găsesc adunat în această lucrare un material deosebit de preţios pe care vor avea adesea prilejul să-l folosească în activitatea lor zilnică.

*

I riff. espongono qui sopra în lingua romena con vari dettagli il contenuto del libro degli autori consacrato al problema della mobilitazione dei mezzi interni all'uopo di far accrescere la produttività del lavoro e di contribuire alla riduzione del prezzo di costo nelle filature del cotone.

D. Rusu, N. Davideanu

24. ФЕДОРОВИЧ, М. М., *Организация и планирование химического предприятия*, Госпланиздат, М., 1959 г., 548 стр.

Este primul manual apărut în domeniul organizării şi planificării producţiei întreprinderilor chimice.

La elaborarea materialului autorul a ţinut seamă de faptul că industria chimică reprezintă o totalitate de producţii diverse, care folosesc, pe lîngă metodele chimice şi alte metode de prelucrare; de asemenea autorul a ţinut seama de ultimele schimbări intervenite într-o serie de probleme organizatorice şi metodice, în domeniul organizării muncii şi a salariilor, a planificării aprovizionării şi desfacerii, etc.

Exemplele cuprinse în manual contribuie la elucidarea metodelor practice de întocmire a calculelor economice şi de plan, avînd însă un caracter strict convenţional.

Autorul face o serie de recomandări preţioase, ca de exemplu, în ceea ce priveşte metodica calculului capacităţii de producţie.

În carte nu sînt însă dezvoltate metodele matematice de planificare, indicîndu-se doar rolul lor în viitor.

Pe lîngă folosirea în scopuri didactice, acest manual este foarte util şi în munca ştiinţifică, mai ales în legătură cu cercetarea căilor pentru creşterea eficienţei economice a activităţii întreprinderilor noastre.

Cartea poate fi un preţios ajutor cadrelor didactice şi cercetătorilor de specialitate din ţara noastră, ţinînd seama de dezvoltarea deosebită a industriei chimice din R .P. R. în anii puterii populare.

*

Vorstehendes Buch ist das erste Werk das die Organisation und Planung eines chemischen Betriebes behandelt. Durch das Erscheinen dieser Arbeit wird eine Lücke auf diesem Gebiet ausgefüllt, das schon längere Zeit bestanden hat.

Die Abschnitte die in diesem Buch enthalten sind behandeln alle Probleme die auf diesem Gebiet interessieren. So werden folgende Probleme sowohl theoretisch wie auch an Hand von praktischen Beispielen behandelt, wie: die Aufgaben der Planung in einem sozialistischen Betrieb, die Produktionsprozesse und die Produktionsstruktur eines chemischen Betriebes u. a.

Durch die praktischen Beispiele die aus dem Gebiet der Chemie genommen sind, werden die allgemeinen ökonomischen Probleme viel vertieft und erhalten dadurch auch einen spezifisch chemischen Charakter.

Für die Betriebsingenieure und auch für die technischen Hochschulen die sich mit der in der Industrie angewendeten Chemie befassen ist dieses Buch von sehr grossem Interesse und sehr grosser Hilfe. *Eugen C. Popa*

25. RICHTER G., *Grundfragen der Arbeitsproduktivität und ihrer Messung (Ein Leitfaden für die Praxis)*, Verlag die Wirtschaft, Berlin, 1958, 115 S.

În lucrarea sa *Probleme de bază ale productivităţii muncii şi ale măsurării ei (un îndreptar pentru practică)* autorul, Gerhard Richter analizează problemele de bază ale productivităţii muncii, ocupîndu-se în special de aspectul practic pe care îl prezintă acest indicator în viaţa întreprinderilor productive.

În prima parte a lucrării autorul fixează noţiunile de bază pe care le va folosi în lucrare şi se ocupă de aspectele teoretice şi metodele de calcul ale productivităţii muncii. Pe baza indicaţiilor metodologice generale preconizate de autor se fac aplicaţii interesante şi utile îndeosebi pentru economiştii şi inginerii care îşi desfăşoară activitatea direct în întreprinderile productive.

Cu ajutorul metodelor de calcul şi analiză recomandate de autor, aplicate în raport cu condiţiile specifice din fiecare întreprindere, se poate cunoaşte nivelul productivităţii muncii şi mai ales posibilităţile ei de creştere în viitor.

Apreciem că autorul a reuşit să releve faptul că importanţa măsurării cît mai precise a productivităţii muncii rezultă din faptul că acest indicator condiţionează şi este condiţionat la rîndul său de ceilalţi indicatori ai activităţii economice.

Dat fiind importanţa factorilor care determină creşterea productivităţii muncii, prin faptul că afectează creşterea permanentă a acestui indicator, sîntem de părere că

autorul trebuia să-i analizeze mai amplu. De asemenea credem că analizele executate, cu titlul de exemplificare a celor relatate în capitolele anterioare, trebuiau alese aşa fel, încît să aibă o forţă mai mare de generalizare.

Cu toate rezervele critice pe care le-am exprimat, din întreaga lucrare se degajă o serie de teze şi principii bine fundamentate din punct de vedere teoretic şi în deosebi variate aplicaţii practice în legătura cu problema tratată.

Lucrarea *Problemele de bază ale productivităţii muncii şi ale măsurării ei*, prin felul în care rezolvă tema propusă, credem că va fi consultată cu interes şi folos de economiştii şi inginerii care lucrează în cadrul întreprinderilor productive, fiindu-le un preţios îndreptar pentru practică.

*

В работе Г. Рихтера, *Основные вопросы производительности труда и ее измерения*, рассматриваются основные вопросы производительности труда, особое внимание уделяется её практической стороне.

Работа представляет интерес для экономистов и инженеров, работающих в производственных предприятиях. *D. Rusu, N. Davideanu*

26. *** *Grundriss der Volkswirtschaftsplanung*, Verlag Wirtschaft, Berlin, 1957, 328 S.

În literatura de specialitate şi în deosebi în cea din domeniul planificării economiei naţionale există multe lucrări, în original sau în traduceri, romîneşti sau străine, care tratează cu multă competenţă şi autoritate diverse aspecte ale planificării.

Lipsa unei lucrări care să înfăţişeze în mod unitar aspectele atît de variate, vaste şi complexe, a acestor probleme era mult simţită.

Apariţia în anul 1957 a lucrării *Grundriss der Volkswirtschaftsplanung* în editura economică, Berlin, completează acest gol.

Lucrarea este elaborată de un colectiv de autori, specialişti în problemele planificării economiei naţionale, sub conducerea şi îndrumarea profesorilor dr. Johann Rudolph şi dr. Gerd Friedrich, de la Institutul de planificarea economiei naţionale, a Şcolii superioare de economie din Berlin, cu valorosul concurs al profesorului sovietic N. I. Vinogradov, candidat în ştiinţele economice. Autorii reuşesc să sintetizeze conţinutul variatelor probleme ale planificării economiei naţionale, să pătrundă în structura lor evolutivă şi să evidenţieze aspectele cele mai esenţiale ale acestora.

În prima parte lucrarea cuprinde probleme generale şi metodologice ca: principiile, metodele, formele de organizare şi conducere ale planificării economiei naţionale, etc., tratate în 5 capitole (136 pp.).

În continuare sînt tratate probleme care prin natura şi conţinutul lor exprimă însăşi specificul material al planificării economiei naţionale, ca:

1. Planurile analitice ale ramurilor încadrate în sfera producţiei materiale şi anume: planul de producţie al industriei, planul de producţie al construcţiilor, planul de producţie al agriculturii, planul silviculturii, planul economiei apelor, planul transporturilor şi telecomunicaţiilor, tratate în 6 capitole (140 pp).

2. Planurile sintetice, desprinse din sfera reproducţiei socialiste lărgite, în care se tratează:

a) Numai un aspect al reproducţiei, legat în deosebi de sfera producţiei materiale, concretizat în: planul de dezvoltare şi introducere a tehnicii noi, planul de investiţii, planul aprovizionării materiale, planul forţelor de muncă, tratate în 4 capitole (123 pp.).

b) Numai un aspect al reproducţiei, legat în deosebi de sfera activităţilor materiale şi populaţie, concretizat în: planul comerţului interior şi al comerţului exterior, planul alimentaţiei publice, planul culturii şi măsurilor sociale, cuprinse în 3 capitole (67 pp.).

c) Toate aspectele reproducţiei, legate atît de sfera producţiei materiale, a activităţilor nemateriale şi populaţie, concretizate în planul preţului de cost, planul preţurilor, planul financiar, planul repartiţiei regionale a producţiei şi de dezvoltare a economiei teritoriale, balanţa de plan a economiei naţionale, cuprinse în 5 capitole (123 pp.).

Din conţinutul problemelor tratate în cadrul fiecărui capitol se pot desprinde două particularităţi deosebite:

Prima particularitate poate fi considerată formală, în sensul că se referă la modul de prezentare a problemelor, pentru care s-a folosit o structură aproape similară, în majoritatea capitolelor de plan, ca: importanţa şi sarcinile capitolului respectiv, secţiunile şi indicatorii principali ai acestuia, fundamentarea sau motivarea capitolului respectiv, organizarea şi elaborarea acestuia, etc.

Structura similară de prezentare a problemelor decurge din însăşi caracteristica esenţială a lucrării, adică din legătura unitară dintre capitole, care la rîndul lor nu exprimă decît aprofundarea variatelor aspecte ale economiei naţionale, privite prin structura aceloraşi elemente.

Acest fapt impune cu necesitate cea de-a doua particularitate, ce se referă la conţinutul fiecărui capitol în parte, la specificul material al problemelor, specific exprimat în complexul de legături, din a căror concretizare rezultă înseşi părţile componente ale planului economiei naţionale.

De cea de-a doua particularitate sînt legate volumul şi întinderea conţinutului problemelor tratate în cadrul fiecărui capitol pe de o parte şi a fiecărui capitol în ansamblul lucrării pe de altă parte. Sub acest aspect ponderea fiecărei probleme sau fiecărui capitol este just proporţionată în raport cu întinderea şi importanţa ei în cadrul economiei naţionale.

Dacă la acestea se mai adaugă prezentarea clară şi concisă a problemelor, bazată pe o analiză bogată şi documentată, desprinsă din însăşi realitatea vieţii economice, sîntem îndreptăţiţi a aprecia că lucrarea şi-a atins scopul şi răspunde în totul multiplelor necesităţi ridicate de practica construirii socialismului.

*

Le Réf. donne ci-dessus nombre de détails concernant ce livre consacré à l'étude des problèmes de la planification posés par la pratique de la construction du socialisme.

I. Burduja

27. ЧУГАЙ А., САВРАНЧУК П. и БАБЕНКО Н., *Экономика камышитового производства,* Изд. АН Каз. ССР, Алма-Ата, 1958 г., 210 стр.

Lucrarea cercetează una din problemele tehnice economice deosebit de importante şi actuale şi anume aceea privitoare la materialele de construcţii provenite din stuf şi trestie, precum şi modul lor de folosire în industria construcţiilor. Lucrarea cuprinde trei părţi. În prima parte se analizează aspectul economic al aprovizionării în care materia primă de bază provine din trestie şi stuf, materie primă folosită în producţia materialelor de construcţie şi la fabricarea hîrtiei. Partea a doua se ocupă cu studiul problemei construcţiilor din trestie şi stuf precum şi cu problema economiilor ce se realizează în deosebi la noile tipuri de construcţie. Partea a treia cercetează aspectul tehnico-economic al folosirii acestor materiale în diverse construcţii. În fiecare parte se examinează posibilităţile şi măsura în care plata muncii şi preţul de cost al construcţiilor şi a materialelor propuse prin folosirea stufului şi al trestiei se îmbunătăţesc.

*

Реф. дает выше некоторые детали касающиеся содержания этой интересной для экономики РНР книги.

I. Burduja

28. СУЛЕЙМАНОВ Ш., *Некоторые вопросы экономики хлопковых совхозов Голодной степи,* Изд. САГУ, Ташкент, 1957 г., 78 стр.

Lucrarea prezintă în prima parte o schiţă istorico-economică a dezvoltării culturilor de bumbac în principalele sovhozuri din Kazahstan şi Uzbekistan.

În continuare se analizează caracterul îmbunătăţirilor aduse culturilor de bumbac în cel mai mare sovhoz din stepa Fiămîndă, ale cărui rezultate se compară cu a altor sovhozuri din republicile amintite. Din această analiză se scot în evidenţă în deosebi aspectele economice ale culturilor ca rezultat al activităţii sovhozurilor. Astfel de aspecte sînt reflectate în conţinutul complex şi variat al principalilor indicatori calitativi economici.

Le Ref. indique ci-dessus quelques détails, concernant cette intéressante monographie dont le sujet se refère aux problèmes économiques des sovkhozes cotonniers de la steppe „Golodnaja". *I. Burduja*

29. ROZMARIN GH., MIHĂILESCU S., *Dicţionar tehno-chimic ruso-romîn*, Litografia Învăţămîntului, Iaşi, 1957.

Dicţionarul, avînd un caracter monotehnic pronunţat, răspunde după părerea noastră, unei necesităţi de mult resimţite, fiind util atît prin noutatea temei, cît şi prin abordarea unor domenii foarte variate ale tehnologiei chimice ca : industria chimică de bază (acizi, baze, săruri), industria produselor organice, fabricaţia celulozei, hîrtiei şi fibrelor artificiale, industria de pielărie, etc.

Sînt de remarcat o seamă de lipsuri care afectează într-o anumită măsură valoarea lucrării. Structura dicţionarului nu este prea comodă (de pildă, gruparea compuşilor minerali pe cuiburi de cuvinte), în special pentru faptul că posibilităţile litografice nu permit diferenţierea cuvintelor ruseşti de cele romîneşti. Ar fi fost mai nimerită prezentarea acestor cuvinte sub formă izolată, ceea ce ar fi uşurat sensibil modul de folosire.

S-au strecurat o serie de noţiuni definite eronat, ca de exemplu : funingine fără fum (p. 31), pînză de hîrtie (p. 35), capacitate de umiditate şi lărgire spontană (p. 41), pulbere de lemn (p. 69), aparat de împachetat sacii (p. 131), a opări (p. 197), uscăciune (p. 263). Într-o serie de cazuri se dau denumiri chimice fără a le însoţi cu formule sau se omit denumirile acizilor percloric şi periodic ; la acestea se adaugă unele inconsecvenţe în aranjarea alfabetică a termenilor şi alegerea nepotrivită a ordinei în privinţa vocalelor *e*-*ë*. Menţionăm, ca o lipsă generală, faptul că la sfîrşit nu s-a prezentat un index alfabetic al termenilor romîneşti folosiţi, ceea ce ar fi mărit considerabil utilitatea lucrării. Credem că printr-o restructurare corespunzătoare şi în condiţii de tipar potrivite aceste lipsuri vor fi eliminate.

Dicţionarul tehno-chimic ruso-romîn, fiind prima lucrare cu caracter monotehnic apărută în ţara noastră, reprezintă un auxiliar preţios în munca de documentare a inginerilor şi tehnicienilor din industria chimică.

*

Предлагаемый вниманию читателей, впервые издаваемый в Румынии, *Русско-румынский техно-химический словарь* отвечает давно ощущаемой необходимости ; поэтому появление словаря оказалось вполне своевременным.

К недостаткам данной работы относятся, с нашей точки зрения, гнездовая группировка названий неорганических соединений, что создает некоторое затруднение при пользовании, недостаточная строгость в определении ряда терминов и непрактичное распределение слов в отношении гласных *е*-*ё*. Некоторое разочарование вызывает и то, что авторы не вместили в конце книги алфавитного перечня румынских терминов, использованных в словаре.

Однако, несмотря на указанные недостатки, *Русско-румынский техно-химический словарь* содержащий интересный и подчас малоизвестный материал, является в целом ценным пособием для химиков, желающих читать непосредственно химическую литературу на русском языке. *Emanuel Poppel*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul V (IX)

FASC. 3 – 4

1959

BUDAPESTI MŰSZAKI KÖZPONTI 1848 KÖNYVTÁR

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ATANASIU D., prof. FĂRCAȘ TOMA, conf. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R. P. R., prof. ONU C., prof. RUSU D.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL V (IX), fasc. 3—4 1959

SUMAR

	Pag.
EDITORIALE	XV
KING LAI HIONG, Asupra limitării unei funcţii meromorfe care admite valori excepţionale *B*	1
V. A. ZMOROVICI, Asupra criteriului lui V. P. Ermakov de convergenţă şi divergenţă a seriilor numerice cu termeni pozitivi	5
GERHARD MILTZLAFF, Asupra unei clase de ecuaţii diferenţiale neliniare de primul ordin şi asupra rezolvării lor printr-o integrală generală	9
V. LAKSHMIKANTH, Asupra legăturilor asimptotice între soluţiile sistemelor diferenţiale	21
B. VISWANATHAM, Asupra prelungirii soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale neliniare	25
F. BAGEMIHL, G. PIRANIAN şi G. S. YOUNG, Intersecţia şirurilor acumulate	29
AL. CLIMESCU, O definiţie a funcţiunilor trigonometrice	35
L. E. KRIVOŞEIN, Rezolvarea aproximativă a unor ecuaţii integro-diferenţiale liniare	39
GR. C. MOISIL, Asupra omomorfismului schemelor cu contacte şi relee	51
JEAN KUNTZMANN şi NOËL GASTINEL, Structura organigramelor	57
R. SAUER, Calculul numeric în cadrul utilizării maşinilor matematice electronice	65
V. S. NOVOSELOV, Studiul stabilităţii rostogolirii unui vehicul reactiv monorail	69
O. BOTTEMA, Asupra stabilizării echilibrului prin rotaţie	75
I. F. SAFRONOV, Asupra stabilităţii plăcilor cu variaţia rigidităţii în trepte	79

Pag.

I. N. SLEZINGER, Asupra teoremelor variaţionale din teoria neliniară a elasticităţii 83

VASCO RONCHI, Telescopul măreşte sau apropie? 87

L. G. BERG şi E. E. SIDOROVA, Determinarea conductibilităţii termice prin metoda termografică şi aplicarea ei în analiza fizico-chimică 95

GH. BURLACU, OLIMPIA BOŢ şi CORNELIA IOAN, Reducerea azotiţilor de cupru pe picătura de mercur 103

LIVIA IFRIM şi M. DIMA, Studii asupra turbei din zăcămintele Dersca-Dorohoi şi Răchiteni-Roman 113

SIMION SAVENCU, GH. MOROI, STELIANA SILVIAN, AURORA BORDEA, MARIANA ANGHELESCU şi MARIA ROZMARIN, Valorificarea prin distilare a turbei din Poiana Stampei . 127

I. CURIEVICI şi ADOLF HAIMOVICI, Elemente metodologice pentru calculul bilanţului de materiale în tehnologia chimică . . 133

IULIU VOICU şi RADU BĂDESCU, Studiul matematic al zaharificării continue a amidonului 143

M. MARINESCU şi FLORIN VĂLU, Transmisia căldurii în cazul amestecării lichidelor cu agitator de tip ancoră, în vase încălzite prin manta 149

CRISTOFOR SIMIONESCU, Consideraţii privitoare la inhibarea procesului de dezvoltare a tumorilor vegetale provocate de *Bacterium Tumefaciens* 155

GH. ALEXA, GH. BURGHELEA şi LIVIU SIRETEANU, Consideraţiuni asupra extracţiei sulfitice a lemnului de stejar . . . 165

GH. ROZMARIN, Nomenclatura chimică rusă (III) 177

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER, O limită superioară a inducţiei electrice şi magnetice în medii cu ereditate electromagnetică 195

V. PETRESCU, N. BABEI, M. ANTONIU şi VITALIE VASILACHE, Permitivitatea şi pierderile dielectrice la unele substanţe polare sub influenţa unui cîmp electric continuu . . . 199

GH. SAVIN, SVETLANA DUMITRESCU, N. REUS şi V. PETRESCU, Asupra proprietăţilor magnetice ale păturilor groase de nichel depuse electrolitic în cîmpul magnetic 205

V. CORLĂŢEANU, IOSIF BERGMAN şi P. LEONTE, Consideraţii asupra măririi puterii motoarelor asincrone 209

AL. POEATĂ, Linii cu faze scindate din conductoare de oţel . . 225

I. L. GHERONIMUS, Asupra unor metode de construcţie a curbelor şi punctelor lui Burmester (I) 237

Pag.

D. MANGERON şi CORNELIU DRĂGAN, Aplicarea teoriei acceleraţiilor reduse la studiul mecanismelor spaţiale 255

A. T. GAZAROV, Sinteza mecanismelor cu unghiuri de transmisie optime 265

A. I. SOLOVIEV, Noi modificări relative la mecanisme diferenţiale închise 277

N. I. POPINCEANU, SIMION MOLDOVEANU şi DRAGOŞ ŞERBAN, Consideraţiuni asupra capacităţii dinamice de încărcare a rulmenţilor 281

VITALIE BELOUS, Relaţiile analitice pentru calculul rezistenţei medii totale la deplasare pe roţi de abatere, pentru lanţuri dispuse în plan vertical, a transportoarelor cu plăci 289

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ şi EMIL ANDREI, Consideraţiuni asupra procesului de cementare în medii solide 293

P. A. ŞELEST, Calculul compresorului unui generator de gaz fără arbore 299

TEODOR CÂMPAN şi IUSTIN BENDESCU, Determinarea conductivităţii termice şi a căldurii specifice a solurilor agricole în funcţie de umiditatea lor 305

M. HANGAN, Asupra distribuţiei eforturilor interioare la sporuri de sarcină, a pieselor solicitate la compresiune excentrică . . 313

ANTON ŞESAN, Forma analitică a metodei Cross 323

ANTON ŞESAN şi I. DUMITRESCU, Asupra capacităţii portante a unor grinzi metalice 327

ANTON ŞESAN, Unele generalizări ale metodei Krîlov referitoare la deformaţia grinzilor drepte 335

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN RADU, Studiu privind proiectarea funcţională a locuinţelor şi soluţii economice pentru pereţii la construcţii din oraşul Iaşi 343

ANATOLIE MIHUL şi SILVIA PĂUN, Experimentarea grinzilor cu zăbrele alcătuite din elemente din beton armat prefabricat, asamblate prin precomprimare, după mai multe direcţii, de la podul Roman 351

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, ANATOLIE MIHUL, ELISABETA PĂUNEL şi ARIADNA BOGHIAN, Studiul andezitelor de la Dornişoara şi Dorna-Burcut 365

TUDOR SILION, Contribuţii la studiul problemei coordonării proceselor de lucru la lanţurile neritmice 379

N. IRIMICIUC şi FILIP REICHER, Asupra ecuaţiilor de mişcare a suveicii prin rost 383

IOSIF IONESCU-MUSCEL, V. HANGANU, I. VLAD, EMILIA VLAD, SEMERAD RĂDULESCU şi BENONE COMAN, Fibrograful universal 391

Pag.

V. N. ȚVETKOV, Calculul sarcinilor din îmbinările elementelor părții de jos a încălțămintei 397

D. RUSU, Însemnări la o jumătate de mileniu din istoria contabilității . 403

I. HĂLĂLĂU, Studiu privind îmbunătățirea salarizării la întreprinderea „Țesătura"-Iași 411

D. RUSU, Contribuții la metodologia calculului prețului de cost în industrie 419

RECENZII 431

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том V (IX), выпуск 3—4 1959 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ОТ РЕДАКЦИИ	XV
КИН-ЛАЙ ХЬОНГ, Об ограниченности мероморфных функций допускающих исключительные значения B	1
В. А. ЗМОРОВИЧ, О признаке В. П. Ермакова сходимости и расходимости знакоположительных числовых рядов	5
ГЕРГАРД МИЛЬЦЛАФФ, Об одном классе нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка и их решений при помощи общего интеграла	9
В. ЛЕКШМИКАНТ, Об асимптотических зависимостях между решениями дифференциальных систем	21
Б. ВИСВАНАТАМ, О продолжении решений нелинейных дифференциальных уравнений	25
Ф. БЕЙДЖМИЛ, Г. ПИРАНЬЯН и Г. С. ЙЮНГ, Пересечение аккумулированных рядов.	29
АЛ. КЛИМЕСКУ, Одно определение тригонометрических функций. .	35
Л. Е. КРИВОШЕЙН, Приближенное решение некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений	39
ГР. К. МОЙСИЛ, О гомоморфизме схем с контактами и реле . .	51
ЖАН КЮНЦМАН и НОЕЛЬ ГАСТИНЕЛЬ, Структуры ограниграмм .	57
Р. ЗАУЕР, Вычислительная математика при электронных математических автоматах	65
В. С. НОВОСЕЛОВ, Исследование устойчивости качения одноколесного реактивного экипажа.	69
О. БОТТЕМА, О стабилизации равновесия вращением . . .	75
Ю. В. САФРОНОВ, Об устойчивости пластинки со ступенчато меняющейся жесткостью	79

Стр.

И. Н. СЛЕЗИНГЕР, О вариационных теоремах нелинейной упругости . 83

ВАСКО РОНКИ, Телескоп увеличивает или приближает? . . 87

Л. Г. БЕРГ и Е. Е. СИДОРОВА, Определение температуропроводности термографическим методом и ее применение в физико-химическом анализе 95

Г. БУРЛАКУ, ОЛИМПИЯ БОЦ и КОРНЕЛИЯ ИОАН, Восстановление азотистокислых солей меди на каплях ртути . . . 103

ЛИВИЯ ИФРИМ и М. ДИМА, Исследование торфяных залежей северной Молдовы 113

СИМИОН САВЕНКУ, Г. МОРОЙ, СТЕЛИАНА СИЛЬВИАН, АУРОРА БОРДЯ, МАРИАНА АНГЕЛЕСКУ и МАРИЯ РОЗМАРИН, Рациональное использование торфа из Пояна Стампей дистилляционным методом 127

И. КУРЬЕВИЧ и АДОЛЬФ ХАЙМОВИЧ, Методологические элементы для расчёта материального баланса в химической технологии. 133

ЮЛИУ ВОЙКУ и РАДУ БЭДЕСКУ, Математическое изучение непрерывного превращения крахмала в сахар 143

М. МАРИНЕСКУ и ФЛОРИН ВЭЛУ, Передача тепла при смеси жидкостей якорной мешалкой в реципиенте с двойными стенками . 149

КРИСТОФОР СИМИОНЕСКУ, К вопросу о подавлении процесса развития растительных опухолей, вызванных *Bacterium Tumefaciens* 155

Г. АЛЕКСА, Г. БУРГЕЛЯ и ЛИВИУ СИРЕТЯНУ, К вопросу о получении сульфитного экстракта из древесины дуба . . . 165

Г. РОЗМАРИН, Русская химическая номенклатура (III) . . . 177

ГУГО РОСМАН и АЛЬФРЕД БРАЙЕР, Верхняя граница электрической и магнитной индукции в среде обладающей свойствами последействия 195

В. ПЕТРЕСКУ, Н. БАБЕЙ, М. АНТОНИУ и ВИТАЛИЕ ВАСИЛАКЕ, Электрическая проницаемость и диэлектрические потери у некоторых полюсных веществ под влиянием постоянного электрического поля 199

Г. САВИН, СВЕТЛАНА ДУМИТРЕСКУ, Н. РЕУС и В. ПЕТРЕСКУ, О магнитных свойствах толстых никелевых слоев отложенных электролитическим путём в магнитном поле . . . 205

В. КОРЛЭЦЯНУ, ИОСИФ БЕРГМАН и П. ЛЕОНТЕ, Соображения в связи с повышением мощности асинхронных двигателей . 209

АЛ. ПОЯТЭ, Линии с расщепленными фазами из стальных проводов . 225

Стр.

Я. Л. ГЕРОНИМУС, О некоторых методах построения кривых и точек Бурместера (I) 237

Д. МАНЖЕРОН и КОРНЕЛИУ ДРЭГАН, Применение теории приведенных ускорений к кинематике пространственных механизмов. 255

А. Т. ГАЗАРОВ, О синтезе механизмов с наивыгоднейшими углами передачи. 265

А. И. СОЛОВЬЕВ, Новые модификации замкнутых дифференциальных механизмов 277

Н. И. ПОПИНЧЯНУ, СИМИОН МОЛДОВЯНУ и ДРАГОШ ШЕРБАН, Относительно динамической работоспособности шариковых подшипников 281

ВИТАЛИЕ БЕЛОУС, Аналитические уравнения средней величины общего сопротивления движению по блокам вертикально-замкнутых конвейеров 289

ТОМА ФЭРКАШ, ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, Г. АИЛИНКЭЙ, К. ЧОКИНЭ и ЭМИЛ АНДРЕЙ, О процессе цементирования твердыми карбюризаторами 293

П. А. ШЕЛЕСТ, Расчёт компрессора безвального генератора газов . 299

ТЕОДОР КЫМПАН и ИУСТИН БЕНДЕСКУ, Определение теплопроводности и специфической теплоты пахотной земли в зависимости от ее влажности 305

М. ХАНГАН, Распределение внутренних напряжений во время сверхнагрузок у деталей при эксцентрическом сжатии . . . 313

АНТОН ШЕСАН, Аналитическая форма метода Кросса . . . 323

АНТОН ШЕСАН и И. ДУМИТРЕСКУ, О несущей способности металлических балок 327

АНТОН ШЕСАН, Некоторые обобщения метода Крылова для изгиба прямолинейных стержней 335

ВИРДЖИЛ ФОКША и АДРИАН РАДУ, Исследования по функциональному проектированию жилищных домов и экономические выводы для кладки стен в Ясском строительстве . . . 343

АНАТОЛИЕ МИХУЛ и СИЛЬВИЯ ПЭУН, Испытания решетчатой фермы из сборных элементов, соединенных предварительным напряжением по многим направлениям, моста через реку Молдова в г. Роман 351

АЛ. КЕЛЭРЕСКУ, ОРЕСТ НИКИТА, АНАТОЛИЕ МИХУЛ, ЕЛИСАБЕТА ПЭУНЕЛ и АРИАДНА БОГЯН, Изучение андезитов из Дорнишоара и Дорна-Буркут 365

ТУДОР СИЛИОН, К задаче координирования рабочих процессов неритмичным потоком 379

Стр.

Н. ИРИМИЧУК и ФИЛИП РЕЙХЕР, Об уравнении движения челнока в зеве ткацкого станка 383

ИОСИФ ИОНЕСКУ-МУСЧЕЛ, В. ВЛАД, ЭМИЛИЯ ВЛАД, СЕМЕРАД РЭДУЛЕСКУ и БЕНОНЕ КОМАН, Универсальный фиброграф. 391

В. Н. ЦВЕТКОВ, Расчёт нагрузок в соединениях элементов обуви . 397

Д. РУСУ, Очерк по истории пятисотлетней бухгалтерии . . . 403

И. ХЭЛЭЛЭУ, Исследование возможностей повышение зарплаты в Ясской фабрике „Цесэтура“ 411

Д. РУСУ, Методология вычисления себестоимости в промышленности . 419

РЕЦЕНЗИИ 431

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. V (IX), Fasc. 3—4 1959

CONTENTS

	Pag.
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT	XV
KING-LAI HIONG, On the limitation of a meromorphic function admitting exceptional values B.	1
V. A. ZMOROVITCH, Sur le critère de V. P. Ermakoff de convergence et divergence des séries à termes positifs	5
GERHARD MILTZLAFF, Über eine Klasse von nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung und ihre Lösung durch allgemeine Integrale	9
V. LAKSHMIKANTH, On the asymptotic connections between the solutions of the differential systems	21
B. VISWANATHAM, On the continuation of solutions of nonlinear differential equations	25
F. BAGEMIHL, G. PIRANIAN and G. S. YOUNG, Intersections of cluster sets.	29
AL. CLIMESCU, Une définition des fonctions trigonométriques . .	35
L. E. KRIVOCHÉINE, Sur la résolution approximative de certaines équations intégro-différentielles linéaires	39
GR. C. MOISIL, Sur l'homomorphisme des schémas à contacts et relais .	51
JEAN KUNTZMANN et NOËL GASTINEL, Structure des organigrammes	57
R. SAUER, Numerische Mathematik beim Einsatz von Rechenautomaten .	65
V. S. NOVOSELOV, Stability rolling investigation of a single wheeled reactive carriage	69
O. BOTTEMA, On the stabilization of an equilibrium by rotation . .	75
Y. F. SAFRONOV, About the stability of the plates with the stepped-changing rigidity	79

Pag.

I. N. SLESINGER, About the variational theorems of the nonlinear theory of elasticity 83

VASCO RONCHI, Does the telescope enlarge or approach? . . 87

L. G. BERG and E. E. SIDOROVA, Temperature conductivity determination by using the method of the differential thermal analysis with applications 95

GH. BURLACU, OLIMPIA BOŢ et CORNELIA IOAN, La réduction des nitrites de cuivre sur la goutte de mercure . . . 103

LIVIA IFRIM et M. DIMA, Études concernant les gisements de tourbe de Dersca-Dorohoi et Răchiteni-Roman 113

SIMION SAVENCU, GH. MOROI, STELIANA SILVIAN, AURORA BORDEA, MARIANA ANGHELESCU et MARIA ROZMARIN, La valorification par distillation de la tourbe de Poiana Stampei 127

I. CURIEVICI et ADOLF HAIMOVICI, Éléments méthodologiques pour le calcul du bilan des matériaux dans la technologie chimique . 133

IULIU VOICU et RADU BĂDESCU, Étude mathématique de la saccharification continue de l'amidon 143

M. MARINESCU et FLORIN VĂLU, Transmission de la chaleur dans le cas du mélange des liquides avec un agitateur en forme d'ancre dans des récipients à parois doubles. 149

CRISTOFOR SIMIONESCU, Über die Inhibition des Entwicklungprozesses der Pflanzentumoren, durch *Bacterium Tumefaciens* hervorgerufen 155

GH. ALEXA, GH. BURGHELEA et LIVIU SIRETEANU, Considérations sur l'extraction sulfitique du bois de chêne 165

GH. ROZMARIN, Die russische chemische Nomenklatur (III) . . 177

HUGO ROSMAN et ALFRED BRAIER, Une limite supérieure de l'induction électrique et magnétique dans un milieu à hérédité électromagnétique. 195

V. PETRESCU, N. BABEI, M. ANTONIU et VITALIE VASILACHE, La permittivité et les pertes diélectriques chez quelques substances polaires, sous l'influence d'un champ électrique continu . 199

GH. SAVIN, SVETLANA DUMITRESCU, N. REUS et V. PETRESCU, Sur les propriétés magnétiques des couches épaisses de nickel déposées par voie électrolytique sous l'action d'un champ magnétique 205

V. CORLĂŢEANU, IOSIF BERGMAN und P. LEONTE, Betrachtungen zur Leistungsvergrösserung von Asynchronmotoren . . 209

AL. POEATĂ, Lignes à conducteurs d'acier à phases scindées . . 225

Y. L. GUERONIMUS, On some methods of construction of Burmester curves and points (I) 237

Pag.

D. MANGERON and CORNELIU DRĂGAN, Application of the reduced accelerations theory for analyzing motion properties of special mechanisms 255

A. T. GAZAROFF, Synthèse des mécanismes aux angles de transmission optimes. 265

A. I. SOLOVIEV, New modifications of the closed differential mechanisms 277

N. I. POPINCEANU, SIMION MOLDOVEANU und DRAGOŞ ŞERBAN, Betrachtungen über die dynamische Tragfähigkeit der Wälzlager 281

VITALIE BELOUS, Relations analytiques pour le calcul de la résistence moyenne totale au déplacement sur les poulies à chaînes des convoyeurs dont les chaînes de traction sont disposées dans un plan vertical 289

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ ed EMIL ANDREI, Sul processo di cementazione in un ambiente solido 293

P. A. CHÉLESTE, Calcul du compresseur d'un générateur de gaz sans arbre 299

TEODOR CÂMPAN und IUSTIN BENDESCU, Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit und der spezifischen Wärme verschiedener Sorten von Pflanzenerde in Abhängigkeit von der Feuchtigkeit . 305

M. HANGAN, Sur la distribution des efforts intérieurs pendant les surcharges des pièces sollicitées par une compression excentrique . 313

ANTON ŞESAN, La forme analytique de la méthode Cross . . . 323

ANTON ŞESAN et I. DUMITRESCU, Sur la capacité portante de certaines poutres métalliques 327

ANTON ŞESAN, Some generalities of the Krylov method referring to straight beams deformations 335

VIRGIL FOCŞA et ADRIAN RADU, Contributions à l'élaboration des projets fonctionnels des habitations et à l'établissement des solutions économiques pour Jassy concernant la construction des parois des bâtiments 343

ANATOLIE MIHUL et SILVIA PĂUN, Essais des poutres en treillis du pont de Roman, constituées de pièces préfabriquées, assemblées par précontrainte dans plusieurs directions . . . 351

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, ANATOLIE MIHUL, ELISABETA PĂUNEL et ARIADNA BOGHIAN, Étude des andésites de Dornişoara et Dorna-Burcut. 365

TUDOR SILION, Beitrag zum Problem der Synchronisierung der Arbeitsprozesse beim unrytmischen Taktverfahren 379

N. IRIMICIUC und FILIP REICHER, Untersuchung der Bewegung des Schützens durch das Fach des Webstuhls . . . 383

Pag.

IOSIF IONESCU-MUSCEL, V. HANGANU, I. VLAD, EMILIA VLAD, SEMERAD RĂDULESCU and BENONE COMAN, The universal fibrograph 391

V. N. TZVETKOV, Calculation of loads in joins of elements of footwear bottom. 397

D. RUSU, Cenni sulla storia della contabilità all'occasione del suo quinto centenario 403

I. HĂLĂLĂU, Étude concernant l'amélioration des salaires auprès de l'entreprise „Ţesătura" à Jassy 411

D. RUSU, Sopra la metodologia del calcolo del prezzo di costo nell'industria 419

BOOKS REVIEWS 431

F 1812

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul V (IX)

FASC. 3 – 4

1959

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

REDACŢIONALE [1)] ОТ РЕДАКЦИИ [2)]

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENT [3)]

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia *Buletinului Institutului Politehnic din Iaşi.*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией *Известий Ясского Политехнического Института.*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytehnic Institute of Jassy.*

САПА В. А., ЖАРОВ А. М., (Казахский Гос. Университет им. С. М. Кирова, Алма-Ата, СССР), *К вопросу о движении точки переменной массы под действием центральной силы.*

САПА В. А., (Казахский Гос. Университет им. С. М. Кирова, Алма-Ата, СССР), *Несколько случаев прямолинейного движения точки переменной массы в среде с сопротивлением и трением.*

PŮST L., (Czechoslovak Academy of Sciences, Prague), *Motion of a particle in the centrally symmetrical nonlinear field.*

СОЛОВЬЕВ А. И., (Таганрогский Радиотехнический Институт, СССР), *Элементарный синтез простейших измерительных и счётно-решающих механизмов.*

ДЬЯЧЕНКО М. Ф., (Ростовский-на-Дону Инженерно-строительный Институт, СССР), *О двухгрупповом уравнении по способу условных наблюдений триангуляции с измеренныи направлениями.*

ПРОСИН А. В., (Академия Наук, Москва, СССР), *О расчёте перекрестных шумов при дальном тропосферном распространении УКВ.*

ПОНОМАРЕВ К. К., (Москва, СССР), *Расчёт неразрезных балок матричным методом.*

STANIŠIĆ M., (The Purdue University, Lafayette, Indiana, USA), *On the acceleration potential function for non-steady motion of a delta-wing in supersonic flight.*

БЕРГ Л. Г. и БУРМИСТРОВА Н. П., (Казанский Гос. Университет им. В. И. Ульянова-Ленина, СССР), *К вопросу о так называемых твердофазных реакциях.*

---

1) Listele cărţilor şi noilor articole originale primite la redacţia *Buletinului Institutului Politehnic din Iaşi*, precum şi noile serii de recenzii vor fi publicate în fasciculele imediat următoare ale revistei.

2) Список книг и новых оригинальных статей поступивших в редакцию *Известий Ясского Политехнического Института,* а также и рецензии на полученные книги будут помещены в следующем выпуске нашего журнала.

3) List of books and original articles just received by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy* as well as a new series of book reviews wil be published in the next issues of our periodical.

КРИВОШЕИН Л. Е., (Киргизский Гос. Университет, Фрунзе, СССР) и МАНЖЕРОН Д., *Приближенное решение некоторых линейных интегро-дифференциальных уравнений.*

ПЕТРОВ Е. С., (Сибирское Отделение АН СССР, Новосибирск, СССР), *О взаимодействии нитратов щелочных металлов с окисью алюминия.*

VOLTERRA E., (The University of Texas, Austin, USA), *A note on the lowest natural frequency of elastic arcs.*

АРТОБОЛЕВСКИЙ И. И., (АН СССР, Москва, СССР), *К вопросу об исследовании сложных кинематических цепей.*

ЛУРЬЕ А. И., (Ленинградский Политехнический Институт им. М. И. Калинина, СССР), *О реакциях связей в механических системах.*

BABISTER A. W., (The Glasgow University, England), *Response of linear systems with time-dependent coefficients.*

VOLMER J., (Hochschule für Maschinenbau, Karl-Marx-Stadt, DDR), *Sonderfälle der Alt schen* R_M*-Kurve.*

МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А. и ЛЫКОВА О. Б., (АН УССР, Киев, СССР), *К вопросу о периодических решениях системы нелинейных дифференциальных уравнений с недифференцируемыми правыми частями.*

КНИГИНА Г. И., (Новосибирский Инженерно-строительный Институт им. В. В. Куйбышева, СССР), *Химическая стойкость строительных материалов из горелых пород.*

DÉLERUE P., (Faculté des Sciences, Lille, France) et LAVOINE J., (Centre National de Recherches Scientifiques, Paris, France), *Sur une généralisation du calcul symbolique à l'aide des distributions.*

БЕЛЕЦКИЙ В. Я., (Одесский Технологический Институт им. И. В. Сталина, СССР), *Аналитический метод определения основных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем.*

KANE T. R., SHORE S., (The University of Pennsylvania, USA), *A generalized principle of virtual work.*

CHATTARJI P. P., DUTT S. B., (Calcutta Technical School, India), *Stress distribution around two rigid circular inclusions in an infinite elastic plate under generalised plane shear.*

BUILDER G., (The University of Sydney, Australia), *Superluminal propagation and relativity theory.*

BEGGS J. S., (University of California, Los Angeles, USA), *The screw matrix.*

КУЧИН В. Д., (Институт Атомной Физики, Томск, СССР), *Об исследовании механизма взаимодействия ионизирующих излучений с веществом (ионными кристаллами и полимерами).*

КЕЛЬЗОН А. С., (Ленинградское Высшее Морское Училище им. адм. С. О. Макарова, СССР), *Исследование влияния вязкого трения на колебания и устойчивость жесткого ротора, вращающегося в шарнирной и упругой опорах.*

WACK B., (Université de Grenoble, France), *Étude de la butée d'un écran plan contre un massif cohérent, par la théorie des caractéristiques.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4. 1959

517.53

ON THE LIMITATION OF A MEROMORPHIC FUNCTION ADMITTING EXCEPTIONAL VALUES *B*

BY
KING-LAI HIONG

1. According to a previous definition [1] we call *exceptional value* B for a function $f(z)$ meromorphic in the unit-circle, a value a such that

$$\overline{\lim_{r\to 1}}\{N(r, a)/\log[1/(1-r)]\} < \infty .$$

In an other paper to appear soon, we have given some theorems concerning the limitation of meromorphic functions in connexion with the theory of deficiencies. Here we consider the case of functions which admits exceptional values B, and we obtain a theorem of same type by a different method. The limitation found in the last theorem is more precise and is comparable to that in the well known Schottky's theorem relative to a function holomorphe in the unit-circle.

In the following we shall need a Lemma that we previously [2] have proved; it is under a simpler form than the Bureau's and with little modification can be so stated:

Lemma. *Let* $U(r)$ *be a positive function nondecreasing for* $0 < r < 1$ *and which tends to the infinity as* $r \to 1$, *and let* $a(r)$ *be a function positive and finite for the same interval. If,* b *and* c *being two numerical constants at least equal to* 1, *the inequality*

$$U(r) < a(r) + b\log[1/(R-r)] + c\log^{+} U(R) \tag{1}$$

holds for $0 \leqslant r_0 \leqslant r < R < 1$, *then we have for* $r \leqslant r_0$

$$U(r) < (3c+2)\,a(r) + c(b+c+2) + 2b\log[2/(1-r)]. \tag{2}$$

2. We now come to the Theorem that we will prove.

Theorem. *Let* $f(x)$ *be a function meromorphic in the unit circle, which has only* q *poles* b_ν, $(\nu = 1, \ldots, q)$; *suppose that it admits* 0 *and* 1 *as exceptional values* B *so that for* $0 \leqslant \delta_0 \leqslant r < 1$

$$N(r, 0) \leqslant \lambda_0 \log[1/(1-r)] \text{ and } N(r, 1) < \lambda_1 \log[1/(1-r)], \tag{3}$$

λ_0 *and* λ_1 *being finite constants. Then if* $f(0) \neq 0, \infty$ *and if* d *denotes a positive number* $\leqslant |b_1|$, *the inequality*

$$\log|f(z)| < \{H[\overset{+}{\log}|f(0)| + q\log(1/d) + \log(1/\delta_0)] + \\ + K\log[2/(1-r)]\}/(1-r) + q\log(1/h) \tag{4}$$

holds for every point z *situated on the circle* $z \leqslant r$ *and outside at most* q *circles, the sum of whose radii is at most equal to* 2eh. H *and* K *denote two numerical constants.*

Apply to $f(z)$ the fundamental theorem of R. Nevanlinna [3] with the following inequality [4]

$$T(r) < N(r,\infty) + N(r,0) + N(r,1) - N_1(r) + S(r), \tag{5}$$

where, supposing $f(0) \neq 0, \infty$,

$$S(r) = 42 + 2\overset{+}{\log}|f(0)| + \log|1/f'(0)| + 2\log(1/\varrho) + 4\log(\varrho/r) + \\ + 6\log[1/(\varrho-r)] + 8\overset{+}{\log}T(\varrho,f),$$

for $r < \varrho$. In vertue of the hypothesis we have thus the inequality

$$T(r) < p\log(1/d) + (\lambda_0+\lambda_1)\log[1/(1-r)] + 42 + 2\overset{+}{\log}|f(0)| + \\ + \log|1/f'(0)| + 6\log(1/r) + 6\log[1/(\varrho-r)] + 8\overset{+}{\log}T(\varrho).$$

Putting $\omega_0 = 42 + q\log(1/d) + 2\overset{+}{\log}|f(0)|$, and $\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 + 6$, it writes

$$T(r) < \omega_0 + 6\log(1/r) + \log|1/f'(0)| + \lambda\log[1/(\varrho-r)] + 8\overset{+}{\log}T(\varrho). \tag{6}$$

According to the Lemma, we deduce from (6)

$$T(r) < 26[\omega_0 + 6\log(1/r) + \log|1/f'(0)|] + 8(\lambda+10) + 2\lambda\log[2/(1-r)]. \tag{7}$$

Now the Poisson-Jensen's formula gives for $r < t < 1$

$$\log|f(re^{i\varphi}| < \frac{t+r}{t-r}m(t,f) + \sum_{|b_\nu|<t}\log\left|\frac{t-\bar{b}_\nu z}{t(z-b_\nu)}\right|, \tag{8}$$

apply this inequality to our function and take for $m(r,f)$ the bound of $T(r)$ given by (7). Putting further $t = r + (1-r)/2$, we find then for any point z such that $|z| \leqslant r$

$$\log|f(z)| < 4\{26[\omega_0 + 6\log(1/r) + \log|1/f'(0)|] + \\ + 8(\lambda+10) + 2\lambda\log[4/(1-r)]\}/(1-r) + \sum_{|b_\nu|<t}\log|2/(z-b_\nu)|. \tag{9}$$

By means of a known theorem of H. Cartan, we can obtain an upper bound for the last term and (9) may be written under the form

$$\log|f(z)| < 4\{26[\omega_0 + 6\log(1/r) + \log|1/f'(0)|] + \\ + 8(\lambda+10) + 2\lambda\log[4/(1-r)]\}/(1-r) + q\log(1/h), \tag{10}$$

which is true for any point z situated on the circle $|z| \leqslant 1$ and outside at most q circles the sum of whose radii is at most equal to $2eh$.

Now eliminate the initial value $f'(0)$. If $|f'(0)| \leqslant 1$, the elimination is immediate and we have an inequality which enters into (4).

Consider now the contrary case. On the circumference $|z| = r$ we take a point $\zeta = re^{i\alpha}$, such that $\log |f(\zeta)| \geqslant m(r, f)$. Then we construct a simple path Γ by segments of radial stright lines and arcs of circumferences of center O to join O to the point ζ, and we choose the segments and the arcs in order that there is no pole of $f(z)$ on Γ and the distance from any point of Γ to the pole b_1 is $\geqslant d$ and furthermore the sum of the arcs does not exceed π.

If $|f'(z)| \leqslant 1$ for any point of Γ, then by integrating f' along Γ from 0 to ζ, we have

$$|f(\zeta)| < |f(0)| + \int_{\Gamma} |(f(z)|\,|dz| < |f(0)| + \pi + 1\,,$$

and from this result we deduce

$$m\,r, f) < \overset{+}{\log} |f(0)| + \log 2(\pi + 1). \tag{11}$$

Apply then the inequality (8); putting $t = r + (1-r)/2$ and limiting the last term by means of Cartan's theorem, we obtain

$$\log |f(re^{i\alpha})| < 4[\overset{+}{\log} |f(0)| + \log 2(\pi + 1)]/(1 - r) + q \log (2/h) \tag{12}$$

which also goes into the inequality (4).

In the case which is still not yet examined, we can find on Γ a point $z_1 = r_1 e^{i\varphi_1}$ such that $|f'(z_1)| = 1$ and $|f'(z)| \leqslant 1$ for $0 \leqslant |z| < |z_1|$. Then let us set $z = z_1 + (1 - r_1)Z$ and

$$F(Z) = f[z_1 + (1 - r_1)Z]\,. \tag{13}$$

When r varies from r_1 to 1, the point Z describes the unit circle. We can show that the result (9) is applicable to F, for that it is sufficient to prove that F admits also t as exceptional value B. Denoting by R the module of the point Z, which corresponds to $r = |z|$, we have obviously $N[R, 1/(F - 1)] \leqslant N[r, 1/(f - 1)]$ and hence

$$\overline{\lim_{R \to 1}} \{N[R, 1/(F-1)]/\log [1/(1 - R)]\} \leqslant \overline{\lim_{r \to 1}} (N[r, 1/(f-1)]/\log \{[1 - o(1)]/(1-r)\}).$$

Since the second member is bounded, the first is *a fortiori* bounded, therefore there exists a number $\lambda' \leqslant \lambda_1$ in order to have $N(R, 1) \leqslant \lambda' \log [1/(1-R)]$. Now observe that $F(0) = f(z_1)$, $|F'(0)| = (1-r)|f'(z_1)| = 1 - r_1$ and that for the first pole B_1 of F, we have

$$|B_1| = |b_1 - z_1|/(1 - r_1) > d.$$

Hence, by applying (9)

$$\log |F(Z)| < 4\{26[42 + q \log (1/d) + 6 \log (1/\delta_0) + 2 \overset{+}{\log} |f(z_1)|] +$$
$$+ \log [1/(1-r_1)] + \delta_0(\lambda + 10) + 2\lambda \log [4/(1 - R)]\}/(1 - r) + q \log (2/h)\,.$$

It may be still put in the form

$$\log |F(Z)| < \{H[q \log (1/d) + \log (1/\delta_0) + \overset{+}{\log} |f(z_1)|] +$$
$$+ 26 \log [1/(1 - r_1)] + 2\lambda \log [4/(1-R)]\}/(1-R) + q \log (1/h)\,, \tag{14}$$

It is easy to see that denoting by $\Subset$ the point of Z-plane corresponding to ζ of z-plane, we have $|\Subset| < |\zeta|$. Hence

$$\log|f(\zeta)| < \{H[q\log(1/d) + \log(1/\delta_0) + \overset{+}{\log}|f(z_1)|] + K\log[2/(1-r)]\}/(1-r) + q\log(2/h). \tag{15}$$

Now, by integrating f' along Γ from 0 to z_1, we find

$$\log|f(z_1)| < \overset{+}{\log}|f(0)| + \log 2(\pi+1)$$

and by the hypothesis on the point ζ, it follows from (15) that

$$\log|f(z)| < \{H[q\log(1/d) + \log(1/\delta_0) + \overset{+}{\log}|f(0)|] + K\log[2/(1-r)]\}/(1-r) + q\log(1/h) \tag{16}$$

for z on the circle $|z| \leqslant r$, $(r < 1)$, except in at most q circles the sum of whose radii is at most equal to $2eh$.

Then, the theorem is proved in every case.

3. Instead of $N(r, a)$, we can consider $\overline{N}(r, a)$, and find a result with more precision by observing that (5) can be written under the form

$$T(r) < \overline{N}(r, \infty) + \overline{N}(r, 0) + \overline{N}(r, 1) + S(r).$$

Received the 24 XI 1959

Academia Sinica, Peking, P. R. China

REFERENCES

1. Hiong K. L., Ann. Ec. Norm., 3-e série, 1955, **LXII**, 2, pp. 165-197.
2. — Bull. Sc. Math., 2-e série, 1935, **LXVII**, pp. 1-7.
3. Nevanlinna R., *Le théorème de Picard-Borel*, collect. Borel, Paris, 1929.
4 Hiong K. L., *Sur les fonctions méromorphes et les fonctions algébroïdes*, Memor. Sci. Math., 1957, fasc. **CXXXIX**, p. 4.

ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ ДОПУСКАЮЩИХ ИСКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ *B*

(Резюме)

Автор доказывает теорему относящуюся к ограниченности в единичном кру мероморфных функций допускающих исключительные значения в [1]. Результат сов падает по точности с известной теоремой Шоттки относящейся к голоморфнымг функциям.

ASUPRA LIMITĂRII UNEI FUNCŢII MEROMORFE CARE ADMITE VALORI EXCEPŢIONALE *B*

(Rezumat)

Autorul, considerînd funcţii meromorfe care admit valori excepţionale B [1], stabileşte o teoremă relativă la limitarea unor astfel de funcţii într-un cerc de rază 1. Se obţin astfel pe altă cale o serie de rezultate similare cu cele stabilite pe baza teoriei deficienţelor într-o lucrare în curs de apariţie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

517.53

О ПРИЗНАКЕ В. П. ЕРМАКОВА СХОДИМОСТИ И РАСХОДИМОСТИ ЗНАКОПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ ЧИСЛОВЫХ РЯДОВ

В. А. ЗМОРОВИЧ

1. Одним из наиболее замечательных признаков сходимости и расходимости знакоположительных числовых рядов является признак В. П. Ермакова [1], который в последние годы получил новое освещение в работах [2] и [3]. В первой из этих работ, принадлежащей А. Островскому (Базель), доказана теорема (см. ниже), устанавливающая условия применимости этого признака к знакоположительным рядам, порождаемым произвольной однозначной положительной суммируемой на $[1;+\infty)$ функцией $f(x)$, для которой величина $1/f(x)$ ограничена на каждом конечном интервале из $[1;+\infty)$. При доказательстве этой теоремы применен довольно тонкий анализ, в основе которого лежит построение некоторого решения функционального уравнения Абеля $\varphi(\vartheta(x))=\varphi(x)+1$, где $\vartheta(x)$ заданная функция класса (E) (см. ниже).

В настоящей заметке весьма простым методом доказывается теорема, существенно дополняющая в некоторых отношениях теорему А. Островского.

2. Условимся называть функцией класса (ΠO) каждую однозначную положительную на $[1;+\infty)$ функцию $f(x)$, которая вместе с функцией $1/f(x)$ ограничены на каждом конечном интервале из $[1;+\infty)$. Условимся, далее, называть функцией класса (ΠC) каждую однозначную положительную суммируемую на $[1;+\infty)$ функцию $f(x)$, для которой $1/f(x)$ ограничена на каждом конечном интервале из $[1;+\infty)$. Будем также говорить, что некоторое обстоятельство справедливо почти сразу на $[1;+\infty)$, если оно справедливо на $[c;+\infty)$, где c-некоторое число $\geqslant 1$. Наконец, условимся называть функцией класса (E) каждую однозначную на $[1;+\infty)$ функцию $\vartheta(x)$, которая почти сразу там положительна, обладает положительной непрерывной производной и удовлетворяет неравенству $\vartheta(x)>x$. Справедлива.

Теорема (В. П. Ермаков). *Если* $f(x)\in(\Pi C)$ *и* $\theta(x)\in(E)$, *причем почти сразу на* $[1;+\infty)$ *выполняется неравенство*

$$f(\vartheta(x))\,\vartheta'(x)\leqslant af(x), \tag{1}$$

где $0 < a < 1$, *то несобственный интеграл* $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ *сходится*; *если же*

почти сразу на $[1;+\infty)$ *выполняется неравенство*

$$f(\vartheta(x))\,\vartheta'(x) \geqslant h f(x), \tag{2}$$

где $h \geqslant 1$, *то вышеуказанный интеграл расходится.*

Рассматривая одновременно с интегралом ряд

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} f(\nu), \tag{3}$$

уже нельзя утверждать, что он сходится при (1) и расходится при (2), если не делать никаких добавочных предположений относительно $f(x)$ или $\vartheta(x)$. Справедлива такая

Теорема (А. Островский [2]). *Пусть* $f(x) \in (ПС)$ *и* $\theta(x) \in (E)$, *причем* $\theta(x)$ *удовлетворяет одному из таких двух условий*: 1) $\theta'(x)$ *почти сразу не убывает на* $[1;+\infty)$ *и* $\theta'(x) \geqslant 1$; 2) $\theta'(x)$ *почти сразу не возрастает на* $[1;+\infty)$. *Тогда при выполнении* (1) *ряд* (3) *сходится, а при выполнении* (2) *— расходится.*

Легко видеть, что в условиях теоремы А. Островского, функция $\vartheta'(x)$ при $x \to +\infty$ стремится к конечному или бесконечному пределу и при том почти сразу монотонно на $[1;+\infty)$. Возникает вопрос, насколько существенны условия монотонности для $\vartheta'(x)$ и $\vartheta(x) \geqslant 1$? Следующая теорема принадлежит автору.

Теорема. *Пусть* $f(x) \in (ПО)$ *и* $\theta(x) \in (E)$, *причем* $\theta'(x) \to P$ *при* $x \to +\infty$, *где* $1 \leqslant P < +\infty$. *Тогда при выполнении* (1) *ряд* (3) *сходится, а при выполнении* (2) *с* $h > 1$ *— расходится.*

Доказательство. Предположим, что в условиях теоремы справедливо (1) при $x \geqslant x_0 \geqslant 1$. Пусть число $a \geqslant x_0$ выбрано так, что при $x \geqslant a$ выполняются неравенства

$$P(1-\varepsilon) \leqslant \vartheta'(x) \leqslant P(1+\varepsilon), \tag{4}$$

где $\varepsilon > 0$ и удовлетворяет условию

$$0 < \alpha(1+\varepsilon) / (1-\varepsilon) < 1. \tag{5}$$

Тогда из (1) при $x \geqslant a$ следует $f(\vartheta(x)) \leqslant \{\alpha / [P(1-\varepsilon)]\} f(x)$, откуда

$$f(\vartheta_n(x)) \leqslant \{\alpha / [P(1-\varepsilon)]\}^n f(x), \tag{6}$$

где

$$\vartheta_0(x) = x, \qquad \vartheta_n(x) = \vartheta(\vartheta_{n-1}(x)), \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{7}$$

Из (6), вводя обозначения $M_n = \sup f(x)$, $(\vartheta_n(a) \leqslant x \leqslant \vartheta_{n+1}(a))$, $(n = 0,1,2,\ldots)$, получаем

$$M_n \leqslant \{\alpha / [P(1-\varepsilon)]\}^n M_0, \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots). \tag{8}$$

С другой стороны, обозначая через N_n число точек с целочисленными абсциссами на полусегменте $[\vartheta_n(a)\,;\,\vartheta_{n+1}(a)]$, $(n=0,1,2,\ldots)$, мы, очевидно имеем $N_n \leqslant \vartheta_{n+1}(a) - \vartheta_n(a)$. Но $\vartheta_{n+1}(a) - \vartheta_n(a) = [\vartheta(a) - a]\,\vartheta'_n(c)$, где $a < c < \vartheta(a)$, а потому, на основании (4) и (7), получаем

$$N_n \leqslant [P(1+\varepsilon)]^n \cdot [\vartheta(a) - a]. \tag{9}$$

Так как $\sum\limits_{\nu \geq a} f(\nu) \leqslant \sum\limits_{n=0}^{\infty} M_n N_n$, то из (8), (9) и (5) следует сходимость ряда (3). Предположим теперь, что выполняется (2) с $h > 1$ при $x \geqslant x_0 \geqslant 1$. Выберем такое $a \geqslant x_0$, чтобы выполнялось (4), где $\varepsilon > 0$ и такое, что

$$h(1-\varepsilon)/(1+\varepsilon) > 1. \tag{10}$$

Тогда из (2) следует $f(\vartheta(x)) \geqslant \{h/[P(1+\varepsilon)]\} f(x)$, $(a \leqslant x \leqslant \vartheta(a))$, откуда

$$f(\vartheta_n(x)) \geqslant \{h/[P(1+\varepsilon)]\}^n f(x). \tag{11}$$

Обозначая $m_n = \inf f(x)$, $(\vartheta_n(a) \leqslant x \leqslant \vartheta_{n+1}(a))$, $(n=0,1,2,\ldots)$, имеем из (11)

$$m_n \geqslant \{h/[P(1+\varepsilon)]\}^n m_0, \tag{12}$$

причем $m_0 > 0$, поскольку $f(x) \in (\Pi O)$. Легко видеть, что N_n либо равно 0, либо больше чем

$$\frac{1}{2}[\vartheta_{n+1}(a) - \vartheta_n(a)] \geqslant \frac{1}{2}[P(1-\varepsilon)]^n [\vartheta(a) - a].$$

Поэтому

$$\sum_{\nu \geq a} f(\nu) > \frac{1}{2} m_0 [\vartheta(a) - a] \sum_{j=1}^{\infty} \left(h \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^{n_j}, \tag{13}$$

где $N_{n_j} \neq 0$, $(j = 1, 2, 3, \ldots)$. Поскольку номеров n_j, для которых $N_{n_j} \neq 0$, существует, очевидно, бесконечно много, то ввиду (13) и (10) ряд (3) расходится. Теорема доказана.

Примечание. Если предположить, что почти сразу на $[1\,;+\infty)$ выполняется неравенство

$$0 < l \leqslant \vartheta'(x) \leqslant L, \tag{14}$$

где, очевидно, $L > 1$, то легко убедиться, просматривая вышеприведенное доказательство, что заключение теоремы остается в силе, если $\alpha L / l < 1$ и $hl/L > 1$.

Эти условия наверное выполняются, если функция $\vartheta(x)$ класса (E), такова что вместо (1) и (2) имеют силу равенства

(15) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(\vartheta(x))\vartheta'(x)]/f(x)=0$ и (16) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(\vartheta(x))\vartheta'(x)]/f(x)=+\infty$.

Из работы [3] автора настоящей заметки следует, что если функция $f(x)$ класса $(ПО)$ почти сразу непрерывна на $[1;+\infty)$, то при сходимости интеграла $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ в классе (E) существуют функции $\vartheta(x)$, удовлетворяющие (15), а при расходимости этого интеграла—удовлетворяющие (16).

Пользуясь такими функциями, видим, что условие (14) достаточно для справедливости теоремы.

Поступила 24 XII 1958 г.

Киевский Политехнический Институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Ермаков В. П., Мат. Сб., 1872, **6**.
2. Ostrovski A., Enseign. math., 1956, **1**, *4*, pp. 224-257.
3. Зморович В. А., Изв. высших учебн. зав., Мат., 1958, *1* (2), стр. 60-79.

SUR LE CRITÈRE DE V. P. ERMAKOFF DE CONVERGENCE ET DIVERGENCE DES SÉRIES À TERMES POSITIFS

(Résumé)

L'Auteur démontre un théorème qui complète d'une manière essentielle d'un certain point de vue le théorème bien connu de A. Ostrovski [2], [3], relatif aux conditions d'applicabilité du critère de V. P. Ermakoff [1] aux séries à termes positifs, générées par une fonction $f(x)$ arbitraire, uniforme, positive et sommable dans $[1;+\infty)$ et telle que $1/f(x)$ est borné dans chaque intervalle fini appartenant à $[1;+\infty)$.

ASUPRA CRITERIULUI LUI V. P. ERMAKOV DE CONVERGENŢĂ ŞI DIVERGENŢĂ A SERIILOR NUMERICE CU TERMENI POZITIVI

(Rezumat)

Autorul demonstrează o teoremă care constituie o completare esenţială a unei cunoscute teoreme a lui A. Ostrovski [2], [3], relativă la remarcabilul criteriu al lui V. P. Ermakov de convergenţă şi divergenţă a seriilor cu termeni pozitivi.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

517.945

ÜBER EINE KLASSE VON NICHTLINEAREN DIFFERENTIALGLEICHUNGEN ERSTER ORDNUNG UND IHRE LÖSUNG DURCH ALLGEMEINE INTEGRALE

VON
GERHARD MILTZLAFF

§ 1. Gegenstand der Untersuchung

In den Anwendungen der Mathematik, insbesondere auch in der Physik, nehmen nichtlineare Differentialgleichungen einen grossen Problemkreis ein. Doch sind allgemeine Integrale für solche Differentialgleichungen meist nicht bekannt, auch nur wenig über allgemeinere Lösungsverfahren.

Das hier entwickelte Lösungsverfahren hat einen grossen Vorteil gegenüber allen anderen Lösungsverfahren, da es explizit das allgemeine Integral ermittelt.

Die Lösung oder das allgemeine Integral einer partiellen Differentialgleichung erster Ordnung wird von V. G. Imschenetzky [1], [2], wie folgt definiert [1]):

Unter dem allgemeinen Integral einer partiellen Differentialgleichung erster Ordnung versteht man eine Gleichung zwischen den unabhängigen Variablen $x_1, \ldots, x_n$ *und der abhängigen Variablen* z *mit folgender Eigenschaft: Betrachtet man einerseits die Integralgleichung darin alle die Ableitungen nach den* $x_1, \ldots, x_n$ *bis zur ersten Ordnung, und andererseits die Differentialgleichung darin alle ihre Ableitungen nach den* $x_1, \ldots, x_n$ *bis zur ersten Ordnung einschliesslich, dann sollen für die Integralgleichung mit den unabhängigen Variablen* $x_1, \ldots, x_n$ *und der gesuchten Funktion* z *sowie den ersten Ableitungen dieser Funktion nach den* $x_1, \ldots, x_n$ *dieselben Relationen und nur diese erfüllt sein, wie die, durch die Differentialgleichung zu genügen sind.*

Es soll in der vorliegenden Arbeit gezeigt werden, dass es zu einer Klasse von nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung bei einer Verallgemeinerung der ihnen zugeordneten charakteristischen Differentialgleichungen, ein allgemeines Integral im eben definierten Sinne gibt.

§ 2. Eine Verallgemeinerung der charakteristischen Differentialgleichungen

A. Cauchy [3], [4] hat es gezeigt dass es zur Integration einer Differentialgleichung mit n unabhängigen Variablen $x_1, \ldots, x_n$ der Form

$$f\left(x_1, \ldots, x_n; z; \frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_n}\right) = 0 \tag{2.1}$$

ausreicht, ihre gleichwertigen simultanen quasilinearen Differentialgleichungen zu integrieren.

---

[1]) Diese Definition lässt sich ganz analog auf Systeme von Differentialgleichungen höherer Ordnung übertragen.

Hieran anschliessend wird ein Satz für nichtlineare Differentialgleichungen bewiesen einen verallgemeinerten Typ von charakteristischen Differentialgleichungen, die der Differentialgleichung (2.1) zugeordnet sind, herzuleiten.

Satz 1. *Der allgemeinen (impliziten) nichtlinearen Differentialgleichung erster Ordnung,*

$$f\left(x_1, \ldots, x_n; z; \frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_n}\right) = 0, \tag{2.1}$$

wobei f *eine in einem Gebiet* G *definierte, nach den unabhängigen Variablen* $x_1, \ldots, x_n$ *einmal stetig differenzierbare, nach der abhängigen Variablen* z *und deren Ableitungen, die selbst in* G *einmal stetig differenzierbar und unabhängig voneinander sind, einmal stetig differenzierbare Funktion ist, ist gleichwertig* n *quasilinearen Differentialgleichungen erster Ordnung für die* x_k, $(k = 1, \ldots, n)$, *von der Form*

$$\frac{\partial f}{\partial p_k} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial z} p_j \frac{\partial x_k}{\partial p_j} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial p_j} = 0. \tag{2.2}$$

Beweis. Zur Abkürzung für die Ableitungen setzen wir

$$\frac{\partial z}{\partial x_i} = p_i, \qquad (i = 1, \ldots, n). \tag{2.3}$$

Da die Ableitungen (2.3) nach Voraussetzung einmal stetig differenzierbare und voneinander unabhängige Funktionen sind, gilt

$$\frac{\partial p_i}{\partial x_j} = \frac{\partial p_j}{\partial x_i}, \qquad (i, j = 1, \ldots, n). \tag{2.4}$$

Die unabhängige Variable z und ihre Ableitungen p_i sind in (2.1) Funktionen der x_j, $(j = 1, \ldots, n)$, d. h. für die Integration, das z und die p_i in Abhängigkeit von den x_j zu bestimmen sind.

Wird (2.1) nach den x_j differenziert, so erhält man

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial z} p_j + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial p_i}{\partial x_j} = 0, \qquad (j = 1, \ldots, n), \tag{2.5}$$

wegen (2.1)[2] ist z durch die p_i bestimmt. Gesucht sind also die p_i als Funktionen der x_j. Um hier keinen Widerspruch zu erhalten, müssen die Relationen (2.4) erfüllt werden.

Die p_i genügen den Differentialgleichungen (2.5), was ein Vorteil gegenüber (2.1) ist, da diese nur linear in den Differentialquotienten $\partial p_j / \partial x_j$ eingehen. Ihr Nachteil liegt darin, dass die Gleichungen (2.5) in nicht einsichtiger Weise gekoppelt sind, und die p_i und z beliebig in den Ableitungen $\partial f / \partial z$ und $\partial f / \partial p_i$ vorkommen.

Da die p_i voneinander unabhängig sind, können wir die Unabhängigkeit der Variablen x_j den abgeleiteten abhängigen Variablen p_i zuordnen, d. h. die x_j sind jetzt als Funktionen der p_i aufzufassen.

Damit und der Voraussetzung, dass die p_i unabhängig voneinander sind, sind auch die zugehörigen Funktionaldeterminanten ungleich Null, d. h.

$$D_1 = \frac{\partial (x_1, \ldots, x_n)}{\partial (p_1, \ldots, p_n)} \neq 0 \tag{2.6}$$

---

[2] Da (2.1) eine funktionale Bestimmungsgleichung ist.

sowie

$$D_2 = \frac{\partial (p_1, \ldots, p_n)}{\partial (x_1, \ldots, x_n)} \neq 0 . \tag{2.7}$$

Die zu $\partial x_i / \partial p_k$ gehörige Adjunkte von D_1 nennen wir D_{1ik}. Dann gilt

$$D_1 \frac{\partial p_i}{\partial x_j} = D_{1ji} . \tag{2.8}$$

Mit (2.4) gilt weiter

$$D_{1ij} = D_{1ji} \tag{2.9}$$

und in (2.5) berücksichtigt man

$$D_1 \frac{\partial f}{\partial x_j} + D_1 \frac{\partial f}{\partial z} p_j + \sum_{i=1}^{n} D_{1ji} \frac{\partial f}{\partial p_i} = 0 . \tag{2.10}$$

Wird jetzt (2.10) mit $\partial x_j / \partial p_k$ multipliziert und über j summiert, so gilt

$$\sum_{j=1}^{n} D_1 \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial p_k} + \sum_{j=1}^{n} D_1 \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial p_k} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} D_{1ji} \frac{\partial f}{\partial p_i} \cdot \frac{\partial x_j}{\partial p_k} = 0 \tag{2.11}$$

oder mit (2.8)

$$D_1 \left\{ \sum_{j=1}^{n} \left[\frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial z} p_j \right] \frac{\partial x_j}{\partial p_k} + \frac{\partial f}{\partial p_k} \right\} = 0 . \tag{2.12}$$

Die zu $\partial p_j / \partial x_l$ gehörige Adjunkte von D_2 nennen wir D_{2jl}.

Entsprechend (2.8) gilt

$$D_2 \frac{\partial x_i}{\partial p_k} = D_{2ki} . \tag{2.13}$$

Entwickeln wir nach Unterdeterminanten [5], so folgt

$$\sum_{i=1}^{n} D_{2il} \frac{\partial p_i}{\partial x_k} = D_2 \, \delta_{kl} = \sum_{i=1}^{n} D_{2li} \frac{\partial p_k}{\partial x_i} . \tag{2.14}$$

Erfüllt (2.14) die Relation (2.4), dann folgt

$$\sum_{i=1}^{n} [D_{2il} - D_{2li}] \frac{\partial p_i}{\partial x_k} = 0 . \tag{2.15}$$

Für festes l und $D_2 \neq 0$ gilt

$$D_{2il} = D_{2li} . \tag{2.16}$$

Wegen (2.13) ist auch gleichzeitig gezeigt, dass (2.9) erfüllt ist und die Umkehrung von (2.4) gilt, d.h.

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = \frac{\partial x_k}{\partial p_i}, \quad (i, k = 1, \ldots, n) . \tag{2.17}$$

Unter Berücksichtigung von (2.17) und dass die Funktionaldeterminante $D_1 \neq 0$ ist, folgt aus (2.12)

$$\frac{\partial f}{\partial p_k} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial z} p_j \frac{\partial x_k}{\partial p_j} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial x_k}{\partial x_j} = 0 . \tag{2.2}$$

Das sind n quasilineare Differentialgleichungen erster Ordnung für die geforderten x_k. Damit ist der Satz 1 bewiesen.

Die n Differentialgleichungen (2.2) sind miteinander gekoppelt, da die x_i in den Differentialquotienten von f eingehen. Dagegen kann z immer durch die Grössen p_i und x_i ermittelt werden.

Gehen wir einen Schritt weiter, so kann folgendes geschlossen werden.

Wird von den in (2.2) eingehenden Ableitungen p_i eine dieser Ableitungen als neue unabhängige Variable p_n fixiert, dann folgt aus (2.2) sofort, das ihr zugeordnetes System von charakteristischen Differentialgleichungen gegeben ist durch

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial z} p_j = \left[\frac{\partial f}{\partial x_n} + \frac{\partial f}{\partial z} p_n \right] \frac{\mathrm{d}p_j}{\mathrm{d}p_n} \tag{2.18}$$

und

$$-\frac{\partial f}{\partial p_k} = \left[\frac{\partial f}{\partial x_n} + \frac{\partial f}{\partial z} p_n \right] \frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}p_n} . \tag{2.19}$$

Das System (2.18) und (2.19) ist im allgemeinen sehr schwierig zu integrieren. Dass das System die zugeordneten charakteristischen Differentialgleichungen von (2.2) sind, lässt sich ohne Schwierigkeiten nachweisen.

Im nächsten Paragraphen wird unter Berücksichtigung der gewonnenen Ergebnisse das allgemeine Integral für die Differentialgleichung (2.1) ermittelt, in der die unabhängigen Variablen $x_1, \ldots, x_n$ explizit nicht eingehen.

§ 3. Die Anwendung der verallgemeinerten charakteristischen Differentialgleichungen auf eine Klasse von nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung

1. Gehen in (2.1) die unabhängigen Variablen $x_1, \ldots, x_n$ explizit nicht ein, dann geht (2.1) über in

$$f\left(z; \frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_n}\right) = 0. \tag{3.1}$$

Dem Satz 1 können wir folgenden Satz an die Seite stellen.

Satz 2. *Der allgemeinen (impliziten) nichtlinearen Differentialgleichung*

$$f\left(z; \frac{\partial z}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial z}{\partial x_n}\right) = 0 , \tag{3.1}$$

wobei f *eine in einem Gebiet* G *definierte, nach den unabhängigen Variablen* $x_1, \ldots, x_n$ *einmal stetig differenzierbare, nach der abhängigen Variablen* z *und deren Ableitungen die selbst in* G *einmal stetig differenzierbar und unabhängig voneinander sind, einmal stetig differenzierbare Funktion ist, ist gleichwertig* n *linearen Differentialgleichungen erster Ordnung für die* x_k, $(k = 1, \ldots, n)$, *von der Form*

$$\frac{\partial f}{\partial p_k} + \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial z} p_j \frac{\partial x_k}{\partial p_j} = 0 . \tag{3.2}$$

Der Beweis von Satz 1 lässt sich hier sofort übertragen.

In (3.2) haben wir wieder den Fall von n gekoppelten linearen Differentialgleichungen für jedes x_k als Funktion der p_j. Die Variable z ist wegen (3.1) eine Funktion der p_j.

2. Den Differentialgleichungen (3.2) zugeordnete System von charakteristichen Differentialgleichungen ergibt sich aus (3.2), wenn von den Ableitungen p_i eine Ableitung p_n als neue Unabhängige fixiert wird, zu

$$p_j = p_n \frac{\mathrm{d}p_j}{\mathrm{d}p_n} \tag{3.3}$$

und

$$-\frac{\partial f}{\partial p_k} = \left[p_n \frac{\partial f}{\partial z} \right] \frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}p_n}, \tag{3.4}$$

sowie[3])

$$-\sum_{r=1}^{n} p_r \frac{\partial f}{\partial p_r} = \left[p_n \frac{\partial f}{\partial z} \right] \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}p_n}.$$

3. Als nächstes soll folgender Satz bewiesen werden.

Satz 3. *Für das der Differentialgleichungen* (3.2) *zugeordnete System von charakteristischen Differentialgleichungen der Form*

$$p_j = p_n \frac{\mathrm{d}p_j}{\mathrm{d}p_n} \tag{3.3}$$

und

$$-\frac{\partial f}{\partial p_k} = \left[p_n \frac{\partial f}{\partial z} \right] \frac{\mathrm{d}x_k}{\mathrm{d}p_n}, \tag{3.4}$$

in dem f *eine in einem Gebiet* G *nach den Variablen* $\mathrm{x}_1, \ldots, \mathrm{x}_n$ *stetig differenzierbare und nach der Variablen* z *und deren Ableitungen, die selbst in* G *einmal stetig differenzierbar sind, zweimal stetig differenzierbare Funktion ist, gibt es ein allgemeines Integral der Form*

$$x_k = W_k\left(\frac{p_1}{p_n}, \ldots, \frac{p_m}{p_n}\right) + H_k\left(\frac{p}{p}, \ldots, \frac{p_m}{p_n}, p_n\right), \tag{3.5}$$

mit

$$W_k = \int^{\lambda_1} \frac{\partial W_1}{\partial \lambda_k} \mathrm{d}\lambda_1, \quad (p \neq n, \quad n \neq 1), \tag{3.6}$$

sowie

$$W_n = -\sum_{j=1}^{r} \int^{\lambda_1} \frac{\partial W_1}{\partial \lambda_j} \lambda_j \, \mathrm{d}\lambda_1 - \int^{\lambda_1} \left[\frac{\partial f}{\partial p_1} : \frac{\partial f}{\partial z} \right]_{\substack{u=b \\ c_\varrho = \lambda_\varrho}} \mathrm{d}\lambda_1, \quad (r \neq n, \quad n \neq 1), \tag{3.7}$$

das selbst in G *einmal stetig differenzierbare Ableitungen nach den* $\mathrm{x}_1, \ldots, \mathrm{x}_m$ *und den* $\mathrm{p}_k, (\mathrm{k} = 1, \ldots, \mathrm{n})$, *besitzt und das System* (3.3) *und* (3.4) *identisch erfüllt.*

Beweis. Der Beweis soll in zwei Schritten geführt werden:

a) Aus der Differentialgleichung (3.3) erhalten wir die Beziehung

---

[3]) Da die Differentialgleichung (3.1) für z eine funktionale Bestimmungsgleichung ist, kann man für die weiteren Untersuchungen auf die Gleichung (3.5) verzichten.

$$p_j = p_n c_j, \quad (j = 1, \ldots, m), \tag{3.8}$$

wobei $c_n \equiv 1$ und n fester Index ist.

Aus (3.8) erhält man $m - 1$ Relationen, die gewährleisten, dass die Ableitungen p_j durch eine fixierte Ableitung, die wir mit p_n bezeichnen wollen, darzustellen.

Die Variable z ist durch die p_i bestimmt; unter Berücksichtigung von (3.8) heisst dieses aber, dass z durch die p_n explizit bestimmt wird.

Die Gleichung (3.4) lässt sich umformen in

$$-\left[\frac{\partial f}{\partial p_k} : p_n \frac{\partial f}{\partial z}\right] \equiv \varphi_k \{z(c_1 p_n, \ldots, c_m p_n); c_1 p_n, \ldots, c_m p_n\}. \tag{3.9}$$

Für (3.4) folgt sofort die Integralform, d. h.

$$x_k = \int_b^{p_n} \varphi_k \{z(c_1 u, \ldots, c_m u)\}\, du + a_k \equiv h_k(c_1, \ldots, c_m; p_n) + a_k. \tag{3.10}$$

In (3.10) bedeutet b eine Konstante. Wenn die Variable p_n durch u ersetzt wird, dann soll der Integrand für das weitere mit φ_k^0 bezeichnet werden.

Mit dem Ansatz, dass die a_k als willkürliche Funktion W_k der $m - 1$ Grössen $c_1, \ldots, c_{n-1}, c_{n+1}, \ldots, c_m$ angesetzt wird und (3.8) berücksichtigt, geht (3.10) über in

$$x_k = W_k\left(\frac{p_1}{p_n}, \ldots, \frac{p_m}{p_n}\right) + H_k\left(\frac{p_1}{p_n}, \ldots, \frac{p_m}{p_n}, p_n\right), \tag{3.11}$$

wobei H_k aus h_k gebildet wird, indem man die c_j durch die p_j / p_n ersetzt.

In einem Hilfssatz soll gezeigt werden, dass von den m willkürlichen Funktionen W_i nur eine willkürlich bleibt (für das weitere mit W_1 bezeichnet), und die anderen $m - 1$ durch sie bestimmt werden.

Hilfssatz. *Von den* m/[2 (m — 1)] *Bedingungsgleichungen der Form*

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_k} = \frac{\partial x_k}{\partial p_i}, \quad (i, k \neq 1), \tag{3.12}$$

deren Variable x_i *und* p_k *einmal stetig differenzierbar sind, sind* m — 1 *Gleichungen voneinander unabhängig.*

Beweis. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit genügt es, z. b. bei drei unabhängigen Variablen x_i, $(i = 1, 2, 3)$, die Gleichungen $\partial x_1 / \partial p_2 = \partial x_2 / \partial p_1$ und $\partial x_1 / \partial p_3 = \partial x_3 / \partial p_1$ zu erfüllen, denn durch Differentiation der ersten Gleichung nach p_3 folgt

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial p_2 \partial p_3} = \frac{\partial^2 x_2}{\partial p_1 \partial p_3} = \frac{\partial^2 x_3}{\partial p_1 \partial p_2}.$$

Also gilt $\partial x_2 / \partial p_3 = \partial x_3 / \partial p_2 + F(p_2, p_3)$, wobei $F(p_2, p_3)$ eine additive willkürliche Funktion ist. $F(p_2, p_3)$ ist aber 0, da die übrigen Gleichungen null werden und damit $F(p_2, p_3)$ nicht bestimmt werden kann.

Es genügt also die Relationen zu erfüllen

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_k} = \frac{\partial x_k}{\partial p_1}. \tag{3.13}$$

Für alle übrigen Gleichungen gilt

$$\frac{\partial}{\partial p_1}\left\{\frac{\partial x_i}{\partial p_k}-\frac{\partial x_k}{\partial p_i}\right\}=0, \quad (i,\ k\neq 1),$$

und für diese Gleichungen sind die Relationen (3.12) erfüllt, und der Hilfssatz bewiesen.

b) Mit der Aussage des Hilfssatzes und unter Berücksichtigung der Voraussetzung des Satzes 3, geht (3.11) über in

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_k}=\frac{\partial W_1}{\partial p_k}+\frac{\partial H_1}{\partial p_k}. \tag{3.14}$$

Wird zur Abkürzung $\lambda_j \equiv p_j / p_n$ gesetzt, dann folgt für

$$\frac{\partial W_1}{\partial p_k}=\frac{1}{p_n}\cdot\frac{\partial W_1}{\partial \lambda_k}, \quad (k\neq n), \tag{3.15}$$

und

$$\frac{\partial W_1}{\partial p_n}=-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\cdot\frac{\partial W_1}{\partial \lambda_j}, \quad (r\neq n), \tag{3.16}$$

sowie

$$\frac{\partial H_1}{\partial p_k}=\frac{1}{p_n}\cdot\frac{\partial H_1}{\partial \lambda_k}=\frac{1}{p_n}\left[\frac{\partial h_1}{\partial c_k}\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}, \quad (k\neq n) \tag{3.17}$$

und

$$\frac{\partial H_1}{\partial p_n}=\left[\frac{\partial h_1}{\partial p_n}-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\cdot\frac{\partial h_1}{\partial c_k}\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}, \quad (r\neq n). \tag{3.18}$$

(3.10) besitzt auf Grund der Voraussetzung des Satzes einmal stetig differenzierbare Ableitungen, d. h.

$$\frac{\partial h_1}{\partial c_k}=\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial \varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial c_k}+\frac{\partial \varphi_1^0}{\partial c_k}\right\}\mathrm{d}u \tag{3.19}$$

und

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_n}=\varphi_1, \tag{3.20}$$

wobei

$$\frac{\partial z^0}{\partial c_k}=\frac{\partial z^0}{\partial p_k}u, \quad \frac{\partial \varphi_1^0}{\partial c_k}=\frac{\partial \varphi_1^0}{\partial p_k}u, \quad (k\neq n), \tag{3.21}$$

ist. In (3.21) bedeutet $\partial z^0 / \partial c_k$ der Differentialquotient der Funktion $z(c_1 u, \ldots, c_m u)$ nach c_k.

Werden alle Beziehungen (3.14) bis (3.21) in (3.13) eingesetzt, dann erhalten wir als Bedingungsgleichungen

$$\begin{aligned}&\frac{1}{p_n}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial \varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_k}+\frac{\partial \varphi_1^0}{\partial p_n}\right\}u\,\mathrm{d}u\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}+\frac{1}{p_n}\cdot\frac{\partial W_1}{\partial \lambda_k}=\\ &=\frac{1}{p_n}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial \varphi_k^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_1}+\frac{\partial \varphi_k^0}{\partial p_1}\right\}u\,\mathrm{d}u\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}+\frac{1}{p_n}\cdot\frac{\partial W_k}{\partial \lambda_1}, \quad (k\neq n,\ n\neq 1),\end{aligned} \tag{3.22}$$

und

$$-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_j}+\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial p_j}\right\}u\,du\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\cdot\frac{\partial W_1}{\partial\lambda_k}+$$

(3.23)

$$+[\varphi_1]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}=\frac{1}{p_n}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial\varphi_n^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_1}+\frac{\partial\varphi_n^0}{\partial p_1}\right\}u\,du\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho},\quad (r\neq n,\ k=n,\ n\neq 1),$$

sowie

$$\frac{1}{p_n}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_k}+\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial p_k}\right\}u\,du\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}+\frac{1}{p_n}\cdot\frac{\partial W_1}{\partial\lambda_k}=$$

(3.24)

$$=-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial\varphi_k^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_k}+\frac{\partial\varphi_k^0}{\partial p_k}\right\}u\,du\right]_{c_\varrho=\lambda_\varrho}-$$

$$-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\cdot\frac{\partial W_k}{\partial\lambda_k}+[\varphi_k]_{c_\varrho=\lambda_\varrho},\quad (r\neq n,\ k\neq n,\ n=1).$$

Als erstes müssen wir zeigen, dass die beiden Integrale von (3.22) gleich sind. Wir behaupten

$$\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z_0}{\partial p_k}+\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial p_k}=\frac{\partial\varphi_k^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_1}+\frac{\partial\varphi_k^0}{\partial p_1},\quad (k\neq n,\ n\neq 1). \tag{3.25}$$

Es ist

$$\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_k}+\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial p_k}=\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:u\frac{\partial f}{\partial z}\right]\frac{\partial f}{\partial p_k}:\frac{\partial f}{\partial z}-\frac{\partial}{\partial p_k}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:u\frac{\partial f}{\partial z}\right]=$$

(3.26)

$$=\left[\frac{\partial^2 f}{\partial p_1\,\partial z}\cdot\frac{\partial f}{\partial p_k}\right]:u\left[\frac{\partial f}{\partial z}\right]^2-\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}\cdot\frac{\partial f}{\partial p_k}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right]:u\left[\frac{\partial f}{\partial z}\right]^3-$$

$$-\left[\frac{\partial^2 f}{\partial p_1\,\partial p_k}\right]:u\frac{\partial f}{\partial z}+\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}\cdot\frac{\partial^2 f}{\partial p_k\,\partial z}\right]:u\left[\frac{\partial f}{\partial z}\right]^2,\quad (k\neq n,\ n=1).$$

Aus (3.26) ersieht man ohne Schwierigkeit, dass die in (3.26) differenzierte Grösse symmetrisch in den Differentiationen nach p_1, p_k ist. Damit ist die Behauptung (3.25) bewiesen.

Die Bedingungsgleichung (3.22) erhält damit die endgültige Form

$$\frac{\partial W_1}{\partial\lambda_k}=\frac{\partial W_k}{\partial\lambda_1},\quad (k\neq n,\ n\neq 1). \tag{3.27}$$

Wegen (3.26) gilt auch die folgende Gleichheit

$$\left\{\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_k}+\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial p_k}\right\}u=-\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]\frac{\partial z^0}{\partial p_k}-\frac{\partial}{\partial p_k}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right],\quad (k\neq n,\ n\neq 1) \tag{3.28}$$

und

$$(3.29)\quad \left\{\frac{\partial\varphi_n^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_1}+\frac{\partial\varphi_n^0}{\partial p_1}\right\}u=-\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]\frac{\partial z^0}{\partial p_n}-\frac{\partial}{\partial p_n}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right],\quad (n\neq 1).$$

Wird (3.28) und (3.29) in der Bedingungsgleichung (3.23) berücksichtigt, dann geht (3.23) über in

$$(3.30)^4)\quad \begin{aligned}&\frac{1}{p_n}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial\varphi_n^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_1}+\frac{\partial\varphi_n^0}{\partial p_1}\right\}u\,\mathrm{d}u\right]_{c_Q=\lambda_Q}-\\ &-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}\left[\int_b^{p_n}\left\{\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial z}\cdot\frac{\partial z^0}{\partial p_j}+\frac{\partial\varphi_1^0}{\partial p_j}\right\}u\,\mathrm{d}u\right]_{c_Q=\lambda_Q}=\\ &=\frac{1}{p_n}\left[\int_b^{p_n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]\mathrm{d}u\right]_{c_Q=\lambda_Q},\quad (r\neq n,\ n=1),\end{aligned}$$

oder

$$(3.31)\quad \begin{aligned}&\frac{1}{p_n}\left\{\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}\cdot\frac{\partial f}{\partial z}\right]-\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]_{\substack{u=b\\ c_Q=\lambda_Q}}\right\}-\frac{1}{p_n}\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]-\\ &-\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n^2}:\frac{\partial W_1}{\partial\lambda_j}=\frac{1}{p_n}\cdot\frac{\partial W_n}{\partial\lambda_1},\quad (r\neq n,\ n\neq 1).\end{aligned}$$

Die Bedingungsgleichung (3.23) erhält damit die endgültige Form

$$(3.32)\quad \frac{\partial W_n}{\partial\lambda_1}+\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n}\cdot\frac{\partial W_1}{\partial\lambda_j}+\left[\frac{\partial f}{\partial p_1}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]_{\substack{u=b\\ c_Q=\lambda_Q}}=0.$$

In (3.32) ist darauf zu achten, dass der Ausdruck in der eckigen Klammer ausser von der Konstanten b nur von p_Q/p_n abhängt.

Wegen (3.28) und (3.29) geht die Bedingunsgleichung (3.24) über in

$$(3.33)\quad \frac{\partial W_1}{\partial\lambda_k}+\sum_{j=1}^{r}\frac{p_j}{p_n}\cdot\frac{\partial W_k}{\partial\lambda_j}+\left[\frac{\partial f}{\partial p_k}:\frac{\partial f}{\partial z}\right]_{\substack{u=b\\ c_Q=\lambda_Q}}=0,\quad (r\neq n,\ k=n,\ n=1).$$

(3.33) stellt $m-1$ Bedingungsgleichungen dar.
Aus (3.27) folgt

$$(3.34)\quad W_k=\int^{\lambda}\frac{\partial W_1}{\partial\lambda_k}\,\mathrm{d}\lambda_1,\quad (k\neq n,\ n\neq 1).$$

Für $k=1$ ist (3.34) eine Identität, wir haben durch (3.34) $m-2$ Bedingungsgleichungen gewonnen.

---

4) Die rechte Seite von (3.30) kommt daher zustande, dass beim Einsetzen der Ableitungen $\partial z/\partial p_k$ die Gleichung (3.1) in den p_j eine Identität wird.

Aus (3.32) folgt

$$W_n = -\sum_{j=1}^{r} \int^{\lambda_1} \frac{\partial W_1}{\partial \lambda_j} \lambda_j \, d\lambda_1 - \int^{\lambda_1} \left[\frac{\partial f}{\partial p_1} : \frac{\partial f}{\partial z} \right]_{\substack{u=b \\ c_\varrho = \lambda_\varrho}} d\lambda_1 , \quad (r \neq n, \; n \neq 1). \tag{3.35}$$

Hierbei ist λ_j ausser λ_1 bei der Integration konstant zu halten.

Durch (3.11), (3.34), (3.35) ist das allgemeine Integral, das nur eine willkürliche Funktion W_1 enthält, für die Differentialgleichung (3.2) aus den zugeordneten charakteristischen Differentialgleichungen (3.3) und (3.4) ermittelt.

Ferner genügen die Beziehungen (3.11), (3.34) und (3.35) den Gleichungen (3.13), d.h. das System (3.3) und (3.4) wird identisch erfüllt. Damit ist Satz 3 aber bewiesen.

§ 4. Ein Beispiel

Gegeben ist die Differentialgleichung [6]

$$\left\{ \left(\frac{\partial z}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_2} \right)^2 \right\}^2 - z = 0 ; \tag{4.1}$$

führen wir unsere Bezeichnungen ein, dann ist

$$p_1 = \frac{\partial z}{\partial x_1}, \quad p_2 = \frac{\partial z}{\partial x_2} \tag{4.2}$$

sowie

$$\frac{\partial f}{\partial p_1} = 4p_1 \left(p_1^2 + p_2^2 \right), \frac{\partial f}{\partial p_2} = 4p_2 \left(p_1^2 + p_2^2 \right), \frac{\partial f}{\partial z} = -1 . \tag{4.3}$$

Es soll $n \neq 1$ sein, wir setzen $n = 2$, dann folgt für

$$\varphi_1 = 4c_1 p_2^2 (c_1^2 + 1) \tag{4.4}$$

und

$$\varphi_2 = 4p_2^2 (c_1^2 + 1) , \tag{4.5}$$

sowie

$$h_1 = \int_b^{p_2} 4c_1 u^2 \left(c_1^2 + 1 \right) du^2 = \frac{3}{4} c_1 \left(c_1^2 + 1 \right) \left(p_2^3 - b^3 \right) \tag{4.6}$$

und

$$h_2 = \frac{4}{3} \left(c_1^2 + 1 \right) \left(p_2^3 - b^3 \right) . \tag{4.7}$$

Ferner ist

$$\left[\frac{\partial f}{\partial p_1} : \frac{\partial f}{\partial z} \right]_{\substack{u=b \\ c_\varrho = \lambda_\varrho}} = -4 \left[c_1 b^3 \left(c_1^2 + 1 \right) \right]_{c_1 = p_1/p_2} = -4b^3 \left(p_1^2 + p_2^2 \right) p_1 / p_2^3 . \tag{4.8}$$

Wir erhalten als Lösung für die Differentialgleichung (4.1)

$$x_1 = \frac{4}{3} \left(p_1^2 + p_2^2 \right) p_1 \left(p_2^3 - b^3 \right) / p_2^3 + W_1 \left(p_1 / p_2 \right) \tag{4.9}$$

und

$$x_2 = \frac{4}{3} \left(p_1^2 + p_2^2 \right) \left(p_2^3 - b^3 \right) / p_2^2 + W_2 \left(p_1 / p_2 \right) \tag{4.10}$$

sowie

$$W_2 = -\int^{p_1/p_2} \lambda \frac{\partial W_1(\lambda)}{\partial \lambda} \, d\lambda + 4b^3 \int^{p_1/p_2} \lambda (\lambda^2 + 1) \, d\lambda, \tag{4.11}$$

mit der willkürlichen Funktion W_1.

Eingegangen am 30 VIII 1959

Hochschule für Schwermaschinenbau, Magdeburg, Deutsche Demokratische Republik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Imschenetzky V. G., Arch. math., 1869, **50**, pp. 278—369.
2. — Ibid, 1872, **54**, p. 209.
3. Cauchy A., Bull. Soc. phylo-math., 1819, p. 10.
4. — C. r., Ac. Sci., Paris, 1842, pp. 740, 769.
5. Jung H., *Matrizen und Determinanten*, 2. Kap., VEB-Verlag, Leipzig, 1953.
6. Kamke E., *Differentialgleichungen, Lösungsmethoden und Lösungen*, Bd. **2**, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1946.

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА И ИХ РЕШЕНИИ ПРИ ПОМОЩИ ОБЩЕГО ИНТЕГРАЛА

(Резюме)

Автор, исходя из известного определения общего интеграла дифференциального уравнения первого порядка предложенного В. Г. Имшенецким в его классических работах [1], [2], доказывает существование общего интеграла для некоторого класса нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. С этой целью предлагается предварительное обобщение понятия ассоциированных характеристичных дифференциальных уравнений.

Предлагаемый метод имеет преимущество довести интегрирование до общего интеграла, что несомненно представляет интерес для современных техники и физики схематизирующих явления объективной действительности различного рода *нелинейными* системами уравнений, среди которых видное место занимают нелинейные дифференциальные уравнения.

Изложенная теория иллюстрируется примером.

ASUPRA UNEI CLASE DE ECUAŢII DIFERENŢIALE NELINIARE DE PRIMUL ORDIN ŞI ASUPRA REZOLVĂRII LOR PRINTR-O INTEGRALĂ GENERALĂ

(Rezumat)

Autorul, pornind de la o cunoscută definiţie a integralei generale a unei ecuaţii diferenţiale cu derivate parţiale de primul ordin dată de V. G. Imşeneţki [1], [2]

demonstrează existența integralei generale pentru o clasă de ecuații diferențiale neliniare de primul ordin. În acest scop se generalizează convenabil noțiunea de ecuații diferențiale caracteristice asociate.

Metoda de rezolvare propusă prezintă, în cazul considerat, avantajul de a pune în evidență integrala generală, ceea ce are importanță evidentă astăzi, cînd tehnica și fizica modernă reclamă permanent rezolvări de ecuații *neliniare* diferențiale, integrale sau integro-diferențiale.

Teoria expusă este ilustrată apoi printr-un exemplu de determinare a soluției generale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

517.92

ON THE ASYMPTOTIC CONNECTIONS BETWEEN THE SOLUTIONS OF THE DIFFERENTIAL SYSTEMS

BY

V. LAKSHMIKANTH

1. The aim of this note is to consider the problem of asymptotic connections between the solutions of the system

$$(1) \qquad x' = ax + by + f_1(x, y, t),\ y' = cx + dy + f_2(x, y, t), \quad \left(' \equiv \frac{d}{dt} \right),$$

and the trivial system

$$(2) \qquad x' = ax + by, \qquad y' = cx + dy,$$

where a, b, c, d, are real constants with a determinant $ad - bc \neq 0$ and f_1 and f_2 are real functions defined in the region $0 \leqslant t < \infty$, $r < \alpha$, where $x = r\cos\vartheta$, $y = r\sin\vartheta$.

If (1) does not contain t explicitly, i. e. if (1) is replaced by

$$(1^*) \qquad x' = ax + by + f_1(x, y),\ y' = cx + dy + f_2(x, y),$$

the following result has been proved by Aurel Wintner [1].

Theorem 1. *If* (0,0) *is a vortex of* (2) *and if*

$$|f_1(x, y)| \leqslant h(r),\ |f_2(x, y)| \leqslant h(r),$$

where h(r) *is any continuous, monotonic increasing function of* r *defined for* $0 \leqslant r < \alpha$ *in such a way that* $h(r) = o(r)$ *as* $r \to 0$ *and* $\int_{+0}^{a} r^{-2} h(r)\, dr < \infty$; *then every solution of* (1*) *tending to the vortex* (0, 0) *of* (1*) *is asymptotic to a solution of* (2) *and every solution of* (2) *is asymptotic to a solution of* (1*).

In this note we shall generalise the above result and in the course of our proof we use the following Lemma proved by the author in [2].

Lemma. *If*

i) $h(z, t) \geqslant 0$ *is measurable in* t *for fixed* $z \geqslant 0$, *continuous in* z *for fixed* t, $t_0 \leqslant t < \infty$, $z \geqslant 0$;

ii) z(t) *is the maximum solution of* $z' = h(z, t)$ *through* (t_0, c);

iii) $y(t)$ *is continuous on* $t_0 \leqslant t < \infty$ *and satisfied the inequality*

$$|\delta y(t)| \leqslant \int_t^{t+\delta t} h(y(s), s)\, ds\,, \quad \delta t > 0\,,$$

then $|y(t)| \leqslant z(t)$ *for* $t_0 \leqslant t < \infty$.

2. Now some definitions are in order.

The point $(x, y) = (0, 0)$ is called an attractor of (1) if a solution path

$$x = x(t)\,, \quad y = y(t) \tag{3}$$

of (1) has at least one point in the circle $r < \beta \leqslant a$. Then (3) tends to the point (0,0) as t tends to ∞. In the terminology of Poincaré's vortices and nodes, are attractors in this sense.

The point (0, 0) is called a vortex of (1) if it is an attractor of (1) and has the property that $|\vartheta(t)| \to \infty$ holds for every solution of (1) satisfying $0 < r(t) \to 0$.

The point (0, 0) is called a node of (1) if it is an attractor having the property that every solution path tending to (0, 0) has a tangent at (0, 0). If (0, 0) is a node and has in addition the property that every half-line issuing from (0, 0) is the tangent at (0, 0) of some solution path tending to (0, 0), then (0, 0) is called a proper node.

Theorem 2. *If*

i) (0, 0) *is a vortex of* (2);

ii) $h(r, t) \geqslant 0$ *is measurable in* t *for fixed* $r \geqslant 0$, *continuous and non-decreasing in* r *for fixed* t *on* $t_0 \leqslant t < \infty\,, r \geqslant 0$;

iii) $r(t)$ *is the maximum solution of* $r' = e^t h(r, t)$ *through* $(t_0, 0)$ *satisfying* $r(t) = o(1)$ *as* $t \to \infty$;

iv) *the functions* f_1 *and* f_2 *satisfy*

$$|f_1(x, y, t)| \leqslant h(r, t)\,, \quad |f_2(x, y, t)| \leqslant h(r, t)\,, \tag{4}$$

then every solution of (1) *tending to the vortex* (0, 0) *of* (1) *is asymptotic to a solution of* (2) *and every solution of* (2) *is asymptotic to a solution of* (1).

Proof. Choosing the unit of length on the t-axis such that the real part of the characteristic numbers of the real matrix $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ becomes of absolute value 1, (1) and (2) can be assumed to be in their normal forms

$$x' = -x + \lambda y + f_1(x, y, t),\ y' = -y - \lambda x + f_2(x, y, t) \tag{5}$$

and

$$x' = -x + \lambda y\,, \quad y' = -y - \lambda x\,, \tag{6}$$

where $-1 \pm i\lambda$ are the characteristic numbers of the real matrix $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ and $\lambda > 0$ (see [1]).

The form (6) has a general solution

$$x = (v_1 \cos \lambda t + v_2 \sin \lambda t)\, e^{-t}\,, \quad y = (v_2 \cos \lambda t - v_1 \sin \lambda t)\, e^{-t}\,, \tag{7}$$

where v_1 and v_2 are arbitrary integration constants.

Supposing v_1 and v_2 to be the functions of t and applying the method of variation of parameters, we get the necessary and sufficient conditions

$$v_1' = (f_1 \cos \lambda t - f_2 \sin \lambda t)\, e^t, \quad v_2' = (f_2 \cos \lambda t + f_1 \sin \lambda t)\, e^t, \tag{8}$$

which v_1 and v_2 have to satisfy in order that (7) becomes a solution of (5). In (8), we must express f_1 and f_2 in terms of (7) as functions of v_1, v_2 and t. This means that (8) represents the differential system of the form

$$v_i' = F_i(v_1, v_2, t), \quad (i = 1, 2), \tag{9}$$

where F_i are continuous functions defined in the region

$$0 \leqslant t < \infty, \quad (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} e^{-t} \leqslant a \text{ of } (v_1, v_2, t) \text{ space.} \tag{10}$$

By the asymptotic correspondence referred to in the theorem we mean the following. If (3) is any solution of (5) satisfying $r(t) = o(1)$ as $t \to \infty$, then corresponding solution

$$v_1 = v_1(t), \quad v_2 = v_2(t) \tag{11}$$

of (9) is such that the limits

$$\lim_{t \to \infty} v_i(t) = a_i, \quad (i = 1, 2), \tag{12}$$

exist. Conversely, if a pair of constants a_i is arbitrarily specified, then there exists one solution of (9) satisfying (12).

Now according to (8), the functions F_1 and F_2 occuring in (9) are majorized by $(f_1^2 + f_2^2)^{1/2} e^t$. Since (7) shows that $r = (x^2 + y^2)^{1/2} = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} e^{-t}$, we obtain using the condition (4)

$$\begin{aligned} |F_1(v_1, v_2, t)| &\leqslant 2e^t h((v_1^2 + v_2^{2,1/2} e^{-t}, t), \\ |F_2(v_1, v_2, t)| &\leqslant 2e^t h((v_1^2 - v_2^{2,1/2} e^{-t}, t), \end{aligned} \tag{13}$$

if (v_1, v_2, t) is a point in the region (10).

Since $h(r, t)$ is non-decreasing in r, and $(v_1^2 + v_2^2)^{1/2} e^{-t} \leqslant \| v_i \|$, the inequalities (13) give

$$\| F_i(v_1, v_2, t) \| \leqslant 2^{3/2} e^t h' \| v_i \|, t), \tag{14}$$

where $\| v_i \| = \sum_{i=1}^{2} | v_i |$.

If the factor $2^{3/2}$ is thought of as being submerged into the functional sign h, (14) reduces to

$$\| F_i(v_1, v_2, t) \| \leqslant e^t h(\| v_i \|, t). \tag{15}$$

The theorem will be proved if we show that every solution $v_i(t)$ of

$$v_i' = F_i(v_1, v_2, t), \quad v_i(t_0) = a_i, \tag{16}$$

where a_i is arbitrary, is such that the limits (12) exist and

(17) $$v_i' = F_i(v_1, v_2, t), \; v_i(\infty) = a_i$$

has a solution $v_i(t)$ on $t_0 \leqslant t < \infty$.

Since the relation (15) is satisfied even if we replace $F_i(v_1, v_2, t)$ by $F_i(v_1 - a_1, v_2 - a_2, t)$, where a_i is arbitrary, it is sufficient to prove that every solution $v_i(t)$ of $v_i' = F_i(v_1, v_2, t)$ passing through $(t_0, 0, 0)$ is such that $\lim_{t\to\infty} v_i(t) = 0$.

In order to establish this fact, let $v_i(t)$ be any solution of $v_i' = F_i(v_1, v_2, t)$ through $(t_0, 0, 0)$. Then

$$\| \delta v_i(t) \| \leqslant \int_t^{t+\delta t} \| F_i(v_1(s), v_2(s), s) \| \, ds, \text{ if } \delta t > 0,$$

and because of (15)

$$\| \delta v_i(t) \| \leqslant \int_t^{t+\delta t} e^s h(\| v_i(s) \|, s) \, ds.$$

Applying the Lemma we obtain

$$\| v_i(t) \| \leqslant r(t) \text{ for } t_0 \leqslant t < \infty,$$

where $r(t)$ is the maximum solution ot $r' = e^t h(r, t)$ through $(t_0, 0)$. Since $\lim_{t\to\infty} r(t) = 0$, we get $\lim_{t\to\infty} v_i(t) = 0$. This proves the theorem.

Corollary. The monotonic restriction on $h(r, t)$ can be relaxed if the condition (4) is replaced by

$$| f_1(x, y, t) | \leqslant h(z, t), \; | f_2(x, y, t) | \leqslant h(z, t)$$

whenever $z \geqslant r$.

Now suppose $\lambda = 0$. Then $(0, 0)$ is a proper node of (6). Correspondingly the above proof implies the following

Theorem 3. *If* $(0, 0)$ *is a proper node of* (2), *then under the assumptions of the Theorem 2,* $(0, 0)$ *is also a proper node of* (1).

Received the 23 VII 1959

Osmania University, Hyderabad, India

REFERENCES

1. Wintner A., Amer. J. Math., 1947, **69**, pp. 815–824.
2. Lakshmikanth V., Proc. Amer. Math. Soc., 1957, **8**, 1044–1048.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЯХ МЕЖДУ РЕШЕНИЯМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

(Резюме)

Автор, используя результат Винтнера [1], исследует задачу асимптотических зависимостей между решениями системы (1) и системы (2).

ASUPRA LEGĂTURILOR ASIMPTOTICE ÎNTRE SOLUŢIILE SISTEMELOR DIFERENŢIALE

(Rezumat)

Autorul, folosind un rezultat al lui A. Wintner [1], studiază problema legăturilor asimptotice între soluţiile sistemului (1) şi ale sistemului liniar asociat (2).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

517.92

ON THE CONTINUATION OF SOLUTIONS OF NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

BY

B. VISWANATHAM

1. The general existence theorems about the solutions of non-linear differential equations establish their existence in a certain neighbourhood of the initial point and give no indication of the behaviour of the solutions outside that neighbourhood. The continuations of such solutions to points outside that neighbourhood is not generally possible on account of the presence of infinities in the solutions. The present note is intended to find conditions under which such infinities in the solutions do or do not exist. Curiously this problem has connection with the boundedness of solutions in the large, investigated by me some time back [1].

2. For the sake of completeness we shall establish the following

Lemma 1. *If*

1) $y(x)$ *is differentiable and* $y(x_0) = \eta$,

2) $f(x, z) \geqslant 0$ *is continuous in a certain region* $R : |x - x_0| \leqslant a;\ z \geqslant 0$,

3) $|y'(x)| \leqslant f(x, |y(x)|)$ *for all* x *in* $|x - x_0| \leqslant a$,

4) $\varphi(x)$ *is the maximal solution of* $z' = f(x, z)$ *for* $x \geqslant x_0$ *through* $(x_0, |\eta|)$ *then* $|y(x)| \leqslant \varphi(x)$, *for* $x_0 \leqslant x$.

Proof. It is enough to prove that $|y'x)| \leqslant \varphi(x, \varepsilon)$ for $\varepsilon > 0$ and sufficiently small, where $\varphi(x, \varepsilon)$ is the solution of $z' = f(x, z) + \varepsilon$ through $(x_0, |\eta|)$ for $x \geqslant x_0$. It is known that $\varphi(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \varphi(x, \varepsilon)$ [2].

Suppose at a point ξ in the interval $x_0 < x < a$ we have $|y(\xi)| > \varphi(\xi, \varepsilon)$. On account of the continuity of both $|y(x)|$ and $\varphi(x,\varepsilon)$, there is a greatest open interval $x_0 \leqslant \alpha < x < \beta$ where this holds. α certainly exists and $|y(\alpha)| = \varphi(\alpha, \varepsilon)$. Taking the right hand derivative, $|y(\alpha)|' \geqslant \varphi'(\alpha, \varepsilon)$, which yields immediately

$$f(\alpha, |y(\alpha)|) \geqslant |y'(\alpha)| \geqslant |y(\alpha)|' \geqslant \varphi'(\alpha, \varepsilon) = f(\alpha, \varphi(\alpha, \varepsilon)) + \varepsilon = f(\alpha, |y(\alpha)|) + \varepsilon.$$

This is an obvious contradiction.

Hence $|y(x)| \leqslant \varphi(x)$.

The following Lemmas are easy extensions of 1.

Lemma 2. *Under conditions of Lemma 1,* $|y(x)| \geqslant \varphi^*(x)$ *for* $x \leqslant x_0$, *where* $\varphi^*(x)$ *is the minimal solution of* $z' = f(x, z)$ *trough* $(x_0, |\eta|)$ *to the left of* x_0.

Lemma 3. *If in Lemma 1, the inequality is reversed as* $|y'(x)| \geqslant f(x, |y(x)|)$, *then* $|y(x)| \geqslant \psi(x)$ *for* $x_0 < x < a$, *where* $\psi(x)$ *is the minimal solution of* $z' = f(x, z)$ *through* $(x_0, |\eta|)$ *for* $x_0 \leqslant x$.

Lemma 4. *With the conditions of Lemma 3,* $|y(x)| \leqslant \psi^*(x)$ *for* $x \leqslant x_0$, *where* $\psi^*(x)$ *is the maximal solution of* $z' = f(x, z)$ *through* $(x_0, |\eta|)$ *for* $x \leqslant x_0$.

The proofs of Lemmas 2, 3 and 4 are similar to that of Lemma 1, and are therefore omitted.

3. We are now in a position to prove the following

Theorem 1. *If*

i) $y' = f(x, y)$, *where* $f(x, y)$ *satisfy the usual conditions,*

ii) $|f(x, y)| \leqslant \omega(x, |y|)$, *where* $\omega(x, z) \geqslant 0$ *and defined in* $x_0 \leqslant x < \infty$ *and* $z \geqslant 0$,

iii) *the maximal solution of* $z' = \omega(x, z)$ *through* $(x_0, |\eta|)$ *is bounded except possibly at infinity, then every solution of* $y' = f(x, y)$ *through* (x_0, η) *can be continued indefinitely.*

Proof. The proof is immediately obtained with the application of Lemma 1, for $|y'(x)| = |f(x, y)| \leqslant \omega(x, |y|)$ and condition iii). This generalises certain results of Aurel Wintner [3], where $\omega(x, z)$ was taken as $F(z)$ such that $\int^{\infty} \frac{1}{F(z)}\, dz = \infty$.

Theorem 2. *If*

i) $y' = f(x, y)$,

ii) *a certain function* $\omega(x, z)$ *exists such that* $\omega(x, z) \geqslant 0$ *and continuous in the region* $x_0 \leqslant x < \infty$ *and* $z \geqslant 0$ *and* $|f(x, y)| \geqslant \omega(x, z)$,

iii) *the minimal solution* $\psi(x)$ *of* $z' = \omega(x, z)$ *through* $(x_0, |\eta|)$ *has infinities at certain points on the* x *axis. Then no solution of* $y' = f(x, y)$ *through* (x_0, η) *can be continued indefinitely to the right of* x_0. *The proof again follows from Lemma 3.*

4. We can take a slightly different point of view and discuss the problem from the consideration of the differential equations satisfied by the inverse functions of the solutions of differential equations in the following way.

Theorem 3. *If*

i) $1/|f(x, y)| \leqslant \omega(|x|, |y|)$,

ii) *the maximal solution* $\varphi(x)$ *through* $(|\eta|, |x_0|)$ *of* $z' = \omega(z, \tau)$ *is bounded as* $\tau \to \infty$, *then, the solution through* (x_0, η) *of* $dy/dx = f(x, y)$ *cannot be continued indefinitely.*

Proof. The inverse of the solution of $y' = f(x, y)$ through (x_0, η) satisfies the differential equation $dx/dy = 1/f(x, y)$; put $|y| = \tau$ and $|dx/d\tau| = |dx/dy| = 1/|f(x, y)| \leqslant \omega(|x|, |y|) = \omega(|x|, \tau)$ and on account of ii) of the Theorem and Lemma 1, the inverse function $x = \varphi(y)$ is bounded as

$|y| \to \infty$. It is obvious that $\liminf_{|y| \to \infty} \varphi(y)$ is a point to which the solution of the given equation cannot be continued.

Example. Consider the solution of $dx/dt = x^2$ through (0, 1). The inverse of the solution satisfies $dt/dx = 1/x^2$. The solution through (1, 0) of this equation is $t = 1 - 1/x$ and $\lim_{|x| \to \infty} t(x) = 1$. It is easily verified that the said solution of the given equation is $x = 1/(1-t)$ and this cannot be continued to $t=1$.

The above Theorem may be generalised to a system in the following way.

Theorem 4. *In the system* $dy_2/dx = f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)$, $y_i(x_0) = \eta_i$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, *if functions* ω_i *exist such that*

1) $1/|f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)| \leqslant \omega_i(z_i, |y_i|)$, *where* $z_i = |x| + \sum' |y_j|$, *where the dash indicates that* $|y_i|$ *is omitted from the summation,*

2) *the solutions of* $dz_i/dt = \omega_i(z_i, t)$ *through* $|\eta_i|, |x_0| + \sum' |y_i|$ *is bounded at* $t \to \infty$, *then the said solution of the given system cannot be continued indefinitely.*

Proof. As in Theorem 3, x as a function of y_i satisfies the system $dx/dy_i = 1/f_i(x, y_1, y_2, \ldots, y_n)$. The conditions of the Theorem imply that there is a constant k_i such that $\lim_{|y_i| \to \infty} z_i < k_i$, which in its turn imply the existence of a certain constant A_i such that $\lim_{|y| \to \infty} |x| < A_i$.

Hence the solution vector of the system cannot be continued indefinitely.

5. The following is yet another criterion for the continuation of solutions.

Theorem 5. *If*

1) $1/f(x, y) = O[\omega(|x|, |y|)]$ *as* $|y| \to \infty$,

2) *every solution of* $dz/dt = \omega(z, t)$ *is bounded as* $t \to \infty$, *then no solution of* $y' = f(x, y)$ *can be continued indefinitely.*

Proof. Condition 1) implies the existence of a constant $A > 0$ such that $1/|f(x,y)| \leqslant A\omega(|x|, |y|)$, $|dx/dy| = 1/|f(x, y)| \leqslant A\omega(|x|, |y|)$, putting $|y| = \tau$ and applying Lemma 1. We find that $|x|$ is bounded as $|y| \to \infty$. Hence the Theorem.

Example. Consider the autonomous equation $dy/dx = \sqrt{y^5 + y^4 - y\sqrt{y} + 2}/y$. Here we have $1/f(x, y) = O(1/y^{3/2})$.

The solution of $dz/dt = t^{-3/2}$ is $z = -2/\sqrt{t} + k$. Since z is bounded as $t \to \infty$, the solution of the given equation cannot be continued indefinitely.

The above example suggests the following criterion for autonomous equations.

Theorem 6. *In the equation* $dy/dx = f(y)$ *if* $1/f(y) = O(1/y^{1+\varepsilon})$ *no solution of the equation can be extended indefinitely, if* $\varepsilon > 0$,

Proof. $1/f(v) = O(1/y^{1+\varepsilon})$ and every solution of $dz/dt = t^{-(1+\varepsilon)}$ is bounded as $t \to \infty$. Hence the result follows from Theorem 5.

The ε in the above Theorem is the best possible constant in the sense that for $\varepsilon = 0$, an equation exists whose solutions can be extended indefinitely, for, consider the equation $dx/dt = x$ whose solutions can be obviously extended indefinitely.

Received the 23 III 19 9

Osmania University, Hyderabad, India

REFERENCES

1. Viswanatham B., Proc. Ind. Acad. Sc., 1952, **XXXVI A**, pp. 335–342
2. Kamke E., *Differentialgleichungen reeller Funktionen*, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1930, S. 83.
3. Wintner A., Amer. J. of Math., 1945, **LXVII**, pp. 277–284.

О ПРОДОЛЖЕНИИ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Резюме)

Автор исследует задачи установления условий при которых решения нелинейных дифференциальных уравнений идут в бесконечность. Этот факт тесно связан с задачей продолжения вышеуказанных решений вне областей в которых были первоначально найдены эти решения.

ASUPRA PRELUNGIRII SOLUŢIILOR ECUAŢIILOR DIFERENŢIALE NELINIARE

(Rezumat)

Autorul studiază problema stabilirii condiţiilor în care soluţiile ecuaţiilor diferenţiale neliniare devin infinite, aceasta interesînd îndeaproape problema prelungirii unor astfel de soluţii dincolo de vecinătăţile în care ele au fost iniţial determinate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

513.832

INTERSECTIONS OF CLUSTER SETS

BY
F. BAGEMIHL, G. PIRANIAN and G. S. YOUNG

1. Introduction

We consider complex-valued functions f defined throughout the open unit disk D. Relative to each function f, we investigate the existence of triplets of Jordan arcs A_1, A_2, A_3 in D that have one common endpoint $e^{i\theta}$ and for which the intersection $C(f, A_1) \cap C(f, A_2) \cap C(f, A_3)$ is empty; here $C(f, A)$ denotes the cluster set of f along A, that is, the set of limit values of sequences $\{f(z_m)\}$, $(z_m$ on A, $z_m \to e^{i\theta})$. If the intersection of the three cluster sets is empty, for some triplet of arcs terminating at $e^{i\theta}$, we say that f has the *three-arc property* at $e^{i\theta}$; if moreover the three arcs can be taken to be rectilinear segments, we say that f has the *three-segment property* at $e^{i\theta}$. Except where it is stated explicitly, no assumption concerning analyticity or continuity of f in D will be made.

Bagemihl [1] has shown that no function in D has the analogous two-arc property at more than denumerably many points. On the other hand, Jarník [4] has given an example of a function which has the three-segment property at nondenumerably many points, and Piranian [8] has exhibited a continuous function which has the three-arc property at all points $e^{i\theta}$. We shall prove some extensions of these results.

2. The three-segment property

Theorem 1. *There exists a function in* D *which has the three-segment p operty at each point* $e^{i\theta}$.

To prove this Theorem, we modify an argument used by Bagemihl [2] in connection with the two-segment property of a function defined inside a sphere in three-dimensional space. Let the points $e^{i\theta}$ be well-ordered into a transfinite sequence $\{P_\alpha\}$, $(1 \leqslant \alpha < \omega_c$, where ω_c denotes the first ordinal of the power of the continuum). Construct three segments in D that terminate at P_1. Suppose that the same has been done for each point P_α, $(\alpha < \beta)$; suppose further that no two of the segments constructed so far have more than one point in common, and that no point of D lies on more than two of the segments. Then, if $\beta < \omega_c$,

fewer than $2^{\aleph_0}$ points in D lie on two of the segments, and it is therefore possible to construct three segments in D each of which terminates at P_β, meets none of the previously constructed segments in more than one point, and meets no point of intersection of two previously constructed segments.

When the construction has been carried out for each point $e^{i\theta}$, we partition our collection of segments into three classes S_1, S_2, S_3 in such a way that each point $e^{i\theta}$ is the endpoint of segments belonging to the three classes, respectively. For $i = 1, 2, 3$, we denote by T_i the set of points that lie on some segment of the class S_i. Finally, we choose three numbers a, b, c, and we define the function f as follows:

$$f(z) = a \text{ on } T_2 - T_3,\ f(z) = b \text{ on } T_3 - T_1,\ f(z) = c \text{ on } T_1 - T_2.$$

The definition of $f(z)$ on $D - (T_1 \cup T_2 \cup T_3)$ is arbitrary. Each pair of values taken from the set $\{a, b, c\}$ either constitutes or contains a „rectilinear cluster set" of f, at each point $e^{i\theta}$, and the proof is complete.

Theorem 2. *There exists a continuous fonction in* D *which has the three-segment property at each point of a perfect set.*

Our proof combines Jarník's method with a device used by Piranian in [8]. For the sake of transparency, we replace the unit disk D by the right half-plane H (the transfer of the discussion to the case of the disk involves some arithmetic considerations of a tedious but trivial nature).

From the segment $[0, i]$ on the imaginary axis we delete the open „middle half" $(i/4, 3i/4)$; from the two remaining segments we delete the segments $(i/16, 3i/16)$ and $(13i/16, 15i/16)$, respectively. By repeated deletion of „middle halves", we arrive at a Cantor set E which has the property that if iy_1 and iy_2 are distinct and lie in E, then $i(y_1 + y_2)/2$ does not lie in E.

At each point of E we draw three segments (each of unit length) extending into H with slopes -1, 0, 1, respectively. We denote by T_1, T_2, T_3 the sets of points lying on the line segments with the respective slopes, and we note that the set T_2 does not meet the set $T_1 \cap T_3$.

Let a, b, c denote any three complex numbers that are not collinear. On the sets T_i we define f by the rule that

$$f(z) = a \text{ on } T_2 \cap T_3,\ f(z) = b \text{ on } T_3 \cap T_1,\ f(z) = c \text{ on } T_1 \cap T_2$$

and that f is linear on each segment of the point set T_i whose endpoints are adjacent intersections of T_i with T_j or T_k, $(j, k \neq i)$. The continuous extension of f to the remainder of H presents no difficulty, and the proof is complete.

3. The three-arc property

Theorem 3. *The elliptic modular function has the three-arc property at every boundary point.*

Let $\mathfrak{J}(z)$ map the unit disk conformally into the universal covering surface W of the w-plane punctured at $w = 0, 1, \infty$. For each constant

$t, (0 < t < 1)$, let $b(t)$ denote the figure in the w-plane which consists of the five line segments: from $(-1+t+it)$ to $(1+t+it)$, from $(-1+t-it)$ to $(1+t-it)$, from $(-1+t-it)$ to $(-1+t+it)$, from $(t-it)$ to $(t+it)$, from $(1+t-it)$ to $(1+t+it)$, respectively. Let $B(t)$ denote the set of points in W that overlie the set $b(t)$, and let $\beta(t)$ denote the pre-image under $f(z)$ of $B(t)$. Then $\beta(t)$ is a dichotomously branched tree in D, and each point on $|z| = 1$ can be reached along a Jordan arc which lies on $\beta(t)$. Clearly, if A is a Jordan arc lying on $\beta(t)$, then the cluster set $C(f, A)$ is a subset of the figure $b(t)$. But if $t_1 < t_2 < t_3$, then the intersection $b(t_1) \cap b(t_2) \cap b(t_3)$ is empty, and our theorem is proved.

Theorem 4. *There exists a Blaschke product which has the three-arc-property at each point of a perfect set on the unit circle.*

Let W denote the universal covering surface of the unit disk $|w| < 1$ punctured at the two points $z = 1/2$ and $z = -1/2$, and let $f(z)$ be a function which maps the unit disk $|z| < 1$ conformally onto W. Since the value 0 is not a radial limit value of f, the function f is a Blaschke product (see Hössjer and Frostman [3] or Seidel [10, Theorem 11]). For each real value t in the interval $1/2 < t < 1$, let $b(t)$ consist of the circle $|w| = t$ and of the segment which this circle intercepts on the line $u = t - 3/4$, $(w = u + iv)$. For each t, the set of points on $|z| = 1$ that can be reached along a Jordan arc whose image is carried into $b(t)$ by f, is a perfect set E_t. Also, the sets E_t, $(1/2 < t < 1)$ coincide with each other, and since no point in $|w| < 1$ lies on three sets $b(t)$, the Theorem is proved.

4. Many-segment properties

For each pair of values θ and φ, $(0 \leqslant \theta < 2\pi,\ 0 < \varphi < \pi)$ let $v(\theta, \varphi)$ denote a line segment in D having one endpoint at $e^{i\theta}$ and making an angle φ with the (forward) tangent to the unit circle at $e^{i\theta}$; and for each value θ, let $V(\theta)$ denote the family of all segments $v(\theta, \varphi)$, $(0 < \varphi < \pi)$. We say that a function f in D has the *all-but-few-segments property* at $e^{i\theta}$ if, for each subset V^* of $V(\theta)$ whose complement contains fewer than $2^{\aleph_0}$ elements, the intersection $\bigcap_{v \in V^*} C(f, v)$ is empty.

Theorem 5. *There exists a function* f *in* D *which has the all-but-few-segments property at each point* $e^{i\theta}$.

We shall show actually that there exists a function f in D with the property that, for every θ, if V^* is a subset of $V(\theta)$ whose complement contains fewer than $2^{\aleph_0}$ elements, then there are three elements v_1, v_2, v_3 of V^* for which the intersection $C(f, v_1) \cap C(f, v_2) \cap C(f, v_3)$ is empty. This result clearly includes Theorem 1. To prove it, we introduce a slight modification in the proof of Theorem 1:

Let each point $e^{i\theta}$ occur $2^{\aleph_0}$ times in the transfinite sequence $\{P_\alpha\}$. Choose one segment in D which terminates at P_1, and suppose that one segment has been chosen for each element P_α, $(\alpha < \beta)$, in such a way that no two segments have more than one point in common and

no point in D lies on more than two of the segments. Then the corresponding choice can also be carried out for P_β. We define the classes S_1, S_2, S_3 of segments in such a way that each point $e^{i\theta}$ in the endpoint of $2^{\aleph_0}$ segments belonging to the three classes, respectively, and we define f as before. If V^* omits fewer than $2^{\aleph_0}$ elements of $V(\theta)$, then it contains elements in S_1, S_2, S_3, respectively, and therefore $\bigcap_{v\in V^*} C(f, v)$ is empty.

Theorem 6. *Let* f *be holomorphic in* D. *Then to each* θ *in some subset of measure* 2π *in* $[0, 2\pi]$, *there corresponds a subset* V^* *of* $V(\theta)$ *whose complement contains at most one element, and which has the property that* $\bigcap_{v\in V^*} C(f, v)$ *is not empty.*

Proof. According to Plessner [9, p. 220], the unit circle $\{e^{i\theta}: 0\leqslant\theta<2\pi\}$ is the union of three sets, $F\cup P\cup Z$, where F is the set of Fatou points of f, P is the set of Plessner points of f, and Z is a set of measure zero. If $e^{i\theta}\in F$, we may obviously take $V^* = V(\theta)$. By a theorem of Meier [5, p. 241], P contains a subset P_0 of measure zero such that, if $e^{i\theta}\in P - P_0$, there is at most one φ for which $\infty\in C(f, v(\theta, \varphi))$; if such a φ exists, say φ_0, take $V^* = V(\theta) - \{v(\theta, \varphi_0)\}$, but if no such φ exists, take $V^* = V(\theta)$. This completes the proof.

5. Open questions

1. Does there exist a continuous function in D having the three-segment property at each point of a set of positive measure or of second category on $|z|=1$?

2. If E is a set on $|z|=1$, of measure zero and of first category, does there exist a continuous function in D having the three-segment property at each point of E?

3. The meromorphic function

$$f(z)=\prod_{k=0}^{\infty}[z-1+2^{-k}(1-i)]\,/\,[z-1+2^{-k}(1+i)]$$

has the property that on the three line segments joining the point $z=1$ to $z=i$, $z=-1$, $z=-i$ it satisfies the conditions $|f(z)|<1/\sqrt{5}$, $|f(z)|=1$, $|f(z)|>\sqrt{5}$, respectively. By condensation of singularities, we can construct a function whose cluster sets on three line segments are pairwise disjoint, at each point of an arbitrarily preassigned denumerable set on the unit circle Does there exist a meromorphic function in D possessing the three-segment property at each point of a perfect set ?

4. Let f be of class (A) in D ; that is, let f be bounded and holomorphic in D, and let the radial limit of f have modulus 1, at almost all points $e^{i\theta}$. Does f have the three-arc property at all (or almost all) singular points $e^{i\theta}$ that are not isolated singularities ?

It is clear that at isolated singularities, a fonction of class (A) need not exhibit the three-arc property. For example, let

$$f(z)=\prod[(a_k-z)/(1-a_k z)]^2,$$

where $\{a_k\}$ is an increasing sequence approaching 1 very rapidly. Then the value $w=1$ belongs to the cluster set $C(f, A)$, for each arc A in D terminating at $z=1$.

5. Does there exist a continuous function in D having the all-but-few segments property at each point of a perfect set?

6. Does Theorem 6 remain true under the weaker hypothesis that f is meromorphic ?

7. In Theorem 6, can we replace the set V^* by $V(\theta)$?

8. Let $\Pi(f, e^{i\theta}) = \bigcap_A C(f, A)$, where A ranges over all Jordan arcs in D that terminate at $e^{i\theta}$; let $\Pi_\chi(f, e^{i\theta}) = \bigcap_{v \in V(\theta)} C(f, v)$; and let $\Delta(f, e^{i\theta}) = \Pi_\chi(f, e^{i\theta}) - \Pi(f, e^{i\theta})$. If $\mathcal{J}$ is the elliptic modular function, then $\Pi(\mathcal{J}, e^{i\theta})$ is empty for all θ, while $\Pi_\chi(\mathcal{J}, e^{i\theta})$ consists of the Riemann sphere R, for almost all θ (see Myrberg [6, pp. 32-33], [7, p. 390]), so that $\Delta(\mathcal{J}, e^{i\theta}) = R$ for almost all θ. Does there exist a holomorphic function f such that $\Delta(f, e^{i\theta}) = R$ for all θ, or at least such that $\Delta(f, e^{i\theta})$ is not empty for any θ?

Received the 14 VII 1959

The University of Notre Dame and the University of Michigan, U.S.A.

REFERENCES

1. Bagemihl F., Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A., 1955, **41**, pp. 379-382.
2. — Michigan Math. J., 1957, **4**, pp. 147-150.
3. Hössjer G. a. Frostman O., Fysiogr. Sällsk. Lund Förh., 1933, **3**, *16*, pp. 1-8.
4. Jarník V., Fund. Math., 1936, **27**, pp. 147-150.
5. Meier K. E., Comment. Math. Helv., 1950. **24**, S. 238-259.
6. Myrberg P. I., Ann. Acad. Sci. Fennicae, Ser. A, 1924-1925, **23**, *10*, S. 1-34.
7. — Acta Math., 1931, **57**, S. 389 409.
8. Piranian G., Proc. Amer. Math. Soc., (to appear).
9. Plessner A., J. Reine Angew. Math., 1927, **158**, S. 219-227.
10. Seidel W., Trans. Amer. Math. Soc., 1934, **36**, pp. 201-226.

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ АККУМУЛИРОВАННЫХ РЯДОВ

(Резюме)

Авторы, следуя ряду работ Багемиля [1], Ярника [4] и Пираниана [8], доказывают ряд теорем, как например:

а) *Существует некоторая функция в единичном открытом диске* D *имеющая свойство тройки отрезков* (определяемое в тексте авторами);

б) *Эллиптическая модулярная функция имеет свойство тройки дуг* (определяемое в тексте авторами) *во всякой граничной точке.*

INTERSECŢIA ŞIRURILOR ACUMULATE

(Rezumat)

Autorii consideră o funcţie de variabilă complexă f, definită într-un disc unitar deschis D. Se studiază, în corespondenţă cu fiecare funcţie f, existenţa în D a tripletelor lui Jordan de arce A_1, A_2, A_3 care au comună extremitatea $e^{i\theta}$ şi pentru care sînt vide intersecţiile $C(f, A_1) \cap C(f, A_2) \cap C(f, A_3)$. Se menţionează că prin $C(f, A)$ s-a notat şirul acumulat al lui f de-a lungul lui A, adică şirul valorilor limite ale succesiunilor $\{f(z_m)\}$, (z_m pe A, $z_m \to e^{i\theta}$). Dacă intersecţia a trei şiruri acumulate este vidă pentru vreo tripletă de arce cu extremitatea în $e^{i\theta}$, se zice că f are în $e^{i\theta}$ *proprietatea ternei de arce.* Dacă, mai mult decît atît, terna de arce considerată poate să se reducă la o ternă de segmente rectilinii, se zice că f are în $e^{i\theta}$ *proprietatea ternei de segmente.*

Fără a se face vreo menţiune explicită nu se presupune nimic asupra analiticităţii sau continuităţii lui f în D.

Bagemihl a demonstrat [1] că nici o funcţie în D nu posedă proprietatea analoagă dubletei de arce decît cel mult într-o mulţime numerabilă de puncte. Pe de altă parte, Jarník [4] a dat un exemplu de funcţie care posedă proprietatea ternei de arce într-o mulţime nenumerabilă de puncte şi Piranian [8] a pus in evidenţă o funcţie continuă care posedă proprietatea ternei de arce în toate punctele $e^{i\theta}$. Autorii elaborează o serie de rezultate care constituie o extensiune a celor de mai sus.

De pildă, se stabilesc printre altele, următoarele teoreme:

a) *Există o funcţie în* D *care are proprietatea ternei de segmente în fiecare punct* $e^{i\theta}$.

b) *Funcţia modulară eliptică posedă proprietatea ternei de arce în orice punct de pe frontieră.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

517.51

O DEFINIŢIE A FUNCŢIILOR TRIGONOMETRICE

DE

AL. CLIMESCU

Dificultăţile legate de introducerea funcţiilor trigonometrice în analiza elementară sînt bine cunoscute. Definiţia lor prin serii sau ca soluţii fundamentale ale unei ecuaţii diferenţiale ar întîrzia mult posibilitatea utilizării acestor funcţii, aşa încît se recurge la considerente intuitive cu totul neriguroase.

Propunem aci un procedeu elementar care conduce repede la introducerea funcţiilor $\sin x$ şi $\cos x$ şi la demonstrarea riguroasă a unor proprietăţi utile ale lor.

Plecăm de la ecuaţia $x^2 + y^2 = 1$ şi ne limităm iniţial la soluţiile care satisfac la inegalităţile

$$x \geqslant 0, \quad y \geqslant 0, \quad 1/\sqrt{2} \leqslant x \leqslant 1, \quad 0 \leqslant y \leqslant 1/\sqrt{2}.$$

Două perechi de soluţii se ordonează în mod natural prin regula

$$(a, b) \leqslant (c, d) \longleftrightarrow b \leqslant d.$$

Perechea de soluţii (a, b) fiind dată, construim şirul de perechi

$$\text{(I)} \qquad \begin{cases} a_0 = a & ; \; b_0 = b, \\ a_1 = \sqrt{(1 + a)/2} & ; \; b_1 = \sqrt{(1 - a)/2}, \\ \cdots\cdots\cdots & \\ a_n = \sqrt{(1 + a_{n-1})/2} & ; \; b_n = \sqrt{(1 - a_{n-1})/2}, \end{cases}$$

radicalii fiind luaţi pozitiv. Următoarele proprietăţi sînt imediate:

1. Dacă $a = 1$, atunci $a_n = 1$, $b_n = 0$, $(n = 0, 1, \ldots)$.

2. Dacă $a < 1$, atunci $a_0 < a_1 < \cdots a_n < \cdots < 1$, $b_0 > b_1 > \cdots > b_n > > \cdots > 0$.

3. $a_n^2 + b_n^2 = 1$, deci (a_n, b_n) este o pereche de soluții ale ecuației.

4. $2a_n b_{n+1} < a_{n+1} b_n$. Inegalitatea revine la $2a_n \sqrt{(1-a_n)/2} < \sqrt{(1+a_n)/2} \cdot \sqrt{1-a_n^2}$ adică la $4a_n^2(1-a_n)/2 < (1+a_n)(1-a_n^2)/2$, deci la $(1-a_n)\,[4a_n^2 - (1+a_n)^2]/2 = (1-a_n)(a_n-1)(3a_n+1)/2 < 0$ și ultima inegalitate este evidentă.

De aici rezultă $b_1/a_1 < b_0/(2a_0)$, $b_2/a_2 < b_1/(2a_1) < b_0/(4a_0)$ și prin recurență $b_n/a_n < b_0/(2^n a_0)$ deci

$$5. \qquad 2^n b_n < b_0 a_n/a_0 < b_0/a_0 = b/a.$$

6. Șirul $l_0 = b_0$, $l_1 = 2b_1, \ldots, l_n = 2^n b_n$ este monoton crescător și mărginit superior.

Proprietatea 5 demonstrează mărginirea, iar $l_n < l_{n+1}$ revine la $2^{2n} b_n^2 < 2^{2n+2} b_{n+1}^2$ adică la $1 - a_n^2 < 4(1-a_n)/2$ deci la inegalitatea evidentă $-1 + 2a_n - a_n^2 < 0$.

Fie $l = \lim\limits_{n\to\infty} l_n$, deci $b < l \leqslant b/a$.

7. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 1$, $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$. Existența limitelor este evidentă prin monotonie și mărginire și dacă punem $u = \lim a_n$, u satisface la ecuația $u = \sqrt{(1+u)/2}$ de unde $u = 1$ sau $u = -1/2$, deci $u = 1$.

8. Fie (a, b), (c, d) două perechi distincte de soluții și $b < d$. Dacă punem $l_b = \lim 2^n b_n$, $l_d = \lim 2^n d_n$ atunci $l_b < l_d$.

Formăm perechea $(ac + bd,\ ad - bc)$ notată (e, f). Avem prin ipoteză $1/\sqrt{2} \leqslant c < a < 1$, $0 < b < d \leqslant 1/\sqrt{2}$ de unde $0 < ad - bc < 1/\sqrt{2}$ deci (e, f) este o pereche de soluții dintre acelea considerate. Apoi $ae - bf = a(ac+bd) - b(ad-bc) = (a^2+b^2)c = c$, $af + be = a(ad-bc) + b(ac+bd) = (a^2+b^2)d = d$.

Formăm șirul de perechi (e_n, f_n) și presupunem inductiv că $c_n = a_n e_n - b_n f_n$, $d_n = a_n f_n + b_n e_n$. Atunci $1 - c_n = 1 - a_n e_n + b_n f_n = 2\left[\sqrt{(1-a_n)/2} \cdot \sqrt{(1+e_n)/2} + \sqrt{(1+a_n)/2} \cdot \sqrt{(1-e_n)/2}\right]^2$, de unde $\sqrt{(1-c_n)/2} = d_{n+1} = a_{n+1} f_{n+1} + b_{n+1} e_{n+1}$.

Similar $1 + c_n = 1 + a_n e_n - b_n f_n = 2\left[\sqrt{(1+a_n)/2} \cdot \sqrt{(1+e_n)/2} - \sqrt{(1-a_n)/2} \cdot \sqrt{(1-e_n)/2}\right]^2$, de unde $\sqrt{(1+c_n)/2} = c_{n+1} = a_{n+1} e_{n+1} - b_{n+1} f_{n+1}$, deci în general $2^n d_n = a_n 2^n f_n + e_n 2^n b_n$ și la limită

$$(II) \qquad l_d = l_b + l_f.$$

Cum $0 < f < l_f$ urmează $l_b < l_d$.

(a, b) fiind o pereche de soluții și l limita corespunzătoare, definim $a = \cos l$, $b = \sin l$, proprietatea 8 arătînd că funcțiile $\cos l$, $\sin l$ sînt univoc definite.

Din proprietatea 6 deducem

$$\sin l < l \leqslant \sin l/\cos l. \tag{III}$$

(III) arată că dacă $b_n \to 0$, $l_n \to 0$. Combinînd acest rezultat cu aditivitatea (adică proprietatea (II)) rezultă că l este o funcție continuă de b, deci numind $\pi/4$ limita corespunzătoare perechii $(1/\sqrt{2},\ 1/\sqrt{2})$ obținem

Oricare ar fi $0 \leqslant x \leqslant \pi/4$ *există o pereche* (a, b) *și una singură din care obținem* x *prin procesul* (I).

Corolar. $\cos x$ este monoton descrescătoare și $\sin x$ monoton crescătoare, ambele funcții fiind continue în intervalul $[0, \pi/4]$.

9. Dacă (a, b), (c, d) sînt două perechi de soluții și $(e, f) = (ac - bd, ad + bc)$ se găsește în același interval, rezultă ca mai sus

$$l_b + l_d = l_f. \tag{IV}$$

Punem $l_b = x$, $l_d = y$, deci $\cos x = a$, $\sin x = b$, $\cos y = c$, $\sin y = d$, $\cos(x + y) = ac - bd$, $\sin x = ad + bc$, de unde teorema de adunare:

$$\begin{aligned} \cos(x + y) &= \cos x \cos y - \sin x \sin y, \\ \sin(x + y) &= \cos x \sin y + \cos y \sin x. \end{aligned} \tag{V}$$

Pentru alte soluții ale ecuației $x^2 + y^2 = 1$ se obțin funcțiile trigonometrice corespunzătoare prin considerații clasice.

Procedeul mai sus indicat are avantajul de a introduce în modul cel mai natural corespondența între arce și funcții trigonometrice și de a permite demonstrația riguroasă a formulelor (III) și (V).

Primit la 30 XII 1959

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Matematici

ОДНО ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

(Резюме)

Предлагается одно определение тригонометрических функций допускающее строгое доказательство неравенства (III) и формул (V) только при помощи теоремы монотонных рядов и свойств непрерывных функций.

UNE DÉFINITION DES FONCTIONS TRIGONOMÉTRIQUES

(Résumé)

On propose une définition des fonctions trigonométriques qui permet la démonstration rigoureuse de l'inégalité (III) et des formules (V) en n'employant que le théorème des suites monotones et les propriétés des fonctions continues.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

517.948.32

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Л. Е. КРИВОШЕИН

1. Ряд задач физики и техники, в которых учитывается явление наследственности, приводит к проблеме интегрирования линейных интегро-дифференциальных уравнений (и.-д.у.). Так, например, крутильные колебания валов [1], вопросы сейсмостойкости колонн [2], колебания висячих мостов [3], и т. п. описываются различными краевыми задачами для линейных и.-д.у. Наиболее универсальным аппаратом исследования решений и.-д.у. в замкнутом виде является метод редукции, заключающийся в сведении рассматриваемой задачи для данного и.-д. у. к эквивалентной системе интегральных уравнений с последующим использованием теории Фредгольма. Однако при нынешнем состоянии теории и.-д. у. построение их решений в замкнутом виде возможно лишь в некоторых частных случаях. В связи с этим возникает проблема приближенного решения и.-д. у. В настоящей статье, в развитие результатов заметок [4],[5], приводятся некоторые дополнительные сведения о приближенном решении и.-д.у.

2. 1. Построим приближенные решения задачи

$$y^{(i)}(c) = a_i\,,\ (i = 0,1,\ldots,n-1)\,, \tag{1}$$

для и.-д. у.

$$R[y,\lambda] \equiv L[y] - f(x) - \lambda\int_a^u \sum_0^m K_i(x,t)\,y^{(i)}(t)\,dt = 0\,, \tag{2}$$

где

$$L[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_1^n a_i(x)\,y^{(n-i)}(x)\,,\ u = \mathrm{Ent}(x,b)\,.$$

Пусть $u \equiv b$, $n > m$, $c = a$ и известные функции, входящие в (2), непрерывны для всех $x,t \in [a,b]$. Введем операторы

$$T_1[u] \equiv -\sum_1^n a_i(x)u^{(n-i)}(x),\ T_2(u) \equiv \int_a^b \sum_0^m K_i(x,t)u^{(i)}(t)\,dt\,,\ T[u] \equiv (T_1 + \lambda T_2)[u]. \tag{3}$$

Тогда из (2) с учётом (1) получаем

$$y(x) = \sum_0^{n-1} a_i\frac{(x-a)^i}{i!} + \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\,T[y]\,dt\,. \tag{4}$$

Используя и.-д.у. (4), построим процесс С. А. Чаплыгина [6] для нашей задачи. Если n-раз дифференцируемые функции $\varphi_0(x)$ и $\psi_0(x)$ удовлетворяют условиям (1) и таковы, что

$$R[\varphi_0, \lambda] \equiv \alpha_0(x, \lambda) \leqslant 0, \tag{5}$$

$$R[\psi_0, \lambda] \equiv \beta_0(x, \lambda) \geqslant 0, \quad \text{в } X = \{a \leqslant x \leqslant b,\ \lambda_1 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_2\}, \tag{6}$$

то

$$\varphi_0(x) - y(x) = \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} [\alpha_0(t,\lambda) + T[\varphi_0 - y]]\, dt \leqslant \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} T[\varphi_0 - y] dt, \tag{7}$$

$$\psi_0(x) - y(x) = \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} [\beta_0(t,\lambda) + T[\psi_0 - y]]\, dt \geqslant \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} T[\psi_0 - y] dt. \tag{8}$$

Пусть в области X имеют место неравенства

$$\lambda \geqslant 0,\ a_i(x) \leqslant 0,\ (i = 1, \ldots, n),\ K_i(x,t) \geqslant 0,\ f(x) \geqslant 0. \tag{9}$$

Тогда из (7) и (8), с учетом (5) и (6), получаем

$$T_1[\varphi_0 - y] \leqslant \int_a^x T_1\left[\frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] T[\varphi_0 - y]\, dt \equiv \int_a^b M_1(x,t)\, T[\varphi_0 - y]\, dt, \tag{10}$$

$$T_2[\varphi_0 - y] \leqslant \int_a^b \sum_0^m K_i(x,t)\, dt \int_a^t \frac{(t-\tau)^{n-i-1}}{(n-i-1)!} T[\varphi_0 - y]\, d\tau \equiv$$

$$\equiv \int_a^b dt \int_a^t M_2(x,t,\tau)\, T[\varphi_0 - y] d\tau. \tag{11}$$

Следовательно,

$$T[\varphi_0 - y] \leqslant \int_a^b \left[M_1(x,t)\, T[\varphi_0 - y] + \lambda \int_a^t M_2(x,t,\tau)\, T[\varphi_0 - y] d\tau \right] dt$$

и поэтому, если

$$N = \max_X \int_a^b \left[M_1(x,t) + \lambda \int_a^t M_2(x,t,\tau)\, d\tau \right] dt > 1, \tag{12}$$

то

$$T[\varphi_0 - y] \leqslant 0 \quad \text{в } X. \tag{13}$$

Из (7) находим

$$[\varphi_0(x) - y(x)]^{(k)} \leqslant 0, \tag{14}$$

для всех $k = 0,1,\ldots,n$; $x \in [a,b]$.

Тем же путем доказываем и неравенства

$$[\psi_0(x) - y(x)]^{(k)} \geqslant 0, \ (k = 0,1,\ldots,n;\ x \in [a,b]). \tag{15}$$

Последующие приближения строим по формулам

$$\varphi_k(x) = \sum_0^{n-1} a_i \frac{(x-a)^i}{i!} + \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}[T[\varphi_{k-1}] + f(t)]\,dt =$$

$$= \varphi_{k-1}(x) - \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\alpha_{k-1}(t,\lambda)dt, \tag{16}$$

$$\psi_k(x) = \sum_0^{n-1} a_i \frac{(x-a)^i}{i!} + \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}[T[\psi_{k-1}] + f(t)]\,dt =$$

$$= \psi_{k-1}(x) - \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\beta_{k-1}(t,\lambda)\,dt, \tag{17}$$

где $\alpha_{k-1}(x,\lambda)$ и $\beta_{k-1}(x,\lambda)$ — $(k-1)$-ые невязки соответственно для функций $\varphi_{k-1}(x)$ и $\psi_{k-1}(x)$. Тогда

$$\varphi_0^{(i)}(x) \leqslant \ldots \leqslant \varphi_k^{(i)}(x) \leqslant y^{(i)}(x) \leqslant \psi_k^{(i)}(x) \leqslant \ldots \leqslant \psi_0^{(i)}(x) \tag{18}$$

и

$$\lim_{k\to\infty} \varphi_k(x) = \lim_{k\to\infty} \psi_k(x) = y(x). \tag{19}$$

Действительно,

$$\varphi_1(x) - \varphi_0(x) = \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\alpha_0(t,\lambda)\,dt \tag{20}$$

и поэтому имеют место неравенства

$$[\varphi_1(x) - \varphi_0(x)]^{(i)} \geqslant 0, \ (i = 0,1,\ldots,n), \ T[\varphi_1 - \varphi_0] \geqslant 0 \text{ в } X.$$

По индукции находим

$$\varphi_k(x) - \varphi_{k-1}(x) = \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}T[\varphi_{k-1} - \varphi_{k-2}]\,dt \geqslant 0,$$

$$[\varphi_k(x) - \varphi_{k-1}(x)]^{(i)} \geqslant 0, \ (i = 0,1,\ldots,n), \ T[\varphi_k - \varphi_{k-1}] \geqslant 0 \text{ в } X.$$

Кроме того

$$[\varphi_1(x) - y(x)]^{(i)} = \left\{ \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} T[\varphi_0 - y]\, dt \right\}^{(i)} \leqslant 0$$

и по индукции

$$(21)\quad [\varphi_k(x) - y(x)]^{(i)} = \left\{ \int_a^x \frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!} T[\varphi_{k-1} - y]\, dt \right\}^{(i)} \leqslant 0, \quad (i = 0, 1, \ldots, n;\ x, \lambda \in X).$$

Аналогичным образом доказывается справедливость правой части неравенств (18). Условия (12) обеспечивают сходимость последовательностей $\{\varphi_k\}$ и $\{\psi_k\}$ к $y(x)$.

Таким образом, если остановиться на k-м шаге, то приходим к следующей оценке погрешности:

$$(22)\quad \Delta \equiv \begin{bmatrix} |[\varphi_k(x) - y(x)]^{(i)}| \\ |[\psi_k(x) - y(x)]^{(i)}| \end{bmatrix} \leqslant |[\psi_k(x) - \varphi_k(x)]^{(i)}|,$$

или

$$(23)\quad \Delta \leqslant [(x-a)^{n-i}/(n-i)!]\, A N^k,$$

где

$$A = \max_X T[\psi_0 - \varphi_0],\ (i = 0, 1, \ldots, n;\ x \in [a, b]).$$

Пользуясь неравенством (23), легко указать число шагов k, которые достаточно совершить, чтобы получить приближение к искомому решению задачи (1), (2) с наперед заданной степенью точности ε. Потребуем, чтобы в точке $x \neq a$ приближенное решение отличалось от точного решения не более, чем на ε. Тогда число k определится из неравенства

$$(24)\quad k \geqslant \{\ln \varepsilon - \ln [A(x-a)^n / n!]\} / \ln N,\ x \in [a, b].$$

Аналогично рассматривается и случай $n = m$, только при этом

$$(25)\quad T_2[\varphi_0 - y] = \int_a^b \left\{ K_n(x, t)[T[\varphi_0 - y] + a_0(t, \lambda)] + \right.$$
$$\left. + \sum_1^n K_i(x, t) \int_a^t \frac{(t-\tau)^{n-i-1}}{(n-i-1)!} [a_0(\tau, \lambda) + T[\varphi_0 - y]]\, d\tau \right\} dt.$$

Пример 1.

$$y''(x) - (x/y) \int_0^1 t y'(t)\, dt = 2 - x/b,\ y(0) = y'(0) = 0.$$

$$\varphi_0(x) = x^2/2,\ \varphi_1(x) = x^2 - x^3/12,\ \varphi_2(x) = x^2 - x^3/768,\ \varphi_3(x) = x^2 - x^3/18432, \ldots,$$

$$\psi_0(x) = 2x^2,\ \psi_1(x) = x^2 + x^3/(3b),\ \psi_2(x) = x^2 + x^3/3456,\ \psi_3(x) = x^2 + x^3/110592, \ldots,$$

$$\begin{bmatrix} |\varphi_3(x) - y(x)| \\ |\psi_3(x) - y(x)| \end{bmatrix} \leqslant 7x^3/(110592\, x^3),\ x \in [0, 1].$$

2.2. Пусть в и.-д. у. (2) $u \equiv x$, $n > m$, имеют место неравенства (9) и функции $\varphi_0(x), \psi_0(x)$ удовлетворяют условиям (1) и соответственно неравенствам (5) и (6). Тогда

$$T[\varphi_0 - y] \leqslant \int_a^x \left\{ T_1\left[\frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] T[\varphi_0 - y] + \right.$$

$$\left. + \lambda \sum_n^m K_i(x,t) \int_a^t \frac{(t-\tau)^{n-i-1}}{(n-i-1)!} T[\varphi_0 - y]\, d\tau \right\} dt,$$

$$T[\psi_0 - y] \geqslant \int_a^x \left\{ T_1\left[\frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] T[\psi_0 - y] + \right.$$

$$\left. + \lambda \sum_0^m K_i(x,t) \int_a^t \frac{(t-\tau)^{n-i-1}}{(n-i-1)!} T[\psi_0 - y]\, d\tau \right\} dt.$$

Выберем область $X = \{a \leqslant x \leqslant l,\ \lambda_1 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_2\}$ так, чтобы имело место неравенство

$$N = \max_X \int_a^x \left\{ T_1\left[\frac{(x-t)^{n-1}}{(n-1)!}\right] + \lambda \sum_0^m K_i(x,t) \frac{(t-a)^{n-i}}{(n-i)!} \right\} dt < 1. \tag{26}$$

Тогда для всех $x, \lambda \in X$ имеют место неравенства

$$T[\varphi_0 - y] \leqslant 0,\ T[\psi_0 - y] \geqslant 0,\ \varphi_0^{(i)}(x) \leqslant y^{(i)}(x) \leqslant \psi_0^{(i)}(x). \tag{27}$$

Дальнейшие приближения к решению нашей задачи в области $a \leqslant x \leqslant l$ осуществляем по формулам (16) и (17). Как и в п. **2.1** доказываем соотношения (18) и (19) и приходим к оценкам погрешности (22) и (23). Аналогичным образом можно рассматривать и случай $n = m$.

Пример 2.

$$y''(x) - \frac{1}{2}\int_0^x t y'(t)\, dt = 2 - x^3/3,\ y(0) = y'(0) = 0,\ x \in [0, 1].$$

$$\varphi_0(x) = x^2/2,\ \varphi_1(x) = x^2 - x^5/120,\ \varphi_2(x) = x^2 - x^8/16128, \ldots,$$

$$\psi_0(x) = 2x^2,\ \psi_1(x) = x^2 - x^5/60,\ \psi_2(x) = x^2 + x^8/8064, \ldots$$

Оценку погрешности получим по формуле (22):

$$\left.\begin{matrix} |\varphi_2(x) - y(x)| \\ |\psi_2(x) - y(x)| \end{matrix}\right] \leqslant x^8/5376.$$

Действительная же ошибка гораздо ниже. Так, например, для $\varphi_2(x)$ ошибка составляет $0{,}000062 \ldots x^8$, а для $\psi_2(x)$ ошибка равна $0{,}000124 \ldots x^8$.

3.1. Приближенные решения задачи (1), (2) часто бывает удобным строить [1]), исходя из разрешающих систем. Для построения разрешающей системы воспользуемся преобразованием (см., например, [6])

[1]) Например в случае $c \neq a$.

$$y(x) = \sum_1^n c_i z_i(x) + \int_c^x H(x, t)\,\varphi(t)\,dt, \tag{28}$$

где $z_1(x), \ldots, z_n(x)$ — линейно независимая n раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой не равен нулю в рассматриваемой области; $H(x, t)$ — функция типа функции Коши:

$$H_x^{(i)}(x, t)\,|_{t=x} \equiv \begin{cases} 0, (i = 0, 1, \ldots, n-2), \\ p(x) \neq 0, (i = n-1\,;\ x \in [a, b]\,), \end{cases}$$

а постоянные c_i однозначно определяются из системы уравнений

$$\sum_{i=1}^n c_i z_i^{(k)}(c) = a_k, \quad (k = 0,1, \ldots, n-1). \tag{29}$$

Подстановка (28) в (2) при $n \geqslant m$ приводит к интегральному уравнению вида

$$\varphi(x) - \int_c^x M_1(x, t)\,\varphi(t)\,dt = F(x, \lambda) + \lambda \int_a^b M_2(x, t)\,\varphi(t)\,dt, \tag{30}$$

где $M_1(x, t)$, $M_2(x, t)$ и $F(x, \lambda)$ — известные функции; $c \in [a, b]$.

Если $u \equiv x$ и $c = a$, то вставляя (28) в (2), получаем

$$\varphi(x) - \int_a^x [M_1(x, t) + \lambda M_3(x, t)]\,\varphi(t)\,dt = F(x, \lambda). \tag{31}$$

При $u \equiv x$ и $c \neq a$ мы приходим к уравнению вида

$$\varphi(x) - \int_c^x M_1(x, t)\,\varphi(t)\,dt = F(x, \lambda) + \lambda \int_a^x M_3(x, t)\,\varphi(t)\,dt + \lambda \int_a^c M_4(x, t)\,\varphi(t)\,dt. \tag{32}$$

Если $z_1(x), \ldots, z_n(x)$ — фундаментальная система решений уравнения $L[y] = 0$, то $M_1(x, t) \equiv 0$.

Систему интегральных уравнений (28), (30) при $u \equiv b$, или (28), (31), ((28), (32)) при $u \equiv x$ будем называть разрешающей системой задачи (1), (2).

3.2. Пусть рассматривается разрешающая система (28), (30). Введем функцию

$$M(x, t, \lambda) \equiv \begin{cases} M_1(x, t) + \lambda M_2(x, t), & t \in [c, x] \\ \lambda M_2(x, t), & t \in [a, b] - [c, x]. \end{cases}$$

Тогда (30) перепишется так:

$$I[\varphi] \equiv \varphi(x) - \int_a^b M(x, t, \lambda)\,\varphi(t)\,dt - F(x, \lambda) = 0. \tag{33}$$

Пусть в области $X = \{a \leqslant x, t \leqslant b\,;\ \lambda_1 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_2\}$

(34) $$M(x, t, \lambda) \geqslant 0, \quad F(x, \lambda) \geqslant 0,$$

(35) $$P = \max \int_a^b M(x, t, \lambda)\, dt < 1,$$

а функции $\theta_0(x)$ и $h_0(x)$ таковы, что имеют место неравенства

(36) $$I[\theta_0] = \varrho_0(x, \lambda) \leqslant 0, \quad I[h_0] = \xi_0(x, \lambda) \geqslant 0.$$

Тогда (см., например, [5])

(37) $$\theta_0(x) \leqslant \varphi(x) \leqslant h_0(x), \quad x \in [a, b].$$

Функции

(38) $$\theta_i(x) = \theta_0(x) - \sum_{k=0}^{i-1} \varrho_k(x, \lambda), \quad h_i(x) = h_0(x) - \sum_{k=0}^{i-1} \xi_k(x, \lambda),$$

где $\varrho_k(x, \lambda)$ и $\xi_k(x, \lambda)$ — k-ые невязки соответственно для функций $\theta_k(x)$ и $h_k(x)$, являются соответственно нижними и верхними функциями С. А. Чаплыгина относительно $\varphi(x)$, т. е. имеют место неравенства

(39) $$\theta_i(x) \leqslant \varphi(x) \leqslant h_i(x), \quad x \in [a, b].$$

В силу неравенства (35) получаем

$$\lim_{i \to \infty} \theta_i(x) = \lim_{i \to \infty} h_i(x) = \varphi(x).$$

Следовательно, приближенные решения задачи (1), (2) в области $a \leqslant x \leqslant b$ можно строить по формулам

$$y_i(x) = \sum_{k=1}^{n} c_k z_k(x) + \int_c^x H(x, t) \left[\theta_0(t) - \sum_{k=0}^{i-1} \varrho_k(t, \lambda)\right] dt,$$

$$Y_i(x) = \sum_{k=1}^{n} c_k z_k(x) + \int_c^x H(x, t) \left[h_0(t) - \sum_{k=0}^{i-1} \xi_k(t, \lambda)\right] dt,$$

а оценку погрешности определим из неравенства

(40) $$\left.\begin{matrix} |y_i(x) - y(x)| \\ |Y_i(x) - y(x)| \end{matrix}\right] \leqslant \int_c^x |H(x, t)[h_i(t) - \theta_i(t)]|\, dt|, \quad x \in [a, b].$$

Укажем достаточное число шагов i, которые обеспечивают наперед заданную степень точности ε в точке x сегмента $[a, b]$, где $\int_c^x |H(x, t)|\, dt \neq 0$ [2].

[2]) Очевидно, что в противном случае приближения совпадают с точным значением $y(x)$.

Так как $|\theta_i(x) - h_i(x)| \leqslant P^i\gamma$, где $\gamma = \max\limits_{[a,\,b]} |\theta_0(x) - h_0(x)|$, то из (40) находим

$$i \geqslant \{\ln[\varepsilon/|\gamma \int_c^x |H(x,t)|\,dt|]\}/\ln P. \tag{41}$$

3.3. Пусть в уравнении (33) имеют место неравенства (36) и

$$M(x,t,\lambda) \leqslant 0,\ F(x,\lambda) \geqslant 0,\ x,t \in [a,b],\ \lambda \in [\lambda_1,\lambda_2], \tag{42}$$

$$P = \max_X |\int_a^b |M(x,t,\lambda)|\,dt| < 1. \tag{43}$$

Тогда в области $[a,b]$ имеют место неравенства (37) и последовательные приближения, построеные по формулам (38) сходятся к функции $\varphi(x)$. Однако теперь не все $\theta_i(x)$ ($h_i(x)$) являются нижними (верхними) функциями С. А. Чаплыгина относительно функции $\varphi(x)$. Действительно

$$\theta_1(x) - \varphi(x) = \int_a^b M(x,t,\lambda)[\theta_0(t) - \varphi(t)]\,dt \geqslant 0,$$

$$\theta_2(x) - \varphi(x) = \int_a^b M(x,t,\lambda)[\theta_1(t) - \varphi(t)]\,dt \leqslant 0 \text{ и т. д.}$$

Аналогично $h_1(x) - \varphi(x) = \int_a^b M(x,t,\lambda)[h_0(t) - \varphi(t)]\,dt \leqslant 0$, но $h_2(x) - \varphi(x) \geqslant 0$ и т. д.

Следовательно, $\theta_{2i}(x)$ и $h_{2i+1}(x)$ — нижние, а $\theta_{2i+1}(x)$ и $h_{2i}(x)$ — верхние функции С. А. Чаплыгина относительно $\varphi(x)$, $(i = 0, 1, 2, \ldots)$. Такое поведение функций С. А. Чаплыгина сокращает вычислительную работу и позволяет весьма просто строить оценки погрешностей. Действительно, пусть в области $a \leqslant x \leqslant b$ имеет место неравенство $\theta_0(x) \leqslant \varphi(x)$ Тогда $\theta_{2i}(x) \leqslant \varphi(x) \leqslant \theta_{2i+1}(x)$, $(i = 0, 1, \ldots)$.

Определяя последовательные приближения к задаче (1), (2) по формулам

$$y_i(x) = \sum_{k=1}^n c_k z_k(x) + \int_c^x H(x,t)\theta_{2i}(t)\,dt,$$

$$Y_i(x) = \sum_{k=1}^n c_k z_k(x) + \int_c^x H(x,t)\theta_{2i+1}(t)\,dt,\ (i = 0, 1, \ldots),$$

мы приходим к такой оценке погрешности:

$$\left.\begin{matrix}|y_i(x)-y(x)|\\ |Y_i(x)-y(x)|\end{matrix}\right] \leqslant \left|\int_c^x |H(x,t)[\theta_{2i}(t)-\theta_{2i+1}(t)]|\,dt\right|.$$

Пример 3.

$$y''(x)-\frac{1}{3}\int_0^1 (1-t)\,y'(t)\,dt = 6x+1/12,\ y(0)=y'(0)=0.$$

$$y(x)=\int_0^x (x-t)\,\varphi(t)\,dt,\ \varphi(x)+\frac{1}{6}\int_0^1 (1-t)^2\,\varphi(t)\,dt = 6x+1/12,$$

$$\theta_0(x)=3x,\ \theta_1(x)=6x+1/24,\ \theta_2(x)=6x-1/432,\ \theta_3(x)=6x+1/5184,\ldots$$

$$\left.\begin{matrix}|y(x)-y_2(x)|\\ |y(x)-y_3(x)|\end{matrix}\right] \leqslant 3x^2/10368,\ \text{где } y_2(x)=x^3-x^2/864,\ y_3(x)=x^3+x^2/10368.$$

Замечание. Если $n<m$, то используя метод построения разрешающей системы, изложенный в [7], мы придем, при выполнении надлежащих условий, к системе вида (28), (33). Только теперь в общем случае возможно, что $M(x,t,\lambda)$ нелинейным образом зависит от λ.

3.4. Если рассматривается задача Коши для и.-д.у. типа Вольтерра и $c=a$, то мы приходим к разрешающей системе (28), (31). При этом всегда можно выбрать область $[a,l]$ так, чтобы имело место неравенство [3])

$$P=\max_x \int_a^x |M_1(x,t)+\bar{\lambda}M_3'(x,t)|\,dt<1,\ \bar{\lambda}-\text{фиксированное число из } [\lambda_1,\lambda_2],$$

а в остальном выкладки выполняются так же как и в пп. **3.2, 3.3.**

3.5. Построим процесс последовательных приближений, в которые входят так называемые функциональные поправки. Метод осреднения функциональных поправок был предложен Ю. Д. Соколовым [8] и получил дальнейшее развитие в работах [9], [10], [11]. Исходя из разрешающей системы (28), (30), можем построить процесс Ю. Д. Соколова в виде

$$y_k(x)=\sum_{i=1}^n c_i z_i(x)+\int_c^x H(x,t)\,\varphi_k(t)\,dt, \tag{45}$$

$$\varphi_k(x)=F'(x,\lambda)+\int_a^b M(x,t,\lambda)\,[\varphi_{k-1}(t)+a_k]\,dt,\ (k=0,1,\ldots), \tag{46}$$

где

$$a_k=\frac{1}{b-a}\int_a^b [\varphi_k'(x)-\varphi_{k-1}'(x)]\,dx,\ \varphi_0'(x)\equiv 0,\ D=b-a-\int_a^b\int_a^b M(x,t,\lambda)\,dt\,dx.$$

---

[3]) Если функция $M_1(x,t)+\bar{\lambda}M_3(x,t)$ абсолютно интегрируема на $[a,b]$.

Этот процесс сходится абсолютно и равномерно, если выполняются условия (см. [8]):

$$|\varphi_1(x) - a_1| \leqslant \delta, \quad \int_a^b |M(x,t,\lambda)|\,dt < L < 1 \quad \text{и} \tag{47}$$

$$\varepsilon = L + (1+L)N/D < 1, \text{ где } \int_a^b\int_a^b |M(x,t,\lambda)|\,dt\,dx,\ D > 0,\ \lambda\in[\lambda_1,\lambda_2],\ x\in[a,b].$$

Для определения поправок a_k воспользуемся методом коллокации (см., например, [12], § **6**). С этой целью вставим (46) в (30) и определим величину получающейся при этом невязки:

$$\varphi_k(x) - \int_a^b M(x,t,\lambda)\,\varphi_k(t)\,dt - F(x,\lambda) \equiv \varepsilon(x,\lambda) \equiv \nu(x,\lambda) + a_k\,\omega(x,\lambda). \tag{48}$$

Потребуем, чтобы в точке $x_1 \in [a,b]$ невязка обращалась в нуль: $\varepsilon(x_1,\lambda) = 0$, $\omega(x_1,\lambda) \neq 0$, $\lambda \in [\lambda_1,\lambda_2]$. Тогда $a_k = -\nu(x_1,\lambda)/\omega(x_1,\lambda)$. Поэтому приближенное решение задачи (1), (2) можно записать по формуле

$$y_k(x) = \sum_1^n c_i z_i(x) + \int_c^x H(x,t)\left\{F(t,\lambda) + \int_a^b M(t,\tau,\lambda)\,[\varphi_{k-1}(\tau) - \right.$$

$$\left. - \nu(x_1,\lambda)/\omega(x_1,\lambda)]\,d\tau\right\} dt.$$

При этом очевидно, что если $a_k \to 0$, то $\varphi_k(x) \to \varphi(x)$, $k \to \infty$.

Оценим погрешность полученного приближения. Из (30), (48) имеем

$$\varphi(x) - \varphi_k(x) - \int_a^b M(x,t,\lambda)\,[\varphi(t) - \varphi_k(t)]\,dt = \varepsilon(x,\lambda).$$

Следовательно, при выполнении условий (47) имеем

$$\max_{[a,b]} |\varphi(x) - \varphi_k(x)| \leqslant \max_X \varepsilon(x,\lambda)\,/\,[1 - \max_X \int_a^b |M(x,t,\lambda)|\,dt] = a.$$

Поэтому

$$|y(x) - y_k(x)| \leqslant a \int_c^x |H(x,t)|\,dt|,\ x \in [a,b].$$

Если строить процесс функциональных поправок, исходя из разрешающей системы (28), (31), то в этом случае определяем a_k из условия обращения в нуль невязки для функции $\varphi_k(x)$ в точке $x_1 \in [a,b]$.

Пример 4.

$$y''(x) - \frac{1}{2}\int_0^1 (x-t)\,y'(t)\,dt = 7/3 - x/2,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0.$$

$$y(x) = 1 + \int_0^x (x-t)\,\varphi(t)\,dt,\ \varphi(x) - \frac{1}{4}\int_0^1 [(x-t)^2 - (x-1)^2]\,\varphi(t)\,dt = 7/3 - x/2,$$

$\varphi_1(x) = 7/3 - x/2 + \alpha_1(x - 2/3)/4$. При $x_1 = 3/4$ находим $\alpha_1 = 7/3$. Поэтому

$$y_1(x) = 1 + 35x^2/36 + x^3/72, \ldots, \quad |y(x) - y_1(x)| \leqslant 371x^2/648,\ x \in [0,1].$$

Поступила 1 XII 1959 г.

Киргизский Государственный Университет, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Volterra V., *Leçons sur les équations intégrales*, Gauthier — Villars, Paris, 1913.
2. Романовский В. И., Тр. САГУ, сер. V-а, матем., 1934, *12*.
3. Klöppel K. u Lie H., Ing.-Arch., 1942, *13*.
4. Кривошеин Л. Е., Уч. зап. физ.-матем. ф-та КирГУ, 1957, **4**, ч. 2.
5. — *О приближенном решении краевых задач для линейных интегро-дифференциальных уравнений*, Юбилейная сессия АН Кирг. ССР, 1958.
6. Чаплыгин С. А., *Новый метод приближенного решения дифференциальных уравнений*, М.-Л., 1950.
7. Манжерон Д. и Кривошеин Л. Е., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **5** (**9**), *1—2*.
8. Соколов Ю. Д., Укр. матем. журнал, 1957, **9**, *1*.
9. Чернышенко Э. А., Ibid., 1954, **6**, *3*.
10. Лучка Ю. А., ДАН СССР, 1958, **122**, *2*.
11. Молокович Ю. М., Изв. ВУЗ, матем., 1959, *5*.
12. Канторович Л. В., УМН, 1946, **3**, *6*.

SUR LA RÉSOLUTION APROXIMATIVE DE CERTAINES ÉQUATIONS INTÉGRO-DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

(Résumé)

Dans un travail antérieur [7], inséré dans la fascicule précédente du même Bulletin, l'Auteur a étudié en collaboration avec D. Mangeron certains problémes à la frontière pour une classe d'équations intégro-différentielles pondérées. Dans cet article l'Auteur, tout en continuant l'ordre d'idées des Notes [4,] [5], construit des solutions approximatives pour les équations intégro-différentielles linéaires ordinaires (2) où

$$L[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_1^n a_i(x)\,y^{(n-i)}(x),\ u = \mathrm{Ent}(x, b),$$

dans l'hypothèse du problème de Cauchy (1).

Les évaluations effectives des erreurs commises sont donnés en tenant compte soit des équations intégro-différentielles considérées soit des systèmes résolvants equivalents.

Dans l'élaboration du travail on utilise surtout le procédé de construction des solutions approximatives élaboré par S. A. Tchaplyguine [6].

REZOLVAREA APROXIMATIVĂ A UNOR ECUAŢII INTEGRO-DIFERENŢIALE LINIARE

(Rezumat)

Într-o lucrare anterioară [7], autorul împreună cu D. Mangeron a studiat probleme pe contur pentru o clasă de ecuaţii integro-diferenţiale ponderate.

În această lucrare, autorul, continuînd ordinea de idei expusă în [4], [5], construieşte soluţii aproximative pentru ecuaţii integro-diferenţiale liniare ordinare de tipul (2), în care

$$L[y] \equiv y^{(n)}(x) + \sum_{1}^{n} a_i(x)\, y^{(n-i)}(x), \quad u = \mathrm{Ent}(x, b),$$

în ipoteza condiţiilor lui Cauchy (1).

Se dau apoi evaluări efective ale erorilor comise, ţinîndu-se seama fie de ecuaţiile integro-diferenţiale considerate, fie de sistemele rezolvante ce le sînt echivalente.

Ca metodă de lucru se foloseşte în principal procesul de construcţie a soluţiilor aproximative elaborat de S. A. Ceaplîghin în [7].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

518.5

ASUPRA OMOMORFISMULUI SCHEMELOR CU CONTACTE ŞI RELEE

DE
Academician GR. C. MOISIL

§ **1.** Să considerăm două scheme cu contacte şi relee S şi S^* avînd aceleaşi comenzi şi ecuaţiile de recurenţă [1, p. 448]

$$X_{N+1} = F(K_N, X_N), \qquad (1)$$

$$X^*_{N+1} = F^*(K_N, X^*_N) \qquad (2)$$

şi să presupunem că există o funcţie h

$$X^* = h(X) \qquad (3)$$

astfel ca

$$F^*(K, h(X)) = h(F(K, X)). \qquad (4)$$

O astfel de funcţie h va fi numită un *omomorfism al lui* S *în* S^* [2]; vom spune că S^* este o reprezentare omomorfă a lui S.

Dacă h *este un omomorfism al lui* S *în* S^*, h *face ca la două poziţii* X, Y *consecutive*[1] *în* S, *sub o anume comandă să le corespundă două poziţii* h(X), h(Y) *consecutive în* S^* *sub aceeaşi comandă.* Într-adevăr dacă $Y = F(K, X)$ atunci $h(Y) = h(F(K, X)) = F^*(K, h(X))$ deci $h(Y)$ este consecutivă lui $h(X)$ în S^*.

Dacă h transformă biunivoc pe $\mathfrak{D}$ în $\mathfrak{D}$ el este un isomorfism [1], [3].

Se deduce că *prin omomorfism*:

O poziţie stabilă[2] *în* S *sub o comandă* K *se transformă într-o poziţie stabilă în* S^* *sub aceeaşi comandă.*

O poziţie blocată în S *se transformă într-o poziţie blocată în* S^*[3].

O evoluţie autonomă[4] *sub comanda* K *se transformă într-o evoluţie autonomă sub aceeaşi comandă.*

---

[1]) Poziţiile X, Y ale schemei S sînt consecutive sub comanda K dacă $Y = F(K, X)$.

[2]) O poziţie stabilă a lui S sub comanda K_0 este o poziţie X_0 astfel ca $F(K_0, X_0) = X_0$.

[3]) O poziţie blocată a lui S este o poziţie stabilă sub orice comandă.

[4]) O evoluţie autonomă sub comanda K este un şir de poziţii succesive sub comanda K.

O evoluție succesivă[5] *sub comanda* K *se transformă într-o evoluție succesivă sub aceeași comandă.*

O evoluție succesiv-repetată[6] *sub comanda* K *cu perioada* ω *și cu etapa neperiodică cu cel mult* H *timpi se transformă într-o evoluție succesiv-repetată sub aceeași comandă, cu perioada un divizor al lui* ω *și cu etapa neperiodică de cel mult* H *timpi.*

Suprapunerea a două omomorfisme este un omomorfism.

§ 2. Fie h un omomorfism și $X' \sim X''$ relația definită prin $h(X') = h(X'')$.

α) *Relația* „$\sim$" *este o relație de echivalență.* Într-adevăr, faptul că ea este reflexivă, simetrică și transitivă este evident.

β) *Sub orice comandă, consecutivele a două poziții echivalente sînt echivalente.* Cu alte cuvinte din $X' \sim X''$ deducem $F(K, X') \sim F(K, X'')$. Într-adevăr h fiind un omomorfism, din $X' \sim X''$ deducem $h(F(K, X')) = F^*(K, h(X')) = F^*(K, h(X'')) = h(F(K, X''))$ deci $F(K, X') \sim F(K, X'')$.

§ 3. Reciproc fie $\mathfrak{D}$ domeniul pozițiilor contactelor lui S și „$\sim$" o relație între elementele lui $\mathfrak{D}$ care satisface cele două condiții:

α) „$\sim$" este o relație de echivalență;

β) dacă $X' \sim X''$ atunci $F(K, X') \sim F(K, X'')$ oricare ar fi K.

O astfel de relație „$\sim$" se va numi *o relație de echivalență între pozițiile contactelor lui* S.

Vom construi mulțimea cît $\mathfrak{D}^*$, obținută prin factorizarea lui $\mathfrak{D}$ prin „$\sim$". Este vizibil că dat fiind $X^* \in \mathfrak{D}^*$, toate elementele $F(K, X)$ cu $X \in X^*$ aparțin aceluiași element $Y^* \in \mathfrak{D}^*$, căci dacă $X' \in X^*$, $X'' \in X^*$, atunci $X' \sim X''$ deci $F(K, X') \sim F(K, X'')$ deci dacă $F(K, X') \in Y^* \in \mathfrak{D}^*$ atunci $F(K, X'') \in Y^*$. Vom defini o funcție $F^*(K, X^*)$ prin:

$F^*(K, X^*)$ *este elementul din* $\mathfrak{D}^*$, *clasă de elemente ale lui* $\mathfrak{D}$, *care conține elementul* $F(K, X)$ *cu* $X \in X^*$.

Putem construi o schemă S^* cu comenzile K și mulțimea pozițiilor contactelor $\mathfrak{D}^*$ cu ecuația de recurență $X^*_{N+1} = F^*(K_N, X^*_N)$.

Vom numi schema S^* *schema cît* a lui S prin „$\sim$".

Schema S^* *este omomorfă cu* S, transformarea $X = h(X)$ fiind definită prin $X \in X^*$.

Se vede că tehnica obișnuită în algebra abstractă este aici aplicabilă.

§ 4. *Exemplul I.* Să considerăm schemele din fig. 1 și 2.
Schema S din fig. 1 are patru poziții ale contactelor releelor:

---

[5]) O evoluție succesivă este o evoluție autonomă cu un număr finit de poziții ultima fiind stabilă.

[6]) O evoluție succesiv-repetată cu perioada ω și cu etapa neperiodică de cel mult H timpi este o evoluție autonomă $X_0, X_1, \ldots$ astfel ca $X_{N+\omega} = X_N$ pentru $N \geqslant H$.

P_0: $x=0$, $y=0$; P_1: $x=1$, $y=0$; P_2: $x=1$, $y=1$; P_3: $x=0$, $y=1$, deci pentru schema S: $F(1, P_n) = P_m$, $F(0, P_n) = P_0$, $m \equiv n+1 \pmod 4$.

Schema S^* are două poziţii: P_0^*: $z=0$; P_1^*: $z=1$, deci pentru schema S^*: $F^*(1, P_n^*) = P_m^*$, $F^*(0, P_n^*) = P_0^*$, $m \equiv n+1 \pmod 2$.

Să considerăm funcţia $h(P_0) = h(P_1) = P_0^*$, $h(P_1) = h(P_3) = P_1^*$, deci $h(P_n) = P_m^*$, $m \equiv n \pmod 2$

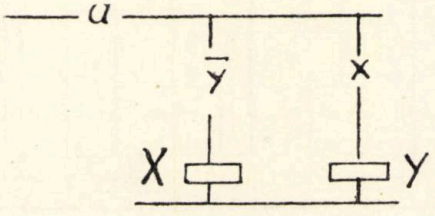


Fig. 1

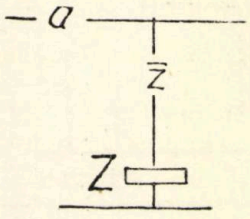
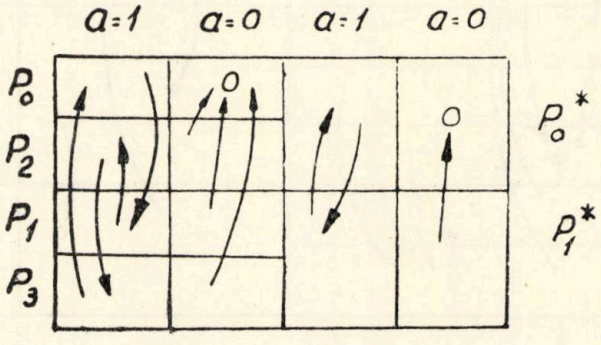


Fig. 2

Este vizibil că $h(F(0, P_n)) = h(P_0) = P_0^*$, $F^*(0, h(P_n)) = P_0^*$, deci $h(F(0, P_n)) = F^*(0, h(P_n))$ şi $h(F(1, P_n)) = h(P_m) = P_r^*$ cu $m \equiv n+1 \pmod 4$, $r \equiv m \pmod 2$, iar $F^*(1, h(P_n)) = F^*(1, P_s^*) = P_t^*$ cu $s \equiv n \pmod 2$, $t \equiv s+1 \pmod 2$, deci $t = s+1+2p = n+2q+1+2p \equiv n+1 \pmod 2$, iar $r = m+2w = n+1+4l+2w \equiv n+1 \pmod 2$, deci $r \equiv t \pmod 2$, dar r, t sînt 0 sau 1 deci $r = t$, deci $h(F(1, P_n)) = F^*(1, h(P_n))$, deci $h(F(K, P)) = F^*(K, h(P))$.

Dacă construim tablourile de funcţionare [5] este vizibil că



Schema S sub comanda $a=0$ este stabilă în poziţia de repaus P_0, iar sub comanda $a=1$ are o evoluţie periodică în patru timpi; schema S^* sub comanda $a=1$ are o evoluţie periodică în doi timpi, iar sub comanda $a=0$ este stabilă în poziţia de repaus P_0^*.

§ 5. *Exemplul II.* Să considerăm schema din fig. 3 cu ecuaţiile de recurenţă:

$$x_{N+1} = a_N [y_N \bar{z}_N \cup x_N (\bar{y}_N \cup z_N)] \cup \bar{a}_N [y_N (x_N \cup \bar{z}_N) \cup \bar{x}_N \bar{y}_N \bar{z}_N],$$

$$y_{N+1} = \bar{a}_N y_N \cup (a_N \cup \bar{y}_N) \bar{x}_N z_N,$$

$$z_{N+1} = \bar{a}_N x_N y_N \cup a_N [\bar{x}_N (\bar{y}_N \cup z_N) \cup y_N z_N \cup x_N \bar{y}_N \bar{z}_N] \cup \bar{x}_N \bar{y}_N z_N$$

Fie cele opt poziţii: P_0: $x=0$, $y=0$, $z=0$; P_1: $x=0$, $y=0$, $z=1$; P_2: $x=0$, $y=1$, $z=1$; P_3: $x=0$, $y=1$, $z=0$; P_4: $x=1$, $y=1$, $z=0$; P_5: $x=1$, $y=1$, $z=1$; P_6: $x=1$, $y=0$, $z=1$; P_7: $x=1$, $y=0$, $z=0$;

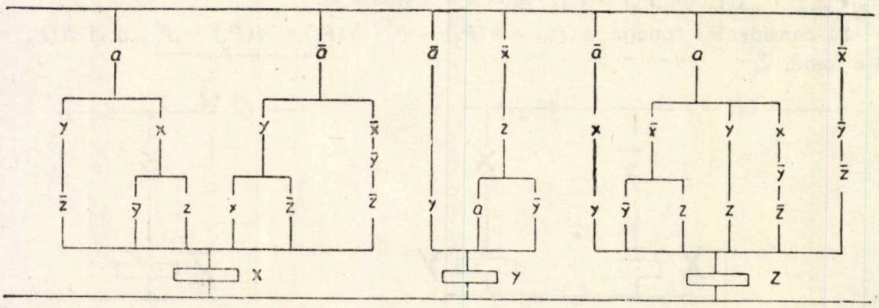
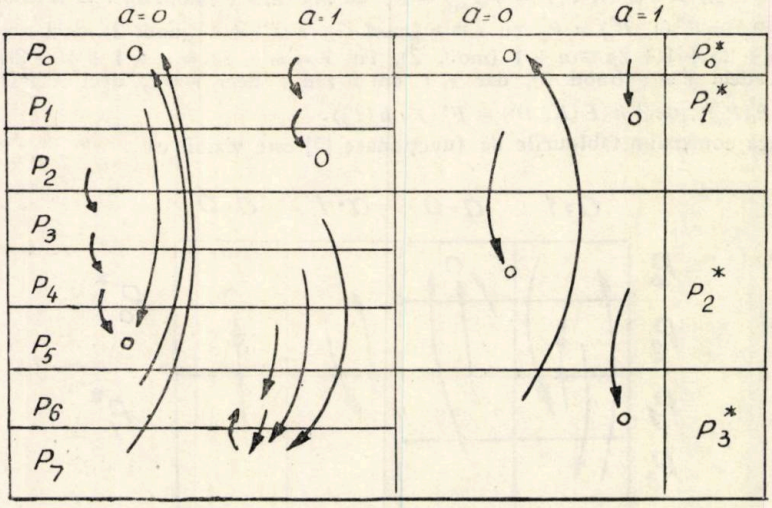


Fig. 3

Tabloul evoluţiilor



a fost completat, în dreapta, cu tabloul evoluţiei schemei factor faţă de echivalenţa definită prin $P_1 \sim P_2$, $P_3 \sim P_4 \sim P_5$, $P_6 \sim P_7$.

Omomorfismul este dat de $h(P_0) = P_0^*$, $h(P_1) = h(P_2) = P_1^*$, $h(P_3) = h(P_4) = h(P_5) = P_2^*$, $h(P_6) = h(P_7) = P_3^*$.

Luînd P_0^*: $u=0$, $v=0$; P_1^*: $u=0$, $v=1$; P_2^*: $u=1$, $v=1$; P_3^*: $u=1$, $v=0$, obţinem schema S^* omomorfă cu S cu ecuaţiile:

$$u_{N+1} = a_N u_N \cup \bar{a}_N v_N, \quad v_{N+1} = a_N \bar{u}_N \cup a_N v_N$$

si cu desenul din fig. 4.

Schemele S şi S^* au evoluţii foarte diferite.

La prima acţionare S are o evoluţie succesivă P_0, P_1, P_2 şi se stabilizează în P_2. S^* evoluează în doi timpi P_0^*, P_1^* şi se stabilizează în P_1^*.

La dezacţionare S are o evoluţie succesivă P_2, P_3, P_4, P_5 şi se stabilizează în P_5, iar S^* are o evoluţie în doi timpi P_1^*, P_2^*.

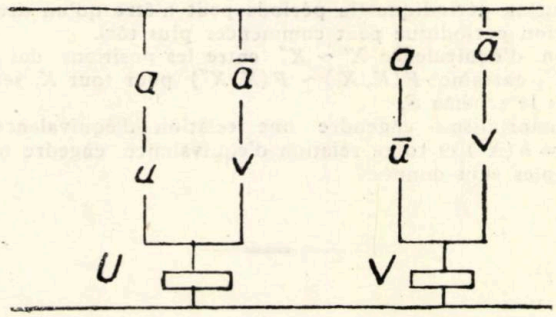


Fig. 4

La o nouă acţionare S are o evoluţie pulsantă între P_6, P_7 în timp ce S^* are o evoluţie în doi timpi şi se stabilizează.

La dezacţionare S trece în poziţia de repaus P_0, iar S^* trece în poziţia de repaos P_0^*.

Primit la 22 VIII 1959

Institutul de Matematici,
Academia R.P.R., Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. Moisil Gr. C., *Teoria algebrică a mecanismelor automate*, Editura tehnică, Buc., 1959.
2. — Изв. на Математ. Инст., 1959, **III**, *II*, стр. 163.
3. — Bul. Mat. Soc. Şt. Mat. Fiz., 1957, **I (XLIX)**, *1*, p. 82.
4. — Bull. Math. de la Soc. des Sç. Math. et Phys., 1957, **I (XLIX)**, *1*, p 87.
5. Caldwell H. S., *Switching circuits and logical design*, John Willey & Son Inc., N.Y., 1958.

О ГОМОМОРФИЗМЕ СХЕМ С КОНТАКТАМИ И РЕЛЕ

(Резюме)

Гомоморфизм двух схем с контактами и реле, определяемый рекуррентными уравнениями (1) и (2), есть превращение (3) удовлетворяющее условию (4). При h двуоднозначном — это изоморфизм. Гомоморфизм инвариирует идеи относящиеся к функционированию схем: установившееся положение, блокировка, автономная эволюция, периодическая эволюция (период может быть лишь делителем первоначального периода, периодическая эволюция может начаться раньше).

Эквивалентное соотношение $X' \sim X''$ между положениями контактов реле, такое что $X' \sim X''$ имеет следствием $F(K, X') \sim F(K, X'')$ для всякого K, называется соотношением эквивалентности в схеме S.

Всякий гомоморфизм порождает в схеме эквивалентное соотношение определяемое $h(X') = h(X'')$ и всякое эквивалентное соотношение порождает некоторый гомоморфизм.

Приводятся два примера.

SUR L'HOMOMORPHISME DES SCHÉMAS À CONTACTS ET RELAIS

(Résumé)

L'homomorphisme de deux schémas à contacts et relais ayant les équations de récurrence (1) et (2) est une transformation (3) qui satisfait la condition (4). Si h est biunivoque c'est un isomorphisme. L'homomorphisme invarie les idées concernant le fonctionnement des schémas : position stable, blocage, évolution autonome, évolution à stabilisation, évolution périodique (la période peut n'être qu'un diviseur de la période primitive, l'évolution périodique peut commencer plus tôt).

Une relation d'équivalence $X' \sim X''$ entre les positions des contacts des relais, telle que $X' \sim X''$, entraîne $F(K, X) \sim F(K, X'')$ pour tout K, sera appelée relation d'équivalence dans le schéma S.

Tout homomorphisme engendre une relation d'équivalence dans le schéma, défini par $h(X') = h(X'')$ et toute relation d'équivalence engedre un homomorphisme.

Deux exemples sont donnés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

518.5

STRUCTURES DES ORGANIGRAMMES

PAR

JEAN KUNTZMANN et NOËL GASTINEL

1. Séquence de calcul

On nommera ainsi une suite de n instructions $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$, telles que l'exécution de I_j soit suivie de celle de I_{j+1}, et précédée de celle de I_{j-1}. On peut considérer une telle suite comme un „dipôle orienté". Les extrémités de la séquence jouent des rôles essentiellement différents: a) I_1 sera le *départ* de la séquence, b) I_n sera *l'arrivée* de la séquence.

2. Réseaux ou organigrammes

Considérons un ensemble de séquences assemblées entre elles de façon à n'avoir en commun que des *extrémités*.

Définitions. Un tel assemblage de séquences est nommé *réseau* ou *organigramme*.

Les points où se joignent les séquences sont appelés des noeuds du réseau.

Certaines séquences peuvent avoir leur départ libre (c'est-à-dire autre part qu'en un noeud), ce seront les séquences *d'entrée*.

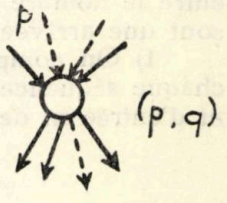
Certaines séquences peuvent avoir leur arrivée libre (c'est-à-dire autre part qu'en un noeud), ce seront les séquences *de sortie*.

3. Types de noeuds

Définition. On dira qu'un noeud est du type (p, q), p, q étant des *entiers* $\geqslant 1$, s'il se trouve en celui-ci:

a) p extrémités de séquences qui sont des arrivées,

b) q extrémités de séquences qui sont des départs.

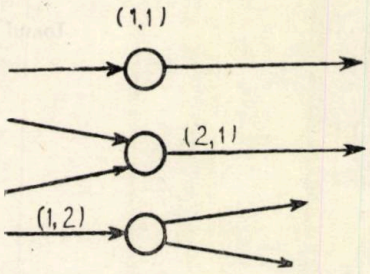


En particulier, on citera:

a) le type (1,1) dit „prolongement“

b) le type (2,1) dit „bi-groupement“

c) le type (1,2) dit „bifurcation“



4. Relations de structure d'un réseau

Considérons un réseau R et désignons par : E — le nombre de séquences d'entrée, S — le nombre de séquences de sortie, D — le nombre total de séquences, $N(p, q)$ — le nombre de noeuds du réseau du type (p,q).

Remarque. *Si une séquence est à la fois d'entrée et de sortie, elle doit être décomptée deux fois, comme entrée et comme sortie.*

A) Comptons, et de deux façons différentes, le nombre des extrémités de séquences situées en un noeud du réseau.

1) Chaque séquence a deux extrémités, il y a donc $2D$ extrémités, mais n'est pas en un noeud une extrémité de toute séquence d'entrée ou de sortie.

Le nombre cherché est donc

$$2D - E - S.$$

2) Il y a, d'autre part, $\sum_{p,\,q} N(p, q)$ noeuds (le symbole $\sum_{p,\,q}$ signifiant qu'il faut faire la somme des nombres $N(p,q)$ pour tous les couples (p,q) avec p et $q \geqslant 1$). Pour un noeud de type (p, q) on trouve en celui-ci $p+q$ extrémités de séquences, donc le nombre cherché est :

$$\sum_{p,\,q} (p+q)\, N(p, q)$$

d'où la relation :

$$2D - E - S = \sum_{p,\,q} (p+q)\, N(p,q). \tag{1}$$

Par exemple, si le réseau ne comporte que des bi-groupements en nombre G, et des bifurcations en nombre F, on trouve :

$$2D - E - S = 3(G+F). \tag{I}$$

B) Comptons, et encore de deux façons différentes, la différence entre le nombre d'extrémités de séquences situées en un noeud, qui sont une arrivée, et le nombre de celles qui sont un départ.

1) On compte $+1$ pour chaque séquence d'entrée, puis -1 pour chaque séquence de sortie, enfin 0 pour toute autre séquence qui n'est ni d'entrée ni de sortie. Cela donne pour le nombre cherché :

$$E - S.$$

2) Pour un noeud de type (p, q) on doit compter $p - q$, donc le nombre cherché est :

$$\sum_{p,\,q} (p-q)\, N(p,q),$$

d'où la relation :

$$E - S = \sum_{p,\,q} (p-q)\, N(p,q). \tag{2}$$

Dans l'exemple précédent :

$$E - S = G - F. \tag{II}$$

5. Premières applications

A) *Réseau n'ayant que des noeuds de même type.* Soit $N(p, q)$ le nombre de noeuds de type (p, q) que ce réseau contient. On aura :

$$2D - E - S = (p+q)\, N(p,q), \quad E - S = (p-q)\, N(p,q).$$

D'où en éliminant $N(p,q)$, la relation :

$$D(p-q) - pE + qS = 0.$$

Théorème. *Si un réseau n'a que des noeuds de type* (p, q), *il existe entre les nombres* D, E, S, *la relation* $D(p-q) - pE + qS = 0$.

B) *Réseau n'ayant des noeuds que de deux types distincts* (p, q), (p', q'). Dans ce cas, les relations du paragraphe 4 s'écrivent :

$$2D - E - S = (p+q)\, N(p,q) + (p'+q')\, N(p',q'),$$
$$E - S = (p-q)\, N(p,q) + (p'-q')\, N(p',q').$$

Par suite, si

$$(p+q)(p'-q') - (p'+q')(p-q) = 2(qp' - pq') \neq 0,$$

on peut déterminer les deux nombres $N(p,q)$ et $N(p',q')$ dès que l'on connait les valeurs de D, E, S.

Théorème. *Si un réseau ne possède que des noeuds de deux types seulement* (p, q) *et* (p', q'), *le nombre total de séquences, le nombre des séquences d'entrée et le nombre de séquences de sortie déterminent uniquement le nombre des noeuds des deux types à la condition que les couples* (p, q) *et* (p', q') *n'appartiennent pas à la même fraction.*

Dans l'exemple précédent d'un réseau n'ayant que des bi-groupements et des bifurcations, les relations donnent :

$$2D - E - S = 3(G+F), \quad E - S = G - F$$

et, comme on a affaire avec des noeuds (2,1), (1,2), couples bien tels que $2/1 \neq 1/2$, on peut tirer :

$$3G = D + E - 2S, \quad 3F = D + S - 2E$$

et si l'on imposait au réseau d'avoir autant d'entrées que de sorties ($E = S$), on trouverait :

$$G = F = (D - E)/3.$$

6. Variables attachées à une séquence. Transmittance d'une séquence

Les considérations qui vont suivre nécessitent qu'à chaque séquence de calcul nous attachions deux variables : v_d — variable de départ, v_a — variable d'arrivée, liées par une relation linéaire :

$$v_a = K v_d .$$

Le coefficient K sera appelé *transmittance de la séquence.*

7. Debit d'information d'une séquence

Les variables ci-dessus peuvent rester entièrement abstraites. On peut également essayer de leur trouver une interprétation. La plus simple semble être celle de *débit d'information.* La réalisation de la séquence par un moyen de calcul quelconque nécessite l'apport d'une certaine quantité d'information par unité de temps et fournit une certaine quantité d'information par unité de temps. Ces deux débits, mesurés en unités quelconques, peuvent servir d'interprétation aux variables v_d et v_a.

8. Relations entre les variables en un noeud

Considérons un noeud de type p, q où arrivent p branches dont les variables sont $v_{a,1}, \ldots, v_{a,p}$ et d'où partent q branches dont les variables sont $v_{d,1}, \ldots, v_{d,q}$.

Nous poserons les relations :

$$v_{d,1} = v_{d,2} = \ldots = v_{d,q} = \sum_{i=1}^{p} v_{a,i} .$$

Il est facile de voir que ces relations s'insèrent très bien dans l'interprétation des variables par un débit d'information.

9. Équations d'un réseau

Soit un réseau R ayant D séquences : E d'entrée, S de sortie et $N(p,q)$ noeuds de type (p,q). Pour un tel réseau on aura à considérer $2D$ variables v. Si l'on écrit en chaque noeud les relations du paragraphe **8**, cela donne $\sum_{p,q} q N(p,q)$ équations linéaires en les variables v. En exprimant les transmittances de toutes les séquences par les D équations du type

$$v_a = v_d K(S),$$

il nous reste un système de $\sum_{p,q} q N(p,q)$ équations linéaires ne contenant plus que des variables v *de départ,* au nombre de D.

Or, d'après les relations de structure :

$$2D - E - S = \sum_{p,q} (p+q) N(p,q) \ , \ E - S = \sum_{p,q} (p-q) N(p,q)$$

on peut, en faisant leur différence, tirer :

$$D - E = \sum_{p,\,q} q\,N(p,q),$$

c'est-à-dire que si l'on considère les variables de départ des séquences d'entrée comme données, il reste pour déterminer les autres variables de départ un système contenant autant d'équations que d'inconnues.

10. Matrice de structure d'un réseau

Une autre façon de dire ce qui précède est la suivante : Numérotons les séquences du réseau d'une certaine façon $S_1, S_2, \ldots, S_n$. Considérons alors le vecteur colonne V ayant pour „composantes" les variables de départ v des séquences ci-dessus ; il y a D telles composantes. Alors, ce qui vient d'être dit prouve qu'il existe une matrice de type $(D - E, D)$, soit R, telle que les relations de noeud se traduisent par :

$$RV = 0.$$

Définition. *Cette matrice* R, *à* D — E *lignes et* D *colonnes, est dite matrice de structure du réseau.*

Il est très facile de former cette matrice car :

a) à chaque séquence correspond une colonne,

b) à chaque noeud de type (p, q) correspond q lignes,

c) l'élément situé dans la ligne i et dans la colonne j est :

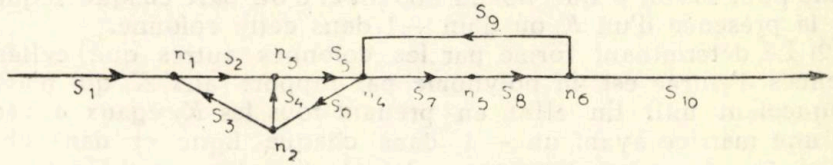
i) K_j si la j-ème séquence arrive au noeud auquel appartient la ligne i ;

ii) — 1 si la j-ème séquence part du noeud auquel appartient la ligne i ;

iii) 0 dans les autres cas.

d) De plus, il ne peut y avoir qu'un seul — 1 par ligne et par colonne.

Par exemple, soit le réseau suivant :



Il y a 10 séquences $S_1, S_2, \ldots, S_{10}$; une seule (S_1) est d'entrée. La matrice de structure doit donc être de type : 9 lignes, 10 colonnes.

La matrice de structure peut être un instrument approprié pour la mise en pied automatique d'un programme à partir de l'organigramme à cause de la détermination univoque de sa structure en tant que réseau qu'elle assure, comme nous venons de le voir.

	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
n_1	K_1	-1	K_3							
n_3		K_2		K_4	-1					
n_5							K_7	-1		
n_2			-1			K_6				
				-1		K_6				
n_6								K_8	-1	
								K_8		-1
n_4					K_5		-1		K_9	
					K_5	-1			K_9	

Noeuds	*Type*
n_5	(1,1)
n_2 , n_6	(1,2)
n_1 , n_3	(2,1)
n_4	(2,2)

11. Propriétés de cette matrice

1) La matrice R est caractéristique du réseau R, c'est-à-dire que sa connaissance entraîne celle du réseau. En effet : a) le nombre des séquences est connu par le nombre de colonnes de R ; à chacune d'elles est associée une séquence. Elle est *d'entrée* si sa colonne ne contient que des K, c'est-à-dire des nombres positifs ; b) parmi les lignes, cherchons à grouper celles où les transmittances figurent dans les mêmes colonnes. Cela fait, ce groupement de lignes correspondra à un noeud dont le nombre q est le nombre de ces lignes, le nombre p est celui des transmittances qui sont dans chaque ligne. On en déduit le nombre de noeuds et leur type ; c) enfin, il n'est qu'à lire dans chaque colonne pour savoir à quel noeud aboutit et d'où part chaque séquence, selon la présence d'un K ou d'un -1 dans cette colonne.

2) Le déterminant formé par les colonnes autres que celles des séquences d'entrée est un polynôme par rapport aux K_i qui n'est pas identiquement nul. En effet, en prenant tous les K_i égaux à zéro il reste une matrice ayant un -1 dans chaque ligne et dans chaque colonne, tous les autres termes étant nuls. Le déterminant d'une telle matrice est ± 1.

3) Il résulte de ce que nous avons dit au 1) de ce paragraphe qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un réseau se décompose en deux réseaux disjoints est que sa matrice caractéristique R se décompose elle-même, en deux matrices, comme l'indique le schéma ci-dessous :

$$R = \left| \begin{array}{c|c} R_1 & 0 \\ \hline 0 & R_2 \end{array} \right| .$$

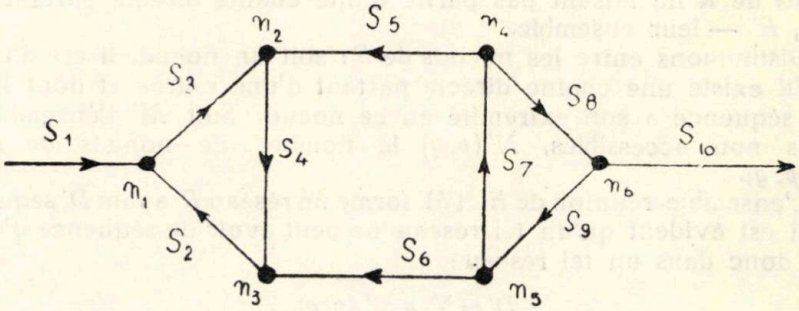
12. Chaînes directes de séquences

C'est une suite directe de séquences $S_1, S_2, \ldots, S_n$ telle que l'arrivée de S_j soit en même noeud que le départ de S_{j+1}. On dira que cette chaîne joint S_1 à S_n.

Réseau normal. C'est un réseau tel que toute séquence fasse partie d'au moins une chaîne directe partant d'une entrée.

Réseau anormal. S'il contient des séquences ne faisant pas partie d'une chaîne directe partant d'une entrée.

Exemple :



Ce réseau est anormal car S_7, par exemple, n'appartient pas à une chaîne directe partant d'une entrée. Un tel organigramme est à proscrire comme contenant des parties qui ne seront jamais exécutées.

Sa matrice est d'ordre 9, 10 et peut s'écrire :

$$
\begin{array}{c|cccc|cccccc|}
 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & S_8 & S_9 & S_{10} \\
\hline
n_1 & K_3 & K_2 & -1 & & & & & & & \\
n_2 & & & K_3 & -1 & K_5 & & & & & \\
n_3 & & -1 & & K_4 & & K_6 & & & & \\
n_4 & & & & & -1 & & K_7 & & & \\
 & & & & & & & K_7 & -1 & & \\
n_5 & & & & & & & -1 & & K_9 & \\
 & & & & & & -1 & & & K_9 & \\
n_6 & & & & & & & & K_8 & -1 & \\
 & & & & & & & & K_8 & & -1 \\
\hline
\end{array}
\quad \updownarrow 6 \quad \leftarrow 6 \rightarrow
\quad = \left|\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 0 & C \end{array}\right|
$$

On y remarque qu'elle se décompose de façon que C soit une matrice carrée. On va établir que cette propriété caractérise les réseaux anormaux.

13. Condition nécessaire et suffisante pour qu'un réseau soit anormal

Soit R un réseau donné ; nous allons partager ce réseau en deux autres dont la superposition redonnera R.

Distinguons entre les séquences de R: soit D' le nombre de séquences de R ne faisant pas partie d'une chaîne directe partant d'une entrée, E' — leur ensemble.

Distinguons entre les noeuds de R: soit un noeud, il est dit *accessible* s'il existe une chaîne directe partant d'une entrée et dont la dernière séquence a son extrémité en ce noeud. Soit M' l'ensemble des noeuds non accessibles, $N'(p, q)$ le nombre de noeuds de M' de type (p, q).

L'ensemble-réunion de E' et M' forme un réseau R' ayant D' séquences.

Il est évident qu'un tel réseau ne peut avoir de séquence d'entrée. On a donc dans un tel réseau :

$$D' = \sum_{p,\,q} q\,N'(p, q)\,.$$

On peut toujours par des permutations de lignes et des permutations de colonnes supposer que la matrice de R' forme le coin inférieur droit de la matrice de R. Il est alors évident que la matrice de R a la forme :

$$\left|\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline 0 & C \end{array}\right|,$$

C étant une matrice carrée.

Il résulte de ce qui précède que les variables attachées aux séquences de R' sont obligatoirement nulles.

Pour reconnaitre dans la pratique si un réseau est normal on pourra opérer de la façon suivante : on donnera aux transmittances des valeurs arbitraires et l'on examinera si cela entraîne obligatoirement que certaines variables soient = 0.

Reçu le 30 X 1959

Faculté des Sciences,
Grenoble, France

СТРУКТУРЫ ОРГАНИГРАММ

(Резюме)

Автор, введя определение *решетки* или *органиграммы*, изучает её структурные соотношения и уклазывает первые применения.

STRUCTURA ORGANIGRAMELOR

(Rezumat)

Autorul, introducînd noţiunea de *reţea* sau *organigramă*, studiază relaţiile sale de structură şi indică primele aplicaţii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

518.5

NUMERISCHE MATHEMATIK BEIM EINSATZ VON RECHENAUTOMATEN

VON

R. SAUER

Der Einsatz programmgesteuerter elektronischer Rechenautomaten hat der Anwendung mathematischer Methoden weite neue Bereiche erschlossen und gleichzeitig eine stürmische Entwicklung der numerischen Mathematik ausgelöst. Im Folgenden soll über einige wesentliche Punkte dieser Entwicklung berichtet werden.

1. Automatische Programmierung

Da ein Rechenautomat letzten Endes nur arithmetische Operationen vollziehen kann, muss das für die Lösung des Problems in Aussicht genommene Verfahren algebraisiert und arithmetisiert werden. Das heisst: Alle analytischen Prozesse (Grenzprozesse) sind durch algebraische Prozesse zu approximieren und diese schliesslich auf arithmetische Operationen zurückzuführen. Auf diese Weise entsteht das *Maschinenprogramm*, das in eine grosse Zahl von Elementarbefehlen aufgegliedert ist und dem Rechenautomaten etwa in Form eines Lochstreifens eingeführt werden kann. Diese Programmierungsarbeit ist äusserst zeitraubend und fehleranfällig. Daher geht die moderne Entwicklung darauf aus den grössten Teil dieser Arbeit dem Rechenautomaten selbst zu übertragen. Dies lässt sich in folgender Weise bewerkstelligen: Wenn das zu verwendende Lösungsverfahren in der üblichen algorithmischen Formelsprache des Mathematikers abgefasst ist, sprechen wir von einem *Formelprogramm*. Falls man sich hierbei an gewisse Normen (z. B. für das Setzen von Klammern) hält, ist die Übersetzung eines solchen Formelprogramms in das Maschinenprogramm, wie es dem Rechenautomaten schliesslich eingeführt werden muss, eine reine Routinearbeit. Sie kann daher vom Rechenautomaten selbst mit Hilfe eines ein für allemal aufgestellten Übersetzungsprogramms (*Formelübersetzer*) vollzogen werden. Der Benützer des Rechenautomaten braucht dann dessen strukturelle und technische Einzelheiten nicht zu kennen. Er muss lediglich die leicht erlernbare genormte Formelsprache beherrschen, um für sein Problem ein Formelprogramm aufzustellen.

Es sind Bestrebungen im Gange, auf möglichst breiter internationaler Grundlage eine Einheitliche Formelsprache zu verabreden, damit dann Formelprogramme zwischen möglichst vielen Rechenzentren ausgetauscht werden können. Vorläufig ist eine solche Sprache mit dem Namen ALGOL (= *algorithmic language*) von Mitgliedern der GAMM (= *Gesellschaft für angewandte Mathematik und Mechanik*) und der ACM (= *Association for Computing Machinery*) entworfen worden. Hierüber wurde im 1. Heft der neuen Zeitschrift *Numerische Mathematik* (Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg) berichtet.

2. Prinzipien für die Auswahl geeigneter Lösungsverfahren

Wie sehr es auf die Auswahl geeigneter Verfahren ankommt, soll folgendes Beispiel zeigen: Das n-gliedrige System linearer Gleichungen

$$\sum_{k=1}^{n} a_{ik} x_k = b_i, \text{ mit } i = 1, 2, \ldots, n \text{ und Det.} \mid a_{ik} \mid \neq 0,$$

soll numerisch gelöst werden. Wir vergleichen die Brauchbarkeit folgender drei Verfahren:

a) Darstellung der x_k als Quotienten von Determinanten nach der Cramerschen Regel und Auswertung der Determinanten jeweils durch Berechnung aller $n!$ Produkte. b) Wiederum Benützung der Cramerschen Regel, die Auswertung der Determinanten soll jetzt aber mit Hilfe von Laplace-Entwicklungen nach Unterdeterminanten erfolgen. c) Gausssches Eliminationsverfahren. Mit einer mittelschnellen Maschine, die etwa 250 Operationen in der Sekunde ausführen kann, ergeben sich folgende Rechenzeiten:

	$n = 5$	$n = 10$	$n = 20$
bei c):	1,3 sec.	9 sec.	60 sec.
bei b):	4 sec.	4 min.	5 Tage
bei a):	5 min.	85 Tage	10^{11} Jahre

Das Beispiel zeigt in drastischer Weise, wie ein als Beweismittel in der reinen Mathematik wertvolles Verfahren als Rechenverfahren für praktische Zwecke unter Umständen völlig unbrauchbar ist.

Ein wesentlicher Gesichtspunkt für die Auswahl brauchbarer Rechenverfahren ist die numerische Stabilität. Bei jeder numerischen Rechnung treten 2 Arten von Fehlern auf, nämlich die Rundungsfehler und die Verfahrensfehler. Letztere entstehen dadurch dass das analytische Problem durch ein algebraisches approximiert werden muss (z. B. Ersatz einer Differentialgleichung durch ein System von Differentialgleichungen). Ein Verfahren heisst numerisch stabil, wenn die Rundungs- und Verfahrensfehler in hinreichend engen Schranken gehalten werden können.

Zur Erläuterung diene ein sehr einfaches Beispiel, nämlich die Anfangswertaufgabe:

$$y' + y = 0, \; y(0) = 1, \; y \text{ gesucht für } x > 0.$$

Wir suchen die Lösung ($y=e^{-x}$) durch ein Differenzenverfahren zu ermitteln und verwenden dabei a) die Rechteckregel, b) die Simpsonsche Regel.

a) Die Rechteckregel

$$\int_{n}^{x_{n+1}} y\,dx \approx y_n h\ ,\ (x_n = nh \text{ mit } n = 0,\ 1,\ 2 \text{ usf.}$$

liefert

$$0 = \int_{x_n}^{x_{n+1}} (y' + y)\,dx = y_{n+1} - y_n + y_n h > y_{n+1} = y_n(1-h).$$

Setzt man $y_n = C\varrho^n$, dann kommt $\varrho = 1 - h$ und mit $n = x_n/h$ folgt

$$y_n = C(1-h)^n = C\left[(1-h)^{-1/h}\right]^{-x_n}.$$

Wegen $y_0 = 1$ ist $C = 1$ und für $h \to 0$ kommt $y_n \to e^{-x_n}$. Das Verfahren ist also stabil.

b) Die Simpsonsche Regel

$$\int_{x_{n-1}}^{x_{n+1}} y\,dx \approx \frac{h}{3}(y_{n-1} + 4y_n + y_{n+1})$$

liefert

$$0 = \int_{x_{n-1}}^{x_{n+1}} (y' + y)\,dx = y_{n+1} - y_{n-1} + \frac{h}{3}(y_{n-1} + 4y_n + y_{n+1}) >$$

$$> \left(1 + \frac{h}{3}\right) y_{n+1} + \frac{4h}{3} y_n - \left(1 - \frac{h}{3}\right) y_{n-1} = 0.$$

Dabei ist wieder $y_0 = 1$ vorgegeben. y_1 muss anderweitig berechnet werden und ist dann ebenfalls als bekannt zu betrachten. Wie bei a) setzen wir $y_n = C\varrho^n$, erhalten jetzt aber für ϱ eine quadratische Gleichung, nämlich

$$(1 + h/3)\,\varrho^2 + 4\,(h/3)\,\varrho = 1 - h/3.$$

Bei Beschränkung auf lineare Glieder in h kommt

$$\varrho_1 \approx 1 - h, \quad \varrho_2 \approx -(1 + h/3).$$

Mit $n = x_n/h$ folgt dann

$$y_n = C_1(1-h)^n + C_2(-1)^n(1 + h/3)^n = C_1\left[(1-h)^{-1/h}\right]^{-x_n} +$$

$$+ C_2(-1)^n\left[(1 + h/3)^{3/h}\right]^{x_n/3},$$

Für $h \to 0$ ergibt sich

$$y_n \to C_1 e^{-x_n} + C_2 (-1)^n e^{x_n/3} .$$

Die Rechnung ist offenbar instabil. Dem stabilen, für $x_n \to \infty$ konvergenten Anteil überlagert sich eine Oszillation mit unbegrenzt wachsender Amplitude. Die Ursache für die Instabilität liegt darin, dass bei dem Verfahren b) das Differenzenproblem von höherer Ordnung ist als das gegebene differentielle Problem. Auf diese Weise kommt eine weitere Partikulärlösung hinzu. Das hinsichtlich des Verfahrensfehlers feinere Simpsonsche Verfahren versagt wegen der Instabilität, während das gröbere Rechteckverfahren stabil ist und bei hinreichender Verkleinerung der Schrittweite h das Resultat beliebig gut approximiert. Das Beispiel zeigt deutlich den Unterschied der für das Rechnen mit gewöhnlichen Hilfsmitteln und das Rechnen mit einem grossen Automaten massgebenden Gesichtspunkte. Beim Rechnen mit gewöhnlichen Hilfsmitteln handelt es sich gewöhnlich nur um wenige Rechenschritte; die Rundungsfehler und die von ihnen verursachte Instabilität wirken sich dann noch nicht aus, das Simpsonsche Verfahren ist wegen des kleineren Verfahrensfehlers dem Rechteckverfahren überlegen. Beim Rechnen mit einem grossen Automaten dagegen ist die Zahl der Rechenschritte in der Regel sehr gross, die Rundungsfehler und die von ihnen verursachte Instabilität machen das Simpsonsche Verfahren unbrauchbar.

Eingegangen am 21 X 1959

Technische Hochschule, München,
Deutsche Bundesrepublik

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА ПРИ ЭЛЕКТРОННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ АВТОМАТАХ

(Резюме)

Автор, попутно с изложением некоторых замечаний касающихся автоматнческого программирования и алгорифмического языка АЛГОЛ, подчеркивает ряд задач вычислительной математики интересующих электронные математические автоматы и в особенности роль стабильных численных методов.

CALCUL NUMERIC ÎN CADRUL UTILIZĂRII MAŞINILOR MATEMATICE ELECTRONICE

(Rezumat)

Autorul, după ce face unele observaţii relative la programarea automată şi limbajul algoritmic ALGOL, discută unele probleme de calcul numeric ce intervin în cadrul folosirii maşinilor matematice electronice. În această ordine de idei se subliniază îndeosebi importanţa metodelor numerice stabile.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX). Fasc. 3–4, 1959

531.36

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КАЧЕНИЯ ОДНОКОЛЕСНОГО РЕАКТИВНОГО ЭКИПАЖА

В. С. НОВОСЕЛОВ

1. Рассматривается задача качения по горизонтальной плоскости одноколесного реактивного экипажа с учетом внутреннего движения частиц и различных сопротивлений. Устойчивость при разгоне может быть обеспечена выдвижением опорных колес. Показывается, что равномерное прямолинейное движение экипажа будет асимптотически устойчивым, если применить идеальный автопилот, отклоняющий воздушные или газовые рули пропорционально углам наклона и поворота плоскости рабочего колеса экипажа.

2. Одноколесный реактивный экипаж схематично изображен на рис. 1. Он состоит из рабочего колеса *1* постоянной массы и двойной пассажирской люльки *2*, свободно вращающейся на оси и несущей на себе реактивные двигатели *3*, газовые рули *4*, воздушные рули *5* и баки с горючим. Система (ξ, η, ζ) — неподвижная, $(0, \xi', \eta', \zeta',)$ — параллельна системе (ξ, η, ζ), система $(0, x, y, z)$ выполняет все движения колеса *1*, исключая его собственное вращение. Оси ζ и $0\zeta'$ представляют вертикальное направление, оси $0x$, $0y$ лежат в плоскости рабочего колеса, ось $0x$ направлена в точку касания D, ось $0y$ будет горизонтальной и параллельной линии KL пересечения плоскости колеса с горизонтальной плоскостью.

Движение экипажа определяется шестью координатами: двумя координатами точки касания ξ и η, тремя углами Эйлера для рабочего колеса φ_1, ψ, θ и углом качания люльки φ_2. Указанные координаты связаны двумя неголономными соотношениями

$$\dot{\xi} = -a\dot{\varphi}_1 \cos\psi, \quad \dot{\eta} = -a\dot{\varphi}_1 \sin\psi.$$

Обозначим угловую скорость вращения системы $(0, x, y, z)$ через $\bar{\omega}$, тогда угловые скорости рабочего колеса и люльки будут соответственно равны: $\bar{\omega}_1 = \bar{\omega} + \dot{\varphi}_1\bar{k}$, $\bar{\omega}_2 = \bar{\omega} + \dot{\varphi}_2\bar{k}$, где $\bar{k}$ — орт оси $0z$. В проекциях на оси x', y', z' имеем

$$(1)\qquad \begin{cases} p_1 = p_2 = p, & p = -\dot{\psi}\cos\theta, \\ q_1 = q_2 = q, & q = \dot{\theta}, \\ r_1 = r + \dot{\varphi}_1, & r_2 = r + \dot{\varphi}_2, \quad r = -\dot{\psi}\sin\theta. \end{cases}$$

Векторные уравнения движения рабочего колеса имеют вид

$$(2)\qquad I_1\bar{\omega}_1' + \bar{\omega}\times I_1\bar{\omega}_1 = \bar{r}_D\times\bar{S} + \bar{L}_S + \bar{L}_T + \bar{L}_{W_1},$$

$$(3)\qquad m_1(\bar{v}_0' + \bar{\omega}\times\bar{v}_0) = m_1\bar{g} + \bar{S} + \bar{T} + \bar{W}_1,$$

где m_1 — масса колеса,

$$I_1 = \begin{Vmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{Vmatrix}$$

—тензор инерции колеса в системе $(0, x, y, z)$, $\bar{v}_0$ — скорость центра 0, $\bar{r}_D$ — радиус-вектор точки D относительно 0, $\bar{S}$ — реакция плоскости в

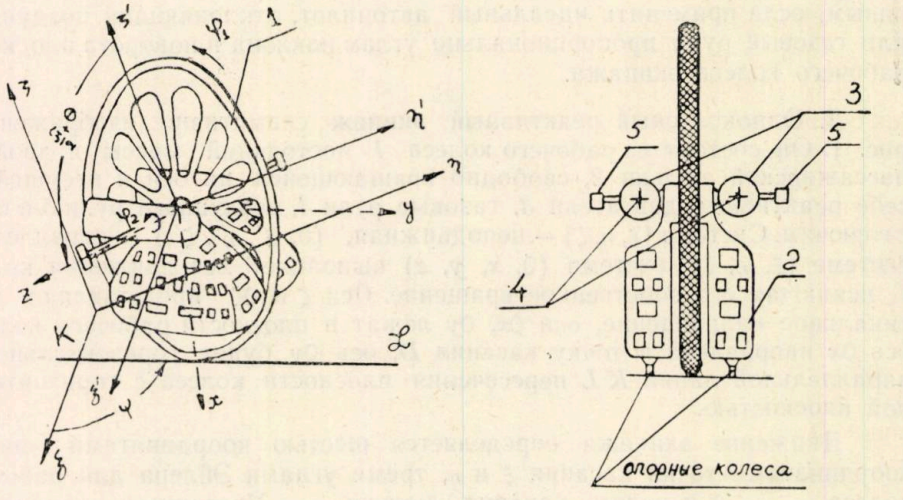


Рис. 1

точке D, $\bar{T}$ — главный вектор реакций на оси $0z$, W_1 — сопротивление воздуха при движении колеса, $\bar{L}_S$, $\bar{L}_T$ и $\bar{L}_{W_1}$ — соответственно моменты трения при качении, реакций на оси $0z$ и сопротивления воздуха. Штрихом обозначается производная в системе $(0, x, y, z)$.

Векторные уравнения люльки, как тела переменной массы [1] запишутся в виде

$$(4)\quad (I_2\bar{\omega}_2)' + \bar{\omega}\times I_2\bar{\omega}_2 + m_2\bar{r}_c\times(\bar{v}_0' + \bar{\omega}\times\bar{v}_0) = m_2\bar{r}_c\times\bar{g} - \bar{L}_T + \bar{L}_{W_2} + \bar{M}_0,$$

$$(5)\quad \begin{aligned} m_2[\bar{v}_0' + \bar{\omega}\times\bar{v}_0 + \bar{\omega}_2'\times\bar{r}_c + \bar{\omega}_2\times\bar{r}_c' + \bar{\omega}\times(\bar{\omega}_2\times\bar{r}_c)] = \\ = m_2\bar{g} - \bar{T} + \bar{W}_2 + \bar{R}, \end{aligned}$$

где m_2 — масса люльки,

$$I_2 = \begin{Vmatrix} A_2\cos^2\varphi_2 + B_2\sin^2\varphi_2 & (A_2 - B_2)\sin\varphi_2\cos\varphi_2 & 0 \\ (A_2 - B_2)\sin\varphi_2\cos\varphi_2 & A_2\sin^2\varphi_2 + B_2\cos^2\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{Vmatrix}$$

— тензор инерции люльки в системе $(0, x, y, z)$, A_2, B_2, C_2 — главные моменты инерции, $\bar{r}_c$ — радиус-вектор центра тяжести люльки. Вследствие процесса изменения массы величины m_2, A_2, B_2, C_2 и $\bar{r}_c$ будут функциями времени, однако следует иметь в виду, что при вычислении производной штрих массы закрепляются [1].

В уравнениях (4) и (5) введены также обозначения: $\bar{W}_2$ — сопротивление воздуха при движении люльки, $\bar{R}$ — реактивная сила, $\bar{L}_{W_2}$ и $\bar{M}$ — соответственно момент сопротивления воздуха и реактивный момент. Все моменты вычисляются относительно точки 0.

Складывая уравнения (2) и (4), а также уравнения (3) и (5), и исключая из полученных двух уравнений реакцию $\bar{S}$, будем иметь

$$(6)\quad \begin{aligned} &[(I_1 + I_2)\bar{\omega}]' + (C_1\ddot{\varphi}_1 + C_2\ddot{\varphi}_2)\bar{k} + \bar{\omega}\times[(I_1 + I_2)\bar{\omega} + (C_1\dot{\varphi}_1 + C_2\dot{\varphi}_2)\bar{k}] + \\ &+ m_2[\bar{r}_c\times(\bar{v}_0' + \bar{\omega}\times\bar{v}_0)] - (m_1 + m_2)\bar{r}_D\times(\bar{v}_0' + \bar{\omega}\times\bar{v}_0) - m_2\bar{r}_D\times[\bar{\omega}_2'\times\bar{r}_c + \\ &+ \bar{\omega}_2\times\bar{r}_c' + \bar{\omega}\times(\bar{\omega}_2\times\bar{r}_c)] = m_2\bar{r}_c\times\bar{g} - (m_1 + m_2)\bar{r}_D\times\bar{g} + \bar{L}_S + \\ &+ \bar{L}_{W_1D} + \bar{L}_{W_2D} + \bar{M}_D. \end{aligned}$$

Индекс D показывает, что моменты вычисляются относительно точки D.

3. Предполагая процесс изменения массы установившимся и подачу горючего к двигателям симметричным относительно двух осей симметрии люльки, для реактивного момента получим [1] выражение

$$(7)\quad \bar{M}_D = (-\nu_1^2 p + r_D Q_y^r q,\ -\nu_2^2 q - r_D Q_y^r p,\ \lambda_2^r - \lambda_1^r - \nu_3^2 r_2),$$

в котором ν_1^2, ν_2^2, ν_3^2 — некоторые функции времени, появляющиеся от кориолсова момента частиц, λ_1^r и λ_2^r — соответственно величины секундных приходов и расходов кинетических моментов частиц в реактивных двигателях, вычисляемые относительно точки D, Q_y^r — проекция

относительного количества движения частиц на ось $0y$. Мы будем иметь $Q_y^r = Q_r \cos\varphi + \tilde{Q}_r \sin\varphi$, где $Q_r = \text{const.}$ и $\tilde{Q}_r = \text{const.}$

Будем предполагать, что λ_1^r и λ_2^r автоматически регулируются таким образом, что происходит равномерное качение рабочего колеса, то есть $\dot{\varphi}_1 = \text{const.}$ Спроектируем уравнение (4) на ось $0z$ и ограничимся членами первого порядка малости

$$C_2\ddot{\varphi}_2 + (k^2 + \nu^2)\dot{\varphi}_2 + m_2 g r_c \varphi_2 = 0. \tag{8}$$

Здесь k^2 — постоянная воздушного сопротивления, $\nu^2\dot{\varphi}_2$ — проекция на ось $0z$ кориолисова момента частиц относительно точки 0. Величины C_2 и $m_2 r_c$ будут убывающими положительными функциями времени.

Составим положительно определенную функцию

$$V_1 = \frac{1}{2}(C_2\dot{\varphi}_2^2 + m_2 g r_c \varphi_2^2). \tag{9}$$

В силу уравнения (8) производная от V_1 будет отрицательно определенной следующего вида

$$dV_1/dt = -(k^2 + \nu^2)\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2}[\dot{C}_2\dot{\varphi}_2^2 + (m_2 r_c)^{\cdot} g \varphi_2^2].$$

Отсюда легко видеть, что при изменении массы $|\varphi_2|$ и $|\dot{\varphi}_2|$ убывают по экспоненциальному закону.

Проектируя уравнение (6) на оси $0x$ и $0y$ и ограничиваясь членами первого порядка малости относительно переменных φ_2, ψ, θ, их первых и вторых производных, будем иметь

$$(A_1 + A_2)\ddot{\psi} + (k_1^2 + \nu_1^2)\dot{\psi} - C_1\dot{\varphi}_1\dot{\theta} + b_1^2\psi = 0, \tag{10}$$

$$(\tilde{A}_1 + \tilde{B}_2)\ddot{\theta} + [\tilde{C}_1 + m_2 r_D(r_D - r_c)]\dot{\varphi}_1\dot{\psi} + (k_2^2 + \nu_2^2)\dot{\theta} + \\ + [b_2^2 - m_1 r_D - m_2(r_D - r_c)]\theta = 0, \tag{11}$$

где $\tilde{A}_1 = A_1 + m_1 r_D^2$, $\tilde{B}_2 = B_2 + m_2 r_D^2 - 2m_2 r_c r_D$, $\tilde{C}_1 = C_1 + m_1 r_D^2$ — соответствующие моменты инерции, вычисляемые относительно осей, имеющих началом точку D, b_1^2 и b_2^2 — постоянные идеального автопилота.

Составим положительно определенную функцию Ляпунова

$$V_2 = \frac{1}{2}[\tilde{C}_1 + m_1 r_D(r_D - r_c)][(A_1 + A_2)\dot{\psi}^2 + b_1^2\psi^2] + \\ + \frac{1}{2}C_1(\tilde{A}_1 + \tilde{B}_2)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}C_1[b_2^2 - m_1 r_D - m_2(r_D - r_c)]\theta^2, \tag{12}$$

пусть $b_2^2 > m_1 r_D + m_2(r_D - r_c)$. Если функции времени, стоящие множителями при квадратах переменных ψ, $\dot{\psi}$ и θ, $\dot{\theta}$, будут невозрастающими, то в силу уравнений (10) и (11) dV_2/dt будет отрицательно определенной.

Из анализа функций (9) и их производных следует положительность характеристичных чисел Ляпунова для уравнений (8), (10) и (11). Предполагая правильность [2] системы указанных уравнений, будем иметь асимптотическую устойчивость по Ляпунову для нелинейной системы уравнений качения реактивного экипажа по горизонтальной плоскости.

Если реактивный экипаж движется по поверхности планеты лишенной атмосферы, то $\lambda_1^r = k = k_1 = k_2 = 0$. Асимптотическая же устойчивость равномерного прямолинейного движения попрежнему будет иметь место.

Поступила 16 VII 1959

Ленинградский Государственный Университет им. А. А. Жданова, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Новоселов В. С., Вест. Ленингр. Унив., 1956, *19*.
2. Ляпунов А. М., *Общая задача об устойчивости движения*, ГИТТЛ, М., 1950.

STABILITY ROLLING INVESTIGATION OF A SINGLE WHEELED REACTIVE CARRIAGE

(Summary)

It is examined the problem of rolling along the horizontal plane of a single wheeled reactive passenger carriage, the resistance and the internal motion of the particles being taken into consideration. The wheel's vector equations of motion are given by (2) and (3). The explanations of the used notations are to be find in the original text. The equations of motion of the passenger's carriage to be considered as a body with variable mass [1] may be written as (3) and (4). The Liapounov's positive definite function is given by (12).

At the run stability may be secured by pushing forward prop wheels. It is shown that the carriage's uniform rectilinear motion will be assimptoticaly stable by using an ideal autopilot, which will avert an air and gas helms proportionally to the carriage wheel's angles slope and turn plane.

STUDIUL STABILITĂŢII ROSTOGOLIRII UNUI VEHICUL REACŢIV MONORAIL

(Rezumat)

Se studiază problema de rostogolire pe un plan orizontal a unui vehicul cu reacţie ţinîndu-se seamă de rezistenţă şi de mişcarea interioară a particulelor. Ecuaţiile vectoriale de mişcare ale roţii rotor sînt date de (2) şi (3), notaţiile folosite fiind ex-

plicate în text, iar ecuaţiile vectoriale de mişcare ale sistemului leagăn, considerat ca fiind un corp cu masă variabilă [1], se scriu sub forma (4), (5). Funcţia pozitiv definită a lui Leapunov este dată de (12).

Stabilitatea la pornire poate fi asigurată prin folosirea roţilor de susţinere. Se demonstrează că mişcarea rectilinie uniformă a vehicolului devine asimptotic stabilă dacă se foloseşte un servomecanism menit să regleze cîrmele aeriană şi de gaz, proporţional cu unghiurile de înclinaţie şi de rotire a planului roţii vehicolului.

Se subliniază, în fine, cazul în care mişcarea vehicolului ar avea loc la suprafaţa unei planete lipsite de atmosferă. În acest caz, în notaţiile introduse, $\lambda_1^r = k = k_1 = k_2 = 0$. Şi aici stabilitatea asimptotică a mişcării uniforme rectilinii are loc ca şi în cazul precedent.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

531.36

ON THE STABILIZATION OF AN EQUILIBRIUM BY ROTATION

BY

O. BOTTEMA

1. We consider a mechanical system with two degrees of freedom represented by a point moving in the plane OXY having O as its position of equilibrium. Only small displacements x, y from O are taken into account. The acting force F has components which are linear in x and y, and we assume that it is conservative. After a suitable linear transformation of the coordinates the kinetic energy and the potential energy can both be written as a sum of squares:

$$T=\frac{1}{2}(\dot{x}^2+\dot{y}^2), \qquad V=\frac{1}{2}(a_1x^2+a_2y^2)\,.$$

If linear damping exists, to be derived from a dissipation function $D=k_1\dot{x}^2+2k_3\dot{x}\dot{y}+k_2\dot{y}^2$ the equations of motion read as follows

$$\ddot{x}+k_1\dot{x}+k_3\dot{y}+a_1x=0, \qquad \ddot{y}+k_3\dot{x}+k_2\dot{y}+a_2y=0. \tag{1}$$

If we put $x=C_1\,e^{\lambda t}$, $y=C_2\,e^{\lambda t}$, the frequency equation is

$$\begin{vmatrix} \lambda^2+k_1\lambda+a_1 & k_3\lambda \\ k_3\lambda & \lambda^2+k_2\lambda+a_2 \end{vmatrix}=0$$

or

$$c_0\lambda^4+c_1\lambda^3+c_2\lambda^2+c_3\lambda+c_4=0, \tag{2}$$

where

$$\begin{gathered} c_0=1, \qquad c_1=k_1+k_2, \qquad c_2=a_1+a_2+k_1k_2-k_3^2, \\ c_3=a_1k_2+a_2k_1, \qquad c_4=a_1a_2. \end{gathered} \tag{3}$$

For the equilibrium to be stable all roots of (3) must have real parts which are $\leqslant 0$. Therefore it is necessary that $c_i\geqslant 0$. If $c_1>0$, $c_3>0$ we have moreover the necessary and sufficient Routh-Hurwitz condition

$$c_2>(c_0c_3^2+c_4c_1^2)/(c_1c_3). \tag{4}$$

If $c_1 = c_3 = 0$, the equation has two pairs of opposite roots and the condition reads $c_2^2 \geqslant 4c_0 c_4$. For $c_1 = 0$, $c_3 \neq 0$ and for $c_1 \neq 0$, $c_3 = 0$, the equilibrium is always unstable.

2. If there is no damping, $(k_1 = k_2 = k_3 = 0)$, the conditions for stability are $a_1 > 0$, $a_2 > 0$; V is a positive-definite quadratic function.

If damping exists we assume the dissipation function to be positive-definite $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $k_1 k_2 - k_3^2 > 0$. From $c_4 > 0$ it follows that a_1 and a_2 have the same sign and then from $c_3 > 0$ we have $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ and it is easily seen that these conditions are sufficient for a stable equilibrium for (4). Now

$$(5) \qquad (a_1 - a_2)^2 k_1 k_2 + (k_1 + k_2)(a_1 k_2 + a_2 k_1)(k_1 k_2 - k_3^2) > 0.$$

Therefore either if there is damping or not, the necessary and sufficient conditions for a stable equilibrium are $a_1 > 0$, $a_2 > 0$.

3. We now ask whether the state of equilibrium is changed if the plane OXY is rotating uniformly with angular velocity ω about O. For the relative motion of the particle we have to introduce the centrifugal force F_1 and the gyroscopic Coriolis force F_2. The first tends to make the equilibrium unstable; F_2 on the contrary has a stabilizing effect and it is wellknown that a gyroscopic force is able to stabilize an unstable equilibrium provided that the number of unstable degrees of freedom is even [1], [2]. We study the resulting influence of the two tendencies.

The components of the centrifugal force are $\omega^2 x$ and $\omega^2 y$, those of the Coriolis force $2\omega \dot{y}$ and $-2\omega \dot{x}$ and therefore the frequency equation is now

$$\begin{vmatrix} \lambda^2 + k_1 \lambda + a_1 - \omega^2 & (k_3 - 2\omega)\lambda \\ (k_3 + 2\omega)\lambda & \lambda^2 + k_2 \lambda + a_2 - \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

or

$$(6) \qquad d_0 \lambda^4 + d_1 \lambda^3 + d_2 \lambda^2 + d_3 \lambda + d_4 = 0,$$

where

$$(7) \qquad \begin{aligned} &d_0 = 1,\ d_1 = k_1 + k_2,\ d_2 = a_1 + a_2 + 2\omega^2 + (k_1 k_2 - k_3^2), \\ &d_3 = k_1 a_2 + k_2 a_1 - (k_1 + k_2)\omega^2,\ d_4 = (a_1 - \omega^2)(a_2 - \omega^2). \end{aligned}$$

4. If there is no damping, then

$$d_0 = 1, \quad d_1 = 0, \quad d_2 = a_1 + a_2 + 2\omega^2, \quad d_3 = 0, \quad d_4 = (a_1 - \omega^2)(a_2 - \omega^2).$$

The stability conditions are

$$(8) \quad a_1 + a_2 + 2\omega^2 > 0, \quad (a_1 - \omega^2)(a_2 - \omega^2) > 0, \quad (a_1 - a_2)^2 + 8(a_1 + a_2)\omega^2 > 0.$$

If the equilibrium was originally stable $(a_1 \geqslant a_2 > 0)$, *then it remains stable for* $\omega^2 < a_2$ *and for* $\omega^2 > a_1$; *it is unstable if* $a_2 \leqslant \omega^2 \leqslant a_1$. Suppose that the equilibrium had originally one unstable degree of freedom: $a_1 > 0$, $a_2 = -b_2 < 0$. Then we have stability if simultaneously

(9.1) $\omega^2 > a_1$, (9.2) $2\omega^2 > b_2 - a_1$, (9.3) $8(a_1 - b_2)\omega^2 > -(a_1 + b_2)^2$.

We consider two cases. If $a_1 - b_2 \geqslant 0$ then (9.2) and (9.3) are satisfied for all values of ω^2 and $\omega^2 > a_1$ gives stability. If however $a_1 - b_2 < 0$ two subcases are to be distinguished. $a_1 \geqslant (b_2 - a_1)/2$ implies $3a_1 - b_2 \geqslant 0$ and then the conditions (9) are equivalent to

$$(10) \qquad l = a_1 < \omega^2 < (a_1 + b_2)^2 / [8(b_2 - a_1)] = l'$$

and according to $l' - l = (3a_1 - b_2)^2 / [8(b_2 - a_1)]$, we have $l' > l$ if $3a_1 - b_2 > 0$. If on the other hand, $a_1 \leqslant (b_2 - a_1)/2$ or $3a_1 - b_2 \leqslant 0$, the condition reads

$$(11) \qquad l_1 = (b_2 - a_1)/2 < \omega^2 < (a_1 + b_2)^2 / [8(b_2 - a_1)] = l_1'$$

but $l_1' - l_1 = (-3a_1 + b_2)(a_1 - 3b_2) / [8(b_2 - a_1)] \leqslant 0$, so that no value of ω^2 satisfies (11).

The conclusion is: *If the equilibrium has originally one stable degree of freedom* ($a_1 > 0$) *and an unstable one* ($a_2 = -b_2 < 0$), *then it can be stabilized* (by suitable values of ω) *if and only if* $3a_1 > b_2$.

An inequality like this one was found by Brouwer when he studied the stability of a particle on a rotating smooth saddle under gravity [3].

Suppose at last $a_1 = -b_1 < 0$ and $a_2 = -b_2 < 0$, $b_1 > b_2$. Then the second inequality of (8) is always satisfied and we get

$$\omega^2 > (b_1 + b_2)/2, \qquad \omega^2 < (b_1 - b_2)^2 / [8(b_1 + b_2)],$$

which have obviously no common solution. Therefore: *if the equilibrium has two unstable coordinates, it can never be stabilized by rotation.*

5. We apply these results to the following problem. Two fixed equal centres A_1 and A_2, $(A_1 A_2 = 2p)$, attract a particle P of unit mass according to a force $f(r) > 0$ depending on the distance r. The midpoint O of A_1 and A_2 is a point of equilibrium; OA_1 be the Y-axis.

If $f(r)$ is a decreasing function of r, then obviously the coordinate x is stable and y is unstable. Making use of our notations we have $a_1 = (2/p) f(p)$, $a_2 = 2f'(p)$. In view of the results found above we have: it is possible to stabilize the equilibrium by a rotation about O if and only if $3f(p) > -pf'(p)$. For $f(r) = kr^{-s}$, $(k > 0, s > 0)$, the condition reads $s < 3$. In particular, stabilization is possible for an attracting force according to Newton's law $s = 2$. In that case we have $a_1 = 2kp^{-3}$, $a_2 = -4kp^{-3}$ and therefore a stabilizing angular velocity satisfies the inequalities

$$(12) \qquad 2kp^{-3} < \omega^2 < 2kp^{-3}/4.$$

In the *problème restreint* of celestial mechanics, assuming that the two finite masses are equal, for the relative motion of the three bodies we have exactly the situation given here, but ω^2 is given beforehand from the condition $p\omega^2 = k/(2p)^2$ or $\omega^2 = kp^{-3}/4$: that means that the relative equilibrium of the infinitesimal body is unstable, as is wellknown [4]. It can easily be verified that the same holds for a law of force kr^{-s}.

Another application of the general theory may be found in the motion of a uniformly rotating shaft which has different bending stiffness for two directions of its cross-section. In this case $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ [5].

6. We drop now the case that no damping exists; the frequency equation is then given by (6) and (7). Suppose that the equilibrium without rotation is stable ($a_1 \geqslant a_2 > 0$). If it remains stable, we must have $d_1 > 0$, $d_2 > 0$ (which are always satisfied), $d_3 > 0$ which means $\omega^2 < (k_1 a_2 + k_2 a_1)/(k_1 + k_2)$, $d_4 > 0$ that is either $\omega^2 < a_2$ or $\omega^2 > a_1$, and furthermore $d_2 > (d_0 d_3^2 + d_4 d_1^2)/(d_1 d_3)$, or (if $d_3 > 0$):

$$(13)\quad g(\omega^2) \equiv -4(k_1+k_2)\omega^4 + (k_1+k_2)[-(k_1 k_2 - k_3^2)(k_1+k_2) + 4(k_1 a_2 + k_2 a_1)]\omega^2 + (k_1 k_2 - k_3^2)(k_1+k_2)(k_1 a_2 + k_2 a_1) + k_1 k_2 (a_1 - a_2)^2 > 0.$$

Now obviously $a_2 \leqslant (k_1 a_2 + k_2 a_1)/(k_1 + k_2) \leqslant a_1$ and therefore we need only satisfy $\omega^2 < a_2$ together with (13). The quadratic function $g(\omega^2)$ has two real roots, one positive and one negative: $g(-\infty) < 0$, $g(0) > 0$, $g(\infty) < 0$; moreover after some algebra we get

$$g(a_2) = k_2 (a_1 - a_2)[k_1 a_1 + 3k_1 a_2 + 4k_2 a_2 + (k_1 + k_2)(k_1 k_2 - k_3^2)] \geqslant 0.$$

Hence $g(\omega^2) > 0$ if $0 < \omega^2 < a_2$ and the result is: *if damping is taken into account and the equilibrium is originally stable* ($a_1 \geqslant a_2 > 0$) *then it remains stable at rotation if and only if* $\omega^2 < a_2$. If $a_1 > 0$, $a_2 < 0$, then $d_4 > 0$ implies $\omega^2 > a_1$, but from $d_3 > 0$ it follows $\omega^2 < (k_1 a_2 + k_2 a_1)/(k_1 + k_2) < a_1$ and therefore stabilization is impossible.

If $a_2 \leqslant a_1 < 0$ then obviously the condition $d_3 > 0$ never holds. The conclusion is: *an equilibrium with either one or two unstable coordinates can not be stabilized by rotation if there is any dissipation.*

Received the 28 V 1959

Polytechnical Institute, Delft, Holland

REFERENCES

1. Thomson W. and Tait P. G., *A treatise on Natural Philosophy*, Vol. **I**, Part *I*, Cambridge, 1879, pp. 370–415.
2. Beth H. J. E., Phil. Mag., 1925, **49**, pp. 447—450.
3. Brouwer L. E. J., N. Arch. v. Wisk., 1918, **12**, pp. 407—419.
4. Finlay-Freundlich E., *Celestial mechanics*, Pergamon Press, 1958, pp. 43–51.
5. Kellenberger W., Ing. Arch., 1958, **26**, S. 302—318.

О СТАБИЛИЗАЦИИ РАВНОВЕСИЯ ВРАЩЕНИЕМ

(Резюме)

Точка движется на плоскости. *O*—положение равновесия. Приложенная сила консервативна и демпфирование линейно.

Изучается равновесие при равномерном вращении плоскости вокруг *O* с угловой скоростью ω.

ASUPRA STABILIZĂRII ECHILIBRULUI PRIN ROTAŢIE

(Rezumat)

O particulă se mişcă într-un plan, *O* fiind o poziţie de echilibru. Forţa aplicată este conservativă şi amortizarea liniară. Se studiază caracterul echilibrului în cazul rotaţiei uniforme a planului în jurul punctului *O*, cu viteza unghiulară ω.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

539.3

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛАСТИНКИ СО СТУПЕНЧАТО МЕНЯЮЩЕЙСЯ ЖЕСТКОСТЬЮ

Ю. В. САФРОНОВ

Рассмотрим прямоугольную пластинку, свободноопертую по двум противоположным сторонам $y = 0$ и $y = b$ и сжатую в срединной плоскости силами, параллельными этим сторонам.

Пусть жесткость пластинки меняется ступенчатым образом (скачками) по линиям $x = a_i$, перпендикулярным направлению сжатия (рис. 1). Стороны $x = 0$ и $x = a$ могут быть закреплены произвольно (исключая точечные закрепления). Требуется найти критическое значение сжимающей силы $N_{кр}$. Будем решать задачу методом начальных параметров.

Для любого участка i имеем дифференциальное уравнение потерявшей устойчивость (слегка изогнутой) пластинки:

$$(1) \qquad \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w_i}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w_i}{\partial y^4} + \frac{N}{D_i}\cdot\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} = 0.$$

Будем искать решение этого уравнения в виде

$$(2) \qquad w_i = X_i(x)\sin(\pi y/b).$$

Для функции $X_i(x)$ после подстановки (2) в (1) получим следующее дифференциальное уравнение

$$(3) X_i^{IV} - 2(\pi/b)^2(1 - \lambda_i/2)X_i'' + (\pi/b)^4 X_i = 0,$$

где $\lambda_i = Nb^2/(\pi^2 D_i)$.

Соответствующее характеристическое уравнение

$$r^4 - 2(\pi/b)^2(1 - \lambda_i/2)r^2 + (\pi/b)^4 = 0$$

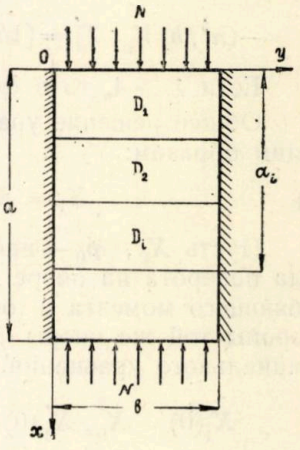


Рис. 1

имеет либо комплексные либо чисто мнимые корни в зависимости от величины λ_i.

Пусть $\lambda_i < 4$. Тогда корни будут комплексными:

$$r_{1,2} = (p_i \pm iq_i)/b\,, \quad r_{3,4} = (-p_i \pm iq_i)/b \quad [1]$$

[1]) Множитель i означает здесь и ниже мнимую единицу (в отличие от индекса i)

где

$$p_i = \pi\sqrt{4-\lambda_i}/2\,, \quad q_i = \pi\sqrt{\lambda_i}/2\,.$$

Частные решения дифференциального уравнения (3) выберем в соответствии с методом начальных параметров так, чтобы выполнялись условия Коши-Крылова [1]:

$$(4)\quad \begin{cases} S_i = [(q_i^2 - p_i^2)/(2p_i q_i)]\,\mathrm{sh}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\,\sin[q_i(x-a_{i-1})/b] + \\ \qquad + \mathrm{ch}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\cos[q_i(x-a_{i-1})/b]\,, \\ T_i = [(3p_i^2 - q_i^2)/(2\pi^2 p_i)]\,\mathrm{sh}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\cos[q_i(x-a_{i-1})/b] + \\ \qquad + [(3q_i^2 - p_i^2)/(2\pi^2 q_i)]\,\mathrm{ch}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\sin[q_i(x-a_{i-1})/b]\,, \\ U_i = [1/(2p_i q_i)]\,\mathrm{sh}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\sin[q_i(x-a_{i-1})/b], \\ V_i = [1/(2\pi^2 q_i)]\,\mathrm{ch}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\sin[q_i(x-a_{i-1})/b] + \\ \qquad + [1/(2\pi^2 p_i)]\,\mathrm{sh}\,[p_i(x-a_{i-1})/b]\cos[q_i(x-a_{i-1})/b]\,, \end{cases}$$

(при этом $a_0 = 0$).

Между этими функциями и их первыми производными существуют следующие зависимости:

$$S_i' = -(\pi^4/b)\,V_i\,,\ T_i' = (1/b)\,S_i\,,\ U_i' = (1/b)\,[T_i + 2(p_i^2 - q_i^2)\,V_i]\,,\ V_i' = (1/b)\,U_i\,.$$

Если $\lambda_i > 4$, то в функциях (4) нужно p_i заменить на ip_i.

Общее решение уравнения (3) для 1-го участка запишется следующим образом:

$$(5)\qquad X_1 = A_1 S_1 + B_1 T_1 + C_1 U_1 + E_1 V_1.$$

Пусть X_0, Φ_0 — наибольшие значения соответственно прогиба и угла поворота на опоре $x = 0$, а M_0 и Q_0 — наибольшие значения изгибающего момента и обобщенной поперечной силы, действующих со стороны той же опоры $x = 0$. Тогда граничные условия для дифференциального уравнения (3) при $x = 0$ запишутся:

$$X_1(0) = X_0,\ X_1'(0) = \Phi_0,\ [X_1'' - \sigma(\pi^2/b^2)\,X_1]_{x=0} = -M_0/D_1\,,$$
$$[X_1''' - (\nu\pi^2/b^2 - N/D_1)\,X_1']_{x=0} = -Q_0/D_1\,,$$

где $\nu = 2 - \sigma$, а σ — коэффициент Пуассона.

Решение (3) для 1-го участка запишется окончательно следующим образом:

$$(6)\qquad X_1 = X_0(S_1 + \sigma\pi^2 U_1) + \Phi_0 b\,[T_1 + \pi^2(\nu - \lambda_1)\,V_1] - (M_0 b/D_1)\,U_1 - (Q_0 b^3/D_1)\,V_1\,.$$

Для второго участка решение уравения (3) запишем в таком же виде, как и для первого:

$$X_2 = A_2 S_2 + B_2 T_2 + C_2 U_2 + E_2 V_2. \tag{7}$$

На границе 1-го и 2-го участков, т.е. при $x = a_1$, имеем условия сопряжения:

$$w_1 = w_2,\ \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_2}{\partial x},\ D_1\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2}\right) = D_2\left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2}\right),$$

$$D_1\left(\frac{\partial^3 w_1}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w_1}{\partial x\, \partial y^2}\right) = D_2\left(\frac{\partial^3 w_2}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w_2}{\partial x\, \partial y^2}\right).$$

Используя эти условия, найдем:

$$A_2 = X_1(a_1),\quad B_2 = X_1'(a_1),\quad C_2 = (D_1/D_2)\ X_1''(a_1) + \sigma(\pi^2/b^2)\beta_1 X_1(a_1),$$

$$E_2 = (D_1/D_2)\ X_1'''(a_1) + \nu(\pi^2/b^2)\beta_1 X_1'(a_1),\ \text{где}\ \beta_i = (D_{i+1} - D_i)/D_{i+1}.$$

Подставим эти значения в (7) и примем во внимание формулу (6). Для дальнейшего удобно ввести новые функции, которые мы назовем „обобщенными фундаментальными функциями", согласно рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned} F_{ji} = {} & F_{j,i-1}(a_{i-1})\, S_i + F'_{j,i-1}(a_{i-1})\, b\, T_i + [(D_{i-1}/D_i)\, F''_{j,i-1}(a_{i-1})\, b^2 + \\ & + \sigma\pi^2 \beta_{i-1} F_{j,i-1}(a_{i-1})]\, U_i + [(D_{i-1}/D_i)\ F'''_{j,i-1}(a_{i-1})\, b^3 + \\ & + \nu\pi^2 \beta_{i-1} F'_{j,i-1}(a_{i-1})\, b]\, V_i,\ (j = 1, 2, 3, 4;\ i = 1, 2, \ldots, n). \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь j — номер функции, i — номер участка.

При этом $F_{11} = S_1 + \sigma\pi^2 U_1$, $F_{21} = T_1 + \pi^2(\nu - \lambda_1) V_1$, $F_{31} = U_1$, $F_{41} = V_1$. Тогда решение (3) для участка n примет вид:

$$X_n = X_0 F_{1n} + \Phi_0 b F_{2n} - (M_0 b^2/D_1) F_{3n} - (Q_0 b^3/D_1) F_{4n}. \tag{9}$$

Два из четырех начальных параметров определяются из условий закрепления края $x = 0$; граничные же условия вдоль края $x = a$ дадут два однородных алгебраических уравнения относительно двух других параметров. Определитель этнй системы, приравненной нулю, дает трансцендентное уравнение для определения наименьшего значения критического параметра λ_i (если, конечно, заданы жесткости по участкам или их отношения).

Пример. Рассмотрим задачу об устойчивости пластинки, свободно опертой по всем сторонам и имеющей скачек жесткости посредине, т.е. по линии $x = a/2$.

Решим эту задачу сперва приближенно используя энергетический метод. Уравнение упругой поверхности слегка вьпученной пластинки возьмем в виде:

$$w = \delta \sin(m\pi x/a) \sin(\pi y/b), \tag{10}$$

Находя потенциальную энергию изгиба по известной формуле (см. [2]), получим для нее выражение $W = \delta^2 ab\,(m^2\pi^2/a^2 + \pi^2/b^2)^2\,(D_1 + D_2)/16$.

Работа сжимающих сил выразится формулой $A = \pi^2 bm^2 N\delta^2/(8a)$.

Из равенства $W = A$ получим $N = \pi^2(D_1 + D_2)\,[mb/a + a/(mb)]^2/(2b^2)$.

Целое число m находится из условия минимума N. Для определенности примем в дальнейшем $D_1 = 8D_2$, $a = 2b$. Тогда простые исследования дадут что $m = 2$ и будем иметь $N_{\text{кр}} = 9\pi^2 D_1/(4b^2)$, т.е. $\lambda_1 = 2{,}25$.

Решим этот же пример с помощью изложенного выше метода начальных параметров. В нашем случае $X_0 = 0$, $M_0 = 0$. Следовательно, имеем для второго участка:

$$X_2 = \Phi_0 b F_{22} - (Q_0 b^3/D_1) F_{42}.$$

Из условий закрепления второго края $x = a$ получаем два однородных уравнения относительно начальных параметров:

$$\Phi_0 b F_{22}(a) - (Q_0 b^3/D_1) F_{42}(a) = 0, \quad \Phi_0 b F''_{22}(a) - (Q_0 b^3/D_1) F''_{42}(a) = 0.$$

Отсюда получаем трансцендентное уравнение для определения λ_1:

$$\Psi(\lambda_1) = F_{22}(a) F''_{42}(a) - F_{42}(a) F''_{22}(a) = 0. \tag{11}$$

Далее нужно выразить обобщённые фундаментальные функции F_{22} и F_{42} и их производные через F_{21}, F_{41} (и их производные), а эти последние — через фундаментальные функции S_i, T_i, U_i, V_i. Полученное уравнение (11) решаем попытками, что при наличии таблиц фундаментальных функций S, T, U, V не является очень сложной задачей (принимаем $\sigma = 0{,}3$). Используя для ориентации приближенное решение $\lambda_1 = 2{,}25$, сделаем первую попытку при $\lambda_1 = 2{,}15$; получим $\Psi(2{,}15) = -0{,}209$. Далее возьмем $\lambda_1 = 2{,}20$. Будем иметь $\Psi(2{,}20) = 2{,}87$. Таким образом $2{,}15 < \lambda_1 < 2{,}20$. Линейной интерполяцией найдем $\lambda_1 = 2{,}153$. Следовательно $N_{\text{кр}} = 2{,}153\,(\pi^2 D_1/b^2)$, что на 4,5% меньше (а значит точнее) приближенного решения.

Поступила 25 VI 1959 г.

Ростовский н/Д Государственный Университет, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А. Н., *О расчете балок, лежащих на упругом основании*, М., 1931.
2. Тимошенко С. П., *Устойчивость упругих систем*, М., 1955.

ABOUT THE STABILITY OF THE PLATES WITH THE STEPPED-CHANGING RIGIDITY

(Summary)

The author solves some problems concerning the stability of the plates with stepped-changing rigidity, by means of the primary parameters method.

ASUPRA STABILITĂŢII PLĂCILOR CU VARIAŢIA RIGIDITĂŢII ÎN TREPTE

(Rezumat)

Autorul rezolvă cîteva probleme relative la stabilitatea plăcilor cu rigiditatea variind în trepte, cu ajutorul metodei parametrilor iniţiali.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

539.4

О ВАРИАЦИОННЫХ ТЕОРЕМАХ НЕЛИНЕЙНОЙ УПРУГОСТИ

И. Н. СЛЕЗИНГЕР

1. Рассмотрим экстремальную задачу на нахождение стационарного значения функционала

$$\mathcal{J}[u_m, K_{ij}, \varkappa_{ij}] = \iiint_V \{\Phi(\varkappa_{ij}) - K_{ij}[\varkappa_{ij} - g_{ij}(\lambda_{mn})] - F_m u_m\}\, dV -$$

$$- \iint_{S'_m} f_m u_m\, dS - \iint_{S''_m} K_{ij}\varphi_{ijmn}\beta_n (u_m - v_m)\, dS, \tag{1.1}$$

$$\varphi_{ijmn} = \partial g_{ij}/\partial\lambda_{mn}, \quad \lambda_{mn} = \partial u_m/\partial x_n, \quad (i,j; m,n = 1, 2, 3),$$

где u_m — составляющие перемещения в направлении ортогональных декартовых осей x_m; K_{ij} — обобщенные напряжения, соответствующие принятым характеристикам деформации $\varkappa_{ij}$; V — объем, занимаемый рассматриваемым телом до деформации; S — поверхность, ограничивающая его; Φ и F_m — потенциальная энергия и массовые силы, отнесенные к единице V; f_m — поверхностные силы, отнесенные к единице S; g_{ij} — заданные функции λ_{mn}; S'_m — участки S, на которых заданы f_m; $S''_m = S - S'_m$ — участки S, на которых заданы составляющие перемещения v_m; β_n — направляющие косинусы внешней нормали к S.

Составляя первую вариацию $\mathcal{J}$ по u_m, K_{ij}, $\varkappa_{ij}$ и приравнивая ее нулю, мы легко приходим к совокупности всех основных соотношений нелинейной теории упругости, а именно:

$$\text{(1.2)} \quad \text{(а)}\ \varkappa_{ij} = g_{ij}(\lambda_{mn}), \quad \text{(б)}\ K_{ij} = \frac{\partial\Phi}{\partial\varkappa_{ij}}, \quad \text{(в)}\ \frac{\partial}{\partial x_n}(K_{ij}\varphi_{ijmn}) = -F_m$$

внутри области V и

$$\text{(1.3)} \quad \text{(г)}\ K_{ij}\varphi_{ijmn}\beta_n = f_m, \quad \text{(д)}\ u_m = v_m$$

на соответствующих участках (S'_m и S''_m) ее граничной поверхности S,

Отсюда следует, что экстремальная задача (1.1), соответствует наиболее общему вариационному принципу этой теории.

2. Покажем, что все известные вариационные теоремы нелинейной теории упругости получаются из (1.1) путем присоединения некоторой части уравнений (1.2), (1.3) в качестве предварительных условий.

А. Присоединим к (1.1) условия совместности деформаций (а) и (д); тогда мы получаем

$$\mathcal{J}_1[u_m] = \iiint\limits_V \{\Phi[g_{ij}(\lambda_{mn})] - F_m u_m\}\,dV - \iint\limits_{S'_m} f_m u_m\,dS, \tag{2.1}$$

т. е. принцип стационарности энергии [1]. Следствием его являются формулы обобщенного закона Гука (б) и уравнения равновесия (в) и (г).

Б. Присоединим к (1.1) уравнения (а) и (б). Учитывая (а) и вводя вместо Φ плотность дополнительной работы $\Psi = K_{ij}\varkappa_{ij} - \Phi$, получаем

$$\mathcal{J}_2'[u_m, K_{ij}, \varkappa_{ij}] = \iiint\limits_V [K_{ij}\varkappa_{ij} - \Psi - F_m u_m]\,dV - \tag{2.2}$$
$$- \iint\limits_{S'_m} f_m u_m\,dS - \iint\limits_{S''_m} K_{ij}\varphi_{ijmn}\beta_n(u_m - v_m)\,dS.$$

Если соотношения (б) позволяют выразить все $\varkappa_{ij}$ в явном виде через K_{mn}, то Ψ можно выразить в функции одних лишь обобщенных напряжений K_{ij}. При этом вместо (2.2) мы имеем вариационную формулу

$$\mathcal{J}_2[u_m, K_{ij}] = \iiint\limits_V [K_{ij}\varkappa_{ij} - \Psi(K_{ij}) - F_m u_m]\,dV - \tag{2.3}$$
$$- \iint\limits_{S'_m} f_m u_m\,dS - \iint\limits_{S''_m} K_{ij}\varphi_{ijmn}\beta_n(u_m - v_m)\,dS,$$

следствием которой являются уравнения (в), (г), (д) и формулы обобщенного закона Гука в форме $\varkappa_{ij} = \partial\Psi/\partial K_{ij}$. В случае, когда $\varkappa_{ij} = \eta_{ij}$ (η_{ij} — компоненты тензора конечной деформации), (2.3) обращается в вариационную формулу Э. Рейсснера [2].

В. Присоединим к (1.1) в качестве предварительных условий уравнения (б), (в) и (г). Вставляя в (1.1) значения F_m и f_m по формулам (в) и (г), интегрируя по частям и заменяя опять Φ на Ψ, легко получаем

$$(2.4)\qquad \mathcal{J}_3'[u_m, K_{ij}, \varkappa_{ij}] = -\iiint_V [\Psi - K_{ij} g_{ij}^*(\lambda_{mn})]\, dV + \iint_{S_m''} K_{ij}\, \varphi_{ijmn}\, \beta_n v_m\, dS,$$

где

$$g_{ij}^*(\lambda_{mn}) = g_{ij}(\lambda_{mn}) - \varphi_{ijmn}\lambda_{mn}.$$

Если уравнения (б) позволяют выразить все $\varkappa_{ij}$ явно через K_{mn}, то вместо (2.4) мы имеем вариационную формулу

$$(2.5)\qquad \mathcal{J}_3[u_m, K_{ij}] = -\iiint_V [\Psi(K_{ij}) - K_{ij} g_{ij}^*(\lambda_{mn})]\, dV + \iint_{S_m''} K_{ij}\, \varphi_{ijmn}\, \beta_n v_m\, dS,$$

следствием которой являются уравнения неразрывности деформаций (а) и (д). В случае, когда $g_{ij}(\lambda_{mn}) = \frac{1}{2}(\lambda_{ij} + \lambda_{ji} + \lambda_{\alpha i}\lambda_{\alpha j})$, производные $\varphi_{ijmn} = \frac{1}{2}[(\delta_{im} + \lambda_{mi})\delta_{jn} + (\delta_{jm} + \lambda_{mj})\delta_{in}]$, $g_{ij}^*(\lambda_{mn}) = -\frac{1}{2}\lambda_{\alpha i}\lambda_{\alpha j}$ и (2.5) переходит в вариационную формулу К. З. Галимова [3][1]).

Г. Предположим теперь еще, что g_{ij} являются *линейными* функциями λ_{mn}. Тогда все $g_{ij}^* = 0$, $\varphi_{ijmn} = c_{ijmn} = \text{const}$. и (2.5) становится функцией одних лишь обобщенных напряжений K_{ij}:

$$(2.6)\qquad \mathcal{J}_4[K_{ij}] = -\iiint_V \Psi(K_{ij})\, dV + c_{ijmn} \iint_{S_m''} K_{ij}\, \beta_n v_m\, dS.$$

Формула (2.6) является выражением обобщенного принципа Кастильяно. В случае, когда $g_{ij}(\lambda_{mn}) = \lambda_{ij}$, постоянные $c_{ijmn} = \delta_{im}\delta_{jn}$ и (2.6) совпадает с формулировкой этого принципа в [5].

Присоединяя к (1.1) иные комбинации уравнений (1.2), (1.3), можно прийти к новым вариационным теоремам теории упругости.

Поступила 19 IX 1959 г.

Одесский Электротехнический Институт Связи, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов В. В., *Теория упругости*, Судпромгиз, М., 1958.
2. Reissner E., J. Math. and Phys., 1953, **XXXII**, *2—3*.
3. Галимов К. З., Уч. зап. Казанского гос. унив., 1955, **115**, *12*.
4. Baldacci R., Atti Accad. naz. Lincei, Rend. Cl. Sci. fis., mat. e natur., 1957, **23**, *5*.
5. Слезінгер І. Н., Прикладна механіка, 1959, **V**, *1*.

[1]) Заметим, что частным случаем последней является формула, предложенная Бальдаччи [4]. Она получается из (2.5) при дополнительном предположении, что K_{ij} и χ_{ij} связаны линейной зависимостью с симметричной матрицей коэффициентов.

ABOUT THE VARIATIONAL THEOREMS OF THE NONLINEAR THEORY OF ELASTICITY

(Summary)

There is shown in the paper that all known variational theorems of the nonlinear theory of elasticity are particular cases of some general variational principle.

ASUPRA TEOREMELOR VARIAŢIONALE DIN TEORIA NELINIARĂ A ELASTICITĂŢII

(Rezumat)

Autorul demonstrează că toate teoremele variaţionale cunoscute din cadrul teoriei neliniare a elasticităţii sînt cazuri particulare ale unui principiu variaţional general.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

535.82

DOES THE TELESCOPE ENLARGE OR APPROACH?

BY

VASCO RONCHI

1. Here is an embarassing question for many people. If someone would like to answer it after a certain amount of thought and documentation where could the necessary elements be found to do so?

He who consults the classical manuscripts on optics, encyclopedias, technical publications, and others of a simply reclaimed character, will find a lot of information on the telescope; he will find definite talk on enlargement and even degrees of enlargement quoted but he will not find even a trace on approachment. Thus if all technical and commercial professors and scientists always speak of enlargement and never of approachment they undoubtedly infer that the telescope enlarges the object and does not approach it.

On the other hand, it cannot be denied that since the time when the telescope was born (now three and a half centuries ago) whoever has looked through one has noticed that the seen figures are closer than the corresponding objects.

For example, at the theater, if someone in a front box is looking at the stage through binoculars, he sees the actors as he would from a front row seat. Therefore it is undeniable that the object can be brought closer; so why do technicians and scientists talk only of enlargement?

The question treats an interesting case which is more serious than it seemed to be at first sight. In order to answer it, the classical traditions must undergo thorough revision.

2. To better put in evidence the weak points of the classical reasoning that was believed to explain the functioning of the telescope, it would be a good idea to further examine this reasoning.

The typical telescope consists of an objective and an eyepiece. The objective is a converging optical system with a relatively long focal length, f_{ob}; the eyepiece is also constituted of a converging optical system but with a focal length, f_{oc}, relatively short. In Figure 1, the objective *OB* is represented by a double lens and the eyepiece *OC* by a single one.

When the telescope is focused on a distant star, the band of parallel rays which the objective receives, are made to converge in focus *F*. Here they separate, cross the eyepiece (the focus of which coincides with *F* of the objective) and emerge again as a band of parallel rays though compressed in a lesser volume than the one occupied at their entrance in the objective. The final point of the rays emerging from the eyepiece is the image of the star. However, under these conditions we cannot speak of enlargement because both the object and the image are but dots, that is to say, they lack any appreciable dimensions; therefore we cannot tell whether the dimensions have been enlarged or not. We cannot even speak of approachment because both the band of rays converging on the eyepiece and the band of rays emerging from the objective have their vertex at an infinite distance and therefore both the object and the image are at that distance.

Let us now disregard the limitation of the star beig on the axis of the instrument. As shown in Figure 2, the objective still receives a band of parallel rays, but they are

bent rays of angle γ in relation to the axis; thus it makes them still convergent, but not any longer in the focus F, instead, in a point F' in the focal plane, distant from F by a line h. Since the ray passing through the optical center of the objective is not deviated, we immediately find the following relation:

$$\text{tang}\,\gamma = h/f_{ob}.$$

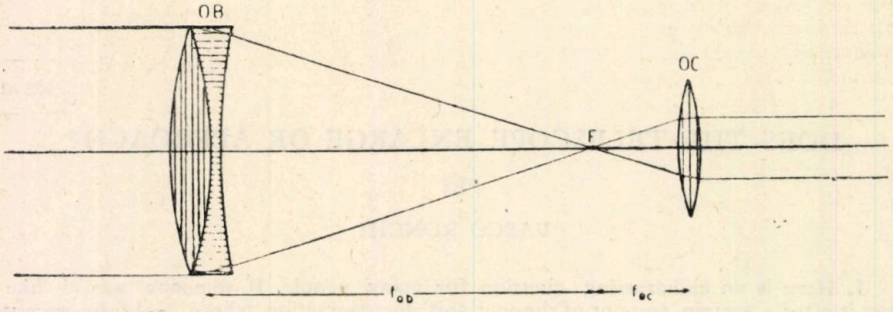


Fig 1

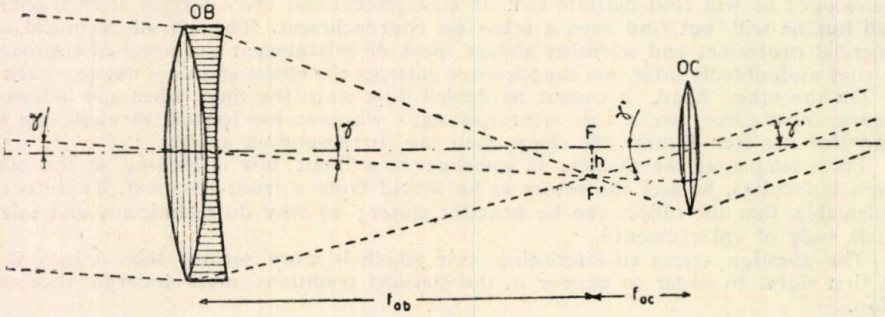


Fig. 2

Having surpassed F', the rays still separate, cross the eyepiece, and again form a band of parallel rays, bent on the axis of an angle γ', whose value we find in the following relation:

$$\text{tang}\,\gamma = h/f_{oc},$$

since also the ray which crosses the optical center of the eyepiece from F' ist not deviated.

Take the two following relations:

$$\text{tang}\,\gamma'/\text{tang}\,\gamma = f_{ob}/f_{oc}.$$

This formula can be interpreted thus; when a star moves away from the axis of the telescope by an angle γ, (or the star stays still and instead the axis of the instrument rotates) its image moves also (in the opposite direction in this type of telescope) going away from the axis by angle γ' approximately as many times greater than γ as f_{ob} is greater than f_{oc}. Therefore the star's displacement is *enlarged* and becomes exactly

$$I = \text{tang}\,\gamma'/\text{tang}\,\gamma = f_{ob}/f_{oc}.$$

But as in the case where the star was immobile on the axis, we cannot talk of enlargement or of approachment since the object and the image are still small dots and are both at an infinite distance from the telescope.

To finish our reasoning let us consider a segment, always at a great distance from the objective and made up of many consecutive dots, each of which emits its own rays. It is not worthwhile to illustrate it because the proportions would differ too much from the real ones. In Figure 3 we assume that the axis of the telescope is directed toward an extremity of the segment and that this is seen under angle γ from the center of the objective. The rays received by a terminal point are shown by a solid line while those coming from the other terminal point are shown by a dotted line. The bands of rays coming from all intermediate points of the segment object are not shown in the illustration, but it is obvious that they are included among those drawn.

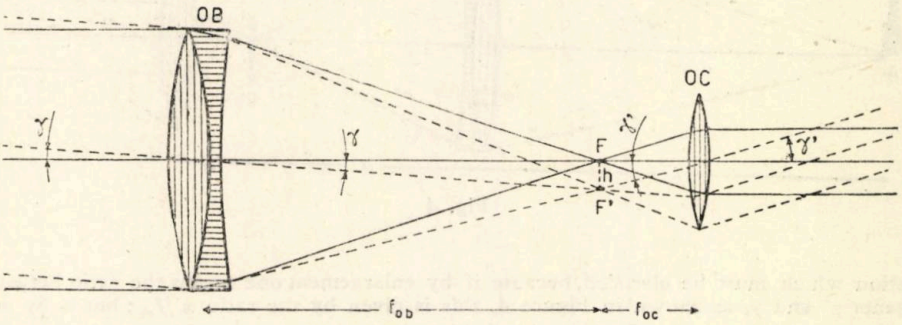


Fig. 3

In comparing Figure 3 with the two preceeding ones we immediately reach this conclusion: The object is seen by the objective under angle γ (opticians say angle ot the *real field*); the image is seen by the eyepiece under angle γ' (angle of the *apparent field*). Therefore it is consequently I times bigger than the object, I being the report defined above, between the tangents of γ' and γ and also the report between the focal lengths f_{ob} and f_{oc} of the objective and the eyepiece. Therefore there is an enlargement.

On the other hand, since all bands of incidental and emerging rays are made up of parallel rays, the object and the image are at an infinite distance; thus we cannot say there is an *approachment*.

The reasoning seems perfect. But it does not stand up under an accurate critique. The fact is, it has not been thoroughly looked into. It is so convincing that it is taken for granted and not studied when in less schematic circumstances than those considered. The reasoning we had followed seems so convincing that we willingly forget the discordant contrast between its conclusions and the ones which an observer can reach by looking through the eyepiece.

This is the main thing to notice: until now the eye of the observer has never entered into all these calculations; whilst to really say how things are seen it is necessary to have an eye that receives rays emerging from the eyepiece. Can this fact be waved aside? No. It is so important that it can upset the conclusions we had reached through geometrical methods.

3. It is easy to send an object to an infinite distance, but it is very mathematical: nothing really goes to the infinite. Let us examine, then, how things really work when turned toward an object made up by a segment AB, as in Figure 4, situated at a distance x by the objective. This then, always according to the classical theory, gives an image $A'B'$ that is real and up side down, situated at a distance x' like

$$1/x + 1/x' = 1/f_{ob}.$$

Let us now turn the eyepiece *OC* so that its focus coincides with *A'* : the bands of rays emerging from the eyepiece are made up of parallel rays : therefore the image forms itself at an infinite distance. Thus a telescope focused on a *near* object gives out an object situated in the infinite : then producing a moving away. How far away ? Evidently infinite times. Does it also enlarge ?

Here is another snag : what is meant by enlargement ? It is an awkward question. Until now, we hawe roughly established that enlargement is the ratio between the trigonometric tangents of the angles γ' and γ of the apparent field and of the real field ; but is this what one really means when talking about enlargement ? Evidently no. This is a

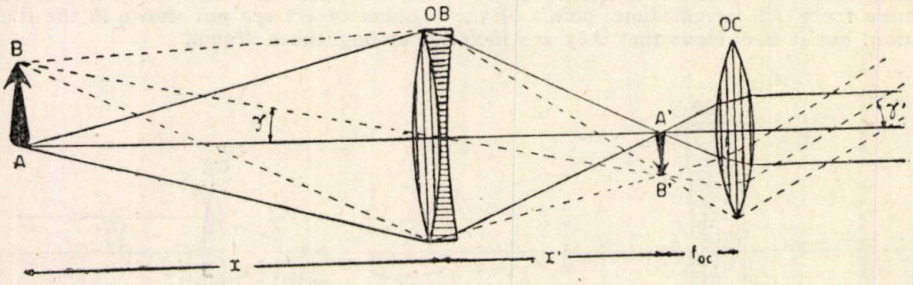


Fig. 4

question which must be clarified, because if by enlargement one means the ratio between tangents γ' and γ, as shown in Figure 4, this is given by the ratio x'/f_{oc} ; but if by enargement one means, as anybody looking through the telescope would mean it, the ratio between the size of the image and the one of the object seen by the naked eye, we must conclude that this is infinite. We cannot deny that we have stirred up a fine mess.

If we look at experience, then, to solve the question, we will find that there is no infinite enlargement or moving away. Howerer if one looks at experience one often find other contradictions on the conclusions of this theory.

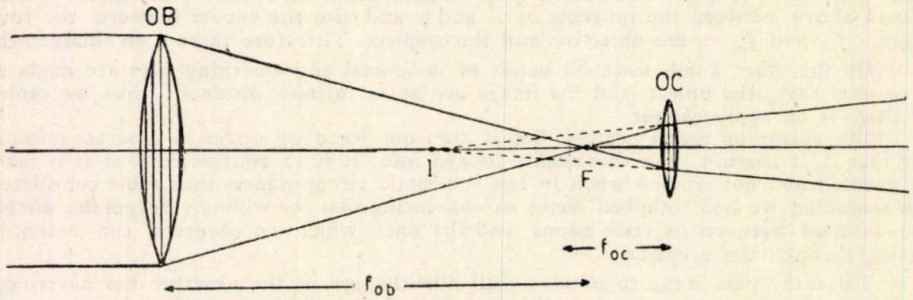


Fig. 5

We know that in most telescopes the observer „focuses", moving the eyepiece allong the axis of the instrument, until the image is very clear. Doing this, we dismiss the assumption that the focus of the eyepiece should coincide with point *A'* of the real image given by the objective. It is extraordinary to note the general silence on this point ! It would be interesting to see what happen according to the classical process of reasoning.

Let us pick up the instrument drawn in Figure 1 and place the eyepiece a bit closer to the objective as in Figure 5 : now the rays do not emerge any longer parallel to the eyepiece, as in Figure 3, but they diverge. Since the eyepiece usually has a very

short focal lenght, when it is placed closer to the objective, even a few mm, the image from the infinite approaches until it enters the tube of the eyepiece.

Furthermore, if the eyepiece is placed further away from the objective, the image (Figure 6) becomes absolutely real and goes behind the eyepiece. In other words, when one moves the eyepiece in and out a bit to find the best conditions for observation, the image, calculated according to rules of classical optics, covers a lot of ground along the axis of the instrument between the axis and the infinite, both front and back of the eyepiece itself. In these figures we have considered an object made up of dots, but the conclusions is obviously the same even if the object has appreciable dimensions. In addition to this, that being moved over, the image, in depth, should be followed by

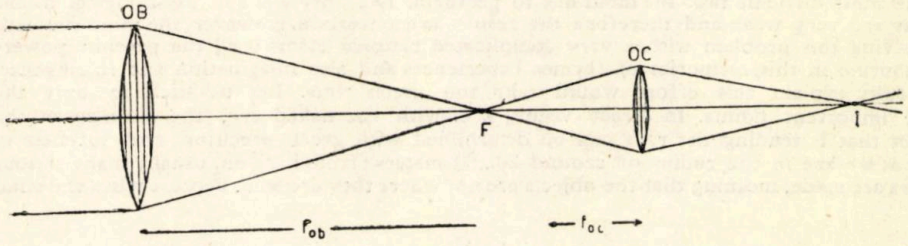


Fig. 6

an enormous variation of its transversal dimension, i. e. by its enlargement, because when the image approaches the eyepiece from one side or the other, its transversal dimensions diminish in proportion. All those who have ever used a telescope have never had anything like this happen : when the observer moves the eyepiece the image becomes more or less clear, but it always keeps its position in space and its dimensions intact.

The classical reasoning proves to be extraordinarily weak and inadequate to explain the functioning of a telescope. We definitely must change our method of study.

4. In the above abstract of the classical theory we have used everyday expressions and we have seldom pointed out the difficulty that arose for the sake of a logical discourse. In fact, there are many misunderstandings in that discourse which are ignored

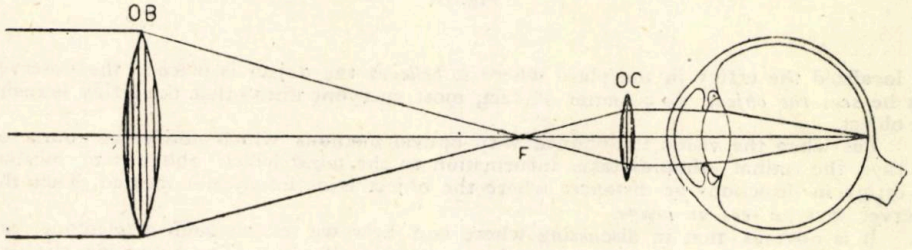


Fig. 7

by not bringing them into the open. All goes well as long as we just study the converging and diverging of the rays and we calculate the deviations in the situations we have discussed ; but when we try to represent what the observer will subsequently see when he puts his eye to the eyepiece, things do not run so well, either logically or experimentally.

Let us explain what an observer sees looking through the various steps of its functioning by putting our eye at the place of observation as in Figure 7. The rays pass from the eyepiece to the pupil and concentrated in a part of the retina. It is from here that

the nervous impulses depart and go along the optical nerve to the cortical area of the brain, set aside for visual sensations. From here on the process goes from a physiological to a psychological phase. The mind of the observer analizes the nervous impulses it has received and represents them by way of a luminous and colored figure that is localized by the mind itself in front of the eye.

Nowadays the psychic mechanism responsible for the localization of figures, or *effigies*, created by the mind, is known with great accuracy. It is a question of knowing the *distance* from the eye and the *direction* in which the effigy should be localized.

The direction has been established by the position of the impressed figure on the retina. This is a very sure fact which the mind depends on. We cannot say the same for the distance. To determine the distance of the object in order to localize its effigy, is the most difficult task the mind has to perform. The phsysical and psysiological means it has are very weak and therefore the results are uncertain. However, the mind succeeds in solving this problem with a very complicated rational effort; all the psychic powers collaborate in this, memories of former experiences and also imagination and intelligence. To fully explain this effort would take too much time. Let us stick to only the most important points. In direct vision, i. e. with the naked eye, the distance of the object that is sending the rays can be determined with great precision and sureness as long as we are in the radius of around 20...30 meters; from here on, usually many serious errors are made, meaning that the objects are not where they are seen. Because when the mind

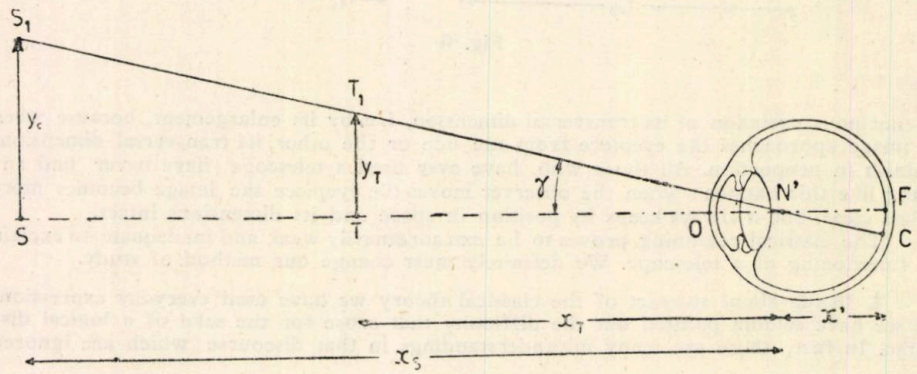


Fig. 8

has localized the effigy in the place where it *believes* the object is placed, the observer says he *sees the object*. As a matter of fact, most everyone thinks that the effigy is really the object.

But when the vision it obtained with optical methods which notify the course of the rays, the retinal stimulus takes information to the mind which oblige it to localize the effigy in directions or distances where the object is definitely not located. Then the observer says he *sees an image*.

It is obvious that in discussing where and how we see through a telescope, we cannot ignore the fundamental facts of the mechanism of vision. The following clarification is particularly useful.

In Figure 8, an object SS_1 sends its rays on the eye O. The ones that are sent out from point S are concentrated on the retina at F; the ones sent out by point S_1 are also concentrated on the retina but at the point C: the ones sent out from intermediate points between SS_1 are concentrated at intermediate points between F and C. Therefore the segment CF is called the retinal image of SS_1. The dimensions of CF are communicated to the mind through the transmission of nervous impulses hooked by the retinal elements that have been previously impressed. On the other hand, the dimensions of CF define the angular size γ of the image that needs to be created, meaning that this image must be contained within the cone.

Now, if the mind succeeds in determining the distance x_S correctly, it places the image on the object correctly and therefore gives it the same dimensions. But if the mind makes a mistake in determining the distance and concludes that it is x_T instead of x_S, then it localizes the effigy at TT_1, thus making it smaller than the object. Naturally, if x_T had been larger than x_S rather than being smaller as shown in Figure 8, then the effigy TT_1 would have been localized farther and thus bigger than SS_1.

We can now discuss how an observer behaves when a telescope is placed in front of his eye.

Let us presume first that the object looked at is a distant star. Such an object seen by the naked eye seems like a luminous dot; seen through a telescope, it still looks like a luminous dot. How far away? To know this we must ask the observer because no one can tell us what his mind is thinking about when he proceeds to localize the two images — both the one seen through the naked eye and the one seen with the telescope. There are no particular reasons why the localization should happen at one distance rather than another. The effigy, made up of dots and localized by the telescope, could be nearer, farther, or at the same distance as the one localized by the naked eye. It all depends on the opinion of the observer; sometimes completely secondary circumstances influence the result, as the presence of other figures more or less known in the field of vision, the size of the area in which the observations take place, etc. Instruction can have a great influence and can change the outcome with time. Also pre-conceived notions can have influence in the result. We could give a lot of information on this, but we must'nt so as not to make this article too long.

If the telescope is rotated during the observation so that the star moves farther away from the axis of the instrument (as we have talked about in Figure 2) the band emerging from the eyepiece rotates by a much greater angle. Leaving out tangents for the sake of simplicity, we can say that the telescope rotates by an angle γ, the emerging band rotates by a band I times bigger, I being the enlargement according to the classical way. On the retina of the observer, the retinal image rotates by an angle $\gamma' = I\gamma$, and therefore the effigy must rotate in space by the same angle γ'. Before it was a matter of *distance*, and the mind was not bound to it; now it is a matter of *direction* and the mind is obliged to follow the retinal indications.

The case becomes much more complexed when observing an object that has appreciable dimensions. When the observer looks at the object with the naked eye, he receives a certain retinal image and therefore localizes the exterior effigy in an angle γ, determined by such retinal image. However, the mind is completely free to decide the distance where this happens, and therefore the linear dimensions of such effigy will be also arbitrary.

When a telescope, before the eye of the observer, has a number I enlargements, speaking in a classical way, the retinal image of the object becomes I times greater, and therefore the effigy created by the mind of the observer must fit in an angle γ', I times greater. At what distance would it be localized. Nobody can say because it is still a question of distance, to be judged completely by the observer. If he should localize it at the same distance as the naked eye has localized it, he would see it I times bigger. But it may very well be that the new effigy is localized nearer and therefore becomes smaller, as it may very well be that it is localized farther and so gets enlarged.

Now it is to be noted that a given observer considers as *enlargement* the ratio between the linear dimensions of the effigy seen at the telescope and those of the effigy seen without telescope. Therefore, the enlargement defined in such a way turns out to be expressed by the same number as the enlargement defined by the classical theory, only in the case when the two effigies, seen with and without the telescope, are localized at the same distance. However, this is not the general case. A number of factors may affect the result, and so it may happen that the effigy with the telescope be localized closer than that without telescope: in this case we have *approachment*, but also we may see the effigy with the telescope *farther* than without. Thus the enlargement varies with a very simple law. Let the approachment be measured by the ratio V between the distance of the effigy seen without telescope and that of the effigy seen with telescope; the actual enlargement will be such that, multiplied by V, will give I as a result, i. e. the classical theory enlargement. In the particular case $V = I$ the effigies seen with and without the telescope have the same dimensions. However, it may be the case that the

approachment be larger than I and, consequently, that the effigy with the telescope be smaller than that without telescope.

Many cases may occur; but in general the result is that the approachment is less than I, and the enlargement less than I, too. The approachment is prevalent with the small-enlargement telescopes (like theater binoculars); on the contrary, with great-enlargement telescopes, the enlargement is prevalent.

5. A few words will now be spent about the classical way of explaining the behavior of the telescope. It must be noted that:

1) According to the classical theory, the localization of the telescope image is avoided to be specified, so that the possibility is not considered of seeing the objects closer or farther. Probably the general silence on this question is due to the fact that all trials failed turning out in clear antithesys with the experiments. It is a general method of the science to pass under silence all the phenomena which do not enter in the theoretical schemes.

2) The classical theory defines as enlargement the ratio between the angle γ' of the apparent field and the angle γ of the real field, because it is assumed, without discuting or demonstrating it, that the *angular size* of an object or of an image be sufficient to determine its *apparent size.* Actually, the two locutions are used without difference, as if they were equivalent. In other words, the classical theory does not take into account that to the same retinal image, external effigies can correspond localized at different distances, and therefore, differently sized. Consequently, the word *enlargement* used by the classical theory of telescope has a merely *conventional* meaning, completely different from that of common use: this is the case, unfortunately, of a number of scientific words. The so defined enlargement is a physical characteristic of the telescope, while the enlargement, defined according to the common sense of the word, is a psychical function of the observer: there are no reasons that the two values coincide.

3) The equivocation consists in the fact that the classical theory studies the phenomenon by a merely physical point of view, by completely eliminating the physical and psychical intervention of the observer. Two hypothesis substitute for this last factor, which is of fundamental importance:

a) that the apparent size of an object be determined by its angular size,

b) that the figure be localized at the vertices of the cones of rays arriving on the eye. These two hypothesis are the basis of the classical theory, however they are completely arbitrary and do not correspond to the experience. Accordingly, the most part of the conclusions deducible from the classical optics cannot be consistent with the experimental results.

6. By concluding: the telescope neither approaches nor enlarges. Its task consists only in increasing the size of the retinal image or, in other words, the angular aperture of the cone where the effigy must be localized. But the actual localization is a psychical, arbitrary function of the observer [1].

Received the 20 V 1958

Optical National Institute,
Firenze-Arcetri, Italy

ТЕЛЕСКОП УВЕЛИЧИВАЕТ ИЛИ ПРИБЛИЖАЕТ?

(Резюме)

Автор обсуждает задачу формулированную в заглавии.

TELESCOPUL MĂREŞTE SAU APROPIE?

(Rezumat)

Autorul discută problema formulată în titlu.

---

[1]) The study of the performance and localization of the effigies, with particular regard to the use of the optical instruments is exposed with many details in V. Ronchi, *Optics, the science of vision.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

541.11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ТЕРМОГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

Л. Г. БЕРГ и Е. Е. СИДОРОВА

1. *Введение*

В области физико-химического анализа в настоящее время накоплен обширный экспериментальный материал по изучению бинарных систем. Однако имеется ряд свойств таких систем, который еще не изучен. Это относится, в частности, к температуропроводности, почти не затронутой исследованием.

До настоящего времени в этом направлении было сделано мало, причем авторы не преследовали целей, которые ставит перед собой физико-химический анализ [1], [2], [3].

Целью настоящей работы является разработка метода измерения температуропроводности в применении к двойным твердым соляным системам и исследование температуропроводности типичных систем. На основании полученных результатов выяснить возможность применения такого физического свойства, как температуропроводность для физико-химического анализа. Этот вопрос должен представлять интерес, так как сплавы солей в основном изучаются в жидком состоянии, как например, электропроводность, вязкость, удельный вес и т. д. Но многие сплавы в жидкой фазе (выше температуры плавления) распадаются и на диаграмме состав-свойство не отражается химическое взаимодействие между компонентами системы, в то время как, диаграмма плавкости это дает. И наоборот, некоторые сплавы солей в твердой фазе распадаются, что опять не отражается на диаграмме состав-свойство. Это обстоятельство заставило нас заняться изучением сплавов в твердой фазе.

2. *Методика определения температуропроводности*

Для определения температуропроводности был выбран термографический метод, но не обычный, применяемый в термическом анализе, а несколько измененный [4]. В данном случае мы отказались от эталона и дифференциальную термопару помещали одним спаем в образец, а другим непосредственно в блок (вблизи поверхности образца). Тогда отклонение дифференциальной записи от нулевой линии, если нет

фазовых превращений, будет в основном обусловлено температуропроводностью образца и коэффициентом теплоперехода от блока через тигель к образцу. И для того, чтобы был наилучший переход тепла от блока к образцу без граничных скачков, мы отказались от тигля. Для этого был сконструирован блок, позволяющий записывать кривые без эталона и тиглей. Принципиальная схема его представлена на рис. 1. Спай термопары определяющий температуру находится в центре шара блока, а второй спай дифференциальной термопары — на поверхности шара или вблизи ее на одном уровне с первым спаем. Внутренность шара заполняется испытуемой расплавленной солью или сплавом. Придание образцу формы шара делалось с целью упрощения расчетов при определении коэффициента температуропроводности (см. ниже). В данной работе применялся алюминиевый блок с диаметром шара 31,5 мм (внешний диаметр и высота блока — 60 мм). В нагретый блок заливался расплав соли или сплава, который вместе с блоком охлаждался в печи до комнатной температуры, после чего проводилась запись.

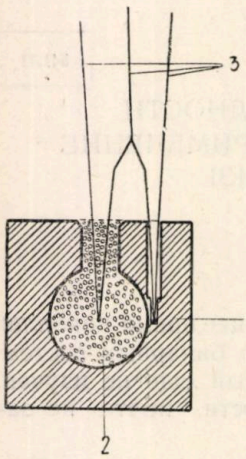


Рис. 1.— Принципиальная схема блока. *1*—металлический блок, *2*—соль, *3* — дифференциальная термопара.

Кривые простой и дифференциальной записи хорошо воспроизводились, если осуществлялся линейный нагрев с одинаковой скоростью, притом дифференциальная запись по внешнему виду ничем не отличались от кривых, записываемых с эталоном. На рис. 2 приведена термограмма нитрата калия (записанная до температуры ниже точки плавления вышеописанным методом), где на кривой дифференциальной записи наблюдается большой эндотермический пик, а на температурной — горизонтальный отрезок — соответствующие полиморфному превращению нитрата калия [5]. Появление небольшого пика вверх (около 0,3° С) на кривой дифференциальной записи обусловлено тем, что вначале превращение вещества начинается на поверхности образца и отражается на спае термопары находящейся вблизи ее. В то время как, спай термопары находящейся в центре образца не обнаруживает начала превращения, вследствие неизбежного существующего градиента температур (в 2...3°) между центром шара и его поверхностью (при диаметре шара 30 мм). Если уменьшить диаметр образца, то пик уменьшается; он не наблюдается, если эндо-эффект небольшой или когда спай дифференциальной термопары удален от поверхности образца на 1...1,5 см.

Если известна разность температур между центром и поверхностью шара в образце, при линейном нагреве, т.-е. когда температура окружающей среды (t) возрастает с постоянной скоростью (b), равной $b = \Delta t/\Delta\tau$, где τ — время нагрева, то на основании теории квазистационарного состояния [6] температуропроводность (a) образца будет выражаться формулой: $a = bR^2/[6\,(t_n - t_y)]$, где R — радиус образца,

$t_n - t_y$ — разность температур между поверхностью и центром шара, что дает отклонение дифференциальной записи от нулевой линии (соответствует на рис. 2 отрезкам ab, df, kl).

В данной методике отклонение дифференциальной записи от нулевой линии находится в прямой зависимости от температуропроводности образца, между тем как в методике, где используется эталонное вещество, эта разность температур является неопределенной величиной, обусловленной разностью температуропроводностей эталона и образца. Наличие же тиглей и воздушных прослоек еще более усложняет отклонение дифференциальной записи.

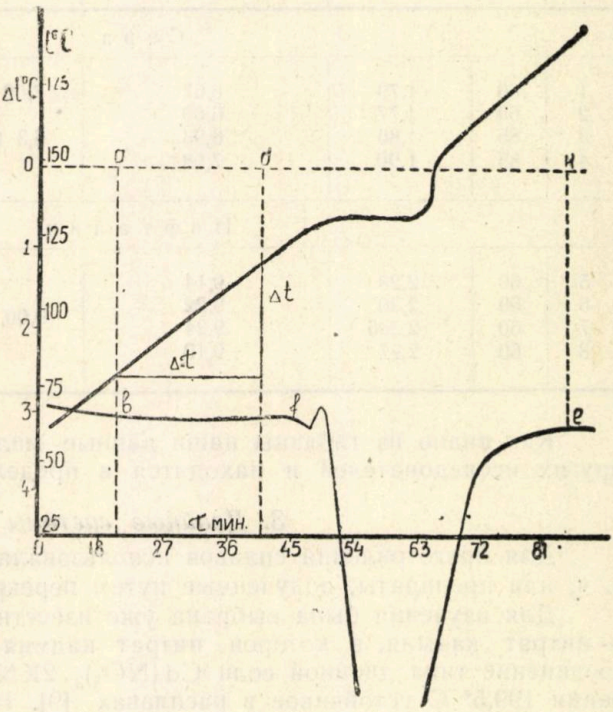


Рис. 2. — Термограмма нитрата калия, залитого в расплавленном состоянии в алюминиевый блок.

Таким образом, применяя метод термографирования без эталона и тиглей, можно легко подсчитать температуропроводность вещества в любой точке кривой нагревания (исключая области фазовых превращений). Но притом необходимо еще отградуировать термопары. Температурная термопара калибровалась по точке конденсации паров воды, а дифференциальная же по разности температур двух термостатов, которая измерялась Бекманским термометром с точностью до 0,005° С. Первоначально точность измерения величины температуропроводности равнялась 5...7%, а в дальнейшем её удалось повысить до 2...3%.

Линейный нагрев печи осуществлялся с помощью программного регулятора, основанного на принципе сохранения заранее постоянного градиента температур между спиралью и внутренней стенкой печи, путем контроля специальной дифференциальной термопары, зеркального гальванометра и фото-реле. Более подробно этот регулятор температуры описан в статье Л. Г. Берга [7].

Проверка данного метода была произведена косвенно по теплопроводности, исходя из соотношения $a = \lambda/(c\gamma)$, можно найти теплопроводность (λ) по формуле $\lambda = ac\gamma$, если известны теплоемкость (c) и

удельный вес (γ) вещества. Полученные значения теплопроводности для нафталина и серы приведены в таблице 1 (c и γ взяты из таблиц [8]).

Таблица 1

№	t °C	$a \cdot 10^3$ см²/сек.	$\lambda \cdot 10^4$ кал./см. сек. град	Литературные данные $\lambda \cdot 10^4$ кал./см. сек. град
			Сера	
1	60	1,79	6,67	7,00 (ромбическая сера при 0°С).
2	60	1,77	6,60	
3	85	1,86	6,93	6,3 (пластическая сера при 20°...100° С).
4	85	1,90	7,08	
			Нафталин	
5	60	2,28	9,14	9,00 (при 0° С).
6	60	2,30	9,22	
7	60	2,305	9,24	
8	60	2,27	9,10	

Как видно из таблицы наши данные мало отличаются от данных других исследователей и находятся в пределах точности измерения.

3. *Двойные системы*

Для приготовления сплавов использовались безводные соли марки х. ч. или препараты, полученные путем перекристаллизации.

Для изучения была выбрана уже известная система нитрат калия — нитрат кадмия, в которой нитрат кадмия вступает в химическое соединение типа двойной соли $Cd(NO_3)_2 \cdot 2KNO_3$ с температурой плавления 199,5° С устойчивое в расплавах [9]. На диаграмме плавкости это соединение отражается максимумом при составе 50 эквивалентных % нитрата калия (см. рис. 3 — первая кривая). Наличие химизма между нитратом кадмия, с одной стороны, и нитратом калия, с другой стороны, подтверждается и видом изотерм температуропроводности. Представленные изотермы строились таким образом, чтобы при выбранных температурах отсутствовало влияние фазовых превращений. Нами были выбраны две температуры 117° и 157° С, одна — до полиморфного превращения нитрата калия, другая — после его превращения. Каждая точка на кривой изотермы была повторена 3...5 раз. Изотермы температуропроводности имеют максимумы при 50 эквивалентных % исходных компонентов. На рис. 3 вторая кривая соответствует изотерме при температуре 117° С, а третья кривая — при 157° С. Уменьшение коэффициента температуропроводности в эвтектических точках, повидимому, обусловлено степенью дисперсности кристаллических фаз, так как в этих точках, как правило, образуются наиболее

мелкие кристаллы двух различных фаз, что отражается на величине температуропроводности.

Вышеприведенное показывает, что в рассмотренной системе между диаграммой плавкости и кривыми изотерм температуропроводности имеется соответствие. Максимум на изотерме температуропроводности отвечает составу химического соединения в твердом состоянии. Таким образом, изотерма температуропроводности отражает химическое взаимодействие между нитратом калия и нитратом кадмия.

Измерение коэффициента температуропроводности производилось на сплавах, содержащих от 25% и более нитрата калия. При меньших концентрациях нитрата калия наблюдалось разложение нитрата кадмия с образованием окиси кадмия и двуокиси азота. Поэтому при изготовлении сплава сначала расплавлялся нитрат калия, в который небольшими порциями добавлялся нитрат кадмия.

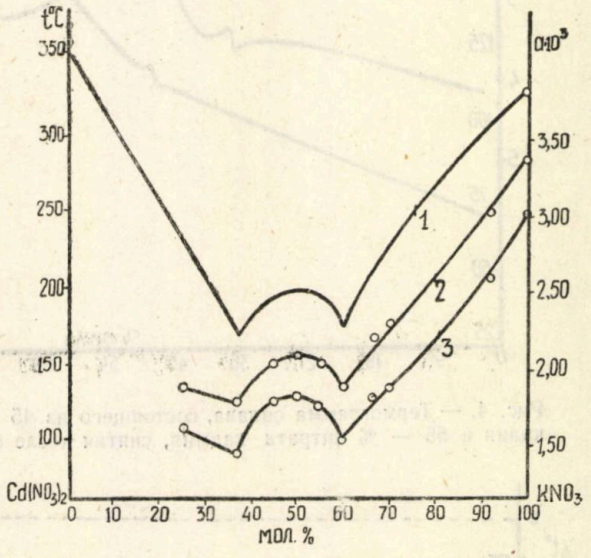


Рис. 3. — Кривые ликвидуса и изотермы температуропроводности системы KNO_3—$Cd(NO_3)_2$. *1*—кривая плавкости, *2* — кривая изотермы температуропроводности при температуре 117° С, *3* — кривая изотермы температуропроводности при температуре 157° С.

Необходимо отметить, что при определённых концентрациях компонентов в данной системе имеет место значительное переохлаждение расплавов и стеклообразование, что влияет на величину температуропроводности и на воспроизводимость результатов записи. Для иллюстрации приводятся два опыта. В первом случае сплав, состоящий из 55 эквивалентые % нитрата кадмия и 45% нитрата калия, заливался в горячий блок и быстро охлаждался (обдувался вентилятором), а во втором случае сплав того же состава, будучи залит в блок, медленно охлаждался в печи. В результате получены совершенно разные термограммы. На первой термограмме, как на кривой дифференциальной записи, так и на кривой температурной записи (рис. 4) наблюдаются пики, соответствующие экзотермическому эффекту расстекловывания. Температура расстекловывания для разных сплавов различна, она повышается в сторону увеличения содержания нитрата кадмия. На второй термограмме (рис. 5) на кривых, как дифференциальной, так и температурной записях уже нет пиков вплоть до температуры плавления. Отсюда следует сделать вывод, что необходимо соблюдать одинаковый режим

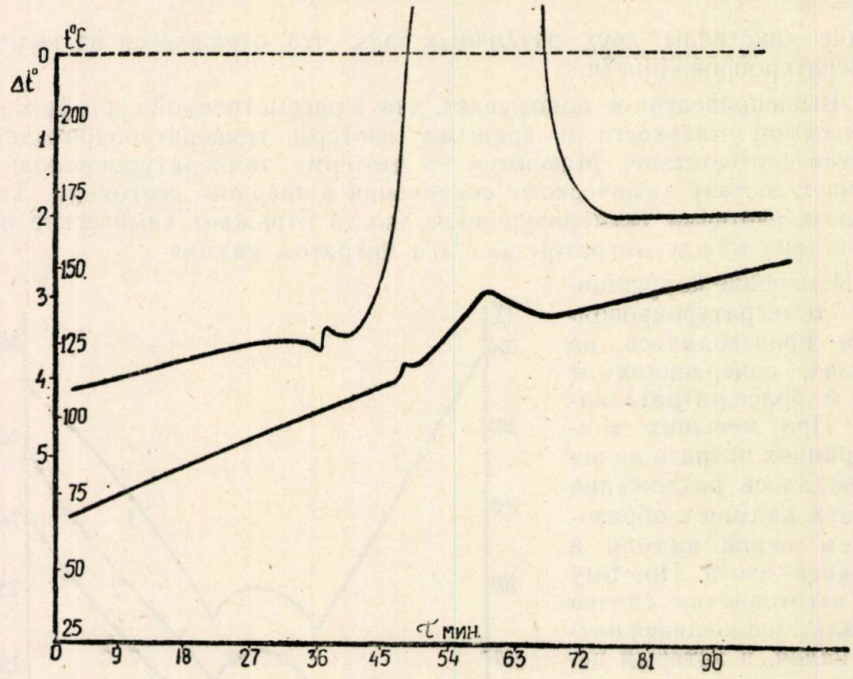


Рис. 4. — Термограмма сплава, состоящего из 45 эквивалентных % нитрата калия и 55 — % нитрата кадмия, снятая после быстрого его охлаждения.

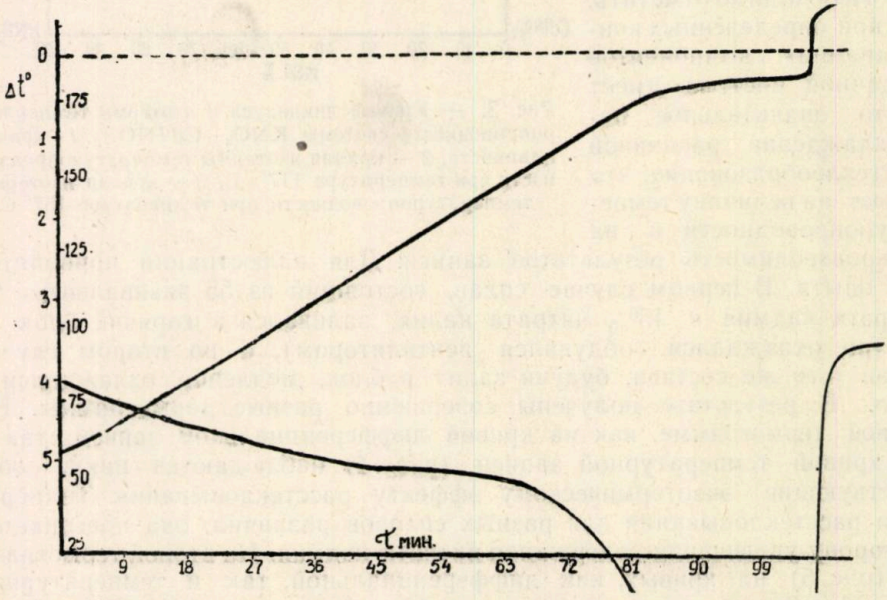


Рис. 5. — Термограмма сплава, состоящего из 45 эквивалентных % ниртата калия и 55 — % нитрата кадмия, снятая после медленного его охлаждения.

охлаждения для всех сплавов и чистых солей после заливки их в блок, чтобы можно было достичь воспроизводимости результатов.

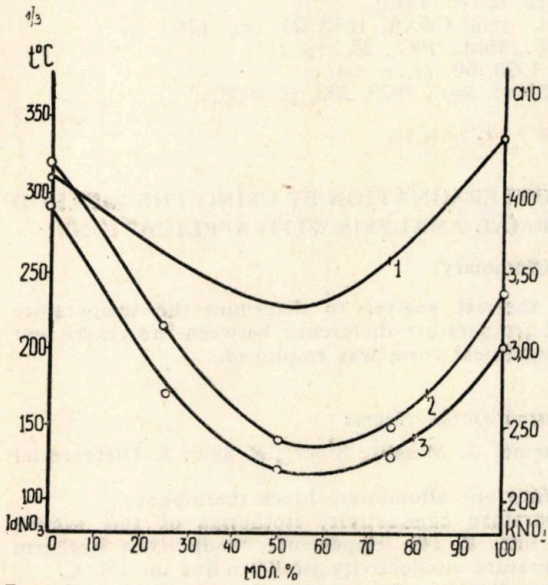


Рис. 6. — Кривые ликвидуса и изотермы температуропроводности системы KNO_3 — $Na\ NO_3$. *1* — кривая плавкости, *2* — кривая изотермы температуропроводности при 100° С, *3* — кривая температуропроводности при 151° С.

В качестве другой системы была избрана система из нитратов калия и натрия, которая была тоже изучена целым рядом авторов [10], [11]. Исследователи, изучавшие плавкость указанной системы [12], [13], однозначно пришли к выводу, что в системе образуется непрерывный ряд твёрдых растворов с минимумом, который отвечает 55% нитрата калия и температуре плавления 225°С (см. рис. 6 — первая кривая). Такой же вид кривых с минимумом имеют и изотермы температуропроводности. На рис. 6 вторая кривая соответствует температуропроводности при температуре 100° С и третья — при 151° С. Таким образом и здесь наблюдается соотвествие кривых плавкости с изотермами температуропроводности.

4. *Выводы*

1. Предложен термографический метод определения температуропроводности солей и их сплавов по разности температур между центром и поверхностью образца шаровой формы.

2. Измерена температуропроводность двойных систем: нитрат калия — нитрат кадмия и нитрат калия — нитрат натрия в твердом состоянии.

3. Установлено, что в этих системах наблюдается соответствие кривых плавкости с изотермами температуропроводности.

4. На основании полученных данных можно судить о возможности применения температуропроводности как свойства в физико-химическом анализе.

Поступила 31 VIII 1959 г.

Казанский филиал
Академии Наук, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Давидсон А. М., Цветные Металлы, 1952, *4*.
2. Тайц Н. Ю. и Гольдфарб Э. М., Заводская лаборатория, 1950, *3*, стр. 314.
3. Рафалович И. М., *Труды II Совещания по термографии*, 1959, (в печати).
4. Берг Л. Г. и Сидорова Е. Е., Ibid.
5. Берг Л. Г., Николаев А. В. и Роде Е. Я, *Термография*, Изд. АН СССР, М.-Л., 1944, стр. 18.

6. Лыков А. В., *Теория теплопроводности*, Изд. АН СССР, М.-Л., 1952, стр. 332.
7. Берг Л. Г., *Труды II Совещания по термографии*, 1959, (в печати).
8. * * * *Справочник химика*, том **I** и **II**, Госхимиздат, М., 1951.
9. Проценко П. И., ЖОХ, 1952, **22**, *8*, стр. 1313.
10. Бергман А. Г. и Беруль С. И., Изв. СФХА, 1952, **21**, стр. 178.
11. Беруль С. И. и Бергман А. Г., Ibid., 1955, **25**, стр. 218.
12. Quartoroli, Gazz. Chem. Ital., 1920, **50**, *11*, p. 64.
13. Briscoe A. a Madgin W., J. Chem. Soc., 1923, **123**, p. 1608.

TEMPERATURE CONDUCTIVITY DETERMINATION BY USING THE METHOD OF THE DIFFERENTIAL THERMAL ANALYSIS WITH APPLICATIONS

(Summary)

The method of the differential thermal analysis to determine the temperature conductivity with help of measuring of temperature difference between the centre and the surface of the specimen having a spherical form was employed.

Explanation of the figures

Fig. 1. — Principle arrangement's scheme. *1.* Metallic block; *2.* Salt; *3.* Differential thermo-couple.
Fig. 2. — Fused kali nitrate's poured into one alluminium block thermogram.
Fig. 3. — Fusion lines and the temperature conductivity isotherms of the system KNO_3—$Cd(NO_3)_2$. *1.* Fusion line; *2.* The temperature conductivity isotherm line on 117° C; *3.* The temperature conductivity isotherm line on 157° C.
Fig. 4. — 45% $NaNO_3$ and 55% $Cd(NO_3)_2$ alloy's thermogram after its rapid refrigeration.
Fig. 5. — 45% $NaNO_3$ and 55% $Cd(NO_3)_2$ alloy's thermogram after its slow refrigeration.
Fig. 6. — The fusion lines and the temperature conductivity isotherms of the system KNO_3—$NaNO_2$. *1.* Fusion line; *2.* The temperature conductivity isotherm line on 100° C; *3.* The temperature conductivity isotherm line on 151° C.

DETERMINAREA CONDUCTIBILITĂŢII TERMICE PRIN METODA TERMOGRAFICĂ ŞI APLICAREA EI ÎN ANALIZA FIZICO-CHIMICĂ

(Rezumat)

Autorii determină şi apoi studiază conductibilitatea termică a unor sisteme tipice binare.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema de principiu a instalaţiei. *1*—Blocul metalic; *2*—Sarea; *3*—Termocuplul diferenţial.
Fig. 2. — Termograma $NaNO_3$ turnat în stare topită într-un bloc de aluminiu.
Fig. 3. — Curbele lichefierii şi izotermele conductibilităţii termice a sistemului KNO_3—$Cd(NO_3)_2$. *1*—Curba fuzibilităţii; *2*—Curba izotermei conductibilităţii termice la temperatura de 117° C; *3*—Curba izotermei conductibilităţii termice la temperatura de 157° C.
Fig. 4. — Termograma aliajului compus din 45% azotat de potasiu şi 55% azotat de cadmiu, ridicată după răcire rapidă.
Fig. 5. — Termograma aliajului compus din 45% azotat de potasiu şi 55% azotat de cadmiu, ridicată după răcire lentă.
Fig. 6. — Curbele lichefierii şi izotermele conductibilităţii termice a sistemului KNO_3—$NaNO_3$. *1* — Curba fuzibilităţii; *2* — Curba izotermei conductibilităţii termice la 100° C; *3* — Curba conductibilităţii termice la 151° C.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

541.135

REDUCEREA AZOTIŢILOR DE CUPRU PE PICĂTURA DE MERCUR

DE

GH. BURLACU, OLIMPIA BOŢ şi CORNELIA IOAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

În două Note anterioare [1], [2] s-a arătat că azotiţii pot fi utilizaţi cu succes ca soluţii de bază pentru dozarea polarografică a unor elemente ca: Ag, Cu, Pb, Zn, Cd.

Cu acea ocazie s-a constatat că în soluţii diluate de azotiţi, (sub un molar), se obţine pentru cupru un singur prag, iar la soluţii mai concentrate încep să se contureze două praguri care sînt cu atît mai bine separate cu cît concentraţia în azotit creşte.

În acelaşi timp se mai observă că pentru soluţii de azotiţi de concentraţie 0,1...0,2 mol/l, potenţialul jumătăţii de prag este —30 mV, aşa cum indică literatura cînd Cu^{+2} se află în soluţie de cationi liberi. Pe măsură ce concentraţia în azotit creşte, potenţialul jumătăţii de prag se deplasează spre valori mai negative (v. tabelul 7, punctele 1...4). În soluţii de azotiţi de concentraţie peste un molar, cînd încep să apară două praguri, $E_{1/2}$ pentru primul prag rămîne la început constant iar la concentraţii foarte mari de azotit se deplasează spre valori negative; $E_{1/2}$ pentru pragul al doilea se deplasează continuu spre valori mai negative. Totodată se mai constată că la o concentraţie de cupru constantă şi la o creştere a concentraţiei de azotit, culoarea verde a soluţiei se accentuează. Aceste constatări ne-au făcut să studiem mai amănunţit sistemul Cu^{+2}+azotit, care nu este încă citat în literatura polarografică.

O seamă de cercetători au studiat ionul de cupru în diferite condiţii. Heyrovsky îl studiază printre altele în soluţii de tiosulfat, v. Stackelberg şi H. Freyhold în amoniac [4], E. I. Onstott şi H. A. Laitinen [6] în dipiridyl, ortofenantrolină, tiouree şi etilendiamină. Aceste studii ajung la concluzia că se formează o serie de complecşi cu numere de coordinaţie care depind de natura complexantului cît şi de concentraţia lui. Spre exemplu, v. Stackelberg, folosind şi datele lui J. Byerrum, găseşte: $[Cu(NH_3)]^+$; $[Cu(NH_3)_2]^+$; $[Cu(NH_3)]^{2+}$; $[Cu(NH_3)_2]^{2+}$; $[Cu(NH_3)_3]^{2+}$; $[Cu(NH_3)_4]^{2+}$; $[Cu(NH_3)_5]^{2+}$; iar Onstott găseşte că ionul cupros leagă două molecule de dipiridyl, pe cînd ionul cupric leagă trei molecule.

În cazul azotiţilor am ajuns la concluzia că în mod analog se formează o serie de complecşi al căror număr de coordinaţie depinde de concentraţia în azotit.

În adevăr, în literatură se cunosc o serie de compuşi ca: $Cu(NO_2)_2$; $Cu(NO_2)_2$. $Cu(OH)_2$; $[Cu(Cu(OH)_2)_3](NO_2)_2$[6], cît şi complecşi de forma: $[Cu(NO_2)_4]K_2 \cdot H_2O$; $[Cu(NO_2)_5]K_3$ şi $[Cu(NO_2)_6]^{M_1}_{M_2}$ unde M_1 poate fi K, Rb, Cs, NH_4^+ iar M_2 poate fi Ca, Ba, Sr, Pb. Este de remarcat faptul că nu sînt semnalaţi complecşi cu ionul Na în afara sferei de coordinaţie. De asemenea nu se semnalează săruri cuproase cu azotiţi, în schimb se cunosc [6]: $[CuCl_4]^{-3}$; $[Cu(CN)_2]^-$; $[Cu(CN)_3]^{-2}$; $[Cu(CN)_4]^{-3}$, etc.

Formarea unui singur prag polarografic la cupru în soluţii relativ diluate de complexant şi apariţia a două praguri în soluţii concentrate se explică cu ajutorul potenţialelor standard a ionilor de cupru aşa cum arată Frumkin şi Kolthoff [7], [3].

În adevăr:

(1) $Cu^{+} + e + Hg \rightleftarrows Cu(Hg)$, $E_0 = +0{,}108$ V. (E.C.N.),

(2) $Cu^{2+} + 2e + Hg \rightleftarrows Cu(Hg)$, $E_0 = -0{,}003$ V. (E.C.N.),

(3) $Cu^{2+} + e \rightleftarrows Cu^{+}$, $E_0 = -0{,}115$ V. (E.C.N.).

Reacţia (1) are un potenţial standard mai pozitiv ca reacţia (2) şi atunci ionul cupros nu poate fi stabil la potenţialul la care se face reducerea ionului cupric. Din această cauză apare un singur prag corespunzător reacţiei $Cu^{2+} \rightarrow Cu$. Dacă însă se adaugă o cantitate de complexant la soluţia cuprică, atunci se pot forma compuşi complecşi cu ionul cupros rezultat din reducerea $Cu^{2+} \rightarrow Cu^{+}$, cu potenţiale de reducere deosebite. În consecinţă apar două praguri.

La reducerea azotaţilor de cupru pe picătura de mercur am studiat:

b) Determinarea numărului de electroni ce iau parte la reacţie.

b) Reversibilitatea sistemului.

c) Variaţia potenţialului jumătăţii de prag în funcţie de concentraţia cuprului.

d) Variaţia potenţialului jumătăţii de prag în funcţie de concentraţia în azotit şi aprecierea numărului de coordinaţie.

Încercările s-au făcut cu azotitul de potasiu. Între aceste soluţii s-au observat unele deosebiri care vor fi semnalate în cele ce urmează.

2. Determinarea numărului de electroni ce iau parte la reacţia de reducere

Pentru determinarea numărului de electroni am întrebuinţat metoda simplificată de către A. G. Stromberg şi T. M. Markaceva [8]; utilizînd formula lui Faraday şi a lui Ilković se ajunge la relaţia

$$n = \frac{I_0 t}{222 \cdot 10^3 . vc \log (I_0/I)}$$

unde: n — numărul de electroni de pe picătura de mercur ce iau parte la reacţie, I_0 — intensitatea de curent (în microamperi) la începutul experienţei, t — timpul (în secunde); I — intensitatea de curent la timpul t, v — volumul soluţiei din vasul de electroliză, c — concentraţia (mmol/l).

Experienţa s-a făcut într-un vas electrolitic de tipul indicat de către Stromberg.

S-a determinat mai întîi numărul de electroni pentru curba întreagă, adică pentru ambele praguri, apoi pentru primul prag.

S-a lucrat cu un galvanometru cu $K = 4{,}3.10^{-9}$ A/mm şi deplasările spotului s-au citit pe o riglă.

Numărul de electroni pentru toată înălţimea (suma celor două praguri) s-a calculat din datele tabelului 1.

S-au folosit 0,5 cm^3 din soluţia: 11 cm^3 $NaNO_2$ sat. + 2 cm^3 $CuSO_4$ 0,02695 m + 2 cm^3 gel. 0,2% care corespunde la $c = 3{,}593$ mmol/l. S-a lucrat cu o sensibilitate 1/100.

Se vede că numărul de electroni pentru cele două praguri este de doi.

Pentru primul prag numărul de electroni s-a calculat din datele tabelului 2.

Tabelul 1

Timpul (sec.)	Deplasare medie la distanța de 1 m (mm)	I_0 (μA)	Numărul de electroni
0	75,00	32,25	—
600	71,50	32,25	2,33
1200	68,00	32,25	2,27
2100	61,40	32,25	1,95
3000	56,50	32,25	1,97
4200	50,10	32,25	1,93
6000	44,90	32,25	2,19

Tabelul 2

Timpul (sec.)	Deplasarea medie la distanța de 1 m (mm)	I_0 (μA)	Numărul de electroni
0	69,60	14,96	—
600	65,90	14,96	0,95
1200	63,70	14,96	1,17
2400	58,60	14,96	1,20
3000	56,40	14,96	1,22
4200	53,00	14,96	1,30

S-au folosit 0,5 cm^3 din soluția de: 11 cm^3 $NaNO_2$ sat. + 2 cm^3 $CuSO_4$ 0,02695 m + 2 cm^3 gel. 0,2 %, care corespunde la $c = 3{,}593$ mmol/l. S-a lucrat cu o sensibilitate 1/50.

Deci pentru primul prag ia parte la reacție un singur electron. Este evident că reducerea se face în două trepte: a) primul prag: $Cu^{2+} \rightarrow Cu^{+}$, b) al doilea prag: $Cu^{+} \rightarrow Cu$.

Prezența unei cantități mari de azotit face ca ionul cupros să fie prins într-un complex al cărui potențial de depunere este mai negativ, făcînd posibilă separarea celor două praguri.

3. Reversibilitatea reacției

Reversibilitatea reacției s-a demonstrat considerînd ecuația care leagă potențialul de electrod de înălțimea pragului pentru o reacție reversibilă:

$$E = E_{1/2} + \frac{RT}{nF} \ln \frac{i_d - i}{i}$$

și determinînd experimental intensitatea de curent (respectiv înălțimea) la diferite potențiale aplicate. Din valorile găsite s-au dedus valorile lui $E_{1/2}$ și panta curbei logaritmice. Potențialele s-au raportat la electrodul normal de calomel.

Tabelul 3 cuprinde datele pentru pragul al doilea, la o concentrație de 5,9 mol/l de $NaNO_2$ și 0,00334 at.g. Cu/l în soluție finală, obținută în următorul amestec: 13 cm^3 $NaNO_2$ 7,3 m + 2 cm^3 $CuSO_4$ 0,02695 m + + 1 cm^3 gel. S-a lucrat cu o sensibilitate 1/100, la distanța de 1 m de galvanometru, cu $K = 4{,}3.10^{-9}$ A/mm. În calcule au fost folosite următoarele date: înălțimea limită $i_d = 49$ mm $E_{1/2} = 250$ mV, dat de reprezentarea grafică $i = f(E)$.

Reprezentarea grafică a expresiei logaritmice duce la obținerea unei drepte cu panta medie 0,060 V la 22°C față de valoarea teoretică de 0,0586; deci rezultatele practice sînt în bun acord cu valoarea teoretică. Prin urmare reacția pe electrod este reversibilă.

Tabelul 3

Nr. crt.	E aplicat (E.C.N.) (V.)	Înălţimea pragului (mm)	$\log[(i_d - i)/i]$	$\frac{E - E_{1/2}}{\log[(i_d - i)/i]} = 2{,}3\frac{RT}{nF} = 0{,}0585$ (la 22° C)
	0,100	0,0	.	.
	⋮	⋮	.	.
	0,156	0,0	.	.
1	0,176	2	1,3710	0,054
2	0,180	2,5	1,2695	0,055
3	0,186	3,5	1,1139	0,057
4	0,190	4,0	1,0492	0,057
5	0,195	4,5	0,9912	0,055
6	0,200	5,9	0,8636	0,058
7	0,204	7,3	0,7568	0,061
8	0,210	8,6	0,6718	0,059
9	0,214	10,0	0,5910	0,061
10	0,218	11,3	0,5232	0,061
11	0,220	11,8	0,4983	0,060
12	0,224	13,5	0,4197	0,062
13	0,228	15,0	0,35526	0,061
14	0,232	16,5	0,2994	0,063
15	0,236	18,0	0,2360	0,059
16	0,240	20,0	0,1613	0,062
17	0,244	21,8	0,0958	0,062
18	0,248	23,5	0,0354	0,056
19	0,252	25,4	—0,0319	0,062
20	0,256	27,3	—0,0997	0,060
21	0,260	28,8	—0,1541	0,064
22	0,264	31,0	—0,2344	0,059
23	0,268	32,6	—0,2984	0,060
24	0,272	34,4	—0,3722	0,059
25	0,276	35,8	—0,4333	0,060
26	0,290	40,3	—0,6659	0,060
27	0,296	41,2	—0,7228	0,063
28	0,300	42,0	—0,7798	0,064
29	0,304	43,0	—0,8554	0,063
30	0,308	43,8	—0,9255	0,062
31	0,312	44,5	—0,9552	0,062
32	0,316	45,3	—1,0879	0,061
33	0,328	46,5	—1,2695	0,061
34	0,332	47,0	—1,3711	0,059
35	0,340	47,5	—1,5006	0,060

4. Variaţia potenţialului jumătăţii de prag în funcţie de concentraţia cuprului

Am căutat să cercetăm dacă potenţialul jumătăţii de prag depinde sau nu de concentraţia ionului de cupru. Din experienţele făcute rezultă că o variaţie a cuprului de 6 ori nu produce nici o deplasare de potenţial, după cum arată datele din tabelul 4.

Tabelul 4

Nr. crt.	Cu^{2+} (mmol/l)	KNO_2 (mmol/l)	$E_{1/2}$ prag I (E.C.N.) (V.)	$E_{1/2}$ prag II (E.C.N.) (V.)
1	2,25	4,23	—0,014	—0,257
2	1,5	4,23	—0,012	—0,257
3	0,75	4,23	—0,012	—0,256
4	0,375	4,23	—0,014	—0,255

5. Variația potențialului jumătății de prag funcție de concentrația în azotit și aprecierea numărului de coordinație

La o concentrație constantă de cupru și de electrolit indiferent (de exemplu, azotiții alcalini) și la variația de azotit se observă o deplasare a potențialului jumătății de prag, ceea ce indică, în adevăr, formarea unor ioni complecși în soluție, atît cu ionul cupric cît și cu ionul cupros.

Reducerea ionului cupric [5] care are p grupe coordinate cu sarcina b, la ionul cupros cu q grupe coordinate, corespunde reacției.

$$(4) \qquad [CuX_p]^{(2-pb)} + e \rightleftarrows [CuX_q]^{(1-qb)} + (p-q)\,X^b$$

iar în cazul azotitului:

$$[Cu(NO_2^-)_p]^{(2-p)} + e \rightleftarrows [Cu(NO_2^-)_q]^{(1-q)} + (p-q)\,NO_2^- .$$

Potențialul jumătății de prag este dat de relația:

$$(5) \qquad (E_{1/2})_c - (E_{1/2})_s = \frac{RT}{F} \ln \frac{K_{ox.}}{K_{red.}} - (p-q)\frac{RT}{F} \ln C_x f_x ,$$

unde: $(E_{1/2})_c$ — potențialul jumătății de prag pentru complexul cupric, $(E_{1/2})_s$ — potențialul jumătății de prag pentru reducerea ionului simplu cupric la ion cupros, $K_{ox.}$ — constanta de nestabilitate a complexului cupric, $K_{red.}$ — constanta de nestabilitate a complexului cupros, C_x — concentrația complexantului, f_x — coeficientul de activitate a complexantului.

Reducerea complexului cupros se face după reacția:

$$(6) \qquad [Cu(NO_2^-)_q]^{(1-q)} + e + Hg \rightleftarrows Cu(Hg) + qNO_2^- ,$$

iar potențialul jumătății de prag este dat de relația:

$$(7) \qquad (E_{1/2})_c - (E_{1/2})_s = \frac{RT}{F} \ln K_{red.} - q\frac{RT}{F} \ln C_x f_x .$$

Aceste relații arată că potențialul jumătății de prag nu depinde de concentrația ionului complex.

Derivînd ecuaţia (7) şi utilizînd numai concentraţia complexantului în loc de activitate [3] se obţine:

$$\frac{\Delta E_{1/2}}{\Delta \log C_x} = -0{,}0581q \quad \text{la } 20°C. \tag{8}$$

Astfel, prin determinarea variaţiei potenţialului jumătăţii de prag se poate determina q (numărul de coordinaţie al ionului cupros.)

În mod analog, din ecuaţia (5) se determină $p-q$ putîndu-se obţine deci şi valoarea lui p.

6. Rezultate experimentale

a) *Compuşii cu* $NaNO_2$

S-au determinat potenţialele jumătăţii de prag la diferite concentraţii de azotit de sodiu. În prealabil s-a măsurat potenţialul de anod în raport cu electrodul saturat de calomel, raportîndu-se faţă de cel normal şi s-au calculat apoi potenţialele electrodului picurător în funcţie de potenţialul aplicat. Valorile obţinute, adică înălţimea pragului şi potenţialul de electrod, s-au reprezentat grafic. Din aceste grafice s-au dedus potenţialele jumătăţilor de prag (v. tabelul 5). Concentraţia în cupru a fost de 1,5 mmol/l.

În fig. 1 s-au reprezentat potenţialele jumătăţilor de prag funcţie de logaritmul concentraţiei de azotit; între 1,2 şi 2,5 mol/l (curba $A'B'$) $q = 2{,}7$ iar $p-q \approx 1$ (curba AB), ceea ce ar duce la concluzia că între aceste concentraţii avem în soluţie un amestec de $[Cu(NO_2)_3]^-$ şi de $[Cu(NO_2)_4]^{-2}$ iar după reducerea $Cu^{2+} \rightarrow Cu^+$ pe picătura de mercur se formează $[Cu(NO_2)_2]^-$ şi $[Cu(NO_2)_3]^{-2}$; la o concentraţie mai mare ca 2,5 mol/l avem în soluţie numai $[Cu(NO_2)_4]^{-2}$, iar după prima fază de reducere avem $[Cu(NO_2)_3]^{2-}$ deoarece $p-q \approx 1$ iar $q=3{,}1$.

Tabelul 5

Nr. crt.	$NaNO_3$ (mol/l)	$NaNO_2$ (mol/l)	log C	$E'_{1/2}$ (V.)	$E''_{1/2}$ (V.)
1	0,1	1,227	0,0888	+0,009	—0,133
2	0,1	1,636	0,2137	+0,015	—0,155
3	0,1	2,045	0,3106	+0,020	—0,1705
4	0,1	2,454	0,3898	+0,024	—0,182
5	0,1	2,863	0,4568	+0,024	—0,196
6	0,1	3,272	0,5148	+0,030	—0,208
7	0,1	3,681	0,5659	+0,033	—0,2155
8	0,1	4,095	0,6122	+0,039	—0,221
9	0,1	4,499	0,6531	+0,030	—0,233
10	0,1	4,908	0,6908	+0,038	—0,237
11	0,1	5,317	0,7256	+0,0385	—0,243
12	0,1	5,726	0,7578	+0,040	—0,249
13	0,1	6,135	0,7878	+0,038	—0,256
14	0,1	6,544	0,8158	+0,034	—0,262
15	0,1	6,748	0,8291	+0,036	—0,266

Literatura arată că o sare de forma $[Cu(NO_2)_4]K_2$ a putut fi izolată, în timp ce sarea analoagă de sodiu nu este menționată. Probabil că sarea respectivă de sodiu este mult mai solubilă decît cea de potasiu și de aceea n-a putut fi separată.

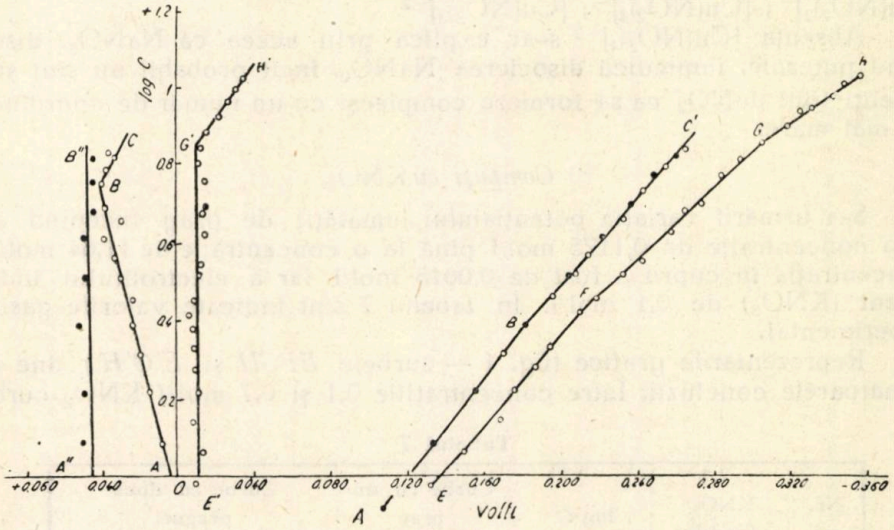


Fig. 1

Experiența a fost modificată lucrînd cu o concentrație constantă în săruri ($NaNO_2+NaNO_3$=const.) spre a nu avea o variație prea mare a tăriei ionice. Valorile obținute sînt arătate în fig. 1 (cercuri pline) și tabelul 6.

Tabelul 6

Nr. crt.	$NaNO_2$ (mol/l)	$NaNO_3$ (mol/l)	log C $NaNO_2$	$E_{1/2}$ (V.)	$E''_{1/2}$ (V.)
1	6,544	0,100	0,8158	+0,043	—0,260
2	5,726	0,919	0,7578	+0,044	—0,2495
3	4,908	1,723	0,6909	+0.045	—0,239
4	4,095	2,553	0,6122	+0,048	—0,221
5	3,272	3,384	0,5148	+0,048	—0,204
6	2,454	4,177	0,3898	+0,052	—0,180
7	1,636	5,007	0,2137	+0,049	—0,155
8	1,227	5,422	0,0888	+0,050	—0,133
9	0,818	5,838	—0,0873	+0,051	—0,107

Se observă că potențialele jumătăților de prag au valori foarte apropiate între concentrațiile 0,18 mol/l și 6,5 mol/l; de la 6,5 mol/l în sus se observă o ușoară deplasare a potențialului spre valori mai negative. Deoarece $p-q=0$ (adică $p=q$), forma oxidată și forma redusă au același număr de coordinație (fig. 1, curba $A''B''$). În ceea ce privește pragul al doilea se constată că la concentrații egale de $NaNO_2$,

atît singur cît şi în amestec cu $NaNO_3$, potenţialele jumătăţilor de prag au aceleaşi valori (fig.1, curba $A'B'C'$), adică $q=2$ şi 3, ceea ce arată că aceste potenţiale nu sînt influenţate de prezenţa sau absenţa $NaNO_3$. Se constată că în prezenţa $NaNO_3$, $NaNO_2$ ar forma: $[Cu(NO_2)_2]$; $[Cu(NO_2)_2]^-$; $[Cu(NO_2)_3]^-$; $[Cu(NO_2)_3]^{-2}$.

Absenţa $[Cu(NO_2)_4]^{-2}$ s-ar explica prin aceea că $NaNO_3$, disociind puternic, împiedică disocierea $NaNO_2$, încît probabil nu sînt suficienţi ioni de NO_2^- ca să formeze complecşi cu un număr de coordinaţie mai mare.

b) *Compuşi cu* KNO_2

S-a urmărit variaţia potenţialului jumătăţii de prag începînd de la o concentraţie de 0,1175 mol/l pînă la o concentraţie de 11,64 mol/l; concentraţia în cupru a fost de 0,0015 mol/l iar a electrolitului indiferent (KNO_3) de 0,1 mol/l. În tabelul 7 sînt indicate valorile găsite experimental.

Reprezentările grafice (fig. 1 — curbele $EFGH$ şi $E'G'H'$) duc la următoarele concluzii. Între concentraţiile 0,1 şi 0,7 mol/l KNO_2 curba

Tabelul 7

Nr. crt.	KNO_2 (mol/l)	log C	Curbe cu un prag	Curbe cu două praguri	
			$E_{1/2}$ (V./cal N)	$E'_{1/2}$(V./cal N)	$E''_{1/2}$(V/cal N)
1	0,1175	—0,9299	—0,031		
2	0,235	—0,6289	—0,0395		
3	0,470	—0,3289	—0,059		
4	0,705	—0,1518	—0,0705		
5	0,940	—0,0268			
6	1,175	0,0600		—0,009	—0,132
7	1,140	0,1492		—0,013	—0,150
8	1,645	0,2161		—0,008	—0,1695
9	1,880	0,2741		—0,0115	—0,176
10	2,115	0,3253		—0,010	—0,187
11	2,350	0,3710		—0,009	—0,195
12	2,585	0,4124		—0,0085	—0,2025
13	2,820	0,4502		—0,006	—0,210
14	3,27	0,5145		—0,909	—0,2185
15	3,53	0,5477		—0,012	—0,2335
16	4.23	0,6233		—0,013	—0,243
17	4,724	0,6743		—0,015	—0,259
18	4,940	0,6937		—0,0 4	—0,2665
19	5,64	0,7512		—0,015	—0,275
20	6,35	0,8027		—0,015	—0,2855
21	7,05	0,8481		—0,011	—0,2955
22	7,76	0,8898		—0,013	—0,3065
23	7,837	0,8941		—0,0163	—0,3195
24	8,467	0,9277		—0,018	—0,322
25	8,55	0,9319		—0,023	—0,327
26	9,262	0,9667		—0,024	—0,333
27	9,975	0,9989		—0,027	—0,344
28	10,687	1,0285		—0,032	—0,350
				—0,035	—0,358

prezintă un singur prag iar curba logaritmică ($E''H''$) dă $p = 2$, prin urmare în acest domeniu de concentrație avem $Cu(NO_2)_2$; între 0,94 și 2,8 mol/l avem $q=3$ (curba EF) și $p-q=0$ (curba $E'G'$), adică $p=q$, prin urmare în soluție vom avea $[Cu(NO_2)_3]$ K. Între 2,8 și 7,00 mol/l (curba FG), $q=4$, iar $p-q=0$ (curba $E'G'$), încît în acest domeniu de concentrație avem $[Cu(NO_2)_4]K_2$. În jurul concentrației de 7 mol/l apare $[Cu(NO_2)_5]K_3$, adică acel compus care se poate izola din soluții concentrate de $Cu^{2+} + KNO_2$. Peste această concentrație, curba GH dă $q=5$ iar curba $G'H'$ dă $p-q=2$ adică $p=7$. Probabil că în soluție se află compusul $[Cu(NO_2)_5]K_3$. $2KNO_2$ și cînd cristalizează se separă numai sub forma $[Cu(NO_2)_5]K_3$. Lucrul pare plauzibil cu atît mai mult cu cît prof. Spacu a separat niște compuși de forma [6]:

$[Cu(NH_3)_5]Cl_3.2ClNH_4$ și
$[Cu(NH_3)_5]Cl_3.2KCl$.

Trebuie remarcat faptul ca apariția a două praguri, deci formarea de complecși cu ionul cupros, depinde nu numai de raportul NO_2^-/Cu^{2+} ci în primul rînd de concentrația absolută a NO_2^-, după cum se vede din fig. 2.

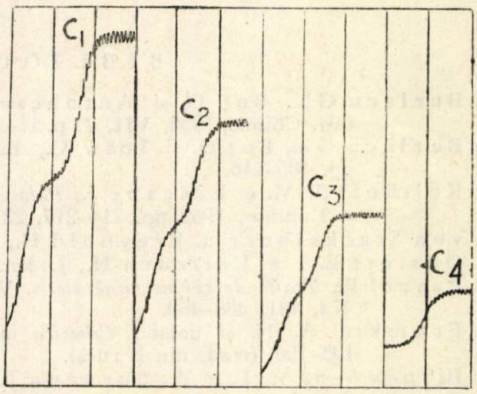


Fig. 2

Pentru ridicarea acestor curbe s-a preparat o soluție care conține 0,03 mol/l din compusul $[Cu(NO_2)_5]K_3$ cristalizat. Din această soluție s-au luat 2 cm³ și s-au amestecat cu 10 cm³ KNO_2 6 molar (soluția a) în care raportul $Cu/NO_2 = 0{,}005/5{,}030$, iar concentrația în azotit — 5,030 mol/l. Se obține curba *1* cu două praguri suficient de conturate.

Pentru ridicarea curbei *2*, soluția (a) de mai sus se diluează în modul următor: 8 cm³ soluție a + 4 cm³ KNO_3 $2n$. Deci raportul Cu/NO_2 a rămas același dar concentrația KNO_2 este numai de 3,35 molar.

Curba prezintă două praguri mai puțin conturate.

Pentru ridicarea curbei *3* s-a folosit soluția: 6 cm³ soluție a + 6 cm³ KNO_3 $2n$; iar pentru curba *4* — 1 cm³ soluție a + 11 cm³ KNO_3 $2n$.

Se vede că raportul Cu/NO_2 a rămas constant, dar pe măsură ce s-a diluat NO_2^- pragurile sînt mai puțin conturate, ca în cele din urmă să dispară definitiv. Prin urmare formarea complexului cu ion cupros depinde în primul rînd de concentrația absolută a azotitului.

7. Concluzii

a) La reducerea azotiților de cupru pe picătura de mercur iau parte doi electroni; reducerea se face în două trepte $Cu^{2+} \rightarrow Cu^+$ și $Cu^+ \rightarrow Cu(Hg)$ ca urmare a existenței unor complecși $[Cu(NO_2)_p]^{(p-2)}$ și $[Cu(NO_2)_q]^{(1-q)}$.

b) Reducerea pe picătura de mercur este reversibilă încît se poate aplica ecuația lui Kolthoff-Lingane referitoare la relația dintre

potenţialul aplicat, potenţialul jumătăţii de prag şi concentraţie. Deci se poate aprecia numărul de coordinaţie.

Potenţialul jumătăţii de prag nu depinde de concentraţia în ioni metalici reductibili ci de concentraţia agentului de complexare.

În soluţie se formează complecşi cu numărul de coordinaţie cuprins între 3 şi 5 şi este posibilă şi existenţa unei sări duble de forma $Cu(NO_2)_5K_3 \cdot 2NO_2K$.

Existenţa complexului cupros depinde de concentraţia în azotit; el există la o concentraţie mai mare decît 0,9...1 mol/l azotit.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Chimie Generală

BIBLIOGRAFIE

1. Burlacu Gh., Boţ O. şi Antonescu I., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, p. 17-23.
2. Burlacu Gh., Boţ O. şi Ioan C., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3-4* pp. 105-116.
3. Kolthoff I. M. a. Lingane J., *Polarography*, t. **I**, Interscience Publishers, N. Y. — London, 1952, pp. 214-217, 227-231.
4. von Stackelberg u. Freyhold H., Z. Electrochem., 1940, **46**, S. 120.
5. Onstott E. I. a. Laitenen H., J. Am. Chem. Soc., 1950, p. 4724.
6. Pascal P., *Traité de chimie minérale*, t. **VIII**, Ed. Masson et Cie, Paris, 1933, pp. 457, 474, 481, 488-489.
7. Frumkin A. N. şi colab., *Cinetica proceselor electrodice*, EES, Buc., 1954, pp. 195-196, (trad. din l. rusă).
8. Штромберг А. Г. и Маркачева Т. М., ЖФХ, 1954, **XXVIII**, *4*, стр. 671—682.

ВОССТАНАВЛЕНИЕ АЗОТИСТОКИСЛЫХ СОЛЕЙ МЕДИ НА КАПЛЯХ РТУТИ

(Резюме)

Изучаются растворы, содержащие ионы меди в наличии нитрит-ионов, в различных концентрациях.

Нашли, что до 0,7 моль г/л $NaNO_2$ восстанавление происходит одноступенчато, а при больших концентрациях — двуступенчато. Потенциал полуволны (в частности во второй ступени) получает отрицательные значения одновременно с повышением концентрации, что указывает на образование нитритных комплексов. Восстанавление является обратимым, что позволяет оценку координационного числа по уравнению Кольтгоффа-Лингена. В заключении отмечают, что координационное число между 3 и 5, а также наличие комплекса вида $[Cu(NO_2)_5]K_3 \cdot 2KNO_2$.

LA RÉDUCTION DES NITRITES DE CUIVRE SUR LA GOUTTE DE MERCURE

(Résumé)

On étudie les solutions qui contiennent des ions de cuivre dans la présence des nitrites à des concentrations différentes. On aboutit aux conclusions suivantes.

Jusqu'à une concentration de 0,7 mol g/l $NaNO_2$, la réduction s'effectue en un seul échelon, tandis que à des concentrations plus grandes, elle s'effectue en deux échelons.

Le potentiel d'une demie-onde, et spécialement au deuxième échelon, se déplace vers des valeurs plus négatives en même temps que l'augmentation de la concentration, ce qui indique la formation de certains nitrites complexes.

La réduction est réversible, donc on peut aprécier le nombre de coordination en utilisant la relation de Kolthoff-Lingane. On arrive à la conclusion que le nombre de coordination est situé entre 3 et 5 et on signale la présence d'un composé de la forme de $Cu(NO_2)_5K_32KNO_2$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

662 6

STUDII ASUPRA TURBEI DIN ZĂCĂMINTELE DERSCA-DOROHOI ŞI RĂCHITENI-ROMAN

DE

LIVIA IFRIM şi M. DIMA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Din cauza proprietăţilor sale fizice şi a structurii sale chimice complexe, turba prezintă numeroase dezavantaje în privinţa întrebuinţării sale. Cel mai mare inconvenient într-o exploatare economică îl constituie conţinutul său ridicat de apă; în plus turba este alcătuită dintr-un material foarte complex, rezultat din transformarea chimică şi microbiologică a resturilor de plante, în condiţiile unei umidităţi ridicate şi a unui acces incomplet al aerului.

Din componenţii chimici ai materialului din plante ca: celuloza, hemicelulozele, lignina, proteina, cerurile, etc., majoritatea — total sau parţial — au fost transformaţi în componenţi noi, care nu se găsesc încă într-o stare finală stabilă, iar restul componenţilor, datorită rezistenţei la acţiunea chimică şi microbiologică, au rămas neschimbaţi. Avem de-a face astfel, în acest proces de transformare, cu un mare număr de stadii intermediare, reprezentînd componenţi care se găsesc în procesul de formare sau de descompunere şi care fac în acest mod dificilă problema reprezentării clare a structurii chimice a turbei.

Datorită originei sale biologice, masa principală a turbei este alcătuită din o serie de substanţe organice ca: bitum, celuloză, hemiceluloze, proteine. Conţinutul în acizi este cunoscut obişnuit sub denumirea de „acizi humici" deşi această denumire reprezintă un termen generic care acoperă un amestec de substanţe acide, nedefinite [1].

Partea minerală a turbei este alcătuită, în majoritate, din silicaţi şi sulfaţi de calciu, magneziu, fier şi aluminiu, în cantitate mică găsindu-se şi sodiu, potasiu, fosfor, etc.

Compoziţia conţinutului mineral al turbei variază în mod considerabil de la un zăcămînt la altul şi chiar de la un loc la altul în acelaşi zăcămînt.

După datele a numeroase cercetări, folosirea turbei, în afara utilizării sale drept combustibil, prezintă importanţă prin prelucrarea ei pe următoarele căi:

a) prelucrare termică (semicocsificarea, gazeificarea) şi

b) prelucrare chimică (separarea din masa organică a o serie de componenţi ca: cerurile, acizii humici, celuloza, substanţele tanante, etc.).

În ultimul timp s-a acordat un deosebit interes carbonizării combustibililor inferiori la temperatură joasă, avîndu-se în vedere că semicocsificarea, dacă este bazată pe un material potrivit şi este bine condusă, duce la obţinerea unui semicocs de calitate superioară şi la un gudron cu o compoziţie chimică potrivită pentru extragerea a o serie de produşi chimici. Practic, există puţine metode de obţinere pe cale directă a produselor chimice din turbă.

Astăzi, obţinerea acestor produse se realizează, în esenţă, din produsele lichide ale cocsificării, adică din gudron şi ape amoniacale.

Este evident că prin aceste metode termochimice de prelucrare a turbei masa principală a părţii organice din turbă se descompune şi nu poate fi folosită ca materie primă pentru a obţine din ea produse chimice.

După datele din literatură rezultă că se pot obţine direct din masa organică a turbei cantităţi mari din produsele pe care le conţine ca : celuloza, acizii humici, ceara, substanţele tanante, etc.

Aceasta necesită, însă, cunoaşterea atît a părţii organice a turbei cît şi a celei anorganice, pentru a avea indicaţii asupra comportării materialului la deshidratare, la prelucrarea lui tehnologică, conducînd la concluzii asupra folosirii economice a acestui material.

2. Partea experimentală

În lucrarea de faţă au fost analizate 15 probe de turbă recoltate din zăcămintele Dersca-Dorohoi şi Răchiteni-Roman, în vederea aprecierii valorii potenţiale a acestor turbării. Zăcămîntul de turbă de la Dersca-Dorohoi a fost semnalat pentru prima dată în literatură de G. Murgoci [2], descris sumar de P. Enculescu [3] şi apoi studiat şi de alţi cercetători [4], [5], [6], [7], [8].

Turbăria Dersca-Dorohoi este clasificată în grupa turbăriilor subacvatice şi este formată la partea superioară aproape numai din muşchi, iar restul este o ţesătură de rădăcini, rhizomi şi fragmente de tulpini şi frunze de *Carex, Juncus, Scirpus, Thipha, Phragmites,* pe unele locuri de *Salix* şi *Fagus* [6], [7].

Zăcămîntul Răchiteni-Roman nu a fost cunoscut pînă acum în literatură din cauza suprafeţei mici pe care se întinde (16 ha după datele primite la Sfatul Popular al comunei Răchiteni). Această turbă, după diagnoza dată de prof. C. Papp de la Universitatea „Al. I. Cuza" din Iaşi, este formată din plante fanerogame de apă. Muşchii lipsesc.

Din zăcămîntul Dersca-Dorohoi s-au recoltat 11 probe din trei locuri diferite (notate *A, B, C*) de-a lungul vechiului canal de scurgere începînd de la margine spre centru şi la adîncimi de cca. 0,5 ; 1 ; 1,5 şi 2 m (cu *A* sînt notate probele de la margine, cu *B* — cele intermediare, iar cu *C* — probele din centrul zăcămîntului).

Din zăcămîntul Răchiteni-Roman s-au recoltat patru probe în două locuri şi la două adîncimi diferite (probele *D* şi *E*, respectiv de la marginea şi centrul zăcămîntului şi la adîncimi de 0,5 şi 1 m).

Pentru o primă orientare asupra valorii acestor turbe li s-a făcut analiza imediată, anume, s-a determinat conţinutul în azot şi sulf şi puterea calorică.

Rezultatele obţinute, raportate la materialul absolut uscat şi la cărbunele pur, sînt indicate în tabelele 1, 2, 3 şi 4.

Din examinarea datelor prezentate în aceste tabele se observă că atît turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi, cît şi cea din zăcămîntul Răchiteni-Roman, se caracterizează printr-un conţinut ridicat în cenuşă. În consecinţă valoarea combustibilă a acestor turbe este scăzută.

În turba din zăcămîntul Dersca conţinutul în substanţe minerale raportat la turba absolut uscată variază între 11,80...33,44% şi creşte în general cu adîncimea zăcămîntului, datorită unei mai puternice mineralizări, prin apele de adîncime.

Conţinutul în cărbune fix (raportat la substanţa organică) creşte în general cu adîncimea zăcămîntului, iar conţinutul în materii volatile

Tabelul 1

Turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi.
Date analitice (rezultate raportate la turba complet uscată)

Locul de recoltare	A				B				C			
Proba de turbă	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1	B_2	B_3	B_4	C_1	C_2	C_3	C_4
Adîncimea (m)	0,0...0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0	0,0...0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0	0,0...0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0
Cenuşă totală (%)	18,14	25,35	25,51	27,72	13,82	25,49	13,82	33,44	—	16,32	11,80	14,62
Cărbune fix (%)	39,60	33,30	37,52	36,71	39,87	39,17	42,93	31,39	—	39,53	39,96	38,50
Materii volatile (%)	42,26	41,35	36,97	35,57	46,31	35,34	43,25	35,17	—	44,15	48,24	46,88
Q_s (kcal/kg)	4 357	4 104	4 205	4 040	4 524	4 083	4 610	3 392	—	4 147	4 740	4 363
Azot (%)	2,86	1,95	2,02	2,20	2,64	1,77	2,20	1,74	—	2,19	2,20	1,94
Sulf (%)	0,82	0,91	0,80	1,28	0,72	0,52	0,75	0,55	—	0,56	0,62	0,63

Tabelul 2

Turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi.
Date analitice (rezultate raportate la cărbunele pur)

Locul de recoltare	A				B				C			
Proba de turbă	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1	B_2	B_3	B_4	C_1	C_2	C_3	C_4
Adîncimea (m)	0,0...0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0	0,0...0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0	0,0...0,5	0,5...1,0	1,0...1,5	1,5...2,0
Cărbune fix (%)	48,37	44,60	50,38	50,78	46,26	52,57	49,81	50,24	—	47,23	49,21	45,09
Materii volatile (%)	51,63	55,40	49,62	49,22	53,74	47,43	50,19	49,76	—	52,77	50,79	54,91
Q_s (kcal/kg)	5 320	5 497	5 645	5 589	5 249	5 479	5 349	5 096	—	4 955	5 374	5 110
Azot (%)	3,49	2,61	2,71	3,04	3,06	2,37	2,55	2,61	—	2,62	2,49	2,27
Sulf (%)	1,00	1,21	1,07	1,77	0,83	0,69	0,87	0,82	—	0,66	0,70	0,73

scade ca urmare a faptului că turba în straturile mai adînci este mai veche şi a suferit un grad de bitumizare mai mare. Spre centrul zăcămîntului se pare că procesul bitumizării este mai puţin avansat.

Din cauza unui conţinut mai mare de substanţe minerale puterea calorică a turbei în stratele inferioare este mai scăzută, în timp ce turba din mijlocul zăcămîntului, datorită conţinutului mai mic de substanţe minerale, are o putere calorică mai ridicată.

Tabelul 3

Turba din zăcămîntul Răzhiteni-Roman.
Date analitice (rezultate raportate la turba complet uscată)

Locul de recoltare	*D*		*E*	
Proba de turbă	D_1	D_2	E_1	E_2
Adîncimea (m)	0,0...0,5	0,5...1,0	0,0...0,5	0,5...1,00
Cenuşă totală (%)	18,80	12,47	16,83	9,22
Cărbune fix (%)	35,59	38,27	36,82	40,22
Materii volatile (%)	45,61	49,26	46,35	50,56
Q_s (kcal/kg)	4 147	4 528	4 157	4 799
Azot (%)	2,69	2,12	2,87	2,66
Sulf (%)	0,42	0,51	0,47	0,54

Tabelul 4

Turba din zăcămîntul Răchiteni-Roman.
Date analitice (rezultate raportate la cărbunele pur)

Locul de recoltare	*D*		E_1	
Proba de turbă	D_1	D_2	E_1	E_2
Adîncimea (m)	0,0...0,5	0,5...1,0	0,0...0,5	0,5...1,00
Cărbune fix (%)	43,84	43,71	44,24	44,29
Materii volatile (%)	56,16	56,29	55,76	55,71
Q_s (kcal/kg)	5 107	5 173	4 998	5 286
Azot (%)	3,31	2,42	3,45	2,93
Sulf (%)	0,51	0,58	0,56	0,59

În ce priveşte turba din zăcămîntul Răchiteni, aceasta are un conţinut mai scăzut în substanţe minerale decît în cazul celei de Dersca (9,22...18,80%). Conţinutul în cărbune fix este mai mic ca al turbei de Dersca iar materiile volatile se găsesc într-o proporţie mai mare, indiciu că această turbă este de o formaţie ceva mai recentă.

Puterea calorică a turbelor ca atare, însă complet uscate, este cuprinsă între 3 392...4 740 kcal/kg pentru turba de Dersca şi între 4 147...4 799 kcal/kg pentru turba din zăcămîntul de la Răchiteni.

În aceste condiţii puterea calorică a acestor turbe este cuprinsă între puterea calorică a lemnului complet uscat (cu o putere calorică de 4 200...4 500 kcal/kg) şi puterea calorică a lignitului complet uscat (cu o putere calorică de 6 200...6 700 kcal/kg), apropiindu-se mai mult de puterea calorică a lemnului.

Conţinutul în azot pentru turbele din ambele zăcăminte oscilează în jurul valorii de 2% (raportat la substanţa uscată).

Conţinutul în sulf este relativ scăzut; la aproape toate probele de turbă nu depăşeşte valoarea de 1% (raportat la substanţa uscată).

Analiza elementară efectuată asupra a două probe de amestec de turbă din zăcămîntul Dersca şi a unei probe de amestec de turbă din zăcămîntul Răchiteni, furnizează valorile date în tabelele 5 şi 6.

Tabelul 5

Turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi.
Analiza elementară

Proba de turbă	Raportat la substanţa uscată (%)						Raportat la substanţa organică (%)				
	C	H	N	S	O	Cenuşă	C	H	N	S	O
Amestec A_1+B_1	47,79	4,67	2,98	0,61	27,31	16,64	57,32	5,60	3,57	0,73	32,78
Amestec $A_4+B_4+C_4$	43,24	3,92	1,95	0,70	24,48	25,71	58,20	5,27	2,62	0,94	32,97

Tabel 6

Turba din zăcămîntul Răchiteni-Roman.
Analiza elementară

Proba de turbă	Raportat la substanţa uscată (%)						Raportat la substanţa organică (%)				
	C	H	N	S	O	Cenuşă	C	H	N	S	O
Amestec $D_1+D_2+E_1+E_2$	45,43	4,57	2,26	0,37	34,60	12,77	52,08	5,23	2,59	0,42	39,68

Pentru a cunoaşte compoziţia părţii organice a turbei respective, probe din acelaşi material au fost supuse unei analize fracţionate după metoda dată de S. W. Souci [9], uşor modificată de J. Risi, C. E. Brunette şi H. Girard [10].

O astfel de fracţionare permite determinarea conţinutului următorilor ingredienţi ai turbei:

a) bitum solubil în amestec azeotropic de benzen-alcool,

b) substanţe organice solubile în apă caldă (pectine, hidraţi de carbon, proteine solubile),

MUZEUL JUDEŢEAN BOTOŞANI 1968

c) substanţe solubile în HCl 2% (hemiceluloze), alături de puţine proteine şi urme de celuloză),

d) substanţe solubile în H_2SO_4 80% (celuloză, alături de puţine proteine şi de mici cantităţi de acizi humici şi de produse de descompunere a ligninei),

e) substanţe organice solubile în alcali şi insolubile în bromură de acetil (acizi humici),

f) substanţe organice nehidrolizabile cu acid sulfuric 80% şi solubile în bromură de acetil (lignină şi substanţe analoage ca: acizi ligninici, humoligninici şi himatomelanici).

În rezumat fracţionarea se conduce în modul indicat în fig. 1 [10].

Rezultatele obţinute, raportate la substanţa complet uscată, sînt date în tabelele 7, 8, 9 pentru turba din zăcămîntul Dersca şi în tabelul 10 pentru turba din zăcămîntul Răchiteni.

Tabelul 7

Turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi.
Analiza fracţionată (rezultate raportate la materialul absolut uscat)

Locul de recoltare *A*				
Proba de turbă	A_1	A_2	A_3	A_4
Adîncimea (m)	0,0 ... 0,5	0,5 ... 1,00	1,0 ... 1,5	1,5 ... 2,0
Umiditatea (%)	75,50	79,99	85,20	90,96
pH	5,5	5,5	5,3	5,2
Substanţe solubile în:				
Alcool-benzen (%)	2,54	3,00	3,40	2,87
Apă caldă (%)	5,50	3,61	2,91	2,53
Acid clorhidric (fără hemiceluloze (%)	16,75	15,07	13,65	14,49
Acid sulfuric 80% (fără celuloză) (%)	7,13	4,56	2,73	5,87
Hemiceluloze (%)	5,43	3,21	5,50	5,01
Celuloze (%)	1,43	2,07	2,53	2,09
Substanţe humice (%)	48,50	39,65	44,40	48,72
Lignină (%)	2,25	5,97	6,90	1,42
Cenuşă insolubilă în H_2SO_4 80% (%)	9,22	19,14	16,04	16,23
Total	98,75	96,28	98,06	99,23

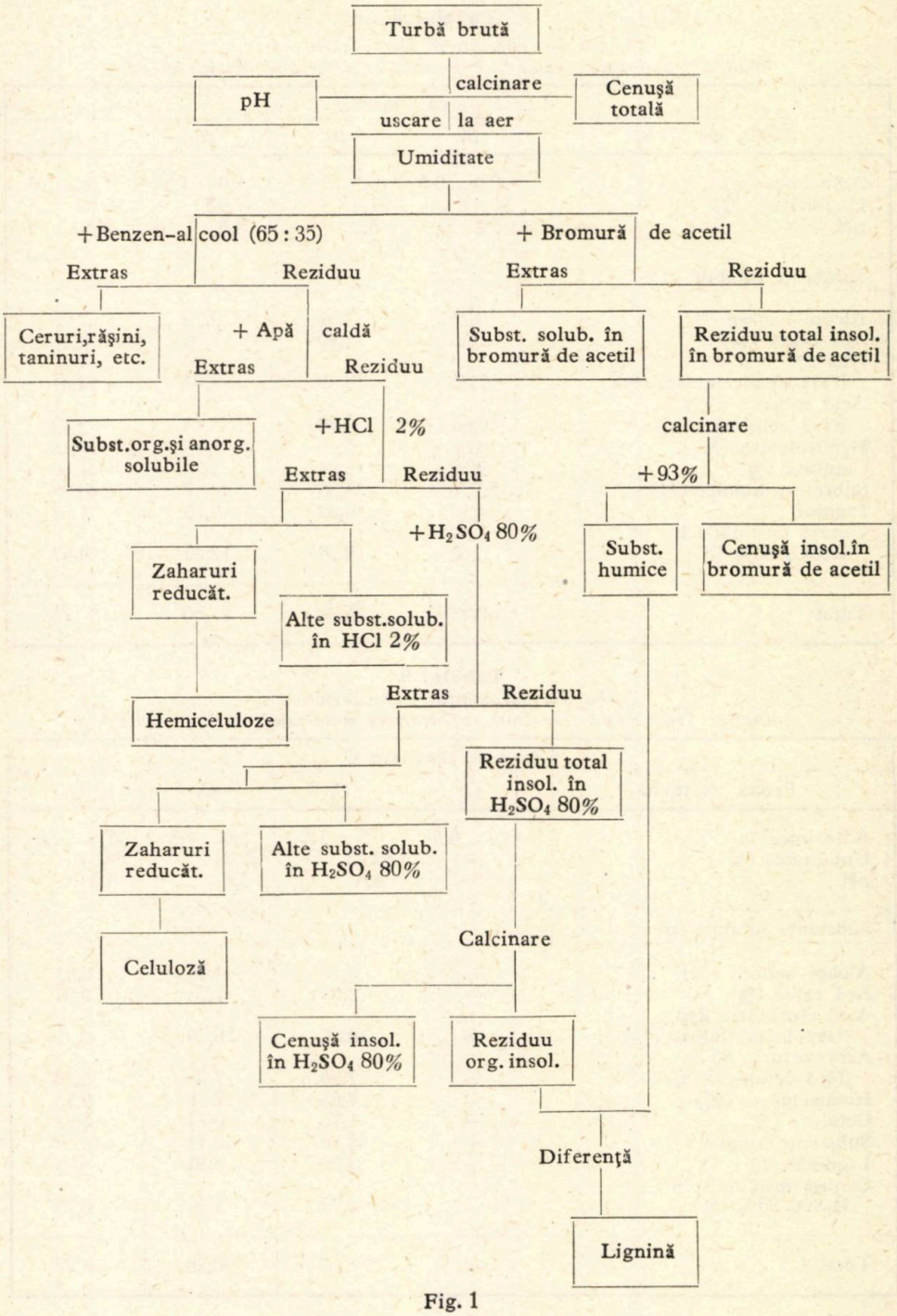

Turbă brută
pH
calcinare
uscare la aer
Cenuşă totală
Umiditate
+Benzen-al cool (65 : 35)
+ Bromură de acetil
Extras
Reziduu
Extras
Reziduu
Ceruri,răşini, taninuri, etc.
+ Apă caldă
Extras
Reziduu
Subst. solub. în bromură de acetil
Reziduu total insol. în bromură de acetil
Subst.org.şi anorg. solubile
+HCl 2%
calcinare
Extras
Reziduu
+93%
+H2SO4 80%
Subst. humice
Cenuşă insol.în bromură de acetil
Zaharuri reducăt.
Alte subst.solub. în HCl 2%
Extras
Reziduu
Hemiceluloze
Reziduu total insol. în H2SO4 80%
Zaharuri reducăt.
Alte subst. solub. în H2SO4 80%
Calcinare
Celuloză
Cenuşă insol. în H2SO4 80%
Reziduu org. insol.
Diferenţă
Lignină

Fig. 1

Tabelul 8

Turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi.
Analiza fracţionată (rezultate raportate la materialul absolut uscat)

Locul de recoltare *B*				
Proba de turbă	B_1	B_2	B_3	B_4
Adîncimea (m).	0,0 ... 0,5	0,5 ...1,0	1,0 ... 1,5	1,5 ... 2,0
Umiditatea (%)	82,49	81,47	87,02	90,04
pH	5,2	5,2	5,5	5,5
Substanţe solubile în:				
Alcool-benzen (%)	3,25	3,31	3,79	2,78
Apă caldă (%)	3,55	2,10	1,36	2,29
HCl 2% (fără hemiceluloze) (%)	17,36	18,00	17,74	14,61
Acid sulfuric 80 % (fără celuloză) (%)	6,58	5,76	5,88	2,73
Hemiceluloze (%)	5,58	5,16	4,74	4,18
Celuloză (%)	2,15	2,84	2,76	1,90
Substanţe humice (%)	52,30	34,88	42,77	40,08
Lignină (%)	3,13	6,82	6,10	1,71
Cenuşă insolubilă în H_2SO_4 80% (%)	6,68	18,26	12,46	29,87
Total	100,50	97,13	97,60	100,15

Tabelul 9

Turba din zăcămîntul Dersca-Dorohoi.
Analiza fracţionată (rezultate raportate la materialul absolut uscat)

Locul de recoltare *C*				
Proba de turbă	C_1	C_2	C_3	C_4
Adîncimea (m)	0,0 ... 0,5	0,5 ... 1,0	1,0 ... 1,5	1,5 ... 2,0
Umiditatea (%)	—	82,45	85,01	88,51
pH	—	5,5	5,8	5,2
Substanţe solubile în:				
Alcool-benzen (%)	—	3,13	4,06	3,61
Apă caldă (%)	—	2,98	1,98	2,07
Acid clorhidric 2% (fără hemiceluloze (%)	—	19,86	16,00	9,31
Acid sulfuric 80 % (fără celuloză) (%)	—	7,85	7,99	5,23
Hemiceluloze (%)	—	7,68	7,01	9,75
Celuloză (%)	—	1,76	0,74	4,37
Substanţe humice (%)	—	46,76	50,34	49,33
Lignină (%)	—	3,59	6,86	7,83
Cenuşă insolubilă în H_2SO_4 80% (%)	—	4,76	3,30	6,73
Total	—	98,37	98,28	98,23

Tabelul 10

Turba din zăcămîntul Răchiteni-Roman.
Analiza fracţionată (rezultate raportate la materialul absolut uscat)

Proba de laborator	Amestec $D_1+D_2+E_1+E_2$
pH	5,3
Substanţe solubile în:	
Alcool-benzen (%)	2,85
Apă caldă (%)	7,20
Acid clorhidric 2% (fără hemiceluloze) (%)	20,56
Acid sulfuric 80% (fără celuloză) (%)	6,34
Hemiceluloze (%)	12,47
Celuloză (%)	4,95
Substanţe humice (%)	35,27
Lignină (%)	5,11
Cenuşă insolubilă în H_2SO_4 80% (%)	3,35
Total	98,10

Examinînd datele prezentate în tabelele 7, 8, 9 şi 10 se pot face următoarele observaţii:

1. Pentru zăcămîntul Dersca-Dorohoi:

a) conţinutul în umiditate a materialului iniţial este cuprins între 75,5 ... 90,96 %,

b) conţinutul în bitum, substanţe pectice, hemiceluloze şi celuloză, este în general scăzut, scăderea avînd loc şi cu adîncimea zăcămîntului,

c) se remarcă un conţinut mai ridicat în substanţe humice.

2. Pentru zăcămîntul Răchiteni-Roman:

a) s-a făcut analiza fracţionată a unei probe rezultate prin amestecarea materialului recoltat iniţial,

b) se observă, în cazul acestei turbe, un conţinut mai ridicat în hemiceluloze şi celuloză şi un conţinut mai scăzut în substanţe humice decît în cazul turbei din zăcămîntul Dersca, ceea ce ar veni din nou în sprijinul afirmaţiei că această turbă este de o formaţie ceva mai recentă.

Cenuşa tuturor probelor reunite, atît pentru zăcămîntul Dersca-Dorohoi cît şi pentru zăcămîntul Răchiteni-Roman, a fost analizată în privinţa conţinutului în: SiO_2, Fe_2O_3, Al_2O_3, TiO_2, CaO, MgO, P_2O_5, MnO_2, K_2O şi Na_2O.

Valorile obţinute la analiza celor două probe de cenuşă sînt date în tabelele 11 şi 12.

Tabelul 11

Cenuşa de turbă de la Dersca-Dorohoi. Date analitice

Componenţi	%
SiO_2	47,50
Fe_2O_3	9,61
Al_2O_3	9,33
CaO	25,54
MgO	2,00
SO_3	4,55
Na_2O	0,33
K_2O	0,70
P_2O_5	0,98
MnO	0,21
TiO_2	0,27

Tabelul 12

Cenuşa de turbă de la Răchiteni-Roman. Date analitice

Componenţi	%
SiO_2	47,91
Fe_2O_3	3,23
Al_2O_3	5,26
CaO	22,92
MgO	8,85
SO_3	3,36
Na_2O	0,92
K_2O	2,09
P_2O_5	1,33
MnO	0,05
TiO_2	0,14

Din examinarea datelor prezentate în tabelele 11 şi 12 se observă că în ambele zăcăminte se găsesc în cantitate mare SiO_2, Fe_2O_3, Al_2O_3 şi CaO.

Elementele fertilizante (K, P, Na) ale acestor turbe se găsesc în cantitate relativ scăzută, totuşi şi din acest punct de vedere zăcămintele pot să intereseze.

3. Încercări de semicocsificare

Încercările de laborator de semicocsificare s-au făcut într-un balon de fier, cu tubulură laterală, de capacitate cca. 500 cm^3, din cauza lipsei unei retorte din aluminiu.

Cantitatea de turbă luată în lucru a fost de 15...20 g (turbă praf).

Încălzirea s-a făcut pînă la 500...510°C, cu o creştere de aproximativ 8°C/min., temperatura maximă atingîndu-se după 60 minute.

Odată atinsă această temperatură ea s-a menţinut constantă timp de 15...20 minute, pînă la completa încetare a distilării de gudroane şi a degajării de gaze.

Viteza de ridicare a temperaturii s-a ales după experienţele lui B. Christiansson, şi anume, aceea corespunzătoare unui randament cît mai ridicat în gudron (subprodusul cel mai important) [11].

La distilarea în condiţiile de mai sus, primele picături de apă apar între 100...110°C, iar primele urme de gudron în jurul temperaturii de 200°C.

Produsele condensabile ale semicocsificării au fost prinse într-un balon răcit cu ghiaţă, iar gazele au fost recoltate într-un vas special, pe soluţie saturată de clorură de sodiu.

Gudroanele brute obţinute la distilare au fost cercetate în privinţa conţinutului în apă, folosind metoda distilării cu xilol, şi în privinţa

conţinutului lor în amoniac, care a fost dozat prin distilare în prezenţa MgO (*Magnezia usta*) şi absorbţie în acid sulfuric de concentraţie cunoscută.

Stabilirea compoziţiei gazelor rezultate la distilarea probelor de turbă s-a făcut folosind metoda absorbţiei cu ajutorul reactivilor chimici. Ca aparatură s-a folosit un aparat Orsat.

Rezultatele distilării şi a cercetării produselor distilate sînt date în tabelele 13, 14, 15, 16, şi 17.

Tabelul 13

Semicocsificarea turbei de la Dersca-Dorohoi.
Rezultate raportate la turba complet uscată

Proba (amestec)	Semicocs (%)	Distilat total (%)	Gudron (%)	Compoziţia distilatului		Amoniac raportat la :		Gaze (l) (760 mm col. Hg 0°C)
				Gudron (%)	Apă pirolizată (%)	Distilat total (%)	turbă (%)	
A_1+B_1	53,26	21,33	13,77	67,70	32,30	3,86	0,82	18,71
$A_2+B_2+C_2$	55,15	22,75	11,79	51,26	48,74	2,53	0,57	17,04
$A_3+B_3+C_3$	53,10	24,68	11,21	44,72	55,28	3,13	0,77	17,26
$A_4+B_4+C_4$	62,91	20,94	11,30	53,61	46,39	2,83	0,58	17,74

Tabelul 14

Semicocsificarea turbei de la Răchiteni-Roman.
Rezultate raportate la turba complet uscată

Proba (amestec)	Semicocs (%)	Distilat total (%)	Gudron (%)	Compoziţia distilatului		Amoniac raportat la :		Gaze (l) (760 mm col. Hg 0°C)
				Gudron (%)	Apă pirolizată (%)	Distilat total (%)	turbă (%)	
$D_1+E_1+D_2+E_2$	46,52	25,34	12,14	51,14	48,86	2,28	0,57	18,60

Tabelul 15

Datele analitice referitoare la semicocsul de turbă

Proba de turbă (amestec)	Zăcămîntul Dersca - Dorohoi				Zăcămîntul Răchiteni-Roman
	A_1+B_1	$A_2+B_2+C_2$	$A_3+B_3+C_3$	$A_4+B_4+C_4$	$D_1+E_1+D_2+E_2$
Q_s (kcal/kg)	5181	5279	5494	4116	5501
Cenuşă %	31,22	39,20	31,26	46,92	29,27

Tabelul 16

Compoziţia gazelor rezultate la semicocsificarea turbei de la Dersca-Dorohoi

Proba de turbă (amestec)	A_1+B_1	$A_2+B_2+C_2$	$A_3+B_3+C_3$	$A_4+B_4+C_4$
CO_2 (%)	61,25	50,82	54,15	54,23
$C_n H_m$ (%)	2,54	2,50	2,47	2,32
CO (%)	10,44	12,30	11,39	11,06
H_2 (%)	15,17	16,91	16,25	14,80
CH_4 + omologi (%)	7,80	12,38	10,28	10,83
H_2S (%)	0,26	0,36	0,45	0,69
N_2 (%)	2,54	4,73	4,45	6,07
Q_s (kcal/kg)	1916	2460	2214	2204
Q_i (kcal/kg)	1746	2238	2015	2007

Tabelul 17

Compoziţia gazelor rezultate la semicocsificarea turbei de la Răchiteni-Roman

Proba amestec	$D_1+E_1+D_2+E_2$
CO_2 (%)	59,45
$C_n H_m$ (%)	2,47
CO (%)	11,73
H_2 (%)	10,18
CH_4 + omol.(%)	11,39
H_2S (%)	0,65
N_2 (%)	4,13
Q_s (kcal/kg)	2157
Q_i (kcal/kg)	1975

Din examinarea datelor prezentate în tabelele 13, 14, 15, 16 şi 17 se poate observa o oarecare variaţie a randamentului diferiţilor produşi obţinuţi la semicocsificare, funcţie atît de adîncime cît şi de locul de recoltare a probei.

În medie cca. 55% din materialul iniţial se găseşte final sub formă de semicocs, iar 11% sub formă de gudron.

Semicocsul are o putere calorică scăzută din cauza conţinutului ridicat în cenuşă.

Tabelul 18

Turba de la Dersca-Dorohoi. Compoziţia gazelor după spălare cu apă la presiune

(Proba amestec)	A_1+B_1	$A_2+B_2+C_2$	$A_3+B_3+C_3$	$A_4+B_4+C_4$
CO_2 (%)	1,50	1,50	1,50	1,50
$C_n H_m$ (%)	6,50	5,04	5,43	5,07
CO (%)	26,72	24,81	25,02	24,16
H_2 (%)	38,82	34,11	35,69	32,33
CH_4 + omol. (%)	19,96	24,97	22,58	23,67
N_2 (%)	6,50	9,57	9,78	13,27
Q_s[1]) (kal/kg)	4864	4919	4805	4716
Q_i (kal/kg)	4431	4475	4373	4303

[1]) Stabilit prin calcul.

Tabelul 19

Turba de la Răchiţeni-Roman Compoziţia gazelor după spălare cu apă la presiune

Proba (amestec)	$D_1+E_1+D_2+E_2$
CO_2 (%)	1,50
$C_n H_m$ (%)	6,10
CO (%)	28,95
H_2 (%)	25,18
CH_4 + omol.(%)	28,13
N_2 (%)	10,14
Q_s[1]) (kcal/kg)	5241
Q_i (kcal/kg)	4778

Produsele gazoase sînt bogate în CO_2, alături de care se găsesc cantități ridicate de CO, H_2 și CH_4.

Dacă aceste gaze vor fi spălate cu apă la presiune, pentru eliminarea CO_2, s-ar obține gaze bogate în CO, H_2 și hidrocarburi.

Un calcul aproximativ, neglijînd solvirea celorlalți componenți ai gazelor în apă, la presiune, arată că gazele finale astfel obținute ar avea compoziția dată în tabelul 18, dacă purificarea ar fi condusă pînă la cca. 1,5% CO_2.

Datorită conținutului lor ridicat în CO și H_2 aceste gaze pot constitui o valoroasă materie primă pentru industria chimică de sinteză.

4. Concluzii

În lucrarea de față s-au stabilit:

1. Compoziția prin analiza imediată a turbei din cele două zăcăminte și compoziția părții minerale a acestor turbe.

2. Componentele după metoda de fracționare chimică a părții organice a turbelor respective.

3. Comportarea la semicocsificare a turbelor respective și cuantumul produselor solide, lichide și gazoase, ce rezultă la semicocsificare, cu indicarea posibilităților de folosire a gazelor în industria chimică de sinteză.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Industrii Anorganice

BIBLIOGRAFIE

1. Woodward F. N., The Ind. Chem. 1955, 5, p. 219.
2. Murgoci G., An. Inst. Geol., 1910, **IV**, p. 1
3. Enculescu P., Dările de seamă Instit. Geol., **IV**, p. 80.
4. Pop E., Bulet. Grădinii Botanice, Cluj, 1928, **VIII**.
5. Tufescu V., Bul Soc. Geogr. Buc., 1932, **51**.
6. Cantuniari St., Dările de seamă Instit. Geol., 1919–1923, p. 33.
7. Macarovici N., Ibid. 1955, **39**.
8. Blum I. și colab., St. și cerc. energ., 1956, **IV**, *1–2*, p. 67; Ibid., 1956, **IV**, *3*, p. 365.
9. Souci S. W., Kolloidztschr., 1938, **82**, S. 87.
10. Risi J., Brunette C. E., Spence D. et Girard H., *Étude chimique des tourbes du Québec.* II. Rapport préliminaire Nr. 281, Ministère des Mines, Québec, 1953.
11. Christiansson B., Acta Polytechnica, Stockholm, 1953, p. 124.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОРФЯНЫХ ЗАЛЕЖЕЙ СЕВЕРНОЙ МОЛДОВЫ

(Резюме)

В настоящем сообщении приводят данные, относящиеся к возможностям использования торфяных залежей местностей Дерска-Дорохой и Рэкитень-Роман. Проведены:

1. Технический анализ торфа.
2. Фракционирование органической и неорганической частей торфа.
3. Полукоксование и содержание полукокса, гудрона, пиролизных вод и газов, получаемых при коксовании; установлены также характеристики полукокса и газов (состав, теплосодержание и. т. д.).

ÉTUDES CONCERNANT LES GISEMENTS DE TOURBE DE DERSCA-DOROHOI ET RĂCHITENI-ROMAN

(Résumé)

Dans cette Note, qui ne représente qu'une première partie d'un travail se proposant à établir les possibilités de mettre en valeur les gisements de tourbe de Dersca-Dorohoi et Răchiteni-Roman, on donne les résultats des essais effectués dans ce but, à savoir :

1. La composition par analyse immédiate de la tourbe des deux gisements.
2. Les composants selon la méthode de fractionement chimique de la partie organique et la composition des substances anorganiques, des tourbes respectives.
3. Le comportement dans le processus de semicoképaction de ces tourbes ainsi que la teneur en semicoke, goudron, eaux de pyrolyse et gaz qui resultent de ce processus ; en même temps on a établi les caractères du semicoke et des gaz (puissance calorique, composition, etc.).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

662.6

VALORIFICAREA PRIN DISTILARE A TURBEI DIN POIANA STAMPEI

DE

SIMION SAVENCU, GH. MOROI, STELIANA SILVIAN, AURORA BORDEA, MARIANA ANGHELESCU şi MARIA ROZMARIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

În [1] S. Rosinski arată că valoarea raţională a combustibililor naturali solizi, prin prelucrarea lor chimică, formează obiectul a numeroase cercetări aproape în toate ţările interesate.

Urmărind literatura de specialitate, se poate observa că progresul realizat în acest domeniu priveşte înainte de toate cărbunii de piatră şi cărbunii bruni. În domeniul turbei însă, cea mai bogată literatură există în URSS. Valorificarea industrială a turbei ca materie chimică primă se face exclusiv în URSS.

În alte ţări, industria turbei este slab sau deloc dezvoltată.

În ce priveşte ţara noastră, care posedă terenuri turbifere, ea ar trebui să urmeze exemplul şi experienţa URSS în acest domeniu, înfiinţînd o industrie pentru valorificarea turbei.

Ne-am propus cercetarea turbei din Poiana Stampei, indicînd şi alte întrebuinţări, pe lîngă cea de bază, drept combustibil local şi inferior.

Turba recoltată din diferite orizonturi, uscată în aer liber şi măcinată, a fost supusă unei analize, care de regulă se practică pentru orice combustibil solid extras din pămînt, găsindu-se următoarele date:

umiditate	10,4%
cenuşă	6,0%
cocs	32,4%
volatile	57,2%

Pe baza acestor date s-a putut stabili, în conformitate cu Standardul de Stat din URSS (ГОСТ — 147-41), indicele de încarbonizare al turbei $k^\circ = 32{,}4$ şi de aici şi gradul de descompunere al turbei $G_d = 2{,}5\ k^\circ - 52 = 29\%$. Valoarea calorică s-a găsit egală cu 4933 kcal/kg.

Cenuşa turbei a fost complet analizată după metodele indicate de bibliografia de specialitate [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], iar rezultatele obţinute sînt redate pentru macro- şi microelemente în tabelul 1.

Tabelul 1

Oxizi	g (%)	Macro-elemente	g (%)	Micro-elemente	mg (%)
SiO_2	63,74	Si	29,77	Pb	61,8
TiO_2	1,15	Ti	0,69	Cu	23,4
Al_2O_3	17,15	Al	9,07	Zn	41,1
Fe_2O_3	10,06	Fe	7,04	Co	1,46
CaO	3,30	Ca	2,36	Mn	0,47
MgO	0,90	Mg	0,54	Cl	6,5
Na_2O	0,68	Na	0,55	B	urme
K_2O	1,60	K	1,49		
SO_3	1,60	S	0,64		
P_2O_5	0,32	P	0,14		

Conţinutul cenuşei în K, Mg şi P şi apoi în microelemente: Mn, Co, Cu, Zn şi B, poate să-i permită o întrebuinţare ca îngrăşământ.

Folosind diferite metode de extracţie [9], [10], [11], [12], componenţii turbei sînt redaţi în tabelul 2.

Tabelul 2

Componenţii turbei raportaţi la materiile organice totale

Componenţi	%
Ceruri	5,40
Răşini	7,97
Zaharuri, taninuri, etc.	8,30
Hemiceluloză	23,78
Acizi humici	32,45
Celuloză	12,04
Lignină	8,07

2. Distilarea turbei şi separarea componenţilor gudronului de turbă

Turba uscată în aer liber şi apoi măcinată a fost supusă unei distilări uscate într-o retortă de fier, prevăzută cu încălzire electrică, temperatura fiind indicată cu ajutorul unui cuplu termoelectric.

Încărcătura era de circa 1000 g, durata de încălzire de 10 ore, iar temperatura, de regulă, nu depăşea 500° C.

În urma procesului de semicocsificare, în afară de semicocs, care rămînea în retortă, produsele de distilare lichide la temperatura ordinară, redate în tabelul 3, erau reţinute într-un recipient prevăzut cu un refrigerent metalic tubular, iar cele gazoase, redate în tabelul 4, erau răcite suplimentar într-o serpentină metalică, trecute prin flacoane de spălare şi captate în gazometru deasupra soluţiei saturate de NaCl.

Tabelul 3

Produsul	Gr. spec. 20°C (g/cm³)	Randament (%)	Putere calorică (kcal/kg)
Semicocs	—	37,84	6552
Apele pirogenetice	1,0038	23,99	—
Gudron uşor	0,9110	10,02	9345
Gudron greu	1,0730	3,86	8132
Gaze combust.	—	156,61 (l/kg)	3708 (kcal/m³)

Tabelul 4

Componenţi	%
CO_2	36,5
$C_n H_{2n}$	3,0
O_2	2,7
CO	9,0
H_2	6,9
CH_4	30,0
N_2	11,9

În mod obişnuit, calitatea unui gudron se apreciază după randamentul şi compoziţia fracţiunilor obţinute la distilare.

Prin această metodă nu se obţin toţi componenţii existenţi în starea în care au fost obţinuţi la distilarea uscată a turbei, unii din componenţi suferă o descompunere termică secundară, iar alţii se polimerizează şi la distilare fie că se descompun, fie că rămîn în smoală.

De aceea s-au propus o serie de metode [12] prin care se studiază nu compoziţia fracţiunilor care rezultă la distilarea gudronului, ci compoziţia gudronului însăşi.

Ne-au fost de mare folos metodele puse la punct de către Institutul Central de Cercetări ştiinţifice silvo-chimice pe de lîngă Ministerul Industriei Hîrtiei din URSS precum şi dozările puse la punct de către Bobrov şi colaboratori.

S-a procedat în felul următor:

Cu ajutorul eterului de petrol s-au extras din gudroane uşoare şi grele uleiurile neutrale, fenolii, acizii şi bazele, după cum se indică în tabelul 5. Din reziduu, cu ajutorul benzolului şi soluţiei de NaOH 50%

Tabelul 5

Nr. crt.	Componenţi		G. U. (%)	G. G. (%)
1.	Componenţi cristalizaţi	Uleiuri neutrale	46,39	16,55
		Parafină	20,52	6,53
		Fenoli	14,08	5,88
		Acizi organici	3,75	3,33
		Baze	2,71	1,09
2.	Uleiuri nestabile (uşor polimerizabile)	Răşini extrase cu benzen	1,85	1,36
		Răşini extrase cu acetonă	2,47	1,23
3.	Coloizi	Asfaltene neutrale	0,85	2,87
		Fenoli asfaltenici	1,51	21,97
		Acizi asfaltenici	1,37	9,49
4.	Alţi componenţi	Reziduuri insolubile	2,40	16,78
		Apă	0,40	11,43
		Pierderi	1,70	1,49
		Total	100,000	100,000

se separă asfaltenele neutre şi asfaltenele acide sub formă de săruri de sodiu insolubile. Din asfaltenele neutre se separă parafinele asfaltenice, iar din cele acide se separă acizii asfaltenici şi fenolii asfaltenici.

Din extractul cu eter de petrol se separă acizii, fenolii şi bazele, prin mijloace obişnuite, iar din reziduu, cu ajutorul acetonei, la $t = -21°C$ se separă parafina de uleiurile neutre, care solvite în eter de petrol vor fi trecute printr-un strat de silicagel, cînd se separă răşinile ce vor fi extrase succesiv cu benzen şi acetonă.

În ceea ce priveşte obţinerea de carburanţi pentru motoare cu ardere internă din combustibilii inferiori, părerile cercetătorilor sînt împărţite.

S-a făcut încercarea, distilînd din gudron la presiunea atmosferică o fracţiune pînă la $t = 200°C$.

Tabelul 6

Distilatul	Gr. spec. 20°C (g/cm^3)	Randament (%)
Ulei din gudron uşor	0,8046	12,07
Ulei din gudron greu	0,8128	15,22

Tiliceev [13] a încercat să obţină combustibil pentru motoare cu ardere internă din gudronul de lemn, distilînd fracţiunea pînă la 190°C. El obţine un produs cu $R = 8...9\%$ cu gr. sp. = 0,933, cu aciditate de 5,9% în HCH_3COO şi care după agitare cu apă şi cu soluţie de NaOH—10%, distilă pînă la 100°—5%, iar pînă la 200°—75%.

Benzina astfel obţinută a fost încercată într-un automobil (GAZ), cu rezultate satisfăcătoare. Autorul citat arată că stabilitatea produsului obţinut nu este mare şi este bine ca el să fie utilizat în decurs de o lună.

Aplicînd tratamentul lui Tiliceev produselor noastre am putut constata următoarele:

Agitînd cu apă se determină prezenţa unor acizi, care reprezintă 1,1% în acid acetic; greutatea specifică a suferit modificări şi anume: pentru uleiuri din gudron uşor—gr. sp.=0,8123 iar pentru uleiuri din gudron greu—gr. sp.=0,8480; conţinutul în compuşii nesaturaţi a crescut; la uleiuri din gudron uşor cifra de iod a variat între 87 şi 113; la uleiuri din gudron greu cifra de iod a variat între 70,3 şi 110; pierderile prin neutralizare sînt foarte mari; pentru uleiuri uşoare din gudron uşor pierderile prin neutralizare sînt de 21,54% iar pentru uleiuri uşoare din gudron ele sînt de 44,40%.

În tabelul 7 sînt redate, comparativ, datele obţinute de Tiliceev cu fracţiunea din gudronul de lemn şi datele obţinute cu uleiuri uşoare din gudronul de turbă.

Datele din acest tabel arată că uleiurile uşoare, obţinute din gudronul de turbă, posedă calităţi care întrec pe cele din gudronul de lemn şi deci ele pot fi folosite drept carburanţi în motoare cu ardere internă.

Tabelul 7

Produsul	Rand. (%)	Gr. spec. (gr/cm³)	Aciditate (%)	Fracţ. pînă la 100°C (%)	Fracţ. pînă la 150°C (%)	Fracţ. pînă la 200°C (%)
Din gudron de lemn	8...9	0,933	5,9	5	—	75
Din gudron de turbă	12,07	0,8046	1,16	7	31	82

3. Concluzii generale

Pe baza datelor analitice reiese că dintr-o tonă de turbă se pot obţine 320 kg cocs, 139 kg gudroane şi 157 m³ gaze.

Din aceeaşi tonă de turbă se pot obţine următoarele produse mai importante: 53 kg uleiuri neutre de uns, 23 kg parafină, 26 kg fenoli pentru mase plastice.

În sfîrşit, dintr-o tonă de turbă se pot prepara, pe lîngă întreaga cantitate de parafină şi fenoli şi o cantitate de 13 kg uleiuri uşoare neutre, pentru motoare cu ardere internă.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Chimie Generală

BIBLIOGRAFIE

1. Rosinski S., Przemysl Chemiszny, 1953.
2. Groşev A. P., *Analiza tehnică*, Ed. Tehn., Buc., 1955, p. 436, (trad. din l. rusă),
3. Macarovici C., *Chimie analitică cantitativă*, Ed. Tehn., Buc., 1956, pp. 238, 262—273
4. STAS 1574—50, *Minereuri de fier. Metode de analiză.*
5. Davidescu D., *Agrochimia*, Ed. Agro-Silvică de Stat, Buc., 1956, pp. 485—519.
6. Сендел Е., *Колориметрическое определение следов металлов*, Госхимиздат, М., 1949, стр. 274.
7. Рябчиков И. и Данилова В., ЖАХ, 1950, *1*.
8. Синякова С. И., *Определение микроэлементов*, Изд. АН СССР, М.—Л., 1950, стр. 11—12.
9. * * * *Metode noi de apreciere şi valorificare a turbelor*, IDT, Buc, 1953.
10. Руднева Т. и Антоновский С., *Руководство к практическим работам по химии древесины и целлюлозы*, Изд. Лесотехнической академии им. С. М. Кирова, Ленинград, 1951.
11. Holde D., *Kohlenwasserstofföle und Fette*, Springer Verlag., Berlin, 1933, S. 562, 771.
12. * * * *Separarea componenţilor gudroanelor din turbă*, IDT, Buc., 1953.
13. Сумароков В., *Химия и технология переработки древесных смол*, Гослесбумиздат М.—Л., 1953.

РАЦИОНАЛЬНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТОРФА ИЗ ПОЯНА СТАМПЕЙ ДИСТИЛЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ

(Резюме)

Авторы указывают различные продукты, которые могут быть получаемы из торфа Пояна Стампей РНР путем дистилляции и экстракции органическими растворителями, и этим подчеркивая ценное использование этого торфа. На основание данных

анализа, с каждой тоны торфа при дистилляции можно добыть: 320 кг кокса, 139 кг дегтя и 157 м³ газа горючего.

Из вышеуказанного количества торфа путем экстракции можно добыть 53 кг нейтральных минеральных масел, 28 кг парафина, 26 кг фенолов для пластических масс.

Наконец из этого же количества торфа, кроме указанных выше количеств парафина и фенолов, можно добыть 13 кг легких нейтральных продуктов для двигателей внутреннего сгорания.

LA VALORIFICATION PAR DISTILLATION DE LA TOURBE DE POIANA STAMPEI

(Résumé)

Les Auteurs ont cherché à mettre en évidence les produits résultant de la distillation de la tourbe de Poiana Stampei. Ils exposent ensuite nombre de considérations concernant une meilleure valorification de la tourbe qui n'est pas employée en présent que sous la forme de combustible local de qualité médiocre.

Les données analytiques montrent que la distillation d'une tone de tourbe permet à obtenir 320 kg coke, 139 kg goudrons et 150 m³ gaz. De cette même tone de tourbe on peut obtenir encore des produits assez importants, à savoir: 53 kg huiles neutres lubréfiantes, 23 kg paraffine et 26 kg phénols (utilisés dans la technologie des matières plastiques) et 13 kg huiles légères neutres. Ces dernières peuvent servir comme combustible pour les moteurs à combustion interne.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

ELEMENTE METODOLOGICE PENTRU CALCULUL BILANŢULUI DE MATERIALE ÎN TEHNOLOGIA CHIMICĂ

DE
I. CURIEVICI şi ADOLF HAIMOVICI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Întocmirea bilanţului de materiale pentru procesele tehnologice din industria chimică prezintă mare importanţă atît în proiectarea fabricilor chimice cît şi în exploatarea lor. Cu toate acestea, în literatură se găsesc doar puţine încercări [1], [2], [3] de a stabili o metodologie clară şi generală pentru calculul acestor bilanţuri. Faptul se explică atît prin dificultatea de a cuprinde enorma diversitate a proceselor tehnologice din industria chimică cît şi prin împrejurarea că, după o anumită experienţă cîştigată în elaborarea bilanţurilor de materiale, rezolvarea cazurilor noi devine relativ uşoară.

În cele ce urmează se propune o metodică generală care, deşi laborioasă, asigură rezolvarea celor mai dificile probleme de acest gen cum ar fi, de pildă, calculul bilanţului de materiale la procesele ciclice complexe.

2. La baza întocmirii bilanţurilor de materiale stă legea conservării masei. Cu excepţia proceselor în care are loc o fisiune nucleară, legea conservării masei aplicată la procesele chimice industriale poate fi formulată astfel:

$$\text{cantitatea de materiale intrate} + \text{cantitatea de materiale existente} = \text{cantitatea de materiale ieşite} + \text{cantitatea de materiale rămase.}$$

Utilizînd această lege şi determinînd cantitativ transformările mecanice, fizice şi chimice (inclusiv pierderile locale), care au loc în diferite spaţii şi secţiuni *active* ale unei instalaţii, bilanţul de materiale stabileşte:

a) valorile globale ale fluxurilor de materiale la toate intrările şi ieşirile din spaţiile şi secţiunile active;

b) compoziţia chimică şi de fază la toate intrările şi ieşirile din spaţiile active;

c) valoarea fluxului de materiale pe specii chimice şi pe faze, la toate intrările şi ieşirile din spaţiile şi secţiunile active.

În cele de mai sus înţelegem prin spaţii şi secţiuni active din punctul de vedere al bilanţului de materiale, aparatele, porţiunile de conductă şi secţiunile acestora în care au loc transformări chimice sau de fază, transferuri de masă, grupări de curenţi sau divizări de curenţi calitativ identici sau, în fine, modificări calitative şi cantitative ale curenţilor ce rezultă din gruparea complexă a acestor efecte.

3. Întocmirea bilanţului de materiale într-un caz dat implică o reprezentare grafică adecvată a procesului tehnologic respectiv. Această reprezentare se poate face prin scheme de diferite grade de abstracţie. Astfel, în aşa numita *schemă tehnologică* („Das konstruktive Fliessbild" după DIN 7091/2, citat în [4]), aparatele şi maşinile ce intervin într-o fabricaţie chimică sînt reprezentate prin figuri diferenţiate care redau profilurile reale, iar dispunerea lor urmăreşte într-o anumită măsură principalele linii ale dispunerii reale. O asemenea schemă este în genere prea încărcată pentru întocmirea bilanţului de materiale. De obicei se construieşte în acest scop o schemă mai abstractă, în care aparatele sînt reprezentate prin figuri identice foarte simple (cercuri, dreptunghiuri, patrate), ceea ce permite punerea în evidenţă a fluxului de materiale şi a transformărilor pe care le suferă. Această reprezentare ar putea fi denumită *schema de operaţii* (în normele DIN citate — „Das schematische Fliessbild"). Normele DIN pentru alcătuirea acestei scheme conţin indicaţii preţioase care facilitează întocmirea bilanţurilor de materiale şi energie, dar nu permit, totuşi, o tratare metodică, perfect ordonată, a acestora.

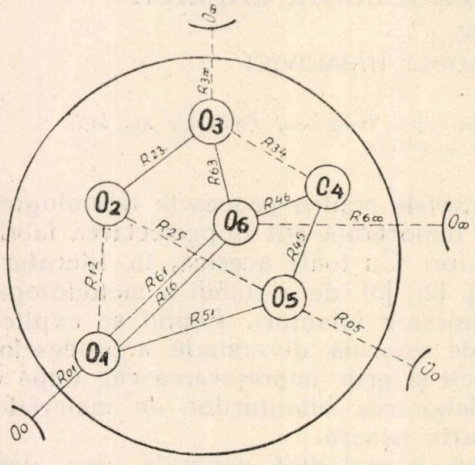


Fig. 1

În cele ce urmează se propune pentru întocmirea bilanţului de materiale o schemă de tip nou pe care o vom numi *schema de bilanţ* (fig. 1). Pe baza ei se pot studia metodic toate problemele bilanţului de materiale, aplicîndu-se procedeele de calcul cunoscute pentru acest scop.

4. Regulile fundamentale pentru întocmirea schemei de bilanţ sînt următoarele:

a) aparatele, porţiunile de conductă sau secţiunile instalaţiei în care au loc reacţii chimice, transformări de fază şi transferuri de masă numite prin extensiune *reactori*, sînt reprezentate prin linii pline;

b) *traseele inactive* se reprezintă prin linii punctate;

c) intersecțiile de curenți, pe care le vom numi *noduri*, se marchează prin cercuri din care pleacă sau în care intră traseele inactive care conduc la alte noduri, sau liniile ce reprezintă reactorii. În noduri se grupează sau se divizează curenți identici ori diferiți. Tot prin noduri se marchează trecerea de la un reactor la altul, a unui curent. În cazul cînd curenții de materiale intră sau ies din reactor prin trasee diferite, acestea vor fi totuși grupate într-un nod fictiv, adiacent reactorului;

d) aparatele în care au loc succesiv în timp sau succesiv pe lungimea lor procese distincte se consideră ca un grup de aparate ordonate după succesiunea naturală a proceselor;

e) ansamblul tehnologic, denumit *sfera procesului*, este separat de mediul exterior printr-o curbă închisă mai groasă sau colorată.

5. Pe schema de bilanț se introduc următoarele notații:

a) Speciile chimice și, atunci cînd este cazul, aceleași specii chimice în stări de agregare diferite, se notează

$$A,\ B,\ C,\ \ldots,\ L.$$

(în total N specii)

b) Nodurile se notează

$$O_0,\ O_1,\ O_2,\ldots,\ O_n,\ O_\infty,$$

O_0 fiind mediul exterior *din* care intră în sfera procesului un curent de materiale, iar O_∞ mediul exterior *în* care întră din sfera procesului un curent de materiale.

c) Reactorul sau traseul prin care trece curentul de la O_i la O_j se va nota

$$R_{ij},\ (i,\ j = 0,\ 1,\ 2,\ldots,\ n,\ \infty),\ (R_{0\infty} \text{ și } R_{\infty 0} \text{ nu există}).$$

Reactorul sau traseul R_{ij} este deci diferit de reactorul sau traseul R_{ji}; prin R_{0i} intră materiale din mediul exterior în nodul O_i, iar prin $R_{i\infty}$ ies din nodul O_i materiale în mediul exterior.

d) Să notăm cu $A_i,\ B_i,\ldots,L_i$ cantitățile din speciile $A,\ B,\ldots,L$ care se află sau au intrat în unitatea de timp în nodul O_i. Dintre acestea pleacă prin reactorul R_{ij} cantitățile:

$$A_{ij} = a_{ij} A_i,\quad B_{ij} = b_{ij} B_i,\ldots,L_{ij} = l_{ij} L_i,$$

$$a_{0\infty} = a_{\infty 0} = 0,\quad b_{0\infty} = b_{\infty 0} = 0,\ldots,l_{0\infty} = l_{\infty 0} = 0.$$

Evident,

$$\sum_j A_{ij} = A_i,\quad \sum_j B_{ij} = B_i,\ldots,\quad \sum_j L_{ij} = L_i,$$

coeficienții a_{ij} satisfăcînd condiția

$$\sum_j a_{ij} = 1,\quad \sum_j b_{ij} = 1,\ldots,\quad \sum_j l_{ij} = 1.$$

Pentru speciile din aceeaşi fază, $a_{ij} = b_{ij} = \ldots = l_{ij}$.

Coeficienţii a_{ij}, etc. pe care-i numim *coeficienţi de distribuţie*, sînt consideraţi cunoscuţi din datele tehnologice sau din condiţii suplimentare.

e) În reactorul sau traseul R_{ij} intră materialele $A_{ij}, B_{ij}, \ldots, L_{ij}$. Ca urmare a transformărilor care au loc, vom obţine la ieşirea din acest reactor materialele din speciile $A, B, \ldots, L$, pe care le notăm A_j^i, $B_j^i, \ldots, L_j^i$. Acestea sînt funcţii de presiune, temperatură, concentraţiile iniţiale, durata procesului (respectiv lungimea reactorului), condiţiile termice şi hidrodinamice, catalizatorii utilizaţi, etc. Integrînd sistemul de ecuaţii corespunzător acestor transformări sau utilizînd datele experimentale, se determină valorile A_j^i, $B_j^i, \ldots, L_j^i$.

Evident

$$\sum_i A_j^i = A_j, \quad \sum_i B_j^i = B_j, \ldots, \quad \sum_i L_j^i = L_j$$

6. Ne plasăm în cazul cînd sînt cunoscute valorile:

$A_0, B_0, \ldots, L_0$ — (materiale intrate în instalaţie),

$a_{ij}, b_{ij}, \ldots, l_{ij}$ — (coeficienţi de distribuţie)

şi condiţiile de lucru în reactori.

Ecuaţiile problemei sînt:

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} A_{ij} = a_{ij} A_j, \ldots, (a_{0\infty} = a_{\infty 0} = 0), \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad (i, j = 0, 1, \ldots, n, \infty), \\ L_{ij} = l_{ij} L_j, \ldots, (l_{0\infty} = l_{\infty 0} = 0), \end{cases}$$

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} A_i^j = f_{A_i}^j (A_{ij}, B_{ij}, \ldots, T, p, \ldots), (A_0^\infty = A_\infty^0 = 0), \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\qquad (i, j = 0, 1, \ldots, n, \infty), \\ L_i^j = f_{L_i}^j (A_{ij}, B_{ij}, \ldots, T, p, \ldots), (L_0^\infty = L_\infty^0 = 0), \end{cases}$$

acest grup definind condiţiile de lucru în reactori,

$$\text{(III)} \quad \begin{cases} \sum_{j=0}^{n} A_i^j = A_i, \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^{n} L_i^j = L_i. \end{cases}$$

Numărul ecuaţiilor este $N(n+1)(2n+1)$.

Necunoscutele problemei sînt:

$A_i, B_i, \ldots, L_i$, $(i = 1, 2, \ldots, n, \infty)$,

$A_{ij}, B_{ij}, \ldots, L_{ij}$, $(i, j = 0, 1, 2, \ldots, n, \infty)$, $(A_{0\infty} = A_{\infty 0} = 0, \ldots, L_{0\infty} = L_{\infty 0} = 0)$,

$A_i^j, B_i^j, \ldots, L_i^j$, $(i, j = 0, 1, 2, \ldots, n, \infty)$, $(A_0^\infty = A_\infty^0 = 0, \ldots, L_0^\infty = L_\infty^0 = 0)$,

în număr de $N(n+1)(2n+1)$.

7. În diferite cazuri date, valorile cunoscute și cele necunoscute pot fi diferite de cele presupuse mai sus, fără ca aceasta să schimbe natura problemei.

8. Pentru ilustrarea metodei propuse tratăm următorul exemplu cu datele și enunțul din [5]:

Să se stabilească bilanțul de materiale al ciclului de sinteză a NH_3, *dacă presiunea în sistem este de* 800 ata, *gazul proaspăt conține* n *volume* 0,5% *metan, iar restul—hidrogen și azot în raportul* 3/1, *temperatura în răcitorul final este de* + 16 °C, *conținutul de amoniac în amestecul gazos după coloana de sinteză este de* 25%, *iar concentrația maximă a metanului în gazul reciclat este* 5%. *Solubilitatea gazelor în amoniacul lichid se neglijează.*

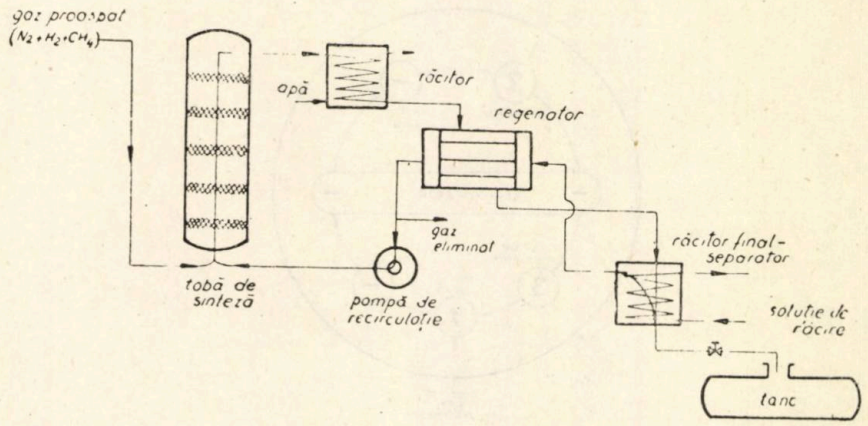


Fig. 2

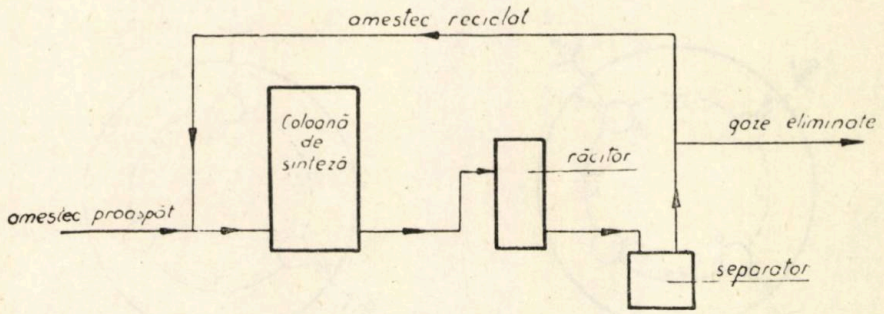


Fig. 3

Schema tehnologică a procesului, pe care o reproducem după [4], este dată în fig. 2.

Pentru calculul bilanțului în [5] se utilizează schema simplificată dată în fig. 3.

Mai sugestivă ar fi schema de operații pe care o dăm în fig. 4 care pune în evidență cu claritate fluxul de materiale.

Schema de bilanț alcătuită în conformitate cu regulile date mai sus este dată în fig. 5. Prin nodul O_1 intră amestecul proaspăt și cel reciclat în coloana de sinteză R_{12}. Gazul iese din coloană prin nodul O_2 și intră în sistemul de răcire-condensare R_{23} în care cea mai mare parte din amoniac se lichefiază. Amoniacul lichefiat (produs finit) este separat de gazul reciclat în nodul O_3. După ce parcurge traseul R_{34}, inactiv din punct de vedere al bilanțului de materiale, în nodul O_4 o parte din gaze este eliminată în atmosferă iar restul ajunge prin traseul inactiv R_{41} în nodul O_1.

Dacă facem abstracţie de unele date necesare bilanţului termic, schema de bilanţ poate fi simplificată căpătînd aspectul din fig. 6, în care amoniacul lichid şi gazul eliminat sînt grupate în acelaşi traseu $R_{3\infty}$, ceea ce duce la dispariţia nodului O_4.

Calculul se conduce (vezi şi fig. 6), în modul următor:

Speciile sînt: A — hidrogen, B — azot, C — metan, D — amoniac gazos, E — amoniac lichid.

În nodul O_0 avem orar, luînd ca bază de calcul 1000 m³N: $A_0 = \frac{3}{4} \cdot 995$ m³ N, $B_0 = \frac{1}{4} \cdot 995$ m³ N, $C_0 = 5$ m³ N, $D_0 = 0$, $E_0 = 0$.

În nodurile O_i avem orar A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, $(i = 1, 2, 3, \infty)$, cu $E_1 = E_2 = 0$.

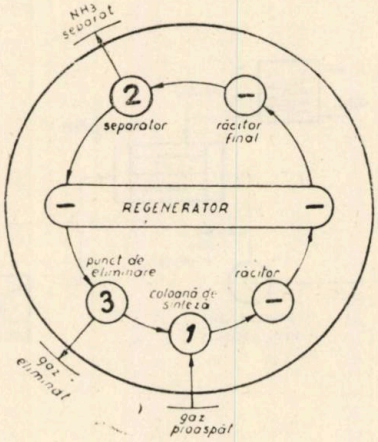


Fig. 4

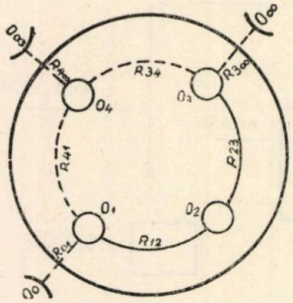


Fig. 5

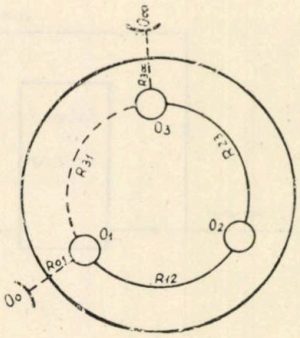


Fig. 6

Intrările în reactori vor fi:

$$A_{01} = A_0,\ B_{01} = B_0,\ C_{01} = C_0,\ D_{01} = 0,\ E_{01} = 0,$$
$$A_{12} = A_1,\ B_{12} = B_1,\ C_{12} = C_1,\ D_{12} = D_1,\ E_{12} = E_1 = 0,$$
$$A_{23} = A_2,\ B_{23} = B_2,\ C_{23} = C_2,\ D_{23} = D_2,\ E_{23} = E_2 = 0,$$

şi

$$A_{30} = \lambda A_3,\ B_{30} = \lambda B_3,\ C_{30} = \lambda C_3,\ D_{30} = \lambda D_3,\ E_{30} = E_3,$$
$$A_{31} = (1-\lambda)A_3,\ B_{31} = (1-\lambda)B_3,\ C_{31} = (1-\lambda)C_3,\ D_{31} = (1-\lambda)D_3,\ E_{31} = 0,$$

λ fiind un coeficient de distribuţie ce urmează a fi determinat.

Ieșirile din reactorul R_{01} vor fi:

$$A_1^0 = A_{01}\,,\ B_1^0 = B_{01}\,,\ C_1^0 = C_{01}\,,\ D_1^0 = D_{01}\,,\ E_1^0 = E_{01}\,,$$

iar din reactorul R_{12}:

$$A_2^1 = (1-\alpha)A_{12}\,,\ B_2^1 = (1-\alpha)B_{12}\,,\ C_2^1 = C_{12}\,,\ D_2^1 = 0{,}25\,(A_2^1 + B_2^1 + C_2^1 + D_2^1) =$$
$$= D_{12} + \frac{1}{2}\alpha\,(A_{12} + B_{12})\,,\ E_2^1 = 0$$

α fiind fracțiunea transformată din azotul și hidrogenul introdus.

Din cele de mai sus rezultă

$$\alpha = [2\,(A_1 + B_1 + C_1 - 3D_1)]\,/\,[5\,(A_1 + B_1)]$$

și deci

$$(1)\qquad \begin{cases} A_2^1 = A_1\,(3A_1 + 3B_1 - 2C_1 + 6D_1)\,/\,[5(A_1 + B_1)], \\ B_2^1 = B_1\,(3A_1 + 3B_1 - 2C_1 + 6D_1)\,/\,[5(A_1 + B_1)], \\ C_2^1 = C_1\,, \\ D_2^1 = (A_1 + B_1 + C_1 + 2D_1)\,/\,5\,, \\ E_2^1 = 0\,. \end{cases}$$

Din R_{23} vor ieși materialele

$$A_3^2 = A_{23}\,,\ B_3^2 = B_{23}\,,\ C_3^2 = C_{23}\,,\ D_3^2 = 0{,}04\,(A_3^2 + B_3^2 + C_3^2 + D_3^2)\,,\ E_3^2 = D_{23} - D_3^2\,,$$

D_3^2 fiind calculat pe baza fracțiunii molare a amoniacului în amestecul gazos deasupra amoniacului lichid la 800 ata și $t = 16\ ^\circ C$, care este de 0,04.

Evident,

$$A_\infty^3 = A_{3\infty}\,,\ \ldots,\ E_\infty^3 \quad E_{3\infty} \quad \text{și} \quad A_1^3 = A_{31}\,,\ \ldots,\ E_1^3 = E_{31}\,.$$

Ținînd seamă de cele de mai sus, cantitățile din noduri capătă următoarele expresii:

În nodul O_1 avem:

$$(2)\qquad \begin{cases} A_1 = A_{01} + A_{31} = A_0 + (1-\lambda)A_3\,, \\ B_1 = B_{01} + B_{31} = B_0 + (1-\lambda)B_3\,, \\ C_1 = C_{01} + C_{31} = C_0 + (1-\lambda)C_3\,, \\ D_1 = D_{01} + D_{31} = D_{31}\,, \\ E_1 = 0\,. \end{cases}$$

În nodul O_2 avem, ținînd seama de (1),

$$A_2 = A_2^1 = (3A_1 + 3B_1 - 2C_1 + 6D_1)/[5(A_1 + B_1)].$$
$$\vdots$$
$$E_2 = E_2^1 = 0.$$

În nodul O_3 avem:

$$(3)\quad \begin{cases} A_3 = A_3^2 = A_{23} = A_2, \\ B_3 = B_3^2 = B_{23} = B_2, \\ C_3 = C_3^2 = C_{23} = C_2 = C_1, \\ D_3 = D_3^2 = (A_1 + B_1 + C_1 + 2D_1)/40, \\ E_3 = D_{23} - D_3^2 = D_2 - D_3 = 7(A_1 + B_1 + C_1 + 2D_1)/40. \end{cases}$$

Din relaţiile (2) şi (3) rezultă $\lambda = 5/C_1$ şi deci

$$(4)\quad \begin{cases} A_1 = \frac{3}{4}\,995 + A_1 (C_1 - 5)(3A_1 + 3B_1 - 2C_1 + 6D_1)/[5(A_1 + B_1) C_1], \\ B_1 = \frac{1}{4}\,995 + B_1 (C_1 - 5)(3A_1 + 3B_1 - 2C_1 + 6D_1)/[5(A_1 + B_1)C_1], \\ C_1 = \frac{0{,}25}{8}(A_1 + B_1 + C_1 + 2D_1), \\ D_1 = (C_1 - 5)(A_1 + B_1 + C_1 + 2D_1)/(40C_1). \end{cases}$$

Rezolvînd acest sistem de ecuaţii se obţine:

$$A_1 = 1770 \text{ m}^3 \text{ N/h}, \; B_1 = 590 \text{ m}^3 \text{ N/h}, \; C_1 = 80 \text{ m}^3 \text{ N/h},$$

$$D_1 = 60 \text{ m}^3 \text{ N/h}.$$

ceea ce permite calculul rapid al celorlalte necunoscute ale problemei.

Desigur, calculul poate fi efectuat, în exemplul ales, şi pe alte căi, ca de pildă cea utilizată în [5] sau şi mai simplu, plecînd de la condiţia ca amestecul reciclat să fie în asemenea cantitate încît proporţia de 25% amoniac în gaze, la ieşirea din coloană, să reprezinte tocmai produsul finit calculat stochiometric din componenţii materii prime. Tratarea prezentată aici a urmărit însă să pună în evidenţă eficacitatea metodei de lucru propuse în cazul proceselor ciclice, pe baza unui exemplu mai uşor de urmărit

Concluzii

Întocmirea bilanţurilor de materiale ale proceselor chimice tehnologice presupune o schemă de bilanţ adecvată, caracterizată prin simplitate şi capacitatea de a pune în evidenţă fluxurile de materiale. Schema propusă în lucrarea de faţă prezintă aceste avantaje. Pe baza ei se pot nota sistematic curenţii de materiale în toate secţiunile care interesează bilanţul de materiale şi se pot scrie apoi, utilizînd legea conservării masei şi legile de transformare a calităţii şi cantităţii curenţilor, ecuaţiile necesare pentru determinarea tuturor necunoscutelor bilanţului.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Termotehnică
şi
Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi

BIBLIOGRAFIE

1. Hougen O. A., Watson K M. and Ragatz R. A., *Chemical Process Principles*, Part. 1, Chapman & Hall, London, 1954.
2. Cremer C. W., *Chemical engineering practice*, London, 1956, vol. I, pp. 89—125.
3. Nagiev F. M., Chem. Eng. Progress, 1957, **53**, p. 237.
4. Tegeder F., *Verfahren der Chemie-Industrie*, Braunschweig, 1955, S. 11 u. 71.
5. Бесков Д. С., *Техно-химические расчеты*, М.-Л., 1950, стр. 480.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ДЛЯ РАСЧЁТА МАТЕРИАЛЬНОГО БАЛАНСА В ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

(Резюме)

В настоящей работе излагается общая методика для составления материального баланса в химической технологии. После определения целей материального баланса указывается, что в основе его составления должна находиться подходящая схема наиболее упрощённая и выявляющая только аппараты и трассы, относящиеся к балансу. Для этого предлагается *балансная схема*, (рис. 1.) В этой схеме *реакторы*, в самом широком смысле, обозначены непрерывными линиями, *недействующие трассы* — линиями из точек, а пересечения потоков, называемые *узлами*, обозначены кружками. Узлы вводятся на концах реакторов и на пересечениях трасс, будучи обозначены через $O_0, O_1, \ldots, O_n, O_\infty$; O_0 является окружающей средой, из которой выходит материальный поток к сфере процесса, ограниченной жирной линией, а O_∞ является окружающей средой, к которой направляется материальный поток из сферы процесса. Реакторы и трассы, через которые проходят потоки от O_i к O_j обозначаются через R_{ij}. Химические виды обозначены через $A, B, \ldots, L$ (всего N). Количество материала вида L, которое входит в единицу времени в узел O_i, обозначается через L_i, то количество, которое входит в реактор R_{ij}, обозначается через L_{ij}, а выходящее из этого реактора — через L^i_j. Приводятся затем уравнения (I)...(III)задачи и устанавливается, что число искомых равно числу уравнений, а именно это число будет $N(n+1)(2n+1)$, если известны $A_0, B_0, \ldots, L_0$ и коэффициенты распределения в узлах, $a_{ij}, \ldots, l_{ij}$ определяемые соотношениями $A_{ij} = a_{ij} A_i$ и т.д.

Изложенная методика иллюстрируется примером цикла синтеза аммиака. От упрощённой технологической схемы (рис. 4) переходим к балансной схеме (рис. 5 и рис. 6). Затем расчитывается материальный баланс на основе схемы, данной в рис. 5.

ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES POUR LE CALCUL DU BILAN DES MATÉRIAUX DANS LA TECHNOLOGIE CHIMIQUE

(Résumé)

On présente une méthode générale pour établir les bilans des matériaux dans les processus technologiques de l'industrie chimique. Après la définition des objectifs de ce bilan on montre la nécessité d'un schéma convenable, simplifié au maximum, qui ne mette en évidence que les appareils et les tracés qui intéressent le bilan. À ce but on propose le *schéma de bilan* représenté dans la fig. 1, où les *réacteurs*, dans le sens le plus large, sont indiqués par des lignes continues, les *tracés inactifs* par des lignes pointillées et les intersections de courants — appelées *noeuds* — par des petits cercles. Les noeuds sont introduits aux extrémités des réacteurs et aux intersections des tracés, et sont désignés par $O_0, O_1, \ldots, O_n, O_\infty$; O_0 est le milieu extérieur, *d'où* se dirige un flux matériel vers la sphère du procès, et O_∞ — le milieu extérieur, *vers* lequel se dirige un flux matériel, provenant de la sphère du processus. Le réacteur ou le tracé par lequel le courant

de O_j passe vers O_j est désigné par R_{ij}. Les espèces chimiques sont notées par A, $B, \ldots, L$, (le nombre total étant N). La quantité de matériel de l'espèce A qui entre par unité de temps en O_i, est désignée par A_i, celle qui entre en R_{ij}, par A_{ij}, celle qui sort de R_{ij}, par A^i_j. On établit ensuite les équations (I)...(III) du problème; le nombre d'inconnues et celui des équations est $N(n+1)(2n+1)$, si l'on se donne $A_0, B_0, \ldots, L_0$ et les coefficients de distribution $a_{ij}, \ldots, l_{ij}$, définis par les relations $A_{ij} = a_{ij}A_i, \ldots$

La méthodologie exposée est illustrée par l'exemple du cycle de synthèse de l'ammoniac. Du schéma technologique simplifié (fig. 4), on passe au schéma de bilan (fig. 5 et fig. 6). On calcule ensuite le bilan des matériaux en partant du schéma de la fig. 6.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

STUDIUL MATEMATIC AL ZAHARIFICĂRII CONTINUE A AMIDONULUI

DE

IULIU VOICU şi RADU BĂDESCU

1. Una din problemele industriei spirtului căreia nu i s-a putut da o soluţie mulţumitoare este aceea privitoare la zaharificarea continuă a amidonului.

Continuitatea proceselor de fabricaţie trebuie să fie astăzi realizată în cît mai multe industrii, mai ales pentru că constituie principalul mijloc de a se ridica la maximum capacitatea de producţie a fabricii, micşorîndu-se totodată şi preţul de cost prin economiile realizate. În adevăr, prin continuitatea proceselor de fabricaţie se reduce consumul de aburi pe oră şi nu mai este nevoie să se forţeze încălzirea cazanelor de aburi, fiind posibilă uneori reducerea numărului acestor cazane. De asemenea, în cazul multor industrii alimentare, rezultă şi o reducere a consumului de apă de răcire pe oră, ceea ce ar face ca fabricile ce nu dispun de suficientă apă de răcire să poată ajunge la o capacitate de producţie mai mare.

În industria spirtului s-a rezolvat problema distilării continue a plămezilor fermentate ca şi rectificarea spirtului brut. La fel, s-a realizat continuitatea şi în procesul fermentativ referitor la fabricarea spirtului din melasă şi la fermentarea plămezilor din leşii sulfitice. În Uniunea Sovietică, M a l c e n k o, cu ajutorul aparatului MAI ce poate prelucra 2,5 t cereale, făină sau crupe pe oră, a putut realiza fierberea continuă a materiilor prime amidonoase.

Faţă de aceste realizări în domeniul continuităţii proceselor de fabricaţie din industria spirtului, trebuia să se atace şi problema zaharificării continue în prelucrarea materiilor prime amidonoase.

În aceste procese de fabricaţie, zaharificarea are loc după ce materia primă a fost dezagregată prin fierbere sub presiune în fierbătoare-autoclave. Această zaharificare se face după procedeul discontinuu, prin plămădirea masei amidonoase fierte cu malţ verde, fin măcinat în apă şi redus astfel într-o stare de fină suspensie în apă (lapte de malţ). Starea de fină diviziune este necesară pentru ca diastaza ce se află în malţ să treacă total în soluţie în apă şi să acţioneze astfel, catalizînd zaharificarea amidonului transformat în clei prin fierberea în autoclav a materiei prime.

Ca rezultat al procesului de zaharificare, care este în fond o hidroliză, se obţine maltoza — un zahăr compus — pe care drojdia îl desface în cele două molecule de glucoză din care este alcătuit, glucoza fiind apoi fermentată. Durata zaharificării este în funcţie de gradul de mărunţire a malţului şi de starea masei fierte. Dacă masa este perfect omogenă şi amidonul total transformat în clei, atunci, pentru zaharificare, este suficient timpul necesar ca fiertura să fie bine amestecată pentru omogenizare cu laptele de malţ la o temperatură de 58...60° şi apoi timpul corespunzător răcirii, în total cel mult 5 minute.

Sub acest aspect, soluţionarea problemei zaharificării continue pare uşoară fiind suficient să se amestece materia amidonoasă, fiartă, cu laptele de malţ printr-un flux continuu de curgere într-un recipient — aparatul de zaharificare. În realitate însă, cele două componente ale amestecului ce intră în aparat nu deplasează tot amestecul existent pentru a-i lua locul, astfel că, pe de-o parte, unele particule stau prea mult în aparat, iar altele, fie din masa fiartă, fie din laptele de malţ, rămîn prea puţin timp înăuntru.

2. Cercetătorul sovietic P l a n o v s k i [1], examinînd îndeaproape procesul continuu de zaharificare a materiilor prime amidonoase şi utilizînd formula

$$X_k = X_n \exp(-V/V_n) \tag{1}$$

unde: X_k — cantitatea finală de fluid din volum, adică din aparat, X_n — cantitatea iniţială de fluid din volum, V_n — volumul de lucru al aparatului, V — volumul lichidului care curge, a dedus o serie de rezultate foarte utile procesului continuu. Formula utilizată este valabilă numai în cazul cînd fluidul introdus în aparat cu un debit constant se amestecă instantaneu cu fluidul preexistent, caz de omogenizare instantanee despre care Planovski spune că se apropie destul de mult de realitate din cauza agitării puternice care are loc în aparat.

Punînd $V = V_n$ şi $X_n = 1$, ceea ce revine la a presupune că s-a introdus în aparat o cantitate de fluid egală cu volumul său de lucru, care se ia dealtfel ca volum unitar, Planovski obţine $X_k = 1/e = 0{,}368$. Rezultă atunci că după terminarea operaţiei rămîn în vas 36,8% din fluidul anterior şi părăsesc vasul 63,2%.

După repetarea operaţiei de n ori vor rămîne în vas $0{,}368^n$ părţi din fluid, astfel că, pentru a determina numărul n de operaţii în urma cărora ar rămîne numai 1% din fluidul iniţial, Planovski găseşte relaţia

$$0{,}01 = 0{,}368^n \quad \text{sau} \quad n = \log 0{,}01 / \log 0{,}368 \approx 4{,}6$$

şi deduce că unele părţi din plămadă vor şedea în aparat circa 207 minute în ipoteza că durata unei operaţii ar fi de 45 minute pentru a se obţine aproape o completă zaharificare.

3. Interesanta analiză a lui Planovski poate fi aprofundată şi extinsă la procese mai complexe. În [2] am studiat procesul continuu de zaharificare şi, regăsind rezultatele lui Planovski, am putut stabili o ecuaţie de repartiţie care să permită determinarea cantităţilor de fluid ce au stat un timp t oarecare în aparat şi astfel s-au putut deduce cantităţile de amidon insuficient zaharificat sau care rămîn prea mult timp în vas. O completare acestui studiu cu analiza tuturor factorilor tehnologici ai procesului de zaharificare, precum şi a aparaturii corespunzătoare, va permite, credem, stabilirea condiţiilor optime de introducere a procedeului continuu la zaharificarea materiilor prime amidonoase.

Vom indica aici sub formă concentrată rezultatele publicate şi vom trata apoi o serie de alte probleme care sînt de o mare importanţă în procesele de extracţie în industrie. În lucrarea citată am considerat un aparat de zaharificare, cu volumul de lucru V, care este plin cu un amestec de plămadă şi lapte de malţ ce apar în proporţii constante în tot timpul operaţiei. În acest vas am introdus cu un debit constant a şi într-un interval de timp T, o masă fiartă de aceeaşi natură care s-a amestecat cu fluidul preexistent, desemnat cu litera V, şi am presupus că omogenizarea s-a făcut imediat din cauza intensei agitaţii din vas. Ne-am plasat deci în cazul considerat de Planovski.

Împărţind durata totală T în m intervale elementare egale, $\mathrm{d}t_i = T/m$, în care timp cantitatea de fluid introdus, este $a\,\mathrm{d}t_i$, fluid care va fi desemnat cu litera A, şi la fel împărţind şi volumul V într-un număr n de părţi egale cu ajutorul cantităţii $a\mathrm{d}t_i$

$$V/(a\mathrm{d}t_i) = n, \quad \mathrm{d}t_i = T/m, \tag{2}$$

vom putea analiza cantităţile de fluide A şi V ce ies din vas în diversele intervale de timp $\mathrm{d}t_i$, $(i = 1, 2, \ldots, m)$. Observînd că într-un interval $\mathrm{d}t_i$ sînt puse în prezenţă cantităţile $a\mathrm{d}t_i$ (fluid A) şi $V = na\mathrm{d}t_i$ de amestec, din vas vor ieşi cantităţi proporţionale lor, în total

$$a\mathrm{d}t_i = [a/(n+1)]\,\mathrm{d}_{ti} + V/(n+1)$$

şi această relaţie va constitui un operator aplicabil celor două cantităţi de fluide ce ies din vas. Se va obţine atunci sistemul:

$$(S)\quad \begin{cases} \text{după timpul } \mathrm{d}t_1 \ldots a_1\mathrm{d}t_1 + V/(n+1) = a\mathrm{d}t_1, \\ \text{după timpul } \mathrm{d}t_2 \ldots a_1\mathrm{d}t_2 + a_2\mathrm{d}t_2 + nV/(n+1)^2 = a\mathrm{d}t_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \text{după timpul } \mathrm{d}t_m \ldots a_1\mathrm{d}t_m + a_2\mathrm{d}t_m + \cdots + a_m\mathrm{d}t_m + n^{m-1}V/(n+1)^m = a\mathrm{d}t_m, \end{cases}$$

unde am notat cu a_i, $(i = 1, 2, \ldots m)$, cantităţile de fluid A care au stat în vas timpul $dt_1 + dt_2 + \cdots + dt_i$ şi au ieşit într-un interval de timp dt oarecare. Cantităţile totale de fluide A şi V sînt atunci date de sumele

$$\sum_{i=1}^{m}(m - i + 1)\, a_i dt_i + \sum_{i=1}^{m} [n/(n+1)]^{i-1} [V/(n+1)] = aT. \tag{3}$$

Introducînd acum o funcţie de repartiţie $a(t)$ care să dea în fiecare moment cantitatea de fluid A ce părăseşte vasul chiar în momentul t_i[1]) după ce a stat în vas timpul t_i, $a_i = a(t_{i-1})\, dt_{i-1}$, se vede imediat că prima sumă din (3) are ca limită, cînd m tinde către infinit, integrala $\int_0^T (T - t)\, a(t)dt$, iar a doua sumă, după relaţiile (2), se va scrie cînd $m \to \infty$

$$\lim_{m\to\infty} \frac{V}{n+1} \sum_{i=1}^{m} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{i-1} = \lim_{m\to\infty} V\left\{1 - \frac{1}{[1 + aT/(mV)]^m}\right\} = V[1 - \exp(-aT/V)].$$

Ecuaţia de repartiţie a particulelor de fluide A şi V va fi atunci dată de relaţia

$$\int_0^T (T - t)\, a(t)dt + V[1 - \exp(-aT/V)] = aT \tag{4}$$

şi ea reprezintă o ecuaţie integrală de tipul Volterra ce dă funcţia de repartiţie $a(t)$ prin două derivări

$$a(t) = (a^2/V) \exp(-at/V). \tag{5}$$

5. După felul cum am definit funcţia $a(t)$ şi după sistemul (S), rezultă că întreaga cantitate de fluid A ce iese din vas după ce a stat în tot timpul operaţiei cel mult timpul T_0, este dată de integrala $\int_0^{T_0} (T - t)\, a(t)dt$. Atunci cantitatea totală de fluide $A + V$ care iese din aparat după ce a stat în tot timpul operaţiei cel mult timpul T_0, raportată la cantitatea aT prelucrată, va da procentul p de fluid $A + V$ care a stat prea puţin timp în vas pentru a fi complet zaharificat

$$p = 100\, \frac{\int_0^{T_0} (T - t)\, a(t)\, dt + V[1 - \exp(-aT_0/V)]}{aT} = 100\, K. \tag{6}$$

T_0 este aici durata minimă, dedusă prin consideraţii tehnologice, pentru ca fluidul considerat (A sau V) să fie complet zaharificat.

Printr-un raţionament analog, raportul

$$q = 100\, \frac{\int_0^{T_1} (T - t)\, a(t)\, dt + V[\exp(-aT_1/V) - \exp(-aT/V)]}{aT} = 100\, H \tag{7}$$

[1]) mai precis, în intervalul elementar $t_{i+1} - t_i = dt_i$.

reprezintă procentul de fluide $(A + V)$ care au stat cel puţin timpul T_1 în aparat pe toată durata T a operaţiei, adică un timp mai mare decît timpul T_1 fixat de prescripţiile tehnice sau de laborator pentru ca cele două fluide să dea naştere în condiţii optime procesului de hidroliză respectiv.

6. Să dăm acum soluţia unei probleme ce prezintă interes din punctul de vedere calitativ al zaharificării. Vom presupune că prescripţiile tehnice fixează la $p_0 = 100\,K_0$ procentul de masă fiartă, insuficient zaharificată şi vom căuta să determinăm timpul T astfel ca, la un debit a fixat dinainte, să avem $p \leqslant p_0$, sau, introducînd raportul K, $K \leqslant K_0 < 1$. Aceste inegalităţi se scriu, dacă se ţine seamă de expresia (5) a funcţiei $a(t)$ şi se rezolvă în raport cu T

$$T[K_0 - 1 + \exp(-aT_0/V)] \geqslant T_0 \exp(-aT_0/V). \tag{8}$$

Inegalitatea nu este posibilă decît dacă coeficientul lui T este pozitiv şi această nouă condiţie limitează superior debitul, anume

$$a < (V/T_0) \ln[1/(1-K_0)], \tag{9}$$

ceea ce este foarte natural. Este interesant de observat că limita superioară a lui a nu trebuie atinsă şi că timpul de exploatare T va fi cu atît mai mare cu cît a va fi mai aproape de această limită. Expresia (9) este interesantă din multe puncte de vedere căci, în afară de faptul că debitul a poate fi ales cu atît mai mare cu cît volumul V este mai mare, sau cu atît mai mic cu cît timpul T_0 este mai mare, dar fixarea lui a mai depinde şi de procentul $p_0 = 100\,K_0$ care, dacă este micşorat, atrage după sine o micşorare a debitului a.

7. Problema centrală a procesului de zaharificare este însă constituită de determinarea cantităţilor de masă fiartă zaharificată, problemă care poate fi rezolvată cu ajutorul graficelor ce dau în funcţie de timpul t procentele de masă fiartă zaharificată dintr-o probă determinată, grafice care depind, bine-înţeles, de felul cum se efectuează procesul de hidroliză. Aceste grafice fiind analoage în majoritatea cazurilor celor relative la procesele de dizolvare simplă, vom face aceeaşi ipoteză, şi anume, că viteza de zaharificare dy/dt este proporţională procentului $p = 100(1-y)$ de masă fiartă *ce rămîne de zaharificat* după un moment oarecare t

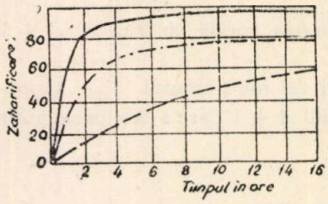


Fig. 1

$$dy/dt = b(1-y)/V, \tag{10}$$

y fiind pozitiv, cel mult egal unităţii ,după relaţia ce-l leagă de p, iar b/V — constanta de proporţionalitate, împărţită cu $100\,V$ (fig. 1).

Legea definită de această ecuaţie diferenţială se scrie

$$y = 1 - \exp(-bt/V) \tag{11}$$

şi ea dă procentul de masă fiartă zaharificată pînă la momentul t, împărţit cu 100, căci

(12) $$y = 1 - p/100.$$

Această lege a fost indicată şi de K l i m o v s k i, dar valabilitatea ei nu merge decît pînă la 50% zaharificare, aproximativ. Dacă se depăşeşte timpul corespunzător atingerii acestui procent, b nu mai păstrează o valoare constantă ci scade repede, ceea ce indică frînarea reacţiei din cauze încă nedescoperite.

8. Calculul cantităţilor de plămadă zaharificată, făcut pe baza relaţiei (11) şi pornind de la sistemul (S), conduce la o interpretare simplă a rezultatelor teoretice în cazul cînd fluidul V este constituit numai din lapte de malţ fără plămadă.

Dacă desemnăm cu y_i valorile funcţiei (11) pentru $t = iT/m$, $(i = 1, 2, \ldots, m)$, cantităţile A de fluid zaharificat vor fi date de sistemul (S) în care fiecare termen $a_i dt_i$ va trebui înmulţit cu y_i deoarece aceste cantităţi au stat în vas exact timpul t_i. Operaţia aceasta echivalează cu a înmulţi sub semnul sumă pe $a(t)$ cu $y(t)$, astfel că integrala

(12′) $$\int_0^T (T - t)\, a(t)\, y(t)\, dt$$

va da cantitatea totală A de fluid zaharificat, iar raportul

(13) $$h = \frac{\int_0^T (T-t)\, a(t)\, y(t)\, dt}{aT - V[1 - \exp(-aT/V)]} = p/100$$

va permite calculul procentului respectiv.

Ca şi în problema calitativă precedentă, se va putea realiza procentul $q_0 = 100\, h_0$ fixat dinainte, dacă $h \geqslant h_0$, condiţie care, printr-un calcul simplu, se scrie sub forma

$$\int_0^T (T - t)\, a(t)\, y(t)\, dt \geqslant h_0 \{aT - V[1 - \exp(-aT/V)]\},$$

sau, după o integrare prin părţi, se obţine integrala

(14) $$\int_0^T a(t)\, y(t)\, t\, dt = T \int_0^T a(t)\, y(t)\, dt - \int_0^T dt \int_0^t a(s)\, y(s)\, ds$$

astfel că inegalitatea (14) devine

$$\frac{a^2}{V} \int_0^T dt \int_0^t \exp(-as/V)[1 - \exp(-bs/V)]\, ds = h_0 \{aT - V[1 - \exp(-aT/V)]$$

după ce s-au înlocuit funcţiile $a(t)$ şi $y(t)$ prin expresiile lor.

Calculul acestei integrale duble se face imediat şi, pentru a simplifica studiul, vom introduce notaţiile $X = aT/V$ şi $A = a/(a+b)$ care permit scrierea inegalităţii (14) sub forma

(15) $-(bA/a - h_0)X \leqslant (1 - h_0)\exp(-X) - A^2\exp(-X/A) + A^2 + h_0 - 1.$

Dacă se notează cu Y_1 monomul din membrul I, reprezentat grafic printr-o dreaptă ce trece prin origine, şi cu Y_2 funcţia din membrul II, reprezentată printr-o curbă tangentă în O dreptei Y_1, se vede în cazul cînd $h_0 < Ab/a$ sau $h_0 < b/(a+b)$ că ecuaţia corespunzătoare egalităţii (15) admite o singură rădăcină $X_1 > 0$ şi că inegalitatea (15) este verificată pentru $X > X_1$, sau pentru $T > VX_1/a$.

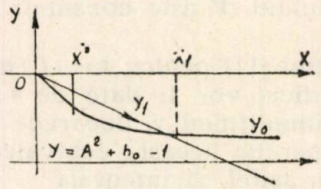


Fig. 2

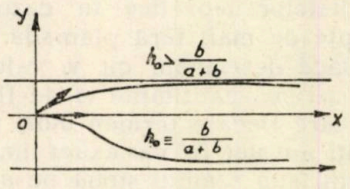


Fig. 3

Din graficele alăturate (fig. 2 şi 3) ce corespund valorilor negative sau pozitive ale coeficientului unghiular al dreptei Y_1, se vede că inegalitatea (16) nu are loc decît pentru $X > X_1$, adică numai pentru valorile lui $T > VX_1/a$.

Primit la 17 II 1958

Universitatea „C. I. Parhon"
şi
Institutul Politehnic, Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. Климовский Д. Х. и Стабников В. Н., *Технология фабрикации спирта*, М., Пищепромиздат, 1950, стр. 178-179.
2. Voicu I. şi Bădescu R., Gaz. mat. şi fiz., 1955, Seria A, **VII**, *1*, pp. 5-17.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ КРАХМАЛА В САХАР

(Резюме)

Авторы изучают некоторые стороны процесса превращения крахмала в сахар исходя из крахмального сырья подверженного действию диастазы мальца в целях введения непрерывного производственного процесса.

ÉTUDE MATHÉMATIQUE DE LA SACCHARIFICATION CONTINUE DE L'AMIDON

(Résumé)

Les Auteurs indiquent certains aspects du processus de la saccharification de l'amidon à partir de la matière première amidonneuse sous l'action de la diastase du malt dans le but de l'introduction d'un procédé continu de fabrication. Ils font ensuite une étude mathématique de la répartition des particules des matière première suivant la durée de leur passage à l'intérieur de l'appareil de saccharification (l'équation de répartition (4)), et ils résolvent trois problèmes qui mettent en évidence les aspects qualitatif et quantitatif du procédé continu. Le problème général sera résolu dans un futur article quand il faudra présenter aussi les tableaux comparatifs entre les résultats théoriques et ceux déduits par expérience.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

TRANSMISIA CĂLDURII ÎN CAZUL AMESTECĂRII LICHIDELOR CU AGITATOR DE TIP ANCORĂ, ÎN VASE ÎNCĂLZITE PRIN MANTA

DE

M. MARINESCU şi FLORIN VĂLU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

În industria chimică, pentru efectuarea diferitelor reacţii chimice, se folosesc în mod frecvent vase de reacţie, din oţel sau fontă, prevăzute cu manta de încălzire sau răcire şi agitator de tip ancoră. Ca agent termic, pentru încălzire pînă la 180°C, se foloseşte pe scară largă aburul saturat, datorită calităţilor sale de a ceda bine căldura şi de a permite o reglare exactă a temperaturii.

Pentru calculul coeficientului de trecere a căldurii α_2 de la peretele vasului la lichidul agitat din interior, literatura ([1, p. 189] şi [2, p. 289]), indică următoarea formulă:

$$\text{Nu} = C\,\text{Re}^m\,\text{Pr}^{0,33}\,(\mu / \mu_p)^{0,14} \tag{1}$$

în care:

$$\text{Nu} = \alpha D / \lambda\,,\quad \text{Re} = \varrho\, n\, d^2 / \mu,\quad \text{Pr} = 3600\, cp\, \mu\, g / \lambda,$$

iar D — diametrul vasului (m), d – diametrul paletei agitatorului (m), D_s — diametrul serpentinei (m), H_s – înălţimea serpentinei (m), n — numărul de rotaţii pe secundă ale agitatorului (1/s), ϱ — densitatea lichidului (kg. s^2/m^4), μ — viscozitatea lichidului, la temperatura sa medie (kg. s/m^2), μ_p — viscozitatea lichidului la temperatura peretelui mantalei (kg. s/m^2), λ — conductivitatea termică a lichidului la temperatura sa medie (kcal / m.h. grd.), c_p — căldura specifică a lichidului la presiune constantă, la temperatura sa medie (kcal./kg. grd), $g = 9{,}81$ m/s^2 — acceleraţia gravitaţiei.

Pentru vase cu manta $C = 0{,}36$ şi $m = 0{,}67$ iar pentru vase cu serpentină $C = 0{,}87$ şi $m = 0{,}62$.

Valorile constantelor fizico-chimice se iau la temperatura medie a lichidului din vas.

Literatura [1, p. 189] arată că formula (1) a fost obţinută prin experienţe în care $d = 0{,}6\,D$, $D_s = 0{,}8\,D$, $H_s = 0{,}48\,D$ şi se aplică numai aparatelor similare, din punct de vedere geometric, cu cel de mai sus.

Deoarece în multe cazuri se folosesc agitatoare tip ancoră al căror diametru este foarte apropiat de cel al vasului, în lucrarea de faţă expunem rezultatele determinărilor experimentale ce le-am făcut pe un vas cu manta, prevăzut cu un agitator tip ancoră cu $d = 0{,}964\ D$, şi propunem o corecţie a coeficientului C din formula (1), care în acest caz să dea rezultate în concordanţă cu cele experimentale.

2. Partea experimentală

a) *Datele constructive ale vasului*

Material de construcţie oţel V_2A. $D = 0{,}283$ m, $d = 0{,}273$ m, $H = 0{,}276$ m, $h = 0{,}0215$ m, $h_p = 0{,}114$ m, lăţimea ramurii curbe a ancorei — 0,031 m, lăţimea ramurii verticale a ancorei — 0,028 m, grosimea pereţilor vasului $\delta = 0{,}0016$ m. Cu aceste date suprafaţa prin care se face schimbul de căldură rezultă din calcul $S = 0{,}3751$ m^2.

Turaţia agitatorului s-a variat folosind două şaibe diferite.

b) *Metoda de lucru*

Metoda de lucru a fost comună tuturor determinărilor experimentale ce s-au efectuat. În vas s-a introdus apă rece, măsurată cu un cilindru gradat. S-a pornit agitatorul pentru ca vasul şi apa din el să-şi uniformizeze temperatura. Temperatura apei în tot timpul experienţei a fost controlată cu un termometru obişnuit (cu tije lungă). Fracţiunile de grad neputînd fi apreciate exact, au fost aproximate la 0,5° C.

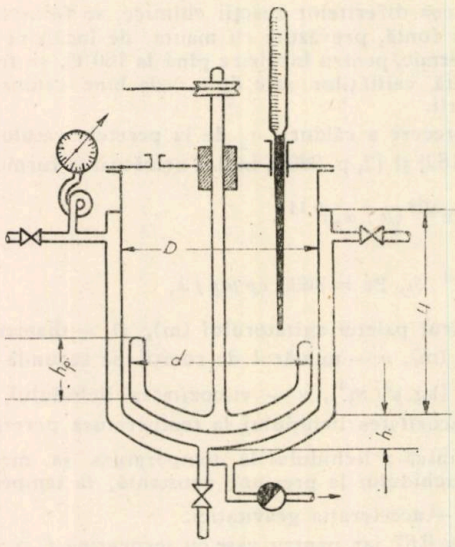


Fig. 1.

După ce s-a ajuns la temperatură constantă s-a admis abur în manta, măsurîndu-se timpul cu un cronometru.

Încălzirea apei s-a făcut la presiunea atmosferică. La toate experienţele s-au menţinut constante: cantitatea de lichid (= 20 kg), presiunea aburului de încălzire (= 6 ata.) şi durata încălzirii (= 0,0388 h.).

Constantele fizice ale apei au fost luate la temperatura medie $t_{med} = (t_i + t_f)/2$.

Folosind aburul ca agent de încălzire, schimbul de căldură are loc cu schimbarea stării de agregare a acestuia (condensare) şi temperatura lui rămîne constantă pe suprafaţa de încălzire [2, p. 312].

Valoarea experimentală a coeficientului de transmisie a căldurii (K), s-a calculat din bilanţul termic al apei care se încălzeşte, cu ajutorul ecuaţiei transmisiei căldurii:

$$Q = KS\Delta t_{\text{med}}\,\tau \quad \text{(în kcal.)}. \tag{2}$$

Deoarece variază numai temperatura apei care se încălzeşte, diferenţa de temperatură Δt variază numai cu timpul; se presupune însă că această mărime este în fiecare moment aceeaşi pentru întreaga suprafaţă de încălzire. De aceea, prin analogie cu cazul variaţiei diferenţei de temperatură numai de-a lungul suprafeţei de încălzire, se poate folosi în acest caz formula generală a diferenţei medii logaritmice a temperaturii [3, p. 105]:

$$\Delta t_{\text{med}} = (\Delta t_M - \Delta t_m) / [2{,}3 \log (\Delta t_M / \Delta t_m)], \tag{3}$$

media diferenţei de temperatură referindu-se la timpul τ.

Pentru aburul saturat care se condensează, atunci cînd celelalte rezistenţe termice sînt cu mult mai mari decît rezistenţa termică a peliculei de condensat, coeficientul de trecere a căldurii se poate lua $\alpha_1 = 10\,000$ kcal/m^2.h.grd. [1, p. 186].

În ceea ce priveşte determinarea coeficientului de transmisie a căldurii din ecuaţia:

$$K = 1 / (1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2), \tag{4}$$

în cazul de faţă mărimea $1/\alpha_1$ este mică în comparaţie cu mărimea celorlalţi termeni de la numitorul ecuaţiei (4) şi influenţa ei asupra valorii lui K este neglijabilă. De aceea, o eventuală eroare făcută în aprecierea valorii lui α_1, în acest caz, poate fi neglijată pentru calculele tehnice ale lui α_2 [4, p. 436].

De o variaţie sensibilă a valorii lui α_1 nu poate fi vorba, deoarece ea depinde de temperatura peretelui, iar aceasta, atunci cînd valoarea lui α_1 întrece de cîteva ori valoarea lui α_2 şi rezistenţa termică a peretelui este neglijabilă, poate fi considerată ca fiind constantă şi sensibil egală cu temperatura agentului de încălzire [2, p. 312].

Cu valorile experimentale ale lui K determinate din bilanţul termic, şi ale lui α_1 astfel apreciat, introduse în formula (4) a transmisiei căldurii, s-au determinat valorile experimentale ale coeficientului de trecere a căldurii α_2, la lichidul din vas.

Valorile experimentale ale lui α_2 s-au introdus în relaţia:

$$\text{Nu} = \alpha D / \lambda \tag{5}$$

calculîndu-se astfel valorile criteriilor Nusselt.

Din rapoartele:

$$\text{Nu} / [\text{Re}^{0,67}\,\text{Pr}^{1/3}(\mu/\mu_p)^{0,14}] = C \tag{6}$$

s-au obţinut valorile coeficientului C, a căror medie, pentru înlesnirea calculelor, a fost întregită la valoarea $C = 0{,}17$.

Cu această valoare a coeficientului C se corectează formula (1), obţinîndu-se astfel:

$$\text{Nu} = 0{,}17\ \text{Re}^{0,67}\,\text{Pr}^{0,33}(\mu/\mu_p)^{0,14}, \tag{7}$$

în care restul factorilor păstrează aceleaşi semnificaţii ca în formula (1).

Formula (7) s-a considerat a fi valabilă în cazul cînd raportul $d/D = 0{,}964$.

În afara notaţiilor ce au fost menţionate, s-au mai folosit următoarele: n — turaţia agitatorului (rot./min.), t_i — temperatura iniţială a lichidului (°C), t_f — temperatura finală a lichidului (°C), Δt_{med} — diferenţa logaritmică a temperaturii (°C), Δt_M — diferenţa maximă de temperatură (°C), Δt_m — diferenţa minimă de temperatură (°C), Nu — criteriul Nusselt, K_p — coeficientul de transmisie a căldurii, calculat din bilanţul termic (kcal./m^2.h.grd.), α_1 — coeficientul de trecere a căldurii la aburul în condensare (kcal./m^2.h.grd.), α_{2p} — coeficientul de trecere a căldurii la lichidul din vas — valoarea experimentală — (kcal./m^2.h.grd.), α_{2t} — coeficientul de trecere a căldurii la lichidul din vas, calculat cu formula (7) (kcal./m^2.h.grd.), K_t — coeficientul de transmisie a căldurii calculat cu valorile lui α_{2t} (kcal./m^2.h.grd.).

Folosind formula (7) s-au calculat valorile teoretice ale coeficientului de trecere α_{2t} şi cu acestea s-au calculat valorile teoretice ale coeficientului de trecere K_t. Temperatura peretelui s-a luat egală cu a aburului (6 ata.) care a servit ca agent de încălzire.

Rezultatele determinărilor experimentale şi ale aplicării formulei (7) sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Nr. exp.	n	t_i	t_f	α_{2p}	α_{2t}	K_p	K_t
1	35	16,5	89,5	1152	1140	993	982
2	35	16,5	88,5	1130	1142	976	985
3	35	16,5	90,0	1162	1149	1000	990
4	35	16,5	89,0	1142	1141	985	984
5	35	16,5	90,5	1175	1150	1010	.990
6	49	16,5	97,0	1370	1395	1150	1168
7	49	16,5	98,0	1410	1465	1176	1215
8	49	16,5	96,5	1360	1398	1140	1165
9	49	16,5	97,5	1390	1432	1161	1192
10	49	16,5	96,0	1350	1371	1132	1151

3. Concluzii

1. Comparînd valorile calculate ale coeficientului de trecere a căldurii (α_{2t}) şi a celui de transmisie a căldurii (K_t) cu cele determinate experimental (α_{2p} şi K_p) se constată o sensibilă apropiere.

Diferenţele maxime între coeficienţii de trecere a căldurii α_{2t} şi α_{2p} au fost de $\pm 3{,}9^0/_0$, iar între coeficienţii de transmisie a căldurii K_t şi K_p, de $\pm 3{,}3^0/_0$.

2. Ţinînd seama de erorile care afectează determinările experimentale, se poate trage concluzia că formula (7) se poate folosi la efectuarea calculelor tehnice de transmisie a căldurii, în cazul amestecării lichidelor cu un agitator tip ancoră, cu raportul $d/D = 0{,}964$, încălzite prin manta

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Industrii Organice

BIBLIOGRAFIE

1. Pavlov K. F., Romankov P. G., Noskov A. A., *Exerciţii şi probleme la cursul de procese şi aparate din tehnologia chimică*, Ed. Tehn., Buc., 1957, (trad. din l. rusă).
2. Kasatkin A. G., *Procese şi aparate principale în tehnologia chimică*, Edit. Tehn., Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
3. Kicighin M. A., Kostenko G. N., *Schimbătoare de căldură şi instalaţii de vaporizare*, Edit. Tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
4. Petuhov B. S., *Studiul experimental al proceselor de transmitere a căldurii*, Edit. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
5. Михеев М. А., *Основы теплопередачи*, ГЭИ, М.-Л., 1949.
6. Шорин С. Н., *Теплопередача*, Гостроиздат, М., 1952.

ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ПРИ СМЕСИ ЖИДКОСТЕЙ ЯКОРНОЙ МЕШАЛКОЙ В РЕЦИПИЕНТЕ С ДВОЙНЫМИ СТЕНКАМИ

(Резюме)

Для расчёта коэффициента обмена тепла при смеси жидкостей мешалкой в реципиентах с двойными стенками, в литературе указывается формула годная для случая когда отношение диаметров мешалки и реципиента равно 0,6.

Однако при якорных мешалках это отношение часто превышает 0,9 и для этого случая авторы предлагают новый коэффициент для данной в литературе формулы.

Пользование предлагаемой формулой с новым коэффициентом, при вышеуказанных условиях, дает те же результаты что и экспериментальные даты.

TRANSMISSION DE LA CHALEUR DANS LE CAS DU MÉLANGE DES LIQUIDES AVEC UN AGITATEUR EN FORME D'ANCRE DANS DES RÉCIPIENTS À PAROIS DOUBLES

(Résumé)

Pour le calcul du coefficient d'échange de chaleur dans le cas du mélange des liquides avec un agitateur dans des récipients à parois doubles, la littérature indique

une formule applicable pour le cas lorsque le rapport entre le diamètre de l'agitateur et celui du récipient est égal à 0,6.

Dans le cas de l'agitateur en forme d'ancre, beaucoup de fois ce rapport doit depasser 0,9 ; c'est pour ça que les Auteurs proposent d'introduire un nouveau coefficient dans la formule donnée dans la littérature.

L'application de la formule, ainsi corrigée, pour le calcul du coefficient d'échange de la chaleur entre les parois du récipient et le liquide qu'il contient donne des résultats concordants avec ceux obtenus par expérience.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

К ВОПРОСУ О ПОДАВЛЕНИИ ПРОЦЕССА РАЗВИТИЯ РАСТИТЕЛЬНЫХ ОПУХОЛЕЙ, ВЫЗВАННЫХ *BACTERIUM TUMEFACIENS*

КРИСТОФОР СИМИОНЕСКУ
Член-корреспондент
Академии Румынской Народной Республики

1. *Введение*

В ряде работ, опубликованных в последнее время, Н. М. Эмануэль и сотрудники Института физической химии АН СССР, предложили теорию [1]...[4], относящуюся к аналогии между процессами, имеющими место в клетках опухолей и нестационарными химическими процессами, как например, разветвленные цепные реакции, замеченные Н. Н. Семеновым. Исходя из этого, авторы, придавая должное значение роли свободных радикалов в развитии рака у животных, получили ряд ценных научных и экспериментальных данных по замедлению и обратному развитию опухолевого процесса под влиянием ингибиторов окислительных реакций.

Основываясь на современные взгляды на механизм окислительно-восстановительных реакций — радикальный механизм — Н. М. Эмануэль и сотрудники считают противоканцерогенное действие некоторых пищевых антиокислителей как результат избирательного подавления последними активности окислительно-восстановительных клеточных ферментов опухоли. Вследствие замедления ферментативных процессов в опухоли цепные реакции, свойственные интенсивному биосинтезу неоплазического развития, распадаются из-за отсутствия энергии, необходимой данным процессам.

В настоящее время многочисленные факты подтверждают вышеупомянутое теоретическое заключение ; достаточно отметить результаты, полученные Н. М. Эмануэлем и Л. П. Липчиной, касающиеся особенности развития леукозы у мышей под действием ингибиторов окислительных цепных процессов, например, бутилоксианизола (смеси двух изомеров : 2- и 3-трет. бутил-4-оксианизолов), ионола (2,6-ди-трет. бутил-4-метилфенола) и пропилгаллата (нормальный пропиловый эфир галловой кислоты).

В частности, эффект уничтожения действий восстановительно—окислительных ферментов в опухолевых и здоровых клетках пропилгаллатом является очевидным опытным доказательством необходимости проведения широких исследований противоопухолевого действия сильных нетоксических ингибиторов — в первую очередь пищевых антиокислителей. *„Если общая концепция, которая позволила начать эту работу, окажется правильной, то можно ожидать, что предложенный нами класс химиотерапевтических средств окажется эффективным для весьма широкого спектра злокачественных опухолей“* — указывают Н. М. Эмануэль и Л. П. Липчина [1].

Начиная еще с 1956 г., мы наблюдали некоторые химические превращения, имеющие место в ряде злокачественных опухолей у деревьев, и показали необходимость расширения и углубления исследований в области растительных опухолей, что должно привести к новым успехам в определенных областях науки [5]...[7]. В последней работе [7], указывая на перспективы открываемые химико-морфологическими исследованиями с целью выяснения процессов, происходящих в растительных опухолях, и подчеркивая более доступные методы эксперимента, мы писали, что... *„только унитарная концеп-*

ция в взаимосвязи с явлениями растительного и животного миров и углубленное изучение биохимии растительных опухолей на уровне исследований, ведущихся над организмом животных, будут способствовать уяснению и разрешению вопросов, связанных с предупреждением, подавлением и терапевтикой рака".

Результаты, представляемые нами, начиная с настоящего сообщения, относятся к так называемой опухоли „Краун-Галл", вызванной ***Bacterium tumefaciens,*** о которой опубликованы уже многочисленные работы А. К. Брауна, Р. М. Клейна, К. Штаппа, Ф. Р. Уайта, А. Буавэна, Д. Костоффа и др., критически рассматриваемые А. Ригертом [8] в своем изложении о современных аспектах опухолевых образований у растений. Полученные нами данные в изучении опухолей, вызванных искусственным заражением растений ***Bacterium tumefaciens*** и подавлением процесса опухолевого развития, подтверждают, как и следует из дальнейшего изложения, выводы, к которым пришли в последнее время Н. М. Эмануэль и сотрудники.

Вполне очевидно, что механизм образования и торможения канцерогенного процесса в растениях *можно охарактеризовать пока лишь в общих чертах,* причем новые факты, вытекающие из изучения самых интимных аспектов биохимии растений, подтвердят или упразднят наши концепции *о первостепенном значении цепных разветвленных окислительных реакциях в отклонении нормального течения химических превращений и его направлении в сторону анархического развития, в сторону патологических явлений.*

2. *Теоретические соображения*

Цепные реакции играют весьма важную роль в процессах фотосинтеза. Это отмечалось уже в раннем периоде химической эволюции — факт обсуждаемый теоретически и подтверждаемый экспериментальными данными. Необходимо отметить несколько теоретических и экспериментальных доводов представленных Н. С. Акуловым в своей книге *Теория цепных процессов* [9].

Если допустить существование некоторых комплексных молекул как результат некоторых первичных процессов типа S_1, S_2, ... и т. д., энергия которых соответствует концу кривой максвелловского распределения, то при соударении друг с другом образуются радикалы M_1, M_2, ..., M_N, являющиеся структурными „осколками" исходных сложных молекул.

Такие радикалы, взаимодействуя с молекулами S_i дают стабильные конечные продукты, а также и новые радикалы M'_1, M'_2, ..., M'_N. Некоторые из последних могут быть аналогичны каким либо другим радикалам из первично возникающей группы M_1, M_2, ..., M_N, и в таком случае получаем циклы превращений:

$$M_i \longrightarrow M_l \longrightarrow \cdots \longrightarrow M_i,$$

либо одни из радикалов M_i промежуточных продуктов дают M_j и M_l, например,

$$OH + H \longrightarrow OH^* + H^*,$$

либо, в случае формальдегида, имеющего, как полагают, важнейшее значение в биосинтезе сахаров в растениях:

$$HCHO + O_2 \longrightarrow HCO^* + HO_2^*,$$

то есть, обобщая, происходят реакции типа:

$$M_1 + S = M_2 + M_3,$$

чем вызывается нарастание числа частиц M_i и, следовательно, скорости процесса.

Итак, исходя от сложных первичных молекул, за счет возникающих свободных радикалов, может развиваться большое количество самых разнообразных цепных реакций, причём преобладают реакции с нарастающей скоростью. Экспериментальное доказательство представляют реакции возникновения первичных углеводородов, реакции окисления последних с целью получения различных альдегидов, в частности формальдегида и др. В первых стадиях биосинтеза подобным разветвленным цепным процессом создается формальдегид, наличие которого вызывает сильное ускорение реакции.

Еще А. М. Бутлеров показал, что посредством процесса полимеризации формальдегида получаются продукты с большим молекулярным весом, в частности сахары. Биосинтез целлюлозы рассматривается критически некоторыми авторами с точки зрения цепной полимеризации [10]. Однако современные работы по синтезу сахаров, исходя от муравьиного альдегида, указывают на цепной характер реакции. Примером может служить образование сахаров из HCHO в присутствии $Ca(OH)_2$ [11].

Если обозначить буквой S гидратированные молекулы HCHO, играющие роль субстрата, буквами B и F — сахары и сахараты, инициирующие цепь (образованные в малом количестве из молекул HCHO в растворе, содержащем гидрат окиси кальция A'), то процесс образования сахаров можно написать следующим образом:

$$A' + B \rightleftarrows F + 2H_2O, \quad F + S \rightleftarrows FS,$$

$$FS \rightleftarrows FS' + H_2O, \quad FS' + S \rightleftarrows FS_2' + H_2O,$$

. . . . . .

$$FS_5 + S \rightleftarrows FS_6' + H_2O, \quad FS_6' \rightarrow F + S_6' \rightarrow F + B.$$

Вышеизложенное показывает, что цепные разветвленные процессы или цепно-каталитические процессы, идущие с нарастающей скоростью, играют значительную роль при образовании в природе углеводородов различных типов. *Следует отметить возможности, представляемые этими реакциями на первых этапах химической эволюции, в процессе биосинтеза муравьинового альдегида, в способности последнего вступать в реакции образования сложных высокомолекулярных соединений.*

Не исключено, чтобы подавляющее большинство химических компонентов растительных продуктов, кроме полисахаридов, было биосинтезировано путем цепных разветвленных реакций. Известна роль этих реакций в синтезе аминокислот, ферментативных белков [10, стр. 126] и т. д. Однако нельзя пренебрегать ролью хлорофилла в процессе биосинтеза, причем хлорофилл может служить окислительно — восстановительным средством, сенсибилизатором различных веществ. Электронно-возбужденная молекула стремится освободить один электрон, но в то же время такая молекула приобретает способность захвата другого электрона для замены первого, покинувшего свой нормальный уровень [12].

Итак, большое число факторов, присутствующих в биохимических процессах, создают огромные трудности на пути уяснения их интимной природы, отчетливого разграничения главных процессов от второстепенных. Даже в фундаментальных проблемах биохимии растений существуют в настоящее время еще спорные вопросы. На наш взгляд, главные компоненты растений — целлюлоза, лигнин, гемицеллюлозы — являются продуктами цепных реакций, в которых окислительно-восстановительные явления играют важную роль. Что же касается природы связи между целлюлозой и лигнином, то она уже обсуждалась нами [7].

Что происходит в растении в момент проникновения суспензии штамма *Bacterium tumefaciens*? Какие этапы проходит превращение здоровой ткани в опухолевую? На такие вопросы до сих пор нет еще ясного ответа. Полагают, например, что канцерогенным агентом не является сама бактерия, а индукторный опухолевый принцип, причем бактерия представляет собой средство передвижения или случайный промотор. По современным взглядам, такой принцип (называемый иногда своими инициалами ИОП), соединяется с цитоплазической единицей, образуя первичные туморальные (опухолевые) клетки. Такое мнение является, однако, только рабочей упростительной гипотезой.

Р. М. Клейн [8] резюмировал современные взгляды в области механизма образования опухолей следующим образом:

а) туморальная индукция в присутствии *Bacterium tumefaciens* проходит быстрее, контакт бактерии с субстратом сокращен до нескольких часов;

б) генезис опухоли является результатом многих факторов; отличают в данном процессе три главных стадии — кондиционирование или сенсибилизация, индукция и размножение (мультипликация).

Фазис кондиционирования охватывает предварительную травму, фазис индукции — освобождение индукторного принципа, его комбинирование и образование первой больной клетки, а фазис мультипликации — анархические явления, происходящие за счет бактериального ауксина, присоединяющегося к ауксину субстрата. Несомненно, что схема Клейна полезна, однако ее следует расширить и пополнить новыми положениями и экспериментальными данными.

Фазис кондиционирования открывает возможность проникновения ИОП в организм растения, поэтому ИОП следует считать возбудителем сильных цепных окислительных процессов. Классический процесс биосинтеза направляется благодаря энергии, освобожденной этими реак-

циями, в сторону опухолевых образований. Важную роль следует придать процессам, происходящим под влиянием окислительно-восстановительных ферментов.

При введении в растение ИОП, за счет того же общего субстрата, развиваются одновременно два цепных процесса. Первый — нормальный классический процесс биосинтеза, второй — окислительный биологический (ферментативный) процесс, стимулируемый наличием свободных радикалов. Скорость второго процесса значительно больше первого, что приводит к фактически полному израсходованию субстрата в сторону протекания цепных реакций, свойственных второму процессу, вызванному активностью окислительно-восстановительных ферментов. Количество проферментов, предназначенных первому типу цепной реакции, останется неизменным. Чем сложнее радикальный механизм окислительно-восстановительных процессов, тем большее количество продуктов, получаемых за счет цепных реакций и тем больше здоровых клеток вступят стабильно с нарастающей скоростью в цикл реакций, причём имеет место, таким образом, фазис мультипликации, свойственный туморальным процессам. В конце концов, второй процесс подавляет своим течением первый и ведет к ненормальному метаболизму в тканях опухоли по сравнению с здоровыми тканями.

Подчеркнем, в этом неполном и суммарном изложении теории, основную идею, предложенную нами, что *именно опухоли, вызванные* ***Bacterium tumefaciens*** *в молодых растениях, развиваются по типу механизма цепных разветвленных реакций, сходных с реакциями, описанными Н. Н. Семеновым* [13]...[15], *а также, что важную роль в процессе образования опухолей играют окислительно-восстановительные ферменты.*

3. *Экспериментальные доводы*

Еще в 1930 г. Е. Сору, определяя окислительно-восстановительный потенциал здоровой ткани ***Pelargonium zonale*** и канцерогенной опухоли, вызванной ***Bacterium tumefaciens***, констатировала большую восстановительную способность у здоровой ткани по сравнению с опухолью т. е. опухоль содержала больше кислорода. Определение велось электрометрически непосредственно в живом растении; значение потенциала E_H выражалось в мв по сравнению с водородным нормальным электродом. На рис. 1 приведено изменение окислительно-восстановительного потенциала во времени, в здоровой и больной тканях *Pelargonium zonale.* Из рисунка видно, что потенциал изменяется во времени до некоторых предельных значений, чем выявляются окислительные процессы в опухолевой среде [16]. Если это правильно, то, также как и в случае исследований, проведенных на животных Н. М. Эмануэлем с сотрудниками, ингибиторы окислительных реакций должны тормозить данный процесс, должны способствовать развитию обратного процесса, должны давать и в случае растительных опухолей ожидаемые нами результаты.

В этом направлении — избирательного подавления действия окислительно-восстановительных процессов в опухолевых клетках растений противоокислителями — и проводили мы наши исследования. Опухоли вызваны инъекциями суспензий *Bacterium tumefaciens* в различных молодых растениях, как помидоры (*Solanum lycopersicum*), подсолнечник (*Helliantus annuus*) и др., по классическому методу. Спустя месяц после инъекции опухоли становятся заметных размеров. Для подавления процесса использовали как пищевые противоокислители (додецилгаллат, аскорбилпальмитат, бутилгидроксианизол), так и другие продукты фенольного характера (гидрохинон, галловая кислота) в эфирном, слабоспиртовых и водных растворах. Введение противоокислителя производили тремя способами: через корень (корневую мочку, находящуюся постоянно в растворе), а также методом академика Е. Маковского [17] и прямой инъекцией в опухоль. Наилучшие ре-

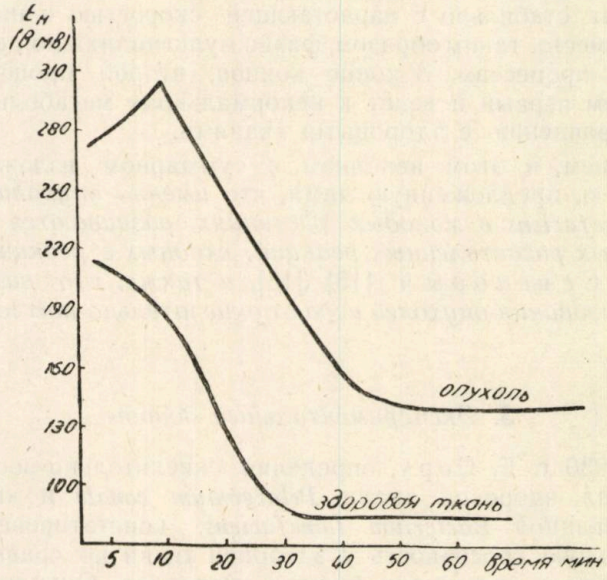


Рис. 1

зультаты получены до сих пор последним способом. Подлежит изучению также проведение других методов, среди которых следует отметить введение противоокислителя в растение через листья. Концентрация применяемых растворов антиокислителя лежит в пределах от 0,05 до 1,0%.

Из предыдущих работ [6], [7] известно, что в растительных опухолях происходит сильный процесс лигнификации, сопровождаемый соответственным снижением процентного содержания целлюлозы. В последнее время, изучая совместно с Наталией Симионеску изменение главных компонентов древесины *Prunus cerasifera* в наплыве,

вызванном на стволе *Bacterium tumefaciens*, мы наблюдали повышение содержания лигнина от 18,36% (в здоровой части древесины) до 37,52% в опухоли и соответственно понижение содержания целлюлозы от 45,37% до 27,43%, чем отмечаются наибольшие изменения этих главных компонентов древесины, встречаемые нами когда-либо, в изучении химического состава на одном и том же стволе древесины, между здоровой и больной частями [18]. Лигнин определяли 72%-ной серной кислотой по методу Ф. П. Комарова [10, стр. 647], а целлюлозу — методом Кюршнера-Гоффера [20].

Таблица 1

№	Время после введения *Bacterium tumefaciens* (в сутках)	Место контрольных анализов	Применяемый метод обработки	Вещества растворимые в NaOH (%)	Лигнин (%)	Замечания
1	—	контроль	—	46,23	17,04	Здоровое растение, анализируемое в тот же период времени как и больное.
2	30	стебель	—	63,15	18,02	Стебель на расстояние 10 см от опухоли.
3	30	опухоль	—	60,52	22,02	
4	—	контроль	—	39,86	24,86	
5	75	стебель	—	43,60	26,98	
6	75	опухоль	—	50,84	36,82	
7	120	стебель	—	43,86	22,59	Контрольное растение, зараженное с целью сравнения с растениями, обработанными антиокислителем
8	120	опухоль	—	66,56	37,59	
9	120	опухоль	Инъекция бутилгидроксианизолом	47,91	31,75	Бутилгидроксианизол введен на 60-й день после заражения растения.

Как и следовало ожидать, подавление процесса развития опухолевых образований должно выразиться торможением лигнификации; это и было осуществлено нами, применением бутилгидроксианизола. В таблице 1 наглядно показано повышение процентного содержания лигнина в опухоли и в здоровом стебле *Solanum lycopersicum* во времени, а также блокирование процесса инъекцией антиокислителя непосредственно в опухолевое образование. Из таблицы видно, что процентное содержание лигнина возрастает в необработанной противоокислителями опухоли, в то время как после введения эфирного раствора бутилги-

дроксианизола в опухоль содержание лигнина остается в пределах (31,75%), существующих в момент введения антиокислителя.

В настоящее время мы продолжаем свои исследования с целью установления наилучших противоокислителей, в количествах, которые растение может вынести, наилучшего способа введения ингибитора, влияния предварительных обработок и др. В частности, для случая гидрохинона следует отметить, что дозы, необходимые задержанию процесса, являются вредными для растения и оказывают некоторое влияние даже в малом количестве.

Представленные нами результаты имеют пока характер предварительных данных; они будут уточнены после окончания первой группы определений. В этом направлении можно внести новые вклады в области биохимии лигнина, и соотношения между последним и углеводами (в частности целлюлозой) и т. д. Опытные данные покажут, происходит ли в растении отнятие атомов кислорода из углеводов на пути их превращения в продукты лигнинового типа с большим содержанием углерода и водорода [21].

4. *Выводы*

1. Цепной механизм образования опухоли „Краун Галл" является следствием действия восстановительно-окислительных процессов; он осуществляется при помощи разветвленных цепных реакций и может быть подавлен при помощи антиокислителей, реагирующих свободными радикалами, прерывающими цепь. Для подавления процесса могут применяться вещества, имеющие фенольные группы, в орто- или пара-положениях. Хорошие результаты получены нами в частности при применении растворов бутилгидроксианизола, введенных непосредственно в опухоль.

2. Теоретические концепции Н. М. Эмануэля, касающиеся аналогичности между процессами, происходящими в канцерогенной клетке и нестационарными процессами (например, разветвленные цепные окислительные реакции) относятся также и к биохимическим процессам растительных опухолей. Значительно расширяется, таким образом, область, в которой новые экспериментальные доводы смогут углубить проблему и подтвердят правильность общей теории Н. М. Эмануэля и его сотрудников.

Поступила 22 XII 1959 г.

Ясский Политехнический Институт
Кафедра целлюлозы, бумаги и искусственного волокна
и
Отделение природных высокополимеров Химического Института „П. Пони"
Ясский филиал Академии Румынской Народной Республики

ЛИТЕРАТУРА

1. Эмануэль Н. М. и Липчина Л. П., ДАН СССР, 1958, **121**, *1*, стр. 141.
3. Эмануэль Н. М., Липчина Л. П., Пелевина И. И. и Липатова Т. Е. Ibid, 1959, **124**, *5*, стр. 1157.

3. Эмануэль Н. М., Липчина Л. П. и Пелевина И. И., Ibid., 1959, **125**, *2*, стр. 441.
4. Эмануэль Н. М. и Липчина Л. П., Ibid., 1959, **125**, *5*, стр. 1148.
5 Simionescu Cr. şi colab., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *1—2*, p. 115.
6. Simionescu Cr., Grigoraş M., Paperi ja Puu, 1957, **39**, *5*, p. 283.
7. Simionescu Cr., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, p. 203.
8. Rigert A., Biologie Médicale, 1958, **LXVII**, *1*, p. 1.
9. Акулов Н. С., *Теория цепных процессов*, Гостехиздат, М. - Л., 1951, стр. 270—274 и 282—290.
10. Rogovin Z. A. şi Şorîghina N. N., *Chimia celulozei şi a substanţelor însoţitoare*, Edit. Tehn., Buc., 1958, (trad. din l. rusă).
11. Балезин С. А., Изв. Моск. пед. инст., 1948, (цитировано по № 9).
12. Khan N. A., Oléagineux, 1959, **14**, *4*, p. 231.
13. Семенов Н. Н., Усп. хим., 1951, *6*; An. rom.-sov., Chimie, 1952, *2*, p. 32.
14. — Усп. хим., 1957, *3*; An. rom.-sov., Chimie, 1958, *1—2*, p. 73.
15. — Вестник АН СССР, 1956, *7*; An. rom.-sov., Chimie, 1957, *2*, p. 27.
16. Soru E., C. r. Soc. biol., Buc., 1930, **CVI**, p. 415.
17. Macovschi E., Com. Acad. R. P. R., 1958, **VIII**, *2*, p. 183.
18. Симионеску Кр. и Симионеску Н., *Изучение химических превращений опухолей в Prunus cerasifera*, (предварительные неопубликованные данные).
19. Lévy-Hulot G., *L'analyse immédiate des bois*, Paris, 1946, p. 119.
20. Никитин В. М., *Химия древесины и целлюлозы*, Гослесбумиздат, М., 1951, стр. 79.

ÜBER DIE INHIBITION DES ENTWICKLUNGPROZESSES DER PFLANZENTUMOREN, DURCH *BACTERIUM TUMEFACIENS* HERVORGERUFEN

(Zusammenfassung)

Den Bildungsmechanismus der „Crown Gall"-Tumoren verdankt man den Redox-gärungsmittel. Er wird durch verzweigte Kettenreaktionen herforgerufen, und kann mit Hilfe von Antioxydantien die mit den freien Radikalen reagieren und die Kette unterbrechen, gehemmt werden. Zur Inhibition des Prozesses kann man Stoffe mit hydroxylischen Phenolgruppen in Ortho- oder Para-Stellung, deren Wasserstoffatom grosse Reaktivität besitzt verwenden.

Durch Injektion einer Butylhydroxyanisollösung direkt in das Tumor, haben wir gute Ergebnisse erhalten.

Die theoretischen Anschauungen von N. M. Emanuel betreffs der Ähnlichkeit der Prozesse die in der krebskranken Zelle verlaufen und den chemischen instationären Prozessen, z. B. die verzweigten Kettenoxydierungsreaktionen, umfassen auch die biochemischen Phänomene aus den Pflanzentumoren

Es wird der Bereich bedeutend erweitert, in dem neue experimentelle Ergebnisse und theoretische Betrachtungen zur Vertiefung des Problems und zur Bestätigung der Richtigkeit der allgemeinen Anschauung von N. M. Emanuel und Mitarbeiter beitragen werden.

CONSIDERAŢII PRIVITOARE LA INHIBAREA PROCESULUI DE DEZVOLTARE A TUMORILOR VEGETALE PROVOCATE DE *BACTERIUM TUMEFACIENS*

(Rezumat)

Mecanismul de formare a tumorii „Crown Gall" este datorit fermenţilor redox; el se realizează prin reacţii ramificate în lanţ şi poate fi frînat cu ajutorul antioxidanţilor, care reacţionează cu radicalii liberi ce întrerup lanţul. Pentru inhibarea procesu-

lui se pot folosi substanţe cu grupe fenolice în poziţia orto- sau para-, cu reactivitate mare a hidrogenului din grupa hidroxilică. Rezultate bune au fost obţinute de noi, în special folosind soluţii de butilhidroxianisol injectate direct în tumoare.

Concepţiile teoretice ale lui N. M. Emanuel privind analogiile dintre procesele care se petrec în celula canceroasă şi procesele chimice nestaţionare, de exemplu reacţiile ramificate de oxidare în lanţ, cuprind în cîmpul lor şi fenomenele biochimice din tumorile vegetale. Asistăm astfel la o lărgire considerabilă a domeniului, în care noi fapte experimentale şi noi interpretări teoretice vor fi în măsură să adîncească problema şi să confirme justeţea concepţiei generale a lui N. M. Emanuel şi colaboratorilor săi.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA EXTRACŢIEI SULFITICE A LEMNULUI DE STEJAR

DE

GH. ALEXA, GH. BURGHELEA şi LIVIU SIRETEANU

Comunicare prezentată la consfătuirea ştiinţifică de la întreprinderea „Argeşul" - Piteşti, din 25—27 mai 1959

Găsirea de noi posibilităţi în valorificarea resurselor tanante indigene, care să permită obţinerea unor cantităţi sporite de substanţe tanante, a făcut obiectul a numeroase cercetări, în decursul ultimelor două decenii.

Ca mijloc pentru ridicarea randamentului extracţiei s-a experimentat adăugarea de substanţe sulfitice în apa de spălare a materialului tanant [1], [2]. Cercetările autorilor citaţi au avut drept obiect exclusiv materiile tanante catehinice, în speţă coaja de molid, la care se presupune că în timpul conservării are loc o acţiune oxidativ-enzimatică. Ca rezultat al acestui fenomen, autorii citaţi conchid că substanţele tanante catehinice, iniţial de greutate moleculară mică şi solubile în apă, se transformă în flobafene, puţin solubile în apă şi care nu se pot retransforma în combinaţiuni solubile, decît prin acţiunea chimică a sulfiţilor.

Competenţa cercetărilor şi experimentărilor întreprinse a determinat aplicarea pe scară industrială a extracţiei sulfitice, în Europa centrală. Cu toate acestea caracterul empiric al sulfitării, ca şi caracteristicile tehnologice negative imprimate produsului finit au determinat un oarecare scepticism din partea unor practicieni. Controversa se baza pe faptul că taninul solubilizat prin substanţe sulfitice, datorită afinităţii mai ridicate pentru apă, are o mai mică afinitate pentru colagen şi în consecinţă va pătrunde mai rapid în piele, dar va fi spălat mai uşor. Ca atare indicii fizico-chimici care se referă la putere de fixare [3], randament [4], rezistenţă la fierbere [5], la uzură şi absorbţie [6], se înrăutăţesc prin utilizarea extractelor tanante sulfitice.

Problema controversată a sulfitării nu şi-a găsit pînă în prezent rezolvarea. Cercetări recente [7] infirmă creşterea randamentului în substanţe tanante prin extracţie sulfitică şi consideră că substanţele sulfitice nu pot acţiona selectiv, trecînd în soluţie exclusiv produsele mari de condensare, insolubile în apă, ci acţionează asupra ansamblului fracţiunilor. În acelaşi sens se pronunţă şi V. Kubelka, unul din promotorii extracţiei sulfitice [2], care afirmă recent [8]: *„Sulfitarea propusă cu mari speranţe pentru extracţie, în timpul ultimilor ani de război, a fost de mai multe ori încercată empiric, dar final s-a găsit că ea era o complicaţie inutilă a extracţiei şi s-a părăsit"*.

Aplicarea extracţiei sulfitice în ţara noastră s-a făcut iniţial numai în cazul materialelor tanante catehinice. Ulterior s-a trecut la extracţia sulfitică a materialelor tanante pirogalice [9].

Justificarea aplicării extracţiei sulfitice, în cazul lemnului de stejar, a fost legată pe de o parte, de faptul că extracţia în laborator a lemnului de stejar, ar pune în evidenţă o anumită cantitate de insolubile de natură tanică, concretizate într-un „indice de flobafene" [1] mai ridicat, ceea ce ar determina mărirea randamentului de extracţie şi pe de altă parte, din compararea a două tehnologii de extracţie, urmărite la întreprinderea „Argeşul" — Piteşti.

Astfel s-au comparat caracteristicile tehnologice a două extracte [10]:

a) unul obţinut prin extracţie simplă cu apă şi extractul de 25° Bé sulfitat cu 2% sulfit de sodiu şi 2% pirosulfit de sodiu raportat la tanin şi

b) al doilea, obţinut prin adăugare de 0,2% sulfit de sodiu, raportat la material, în al IV-lea difuzor şi ulterior tratat la 25° Bé cu 2% pirosulfit de sodiu raportat la tanin.

Cercetările au arătat caracteristici tehnologice superioare pentru extractul obţinut prin extracţie sulfitică.

Pentru a ne convinge de faptul dacă extracţia sulfitică duce la un real cîştig de substanţe tanante prin epuizarea mai bună a lemnului de stejar, am considerat necesar să întreprindem o serie de experimentări comparative, privind extracţia simplă cu apă şi extracţia sulfitică, fără adăugare ulterioară de substanţe sulfitice în faza concentrată.

Încercările experimentale s-au efectuat pe duramen, alburn şi coajă de gorun *(Quercus seria sessiliflorae)*. Aceste trei componente au rezultat din 4 trunchiuri avînd vîrste între 75 şi 125 ani. Înălţimea trunchiurilor a variat între 6 şi 12 m. Din cele 4 probe, două s-au recoltat din regiunea podişului Moldovei (pădurea Miceşti, cca. 30 km sud-vest de Vaslui), iar celelalte două din regiunea subcarpatică răsăriteană (pădurea Blăgeşti, cca. 35 km sud-est de Piatra-Neamţ). Din fiecare regiune probele au provenit de pe versanţi opuşi ca expoziţie faţă de soare.

Cojirea arborilor s-a efectuat imediat după doborîre. Probele au fost conservate timp de doi ani, după care duramenul, alburnul şi coaja s-au supus separat unei mărunţiri la granulaţia de 1...3 mm. Probele rezultate au fost omogenizate. În acest stadiu umiditatea lor varia între 8,5...11%.

Încercările experimentale efectuate în laborator au urmărit, în stadiul iniţial, stabilirea „indicelui de flobafene" şi efectuarea, ulterior, a unor experimentări privind epuizarea materialului într-o baterie de extracţie, cu sau fără adăugare de substanţe sulfitice.

„Indicele de flobafene" se exprimă prin formula:

$$Q = \text{Tanin total} / \text{Tanin solubil în apă.}$$

Taninul solubil în apă se pune în evidenţă prin metoda oficială de analiză, iar taninul total, prin aceeaşi metodă, dar cu adăugare de substanţe sulfitice în apa de extracţie.

În modul de lucru adoptat am avut în vedere o protejare cît mai adecvată a particulelor tanice, de acţiunea hidrolizantă a substanţelor sulfitice. În acest sens substanţele sulfitice s-au adăugat după ce se ajunsese la un grad de epuizare a materialului de peste 60%. În acelaşi scop am căutat ca prin proporţia de substanţe sulfitice utilizate la extracţie să ne situăm în interiorul valorilor limită de pH cu care au lucrat alţi cercetători [1],[2]. pH-ul apei distilate utilizate a fost de 5,2.

Tabelul 1

Date analitice (%)	Duramen	Alburn	Coajă
Umiditate	14,50	14,50	14,50
Neextractibile	80,54	82,25	77,00
Insolubile	0,10	0,02	0,49
Neextractibile şi insolubile	80,64	82,27	77,49
Substanţe tanante	3,34	1,51	5,59
Substanţe netanante	1,52	1,72	2,42
Cifră de raport	68,72	46,74	68,53
Cenuşă	0,43	1,01	11,98

Analiza materialelor tanante s-a efectuat conform metodelor oficiale internaţionale de analiză, solubilele totale determinîndu-se prin metoda Riess, iar substanţele netanante prin metoda agitării.

Duramenul, alburnul şi coaja supuse analizei prin extracţia unui litru în bateria Koch timp de 6 ore, pun în evidenţă datele analitice cuprinse în tabelul 1.

Ţinînd seama de indicaţiile date de literatură [1], [2], [11], am supus componentele gorunului epuizării cu apă conţinînd substanţe sulfitice în proporţie de 50...500%, raportată la cantitatea de insolubile, respectiv 0,2..3%, raportată la material.

Experimentările de laborator pun în evidență datele cuprinse în tabelele 2, 3 și 4 din care rezultă următoarele concluzii:

a) la adăugarea de substanțe sulfitice „indicele de flobafene" rămîne relativ constant (v. tabelele 2, 3 și 4);

b) din cele trei componente ale gorunului, alburnul conține particule tanice mai sensibile la acțiunea hidrolizantă a substanțelor sulfitice (v. tabelul 2);

c) cifrele de raport scad prin utilizarea substanțelor sulfitice în extracție (v. tabelele 2, 3 și 4), ca urmare a creșterii substanțelor netanante;

d) creșterea randamentului extracției se face pe seama substanțelor netanante (v. tabelele 2, 3 și 4) și în nici un caz pe seama substanțelor tanante, după cum se arată în unele experimentări privind lemnul de stejar [9].

Pentru a urmări comportarea substanțelor greu extractibile la adăugarea de substanțe sulfitice, funcție de gradul de epuizare a materialului, s-au epuizat de substanțe tanante duramenul, în proporție de 80% și coaja, în proporție de 85%. În acest moment se adaugă în extractoare 1% sulfit de sodiu, raportat la material, la temperatura de cca. 80° C. Se lasă în contact materialul cu soluția apoasă de sulfit de sodiu 12 ore și apoi se extrag două fracțiuni egale ca volum, la temperatura de 100° C pentru duramen și 85° C pentru coajă.

Tabelul 2

Variația datelor analitice ale soluției de extract obținută din componentele trunchiului de gorun (Quercus seria sessiliflorae) *funcție de cantitatea de* $NaHSO_3$ *și* Na_2SO_3 *(în raport cu materialul), adăugată în soluția de extracție.*

Extracția după 12 ore de contact cu apa. Durata extracției: 4 ore. Temperatura: 100° C. Raportul material/apă: 1/10

Date analitice (%)	Duramen		Alburn		Coajă	
	După 2 ore de extracție se adaogă:					
	—	0,25% $HNaSO_3$ 1,25% Na_2SO_3	—	0,25% $HNaSO_3$ 1,25% Na_2SO_3	—	0,25% $HNaSO_3$ 1,25% Na_2SO_3
Umiditate	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
Neextractibile	78,42	77,98	81,05	80,96	75,42	75,42
Insolubile	0,17	0,24	0,06	0	0,30	0,20
Neextractibile și insolubile	78,49	78,22	81,11	80,96	75,72	75,62
Substanțe tanante	4,94	4,88	2,08	1,86	6,52	6,36
Substanțe netanante	2,07	2,40	2,31	2,68	3,26	3,52
Cifră de raport	70,47	67,03	47,38	40,97	66,66	64,37
$Q = \frac{\text{Tanin total}}{\text{Tanin solubil în apă}}$	0,99		0,89		0,98	

În fig. 1, 2 și 3 am transpus grafic rezultatele obținute. Din analiza acestora se constată următoarele:

a) proporția componentelor solubile extrase sulfitic dintr-un material epuizat este mai mare decît aceea obținută prin extracție cu apă (v. fig. 1*a* și 1*b* și fig. 2*a* și 2*b*).

Tabelul 3

Variaţia datelor analitice ale soluţiei obţinută din componentele trunchiului de gorun (Quercus seria sessiliflorae), *funcţie de cantitatea de* $HNaSO_3$ *şi* Na_2SO_3 *(în raport cu materialul), adăugată în soluţia de extracţie.*

Extracţie imediată. Durata: 2 ore la temperatura de 80...85°C (coajă), 100°C (duramen). În contact cu apa: 12 ore. Continuarea extracţiei: 2 ore la temperatura de 100°C. Raportul material/apă: 1/10

Date analitice (%)	Duramen				Coajă			
	extras fără adaos de substanţe	extras cu 1% Na_2SO_3 în ultimele 3 ore, după ce în prima oră s-a adăugat $HNaSO_3$ (%)			extras fără adaos de substanţe			
		0,25	0,5	2,0	0,25	0,5	2,0	
Umiditate	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50	14,50
Neextractibile	78,21	77,86	77,40	75,28	73,39	74,00	74,73	75,91
Insolubile	0,25	0,25	0,23	0,21	0,17	0,28	0,18	0,26
Neextractibile şi insolubile	78,46	78,11	77,37	75,49	73,56	74,28	74,91	76,17
Substanţe tanante	4,83	4,83	4,81	4,73	5,88	6,68	6,34	6,25
Substanţe netanante	2,21	3,56	3,32	5,28	6,06	4,54	4,25	3,08
Cifră de raport	68,60	57,57	59,16	47,25	49,25	59,53	59,87	67,00
$Q = \frac{\text{Tanin total}}{\text{Tanin solubil în apă}}$		1,0	0,99	0,98	0,93	1,05	1,01	

Tabelul 4

Variaţia datelor analitice ale soluţiei obţinută din componentele trunchiului de gorun (Quercus seria sessiliflorae), *funcţie de cantitatea de* Na_2SO_3 *(în raport cu materialul) adăugată în soluţia de extracţie.*

Extracţie imediată. Durata: 2 ore la temperatura de 100°C (duramen) şi 85°C (coajă). Adaos de 1% Na_2SO_3, cu care stă în contact 12 ore. Continuarea extracţiei: 2 ore la 100°C (duramen) şi 85°C (coajă). Raportul material/apă: 1/4

Date analitice (%)	Duramen		Coajă	
	—	extras cu 1% Na_2SO_3	—	extras cu 1% Na_2SO_3
Umiditate	14,50	14,50	14,50	14,50
Neextractibile	78,14	77,97	76,03	74,60
Insolubile	0,25	0,17	0,19	0,20
Neextractibile şi insolubile	78,39	78,14	76,25	74,90
Substanţe tanante	4,91	4,67	6,20	6,49
Substanţe netanante	2,20	2,69	3,05	4,11
Cifră de raport	69,06	63,45	67,03	61,23
$Q = \frac{\text{Tanin total}}{\text{Tanin solubil în apă}}$	0,95		1,04	

b) determinarea cenușei substanțelor netanante ale primei fracțiuni a duramenului, extrasă nesulfitic, pe de o parte și sulfitic, pe de altă parte, explică constanța creșterilor substanțelor netanante. Aceste creșteri sînt datorite în cea mai mare parte adăugării sulfitului de sodiu, care este regăsit în cenușa substanțelor netanante (v. fig. 1 *b*, comparativ cu fig. 1 *c*);

c) „indicele de flobafene" (Q) al fracțiunilor rezultate variază între 1,2 ... 1,5 (v. fig. 1 *a* și fig. 2 *a*), ceea ce ar presupune și o creștere a randamentului în substanțe tanante a ansamblului soluției extrase (fracțiunea nesulfitică obținută prin epuizarea lemnului la 80...85% și fracțiunile sulfitice);

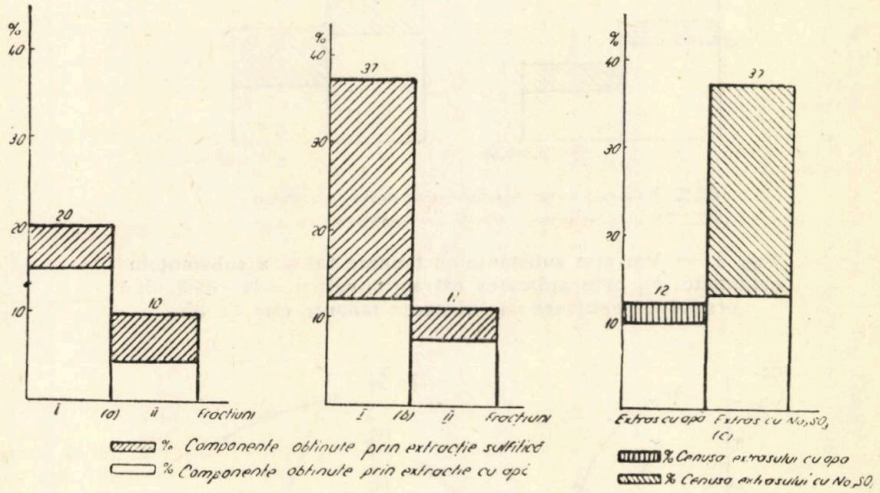


Fig. 1. — Variația substanțelor tanante (*a*), substanțelor netanante (*b*) și a cenușei substanțelor netanante din prima fracțiune (*c*), prin aplicarea extracției sulfitice la duramen, cînd gradul de epuizare în substanțe tanante este de 80%.

Analiza acestui ansamblu nu pune însă în evidență vreo creștere, (v. tabelul 4), „indicele de flobafene" rămînînd relativ constant. Acțiunea hidrolitică a sulfitului de sodiu asupra particulelor tanice de mărime medie și mică, conținute în fracțiunea nesulfitică și pusă în evidență în momentul amestecării fracțiunilor, explică constanța „indicelui de flobafene" al ansamblului soluției extrase;

d) cu creșterea gradului de epuizare a materialului, cifra de raport scade (v. fig. 3*a* și fig. 3*b*, extrasele cu apă). Această scădere este determinată de faptul că de la un anumit grad de epuizare a materialului, sub influența temperaturii și a diluției zemii începe procesul de degradare parțială a incrustanților celulozici, care pune în evidență o cantitate relativ ridicată de substanțe netanante [12]. Pe această cale conținutul procentual de substanțe netanante raportat la substanțele

tanante creşte, determinînd cifre de raport scăzute în faza finală a epuizării cu apă;

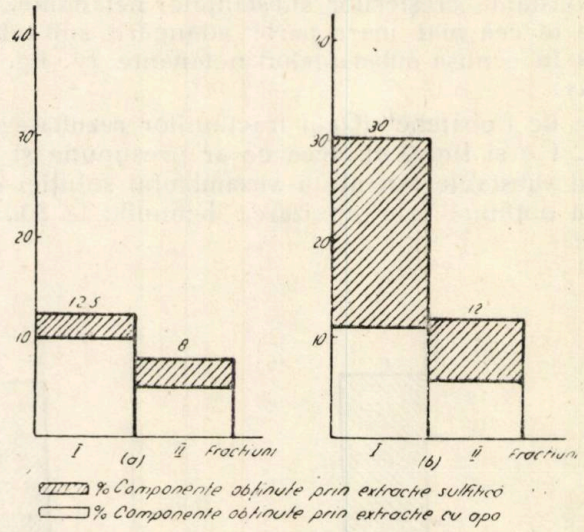


Fig. 2. — Variaţia substanţelor tanante (*a*) şi a substanţelor netanante (*b*), prin aplicarea extracţiei sulfitice la coajă, cînd gradul de epuizare în substanţe tanante este de 85%.

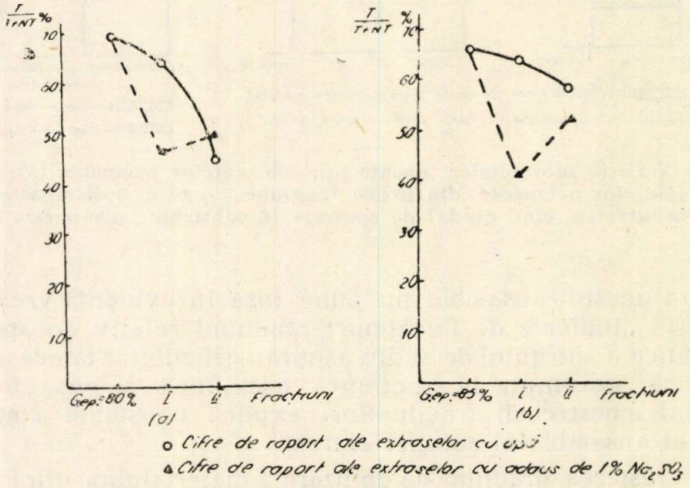


Fig. 3. — Variaţia cifrei de raport la duramen (*a*) şi coajă (*b*), funcţie de gradul de epuizare a materialului.

e) dacă după stadiul epuizării cu apă (cca. 60...70%) se adaugă substanţe sulfitice, acestea vor determina pe de o parte o solubilizare a componentelor greu solubile conţinute în material şi trecerea lor în so-

luție drept componente tanice (v. fig. 1 *a* și fig. 2 *a*), iar pe de altă parte va continua procesul de degradare parțială a încrustanților celulozici. Dar creșterea componentelor tanice nu poate compensa creșterea procentual mai mare a substanțelor netanante (incluzînd și sulfitul de sodiu), ceea ce determină scăderea cifrei de raport (v. fig. 1 *a* și fig. 1 *b*, extrasele sulfitice, fracțiunea I). Într-un stadiu ulterior (v. fig. 3 *a* și fig. 3 *b*, extrasele sulfitice, fracțiunea II), concentrația soluției în sulfit de sodiu scăzînd cifra de raport, crește.

Pe baza considerentelor de mai sus și ținînd seama de proporțiile mici de substanțe tanante extrase cu sulfit, în comparație cu cele extrase fără sulfit, devine evident că singurul factor care determină scăderea cifrei de raport a ansamblului soluției îl constituie predominanța substanțelor netanante extrase cu sulfit, asociată cu acțiunea hidrolitică a sulfitului conținut în ele (v. tabelul 4).

În continuare s-a supus experimentării o probă de lemn de stejar provenită din materialul utilizat în extracție la întreprinderea „Argeșul"-Pitești. Proba s-a adus la granulația de 1...10 mm și a fost omogenizată. Analiza probei pune în evidență datele cuprinse în tabelul 5.

Acest material se supune extracției într-o instalație cu 8 butoiașe care pot fi supuse agitării. Capacitatea fiecărui butoiaș este de 1,5 l. Fiecare butoiaș primește cîte 200 g material. Coeficientul de flotă este de 200%. Epuizarea are loc după principiul contracurentului, fiecare din cele 8 butoiașe conținînd material ce suferă cîte 12 tratări fiecare. Temperatura de lucru este menținută constantă la 100° C. După 15 minute de fierbere și agitare zemurile sînt transvazate dintr-un butoiaș în altul.

Prin aplicarea acestui mod de lucru s-a urmărit să se vadă care este acțiunea substanțelor sulfitice asupra extracției lemnului de stejar, în condiții energice de temperatură, care favorizează hidroliza.

Tabelul 5

Date analitice (%)	
Umiditate	14,50
Neextractibile	81,56
Insolubile	0,03
Neextractibile și insolubile	81,59
Substanțe tanante	2,11
Substanțe netanante	1,80
Cifră de raport	53,96
Cenușă	7,23

În faza finală a extracției se obțin cantități echivalente de două feluri de zemuri:

a) provenită din amestecarea a 8 soluții din extracția cu apă a materialului, cu o concentrație de 1,2° Bé și un conținut de 1,98% reziduu sec în greutate;

b) provenită din amestecarea a 8 soluții din extracția cu apă la care s-a adăugat 1,25% sulfit de sodiu raportat la material, cu o concentrație de 1,9° Bé și un conținut de 2,64% reziduu sec în greutate.

Din analiza datelor obținute și sintetizate în fig. 4, rezultă următoarele concluzii:

a) extracția componentelor lemnului de stejar la temperatură înaltă (100° C), sub o agitare continuă, pune în evidență o cantitate însemnată de insolubile și o cifră de raport inferioară materialului analizat conform metodelor oficiale de analiză (v. fig. 4 *a* și tabelul 5). Acest fapt indică o conducere nesatisfăcătoare a procesului extracției [13] datorită tocmai temperaturii înalte și agitării, factori care accelerează (către sfîrșitul epuizării materialului) procesul degradării încrustanților celulozici și pune în evidență o cantitate mai mare de substanțe netanante;

b) aplicarea extracției sulfitice la lemnul de stejar, în condiții energice de temperatură și agitare, accelerează procesul, ridicînd randamentul în reziduu sec. Pe această cale se extrag cantități sporite de substanțe

tanante greu solubile şi se solubilizează cantităţi importante de insolubile. Dar toate aceste creşteri nu pot compensa cantităţile predominante ale produşilor de hidroliză puşi în libertate sub acţiunea sulfitului de sodiu, care se vor evidenţia ca substanţe netanante. Acestora din urmă li se adaugă şi cantităţile de sulfit de sodiu utilizate pentru extracţie, astfel încît cifra de raport scade (v. fig. 4 *a* şi fig. 4 *b*).

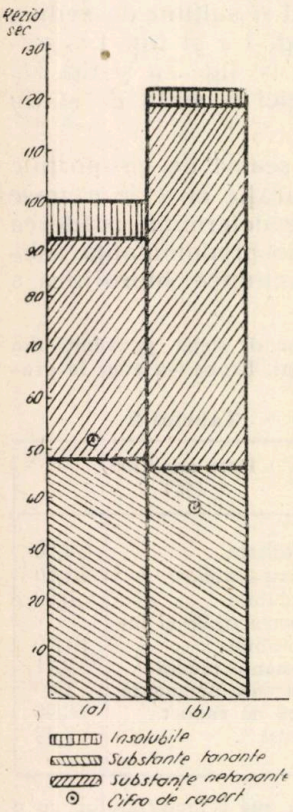


Fig. 4. — Variaţia reziduului sec şi a componentelor sale, a două zemi de extracţie, în funcţie de modul lor de obţinere. Extracţia cu apă (*a*). Extracţia cu 1,25% sulfit de sodiu (*b*).

Într-o a doua experimentare în bateria de extracţie am urmărit să supunem materialul la condiţii de lucru mai moderate ca în prima experimentare.

În acest scop s-a luat în lucru o probă bine omogenizată provenită din trunchiuri de gorun *(Quercus seria sessiliflorae)* avînd vîrste între 50 şi 125 ani. Trunchiurile au fost în prealabil cojite. Aceşti arbori au fost recoltaţi din trei păduri diferite situate în regiunea sudică a podişului Moldovei, regiunea mijlocie a Subcarpaţilor răsăriteni şi regiunea mijlocie a Carpaţilor răsăriteni.

Materialul a fost stocat timp de doi ani prezentînd final un conţinut în apă de 12,42%. Granulaţia materialului era 1...3 mm.

Tabelul 6

Date analitice (%)	
Umiditate	14,50
Neextractibile	81,48
Insolubile	0,06
Neextractibile şi insolubile	81,54
Substanţe tanante	2,36
Substanţe netanante	1,60
Cifră de raport	59,59
Cenuşă	0,82

În tabelul 6 redăm datele analitice ale acestei probe.

Extracţia are loc într-o mică baterie compusă din 8 difuzoare din lemn, capacitatea fiecăruia fiind de cîte 9 l. În fiecare difuzor se introduce cîte 1500 g material. Coeficientul de flotă este de 350%. Epuizarea decurge conform principiului contracurentului. Fiecare material dintr-un difuzor suferă 15 tratări. Zemurile extrase pentru a fi transvazate se încălzesc în prealabil la 100°C şi apoi se lasă în contact cu materialul timp de o oră. Temperatura nu se menţine constantă în acest interval de timp, ci ea scade pînă la cca. 50...60°C.

Respectînd aceiaşi parametri tehnologici am adoptat trei variante de lucru :

a) extracţie simplă cu apă ;

b) extracţie cu apă, cu adăugare de 0,2% sulfit de sodiu, în raport cu materialul, în difuzorul IV ;

c) extracţie cu apă, cu adăugare de 0,4% sulfit de sodiu, în raport cu materialul, în difuzorul IV.

Pentru fiecare variantă se obţin 8 zemuri de difuzie, în cantităţi echivalente, a căror concentraţie în reziduu sec variază între 18,0...19,2 g/l. S-au efectuat analize atît a zemurilor rezultate de la difuzie cît şi a concentratelor de 27° Bé.

Datele referitoare la aceste experimentări sînt sintetizate în tabelele 7, 8, 9 şi 10 şi în fig. 5 şi 6.

Tabelul 7

Variația datelor analitice ale zemurilor de difuzie obținute prin extracție cu apă

Date analitice (%)	Numărul zemii de difuzie							
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Umiditate	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5
Neextractibile	80,0	79,0	78,8	80,4	80,1	80,1	80,1	79,9
Insolubile	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0 2
Neextractibile și insolubile	80,1	79,1	78,9	80,5	80,2	80,2	80,3	80,1
Substanțe tanante	3,5	4,3	4,4	3,3	3,6	3,6	3,5	3,4
Substanțe netanante	1,9	2,1	2,2	1,7	1,7	1,7	1,7	2,0
Cifră de raport	64,8	67,2	68,8	66,7	67,9	67,9	67,3	63,0

Tabelul 8

Variația datelor analitice ale zemurilor de difuzie obținute prin extracție cu apă.
Adăugare de 0,2% Na_2SO_3 raportat la material, în al IV-lea difuzor

Date analitice (%)	Numărul zemii de difuzie							
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Umiditate	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5
Neextractibile	79,6	78,3	78,9	80,6	80,0	79,9	80,5	80,1
Insolubile	0,3	0,2	0,1	0	0,1	0,1	0,1	0,1
Neextractibile și insolubile	79,9	78,5	80,0	80,6	80,1	80,0	80,6	80,2
Substanțe tanante	3,7	4,0	3,5	3,0	3,4	3,4	3,1	3,3
Substanțe netanante	1,9	2,0	2,0	1,9	2,0	2,1	1,8	2,0
Cifră de raport	63,8	66,7	63,6	61,2	63,0	61,8	63,3	62,3

Tabelul 9

Variația datelor analitice a zemurilor de difuzie obținute prin extracție cu apă.
Adăugare de 0,4% Na_2SO_3, raportat la material, în al IV-lea difuzor

Date analitice (%)	Numărul zemii de difuzie							
	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
Umiditate	14,5	14,5	14,5	14,5	14,5	14.5	14.5	14,5
Neextractibile	80,2	80,0	79,4	79,8	80,7	80,0	80,2	79,4
Insolubile	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0	0	0,2
Neextractibile și insolubile	80,3	80,1	79,5	79,9	80,8	80,0	80,2	79,6
Substanțe tanante	3,1	3,2	3,7	3,4	2,7	3,2	3,0	3,5
Substanțe netanante	2,1	2,2	2,3	2,2	2,0	2,3	2,3	2,4
Cifră de raport	59,6	59,3	61,7	60,7	57,4	58,2	56,6	59,3

Tabelul 10

Variaţia datelor analitice ale materialului epuizat

Date analitice (%)	Material epuizat cu:		
	apă	0,2% sulfit de sodiu	0,4% sulfit de sodiu
Umiditate	14,50	14,50	14,50
Neextractibile	84,97	84,96	84,96
Insolubile	0	0	0
Neextractibile şi insolubile	84,97	84,96	84,96
Substanţe tanante	0,17	0,17	0,20
Substanţe netanante	0,36	0,37	0,34
Cifră de raport	32,08	31,43	37,03
Cenuşă	0,55	0,40	—

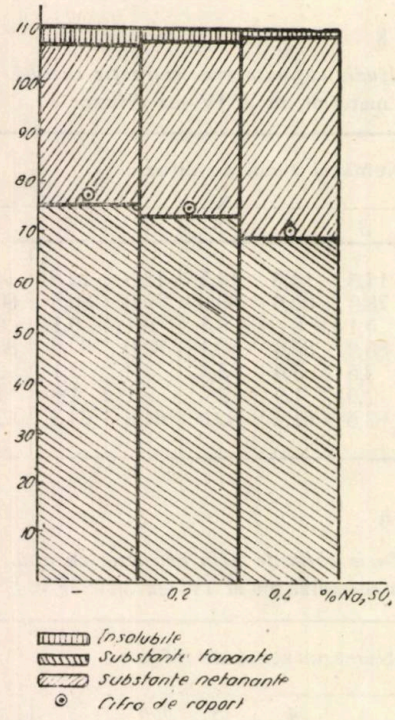


Fig. 5. — Variaţia componentelor zemurilor de difuzie, raportate la reziduul sec, în funcţie de modul de obţinere.

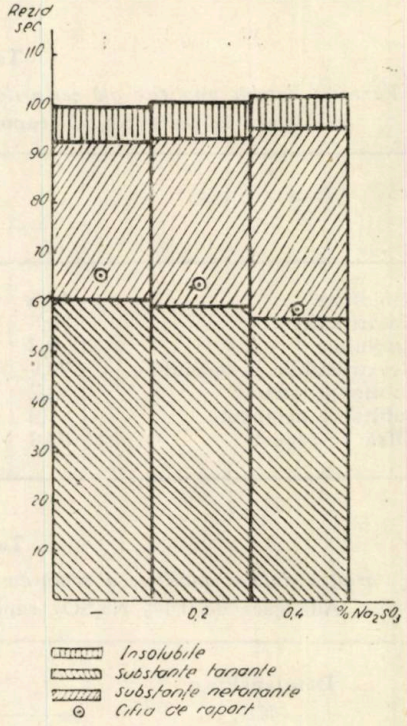


Fig. 6. — Variaţia componentelor extractelor de 27° Bé raportate la reziduul sec, în funcţie de modul de obţinere.

Din analiza datelor obţinute rezultă următoarele observaţii:

a) printr-o conducere judicioasă a regimului de temperatură în cursul procesului de extracţie, cifra de raport a zemurilor obţinute prin extracţie simplă cu apă depăşeşte valoarea cifrei de raport a materia-

lului analizat conform metodelor oficiale de analiză (v. tabelul 7). Rezultă că procesul de extracție a fost condus satisfăcător [13];

b) lemnul de gorun se epuizează în același grad în extracția simplă cu apă, ca și în extracția cu sulfit de sodiu (v. tabelul 10);

c) randamentul crescut în componente solubile extrase crește în extracția sulfitică pe seama creșterii substanțelor netanante și a scăderii substanțelor insolubile (v. tabelele 7, 8 și 9 și fig. 5 și 6);

d) substanțele tanante din materialul epuizat rămînînd relativ constante (v. tabelul 10), este evident că condițiile moderate ale extracției cu sulfit și în primul rînd proporția redusă de sulfit de sodiu nu pot determina o hidroliză avansată a materialului supus extracției. Acțiunea sulfitului se va concretiza pe de o parte printr-o slabă solubilizare a fracțiunii particulelor insolubile din zeama extrasă (v. fig. 5) și pe de altă parte, printr-o creștere a substanțelor netanante, provenită mai mult din însăși sulfitul adăugat (v. fig. 1 *c*) și mai puțin din acțiunea acestuia asupra fracțiunii particulelor tanice de mărime medie (v. fig. 5 și 6). Ca atare cifrele de raport scad în extracția sulfitică.

Concluzii

În concluzie, aplicarea extracției sulfitice la obținerea extractului de lemn de stejar, după procedeul aplicat în prezent la întreprinderea „Argeșul"-Pitești nu duce la creșterea randamentului în substanțe tanante. În comparație cu extracția simplă cu apă, extractul de lemn de stejar epuizat cu sulfit de sodiu prezintă cantități mai mari de substanțe netanante și cifre de raport scăzute. Aceasta se datorește, pe de o parte faptului că lemnul de stejar, ca material tanant pirogalic, nu pune în evidență flobafene caracteristice materialelor tanante catehinice, și pe de altă parte, acțiunii hidrolitice a sulfitului de sodiu care, la temperaturi de lucru ridicate eliberează în difuzoarele terminale produse de degradare a incrustanților celulozici, asimilabili substanțelor netanante.

Totalitatea proceselor ce au loc în bateria de extracție demonstrează inutilitatea aplicării extracției sulfitice la lemnul de stejar.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Industria Pieii,
Confecțiilor de Piele și Extractelor Tanante

BIBLIOGRAFIE

1. Grassmann W., Kuntara W., Collegium, 1941, S. 187; Ibid., 1943, S. 79.
2. Kubelka V., Masner L., Ibid. 1943, S. 33.
3. Mezey E., Le Cuir Technique, 1925, pp. 155-157.
4. Schiaparelli C., Ibid., 1928, pp. 103-107.
5. Stather F., Schubert R., Collegium, 1934, S. 609.
6. Левенко П. И., Лег. Пром., 1957, *3*, стр. 13-18.
7. Blazey A., Markusovska E., *Colocviul Internațional de la Ostrokowice*, 1956.
8. Kubelka V., Le Cuir Technique, 1958, p. 243.
9. Mihai P., Revista de Chimie, ASIT, 1958, pp. 255-259.
10. Alexa Gh., Chiriță Gh., Chiriță A., Bulet. Inst. Polit. Iași, 1958, **IV(VIII)**, *3-4*, p. 217.
11. Jakimov P. A., Collegium, 1929, S. 334.
12. Phillips H., J.S L.T.C., 1931, p. 465.
13. Sagoschen J. A., Le Cuir Technique, 1936, pp. 350-355.

К ВОПРОСУ О ПОЛУЧЕНИИ СУЛЬФИТНОГО ЭКСТРАКТА ИЗ ДРЕВЕСИНЫ ДУБА

(Резюме)

В настоящей работе авторы наблюдали влияние сульфитной экстракции дуба в целом, а также в различных частях ствола (кора, заболонь, ядро), в мягких и жестких условиях. Количество сульфитных соединений изменяли, в пределах используемых в случае других таннидных веществ. В частности применяли 0,2 и 0,4%-ные растворы сульфита натрия (в пересчете на дубильное вещество) по методу, используемому на заводе „Арджешул"-Питешть.

По проведенным анализам констатируют, что добавление сульфитных соединений не приводит к увеличению выхода таннидов. Количество нетаннидов возрастает а доброкачественность — понижена, по сравнению с простой водной экстракцией.

Обьяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение таннидов (*a*), нетаннидов (*b*) и золы (*c*) нетаннидных веществ, применяя сульфитное экстрагирование ядра (степень экстракции 80%).
Рис. 2. — Изменение таннидов (*a*) и нетаннидов (*b*), применяя сульфитное экстрагирование коры (степень экстракции 85%).
Рис. 3. — Изменение доброкачественности ядра (*a*) и коры (*b*) в зависимости от степени эстракции материала.
Рис. 4. — Изменение сухого остатка и его компонентов для двух экстрактов в зависимости от способа получения. Водный экстракт (*a*); сульфитный экстрактов (1,25% Na_2SO_3) (*b*).
Рис. 5. — Изменение компонентов диффузионных экстрактов в зависимости от способа получения (в пересчете на сухой остаток.).
Рис. 6. — Изменение компонентов экстрактов (27° Bé) в зависимости от способа получения (в пересчёте на сухой остаток).

CONSIDÉRATIONS SUR L'EXTRACTION SULFITIQUE DU BOIS DE CHÊNE

(Résumé)

Dans le présent travail les Auteurs ont poursuivi l'influence de l'extraction sulfitique dans le cas du bois de chêne, dans son ensemble, ainsi que sur les parties composants (écorce, aubier, duramen), tant dans des conditions énergiques, que dans des conditions modérées. Les quantités des substances sulfitiques ont été variables, mais elles étaient situées entre les limites utilisées pour les autres matières tannantes. On a travaillé surtout avec 0,2% et 0,4% Na_2SO_3 (rapporté à la matière tannante), d'après le procédé utilisé couramment par la fabrique „Argeşul"-Piteşti.

Les données des analyses effectuées permettent à constater que l'addition des substances sulfitiques ne conduit pas à l'augmentation du rendement en tanins. On observe aussi que les nontanins augmentent et par conséquent les chiffres de pureté sont inférieures, par raport aux celles obtenues lors de l'extraction à l'eau.

Explication des figures

Fig. 1. — La variation des tanins (*a*), des non-tanins (*b*) et des cendres des non-tanins (*c*), par l'application de l'extraction sulfitique dans le cas du duramen, à un degré d'épuisement en tanins de 80%.
Fig. 2. — La variation des tanins (*a*) et des non-tanins (*b*), par l'application de l'extraction sulfitique dans le cas de l'écorce, à un degré d'épuisement en tanins de 85%.
Fig. 3. — La variation de la chiffre de pureté pour le duramen (*a*) et pour l'écorce (*b*) en fonction du degré d'épuisement des matériaux.
Fig. 4. — La variation du résidu sec et des composants des deux jus de diffusion, en fonction du mode d'obtention. Extraction à l'eau (*a*). Extraction avec 1,25% Na_2SO_3 (rapporté aux matériaux) (*b*).
Fig. 5. — La variation des composants des jus de diffusion, en fonction du mode d'obtention, rapportés au résidu sec.
Fig. 6. — La variation des composants des extraits concentrés (27° Bé), en fonction de leur mode d'obtention, rapportés au résidu sec.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

NOMENCLATURA CHIMICĂ RUSĂ (III)

DE

GH. ROZMARIN

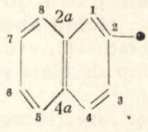
I.

Se ştie, că o problemă rămasă nerezolvată în cadrul sistemelor actuale de nomenclatură chimică organică, este cea a numerotării atomilor de carbon din structurile ciclice condensate. Ordinea de numerotare a atomilor într-o structură ciclică trebuie să satisfacă următoarele cerinţe:

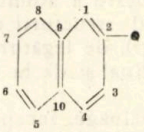
a) să existe reguli simple cu ajutorul cărora să se numeroteze univoc atomii unei structuri ciclice, indiferent de modul de proiectare a acesteia în plan;

b) ordinea de numerotare trebuie să fie determinată în primul rînd de succesiunea combinării atomilor într-o structură ciclică. Rezultă că substituenţii sau radicalii legaţi de atomii nucleului ciclic pot influenţa ordinea de numerotare în limitele de simetrie ale unui astfel de nucleu şi că numerotarea atomilor din sistemele hidrogenate sau aromatice să fie analoagă, diferenţiindu-se numai în limitele de simetrie ale scheletului carbonic al moleculei.

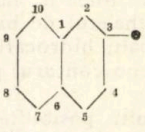
Dacă analizăm numerotarea β-metilnaftalenului şi a derivatului său hidrogenat, aşa cum rezultă din literatură [1], găsim următoarele:



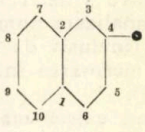
Patterson
(I)



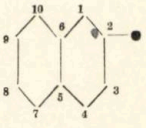
Stelzner
(II)



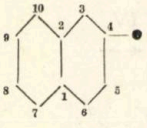
Baeyer
(III)



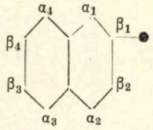
Faraday
(IV)



Taylor
(V)



Dyson
(VI)



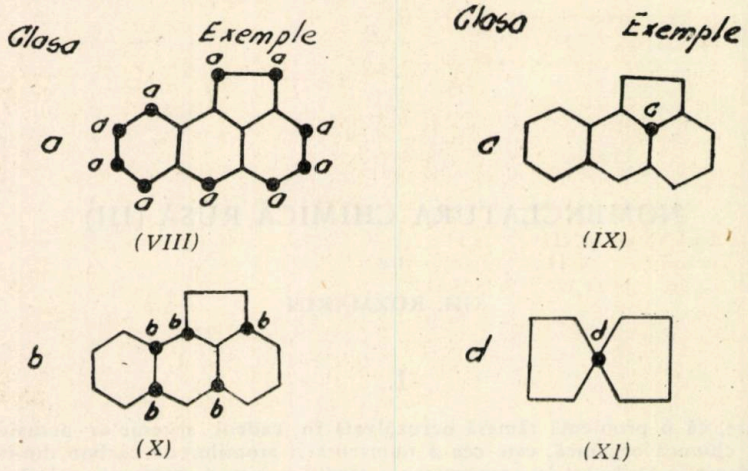
Richter
(VII)

Fără îndoială, că aceste moduri diferite de numerotare nu crează decît greutăţi în cazul descifrării denumirilor.

Nomenclatura sistematică propune un nou sistem de numerotare bazat pe criteriul aprecierii dispoziţiei reciproce a atomilor, aparţinînd unei structuri ciclice [1].

A. Definiţii

1. Atomii unei structuri ciclice condensate pot fi împărţiţi în următoarele clase, funcţie de dispoziţia lor reciprocă:



(VIII) (IX)

(X) (XI)

Clasa *a* cuprinde toţi atomii nenodali (adică atomi legaţi de alţi doi atomi din structură). Clasa *b* cuprinde atomii nodali, legaţi de trei atomi din structură, dar dintre care cel mult doi sînt atomi nodali. Clasa *c* cuprinde atomii nodali legaţi de trei atomi nodali. Clasa *d* cuprinde atomii legaţi de patru atomi ai structurii.

În ordinea rangului clasele se dispun astfel: $a > b > c > d$.

2. Pentru a caracteriza o structură ciclică este necesar să se aleagă catena principală închisă de atomi — conturul principal. Drept contur principal se alege catena închisă de atomi: a) care să conţină un număr maxim de atomi de clasă superioară (adică în primul rînd de clasă *a*); b) să fie cea mai lungă din asemenea catene. Pentru majoritatea structurilor condensate (în special pentru cele aromatice) conturul principal reprezintă catena închisă de atomi periferici (conturul periferic).

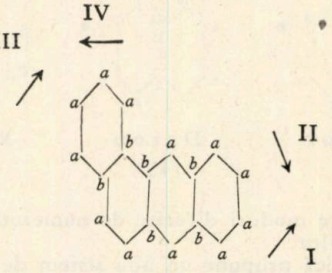
B. Reguli

1. Pentru a determina ordinea de numerotare a atomilor într-o structură ciclică, trebuie să analizăm numai scheletul de bază al structurii ciclice, făcînd abstracţie de substituenţi (inclusiv de radicalii hidrocarbonaţi), de legăturile nesaturate, etc.

2. Numerotarea începe pe conturul principal şi de la un atom de clasă superioară (de obicei *a*).

3. Cînd există mai multe posibilităţi analoage, începutul şi direcţia numerotării se aleg astfel, încît iniţial să se numeroteze un număr maxim de atomi de clasă superioară (principiul alfabetic).

4. Numerotarea se face continuu pe conturul principal pînă la epuizarea lui completă, trecîndu-se apoi la numerotarea celorlalţi atomi. De exemplu:

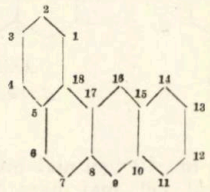


(XII)

Conform principiului „alfabetic" numerotarea trebuie începută de la un atom *a* în direcţia în care se poate întîlni un număr maxim de atomi *a* la rînd. Acestei situaţii îi corespund 4 direcţii (I, II, III, IV). Să determinăm aceste direcţii:

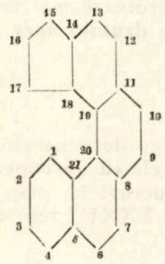
	1	2	3	4	5	6	7	8
I	*a*	*a*	*a*	*a*	*b*	*a*	*b*	*b*
II	*a*	*a*	*a*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*
III	*a*	*a*	*a*	*a*	*b*	*b*	—	—
IV	*a*	*a*	*a*	*a*	*b*	*a*	*a*	—

În modul acesta direcţia III „cade" la atomul 6 (*b* în raport cu *a*); dintre direcţiile I şi II, mai favorabilă este II (*a* în raport cu *b* la atomul 8); dar cea mai indicată este direcţia IV (*a* în raport cu *b* la atomul 7). Prin urmare numerotarea va fi de forma:

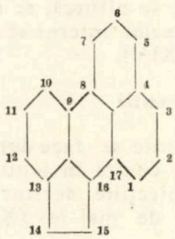


(XIII)

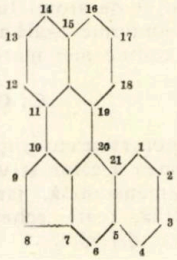
Dăm mai jos cîteva exemple pentru numerotarea conturului principal:



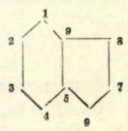
(XIV)



(XV)



(XVI)

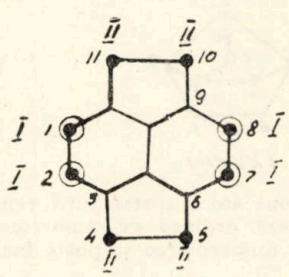


(XVII)

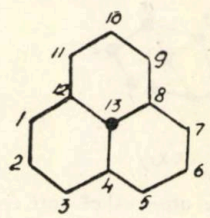
5. Dacă regulile anterioare nu definesc univoc ordinea de numerotare, începutul şi direcţia acesteia se aleg astfel, încît atomii ciclului mai mare să ia numerele cele mai mici (XVII).

6. Atomii interni se numerotează după epuizarea atomilor din conturul principal în ordinea şirului natural al numerelor (XIX).

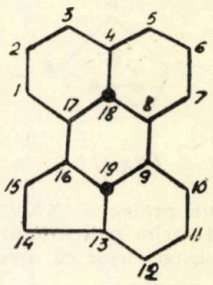
7. Dacă ultimul atom intern se uneşte cu ultimul atom periferic, numerotarea continuă pînă la epuizarea lanţului intern de atomi, sau pînă la întreruperea acestuia:



(XVIII)



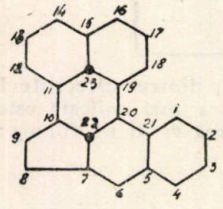
(XIX)



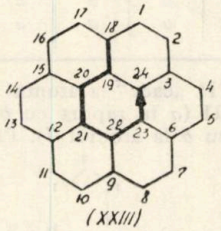
(XX)

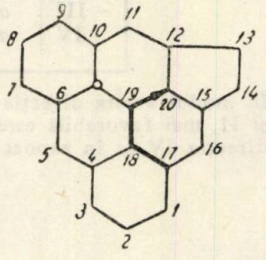
În structura (XVIII) principiul alfabetic permite începerea numerotării de la oricare din atomii I sau II; regula 4 determină începerea ei de la atomii ciclurilor mai mari, adică de la atomii I (simetria moleculei permite începerea numerotării de la atomii 1, 2, 7 sau 8).

8. Dacă regulile 6 şi 7 nu definesc univoc ordinea de numerotare a atomilor interni, atunci numerele cele mai mici se conferă atomilor legaţi cu atomii, avînd numerele cele mai mari. Astfel pentru structura (XXI) nr. 22 primeşte atomul legat de atomul cu nr. 21, iar nr. 23 va lua atomul legat de atomul cu numărul de ordine mai mic, nr. 19.


(XXI)

(XXII)
Incorect


(XXIII)
Corect

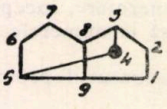

(XXIV)

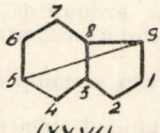
În cazul coronenului (XXIII) nr. 19 (cel mai mic) se dă atomului legat de atomul din conturul principal cu numărul cel mai mare (nr. 18). Următorul, nr. 20, se dă atomului legat cu atomul nr. 15 (şi nu cu nr. 3), etc. S-ar putea alege un contur principal mai lung (XXII), conţinînd 22 atomi în loc de 18, dar prin aceasta se contravine definiţiei conturului principal, rămînînd neincluşi doi atomi *a*.

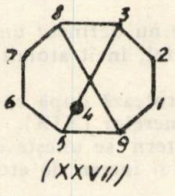
9. În cazul cînd lanţul de atomi interni se bifurcă, se numerotează mai întîi catena cea mai lungă; la o lungime egală a catenelor interne se alege drumul spre atomul periferic cu numărul de ordine mai mare (XXIV).

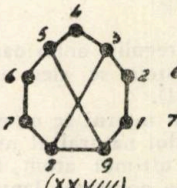
C. Observaţii

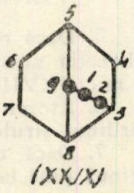
1. Numerotarea structurilor cu punţi interne se face după regulile generale enunţate mai sus. Particularitatea acestor structuri constă în faptul că ele au aproape întotdeauna o structură tridimensională, iar proiecţiile acestor structuri în plan pot fi complet diferite. De pildă, toate schemele de mai jos (XXV...XXXII) reprezintă o structură unică în proiecţii diferite.

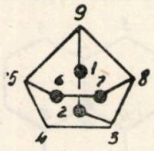

(XXV)


(XXVI)

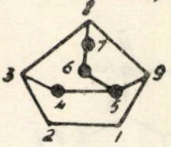

(XXVII)


(XXVIII)


(XXIX)


(XXX)

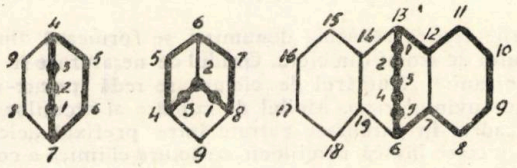
(XXXI)


(XXXII)

Din proiecţia (XXVIII) se observă că toţi cei nouă atomi ai structurii reprezintă conturul principal. Modul de proiecţie nu influenţează ordinea de numerotare. Se poate constata uşor că structura este simetrică, adică numerotarea se poate începe de

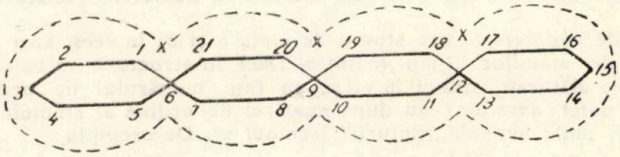
la atomii 1 (sau 7), dar nu se poate începe numerotarea de la atomii 6 (sau 2), deoarece aceşti atomi nu sînt echivalenţi între ei.

Pentru structurile cu punţi interne conturul principal se va alege cu mare atenţie, deoarece în aceste cazuri nu putem vorbi despre un contur „periferic". În exemplele de mai jos (XXXIII...XXXV) conturul principal se scoate în evidenţă printr-o linie îngroşată.

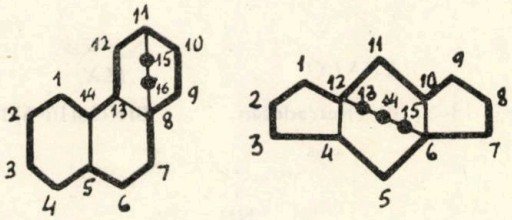


(XXXIII) (XXXIV) (XXXV)

2. În numerotarea structurilor spiranice conturul pricipal se alege după regulile generale, atomii de intersecţie reprezentînd puncte de „ruptură" (XXXVI). Dacă atomii spiranici sînt legaţi şi de punţi interne, conturul principal se alege astfel încît să nu conţină puncte de ruptură (XXXVII) şi (XXXVIII).



(XXXVI)



(XXXVII) (XXXVIII)

3. Numerotarea structurilor simetrice se poate începe în aceeaşi măsură de la punctele dispuse simetric în orice direcţie. Această libertate este condiţionată de faptul că atomii dispuşi simetric sînt echivalenţi din punct de vedere geometric şi chimic, ca urmare a simetriei moleculare.

4. Dacă începutul şi direcţia numerotării într-o structură dată sînt determinate univoc, înlocuirea unuia din atomi cu un altul de altă specie (de ex. cu un heteroatom) sau introducerea unui substituent, nu modifică numerotarea. Dimpotrivă, într-o structură simetrică, introducerea unui substituent contribuie la precizarea începutului şi direcţiei de numerotare.

Din cele arătate se constată că noul sistem de numerotare pentru structurile ciclice condensate este unic pentru toate tipurile de structuri. Schema de numerotare este univocă, nu depinde de modul de proiectare a formulei structurale şi este determinată de singurul factor obiectiv — structura moleculei; de aceea ea poate fi aplicată cu succes atît pentru structurile carbociclice, cît şi pentru cele heterociclice. Numerotarea permite alcătuirea cifrurilor acestor structuri (indicîndu-se legăturile neliniare) şi oferă premizele unor denumiri sistematice univoce pentru compuşii policiclici.

Odată rezolvată problema numerotării structurilor ciclice se poate trece la alcătuirea denumirilor sistematice ale compuşilor policiclici condensaţi. Într-o asemenea structură trebuie să se arate numărul total al atomilor din structură (numerale greceşti), numărul ciclurilor, modul de cuplare al atomilor şi gradul de nesaturare.

Într-o structură condensată există atîtea cicluri cîte legături pot fi îndepărtate între atomii ce formează structura ciclică, pentru a anula ciclicitatea structurii, fără a afecta molecula.

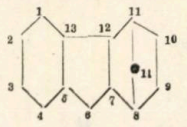
Pentru structurile ciclice rădăcina denumirii se formează din numeralul grecesc corespunzător numărului de atomi din ciclu. Gradul de nesaturare se notează, după rădăcină, prin sufixele obişnuite. Numărul de cicluri se redă printr-un prefix (numeral grecesc), adăugîndu-se cuvîntul *ciclo*. Modul de cuplare al atomilor se redă, prin intermediul unui cifru încadrat în paranteze patrate între prefixul „ciclo" şi rădăcina cuvîntului. Sistemul de cifrare indică nemijlocit structura chimică a complexului policiclic.

Cifrul reflectă în mod succesiv :

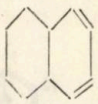
a) lungimea conturului principal care se redă prin intermediul unor cifre aldine (în scriere de mînă se subliniază) separate de celelalte numere prin puncte. În structurile în care toţi atomii participă la formarea conturului principal, această cifră nu se mai indică ;

b) legăturile spiranice; la început se pune numărul spiroatomului, iar apoi, în paranteze rotunde, numerele atomilor (separate prin virgule) legaţi neliniar de spiroatom (legăturile neliniare sînt legăturile dintre atomii cu numerele nealăturate 14..7, 20...5, 3...21, etc.) ;

c) legăturile neliniare dintre atomii de clasa *b* şi *c*; în acest scop se scriu numerele de ordine ale atomilor legaţi neliniar. Dacă în structură nu există legături între atomii cu numere alăturate, atunci în cifru, în faţa numărului de ordine al atomului nelegat de cel notat anterior sau după numărul de ordine al atomului nelegat de cel notat alăturat, se pune semnul „rupturii" (semnul x). De exemplu :

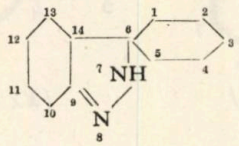


(XXXIX)



(LX)

Tetraciclo[13x14(11,8) ; 13-5 ; 12-7]tetradecan. Biciclo[10-5]decadien-1,3.



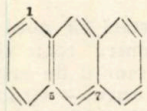
(XLI)

7,8-diaza-triciclo[6(14x1) ; 14-9]tetradecen-8.

Legătura „aromatică" nu reprezintă o sumă simplă de trei legături duble, ci un sistem particular cu proprietăţi specifice. Se propune de aceea notarea acestei legături printr-un sufix special — „aren". Poziţia sistemului „arenic" se notează prin numărul cel mai mic din ciclu :

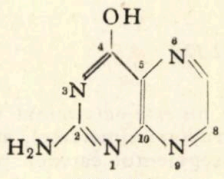
(XLII)

Decadiaren



(XLIII)

Tetradecatriaren-1,5,7.



(XLIV)

1, 3, 6, 9-tetraaza-decadiarenol-4-amin-2

Formarea denumirilor pentru structurile periciclice a fost prezentată în mod amănunţit în [2].

II.

Nomenclatura sistematică propune o serie de norme [3] pentru notarea şi denumirea izomerilor sterici, plecîndu-se de la alte baze în comparaţie cu cele ce se practică în prezent, creindu-se astfel un sistem cu valabilitate generală.

A. Izomeria geometrică.

După cum se ştie, prefixele *cis* şi *trans* arată deobicei dispoziţia reciprocă a unor grupări analoage ce se găsesc la atomii legaţi prin intermediul unei legături duble (de pildă, acizii fumaric şi maleic). Natural că în cazurile mai complicate simpla notaţie *cis* şi *trans* nu este suficientă — trebuie să se indice şi grupele, ale căror aşezare se are în vedere.

Nomenclatura sistematică va arăta întotdeauna dispoziţia reciprocă a substituenţilor *uperiori*. În cazul cel mai general, cînd legătura dublă considerată nu se găseşte la capătul catenei, resturile scheletului carbonic pot ocupa două situaţii:

$$\cdots-C-C>C=C<C-C-\cdots \qquad \cdots-C-C>C=C<C-C-\cdots$$

cis trans

În acest mod notaţiile stereochimice pentru compuşii cu legătură dublă nu vor caracteriza poziţia substituenţilor, ci poziţia relativă a celor două segmente catenare. Se reuşeşte, aşa dar, să se fixeze o particularitate mult mai caracteristică — structura scheletului carbonic. Configuraţiile stabilite în acest mod necesită notaţii suplimentare:

cis	trans
ε(|[)	τ(ꓶL)

Literele greceşti redau oarecum structura configuraţiilor.

$$\begin{matrix}H\\CH_3\end{matrix}>C=C<\begin{matrix}H\\C_2H_5\end{matrix} \quad (XLV) \qquad \begin{matrix}CH_3\\ClCH_2\end{matrix}>C=C<\begin{matrix}CH_3\\H\end{matrix} \quad (XLVI)$$

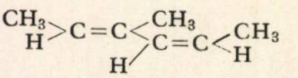
penten-ε2 1-clor-2-metil-buten-τ2.

Dacă legătura dublă se găseşte la capătul catenei de atomi de carbon, avînd la acest capăt doi substituenţi diferiţi, se va indica dispoziţia reciprocă a catenei principale şi a *substituentului necarbonic superior:*

$$\begin{matrix}H\\CH_3-CH_2\end{matrix}>C=C<\begin{matrix}H\\Br\end{matrix} \quad (XLVII) \qquad \begin{matrix}Cl\\Br\end{matrix}>C=C<\begin{matrix}Cl\\H\end{matrix} \quad (XLVIII)$$

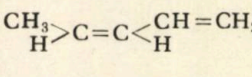
1-brom-buten-ε1 1,2-diclor-1-brometen-τ

D n ultimul exemplu se vede necesitatea introducerii noilor notaţii — independent de cele cunoscute — deoarece în determinarea configuraţiilor cu substituent de acelaşi fel am fi avut poziţia *cis*; în sistemul propus substituenţii superiori se dispun în poziţia *trans* (bromul la atomul 1 şi clorul — la atomul 2), iar configuraţia se notează prin τ.



(XLIX)

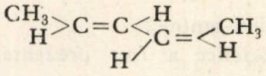
3-metil-hexadien-τ2, ε4



(L)

pentadien-1, ε3

Dacă începutul numerotării nu este determinat univoc de către scheletul structurii sau de prezența substituenților (structuri simetrice), atunci numerotarea va începe de la capătul la care este mai apropiat segmentul catenei principale, ce se găsește în poziția τ (τ > ε).



(LI) hexandien-τ2, ε4 (și nu -ε2. τ4)

B. Combinațiile cu atomi asimetrici

În cazul cel mai general, atomul asimetric (sau orice alt atom) reprezintă o parte a unei catene de atomi de carbon, liniară sau ciclică, principală sau laterală; două valențe ale atomului asimetric se leagă de catenă, iar celelalte două sînt legate de doi substituenți diferiți.

Evident că dacă un atom oarecare *n* este asimetric, segmentele din catena principală, legate de aceasta din urmă, sînt inegale: unul din ele — care include începutul numerotării catenei, se va numi „segment inițial", (*n*−1), iar celălalt — segment „final", (*n*+1). Cei doi substituenți sînt și ei inegali (căci altfel nu am avea un atom asimetric): unul din ei va fi superior (*a*), celălalt — inferior în grad (*b*), știind că *a* > *b*. Configurația atomului asimetric va fi redată univoc dacă se va indica dispoziția sterică reciprocă a segmentelor catenei principale și a substituenților. Evident că pentru aceasta va fi suficientă *indicarea unuia din substituenți* în raport cu catena de atomi de carbon.

Se folosește următoarea metodă: în mod imaginar vom plasa un observator pe atomul asimetric astfel, încît acesta, așezîndu-se paralel cu valența ce leagă atomul asimetric cu substituentul superior, să privească înspre unghiul format de valențele catenare. În funcție de configurația atomului asimetric *n* vom distinge două situații:

a) direcția de numerotare va merge de la stînga la dreapta, adică în stînga se va găsi atomul *n*−1, iar în dreapta — atomul *n*+1; această configurație se va nota convențional prin ϱ, (fig. 1, II, IV);

b) direcția de numerotare va merge de la dreapta la stînga, adică în stînga se va găsi atomul *n*+1, iar în dreapta — atomul *n*−1; această configurație se va nota convențional prin σ, (fig. 1, I, III).

Nomenclatura sistematică renunță la notațiile obișnuite dextro (*d*) și levo (*l*), deoarece acestea au un alt sens și nu sînt univoce. Literele ϱ și σ s-au ales arbitrar, în special pentru faptul că ele nu au fost încă utilizate în nomenclatura chimică organică fiind prin forma lor antisimetrice.

Dacă tetraedrul atomului asimetric se așază astfel, încît în vîrful dirijat spre observator să se găsească începutul catenei (segmentul „inițial") atunci ceilalți trei substituenți vor fi văzuți de observator la baza tetraedrului, în jurul vîrfului (*n*−1). Dacă atomul asimetric are configurația ϱ, atunci „trecînd" rînd pe rînd pe lîngă cei trei substituenți, în ordinea crescătoare a rangului, se va efectua o mișcare *contrară sensului acelor de ceasornic* — analog cu modul de scriere a literei ϱ (fig. 1, VII). Configurația σ își plasează substituenții (în ordinea crescătoare a gradului) *în sensul acelor de ceasornic* — analog cu modul de scriere a literei σ (fig. 1, V, VIII).

Iată și o altă metodă de definire a configurațiilor ϱ-σ.

Presupunem că observatorul se găsește chiar pe atomul asimetric în interiorul unghiului (109°28′) format de valențele legate de substituenții *a* și *b*, și că acesta privește spre atomul (*n*+1) ca în fig. 1, VI; vom avea configurația ϱ cînd substituentul superior se va găsi în *stînga* observatorului și configurația σ cînd substituentul superior se va găsi în *dreapta* observatorului.

Toate metodele de determinare a configurațiilor duc la aceleași rezultate și pot fi utilizate în funcție de comoditatea sau obișnuința de a imagina un model spațial într-o anumită orientare. În nici un caz nu trebuie făcută vreo legătură între configurațiile ϱ-σ și seriile dextro-levo.

Odată determinată configurația, semnul corespunzător se pune în denumire în fața cifrei care notează poziția substituentului superior la atomul asimetric (LII...LIV

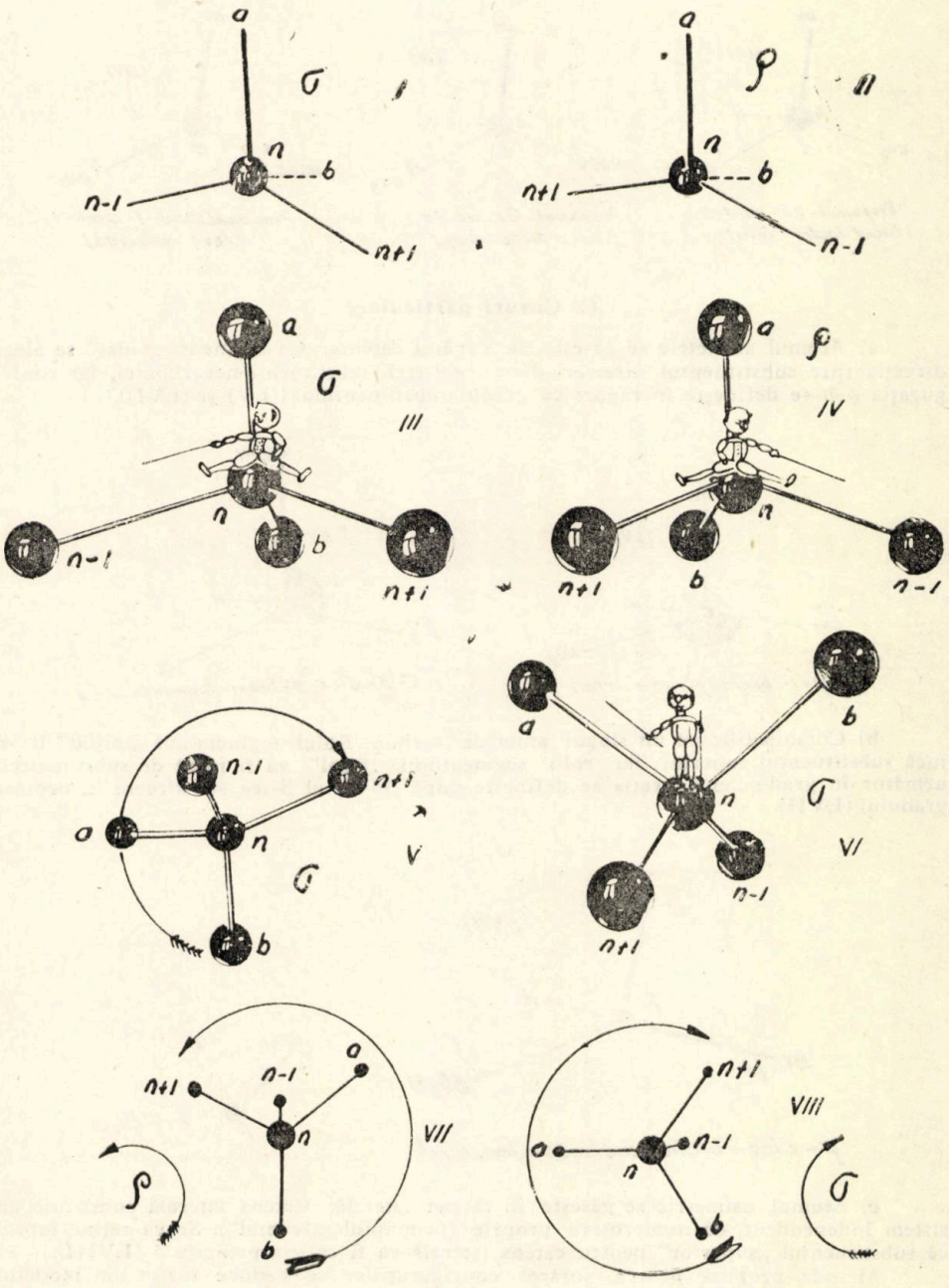
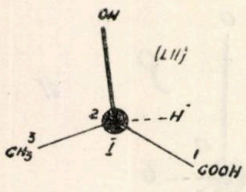
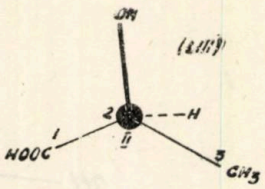

a
σ
I
n
b
n-1
n+1
a
φ
II
n
b
n+1
n-1
a
σ
III
n
n-1
b
n+1
a
φ
IV
n
n+1
b
n-1
n-1
n+1
a
n
σ
V
b
a
b
n
σ
VI
n-1
n+1
n+1
n-1
a
n
VII
φ
b
n+1
a
n-1
VIII
n
σ
b

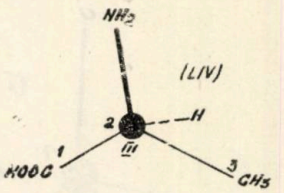
Fig. 1.



Proponol-ρ2-acid-1
(acid lactic - levo)



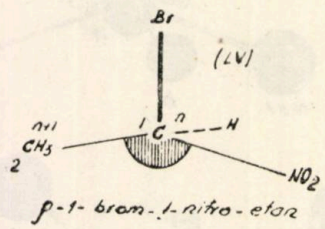
Proponol-G2-acid-3
(acid lactic - dextro)



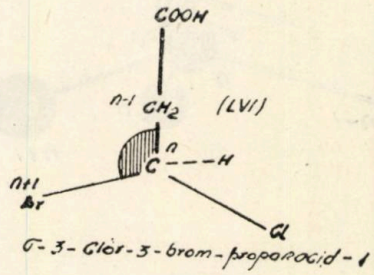
Proponoacid-1-amin-G-2
(levo - alanină)

C. Cazuri particulare

a) Atomul asimetric se găseşte la capătul catenei. Ca segment „final" se alege direcţia spre substituentul *superior* dintre cei trei substituenţi necarbonici, iar configuraţia ϱ-σ se defineşte în raport cu gradul substituentului ((LV) şi (LVI)).

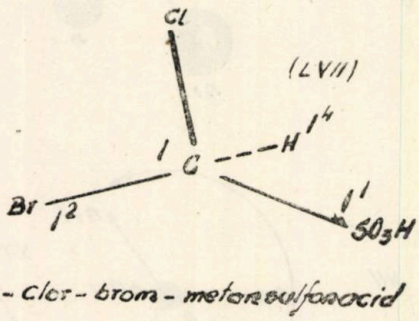


ρ-1-brom-1-nitro-etan

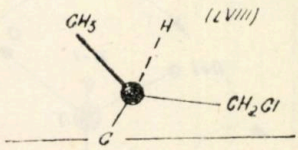


G-3-Clor-3-brom-propanoacid-1

b) Combinaţiile cu un singur atom de carbon. Rolul segmentului „iniţial" îl va juca substituentul superior, iar rolul segmentului „final" va fi jucat de substituentul următor în grad; configuraţia se defineşte după cel de al 3-lea substituent în ordinea gradului (LVII).



ρ-Clor-brom-metansulfoacid

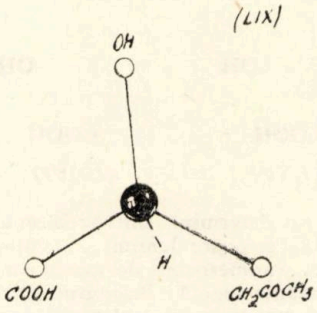


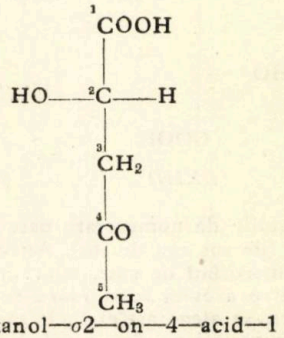
c) Atomul asimetric se găseşte în catena laterală. Catena laterală constituie un sistem independent, cu numerotare proprie (principiul „federal"). Se va reţine faptul că substituentul „superior" pentru catena laterală va fi catena principală (LVIII).

Metoda propusă pentru notarea configuraţiilor se deduce direct din modelul spaţial şi nu necesită o reprezentare prealabilă într-o poziţie „canonică".

Dacă configuraţia ϱ—σ se defineşte după formula de proiecţie a lui E. Fischer, atunci, deplasîndu-ne de-a lungul catenei principale în ordinea de numerotare a ato-

milor, vom avea configurația ϱ, cînd substituentul superior al atomului asimetric considerat în formula de proiecție se va găsi la *stînga* în raport cu direcția de numerotare, iar configurația σ, cînd substituentul superior se va găsi la *dreapta* în raport cu direcția de numerotare:

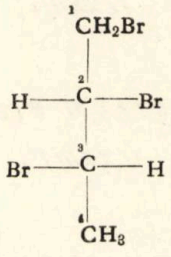


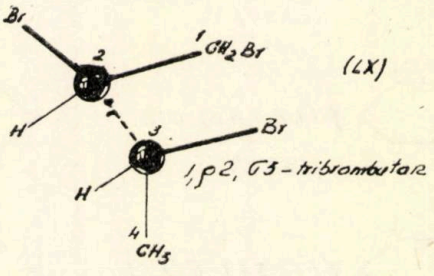


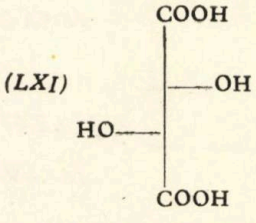
Pentanol—σ2—on—4—acid—1

D. Combinații cu mai mulți atomi asimetrici

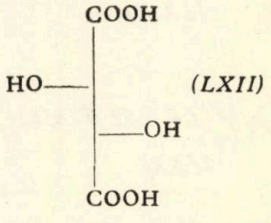
Pentru majoritatea combinațiilor cu mai mulți atomi asimetrici notarea configurațiilor nu prezintă nici o greutate. Fiecare atom se notează aparte după regulile date (notațiile nu depind de începutul numerotării—de sus sau de jos) (LX...LXII)





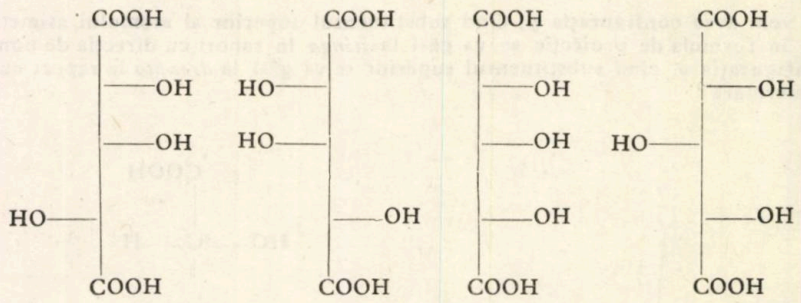


Butandiol-ϱ2,σ3-diacid-1,4



Butandiol-σ2,ϱ3-diacid-1,4

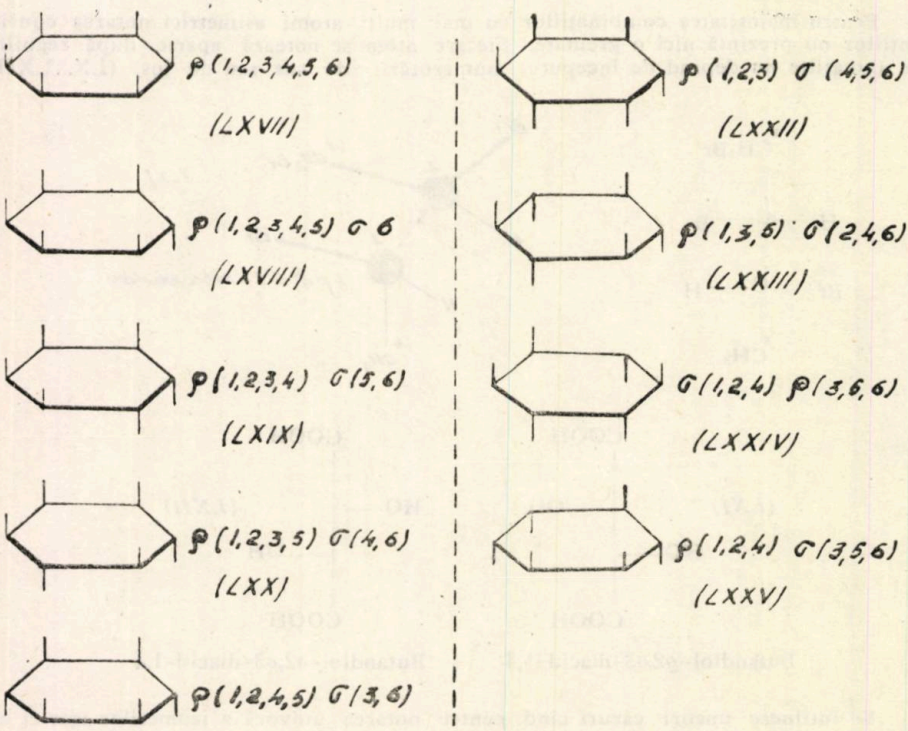
Se întîlnesc uneori cazuri cînd pentru notarea univocă a izomerilor sterici cu mai mulți atomi asimetrici sînt necesare anumite precizări. Ca exemplu tipic ne vom referi la structurile acizilor trioxiglutarici $HOCO(CHOH)_3COOH$ și care poartă denumirea sistematică de pentantriol-2, 3, 4-diacid-1, 5. Dăm mai jos formulele lor de proiecție (LXIII...LXVI):



(LXIII) *(LXIV)* *(LXV)* *(LXVI)*

Regulile de nomerotare date pînă în prezent nu determină univoc începutul numerotării (de sus sau de jos). Astfel izomerul (LXIII) se poate denumi ... triol-ϱ 2, ϱ 3, σ 4 ... (numerotînd de sus), sau ... triol-ϱ 2, σ 3, σ 4 ... (numerotînd de jos în sus).

Pentru a evita acest lucru se introduce următoarea regulă: începutul (şi direcţia) numerotării se alege astfel încît să ia numerele cele mai mici cît mai mulţi atomi asimetrici de acelaşi tip (ϱ sau σ). Regula aceasta se va utiliza numai cînd începutul numerotării nu va putea fi determinat univoc prin regulile obişnuite ale nomenclaturii sistematice.



Stereoizomerii inozitei

Pentru izomerul (LXIII) numerotarea va începe de sus, deoarece doi atomi de tip ϱ vor primi numărul de ordine 2 şi 3; numerotînd de jos, primul atom ϱ va lua numărul de ordine 2, iar atomii σ vor lua, respectiv, numerele 3 şi 4. Dar pentru izomerul (LXV) nici această regulă nu este suficientă, căci avem: de sus... triol-ϱ 2, ϱ 3, ϱ 4-... şi de jos... triol-σ 2, σ 3, σ 4... Se adoptă suplimentar o altă regulă: cînd avem atomi asimetrici alăturaţi de tip ϱ sau σ, se vor prefera atomii ϱ.

Aceste două reguli suplimentare permit să se noteze univoc *în toate cazurile* (inclusiv ciclurile) configuraţiile cu mai mulţi atomi asimetrici. În acest mod izomerii (LXIII ... LXVI) vor primi denumirile:

(LXIII) — pentantriol-σ 4, ϱ (2, 3)-diacid-1, 5,
(LXIV) — pentantriol-σ (2, 3), ϱ 4-diacid-1, 5,
(LXV)— pentantriol-ϱ (2, 3, 4)-diacid-1, 5,
(LXVI) — pentantriol-σ 3, ϱ (2, 4)-diacid-1, 5.

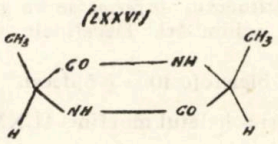
E. Configuraţia combinaţiilor ciclice

Regulile anterioare se aplică fără nici o schimbare şi la notarea configuraţiilor ciclice. Folosind notaţiile ϱ – σ se pot reda toţi izomerii sterici ai inozitei şi ai altor compuşi, care pînă în prezent nu aveau denumiri, fiind reprezentate doar prin formulele lor structurale.

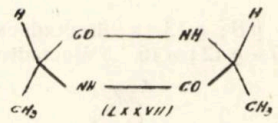
Se dau mai sus stereoizomerii inozitei (ciclohexanhexol — 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Stereoizomerii anhidridei alaninice pot fi denumiţi ca mai jos:

(LXXVI)

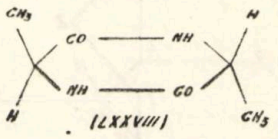


σ (2,5) – dimetil – 1,4 – diaza – ciclohexandion – 3,6.



(LXXVII)

ϱ (2,5) – dimetil – 1,4 – diaza – ciclohexandion – 3,6.



(LXXVIII)

σ 5, ϱ 2 – dimetil – 1,4 – diaza – ciclohexandion – 3,6.

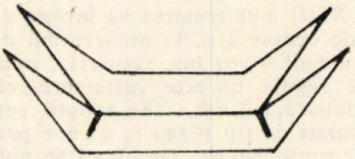
Configuraţiile ciclice fără atomi nodali se notează fără nici o greutate (LXXIX).

Unele precizări sînt necesare numai pentru cazul determinării configuraţiilor stereoforme la atomii nodali. Să analizăm particularităţile acestora pe baza decalinelor (denumirea sistematică: biciclo[10—5]decan) (LXXX...LXXXIII). Atomii 5 şi 10 sînt asimetrici. Fiecare din aceştia consumă cîte trei valenţe pentru a se lega de ceilalţi atomi ai structurii şi numai cea de a patra se leagă de singurul substituent posibil — atomul de hidrogen.

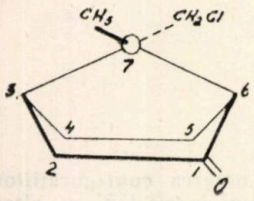
Configuraţiile acestor atomi s-ar putea determina plecîndu-se de la regulile generale, considerînd că atomii $n + 1$ şi $n - 1$ sînt atomii care se învecinează cu cel asimetric din conturul principal, iar ca substituent superior — în raport cu care se defineşte configuraţia — legătura neliniară dintre atomii 10 şi 5. Aceasta s-ar face mai uşor dacă s-ar folosi structurile spaţiale (LXXX) şi (LXXXII).

Dar, deobicei, se utilizează imaginea simplificată (LXXXI şi LXXXIII), analizîndu-se poziţia substituentului în raport cu forma convenţional „plană" a acestor modele moleculare.

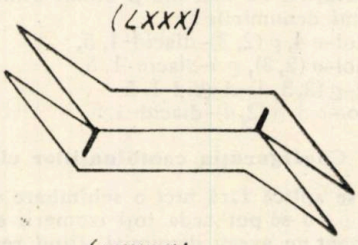
Pentru a nu contraveni practicii stabilite (reprezentarea în plan), se poate determina configuraţia *n raport cu substituentul ce nu intră în cadrul sistemului ciclic* (în cazul nostru, în raport cu hidrogenul). Trebuie să ţinem doar cont de faptul că acest substituent este *inferior* şi nu superior; de aceea, regulile expuse mai sus privind



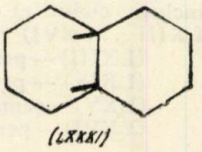
(LXXX)



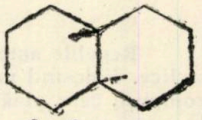
(LXXIX)



(LXXXII)



(LXXXI)



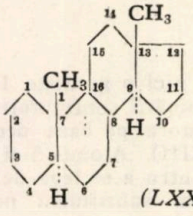
(LXXXIII)

definirea configuraţiilor se inversează: vom avea configuraţia ϱ în cazul cînd atomul $n-1$ se va găsi în *dreapta* (regula întîia), sau cînd substituentul *inferior* se va găsi în *dreapta* (regula a treia). Regula a doua se aplică fără schimbări. Decalinele se vor denumi:

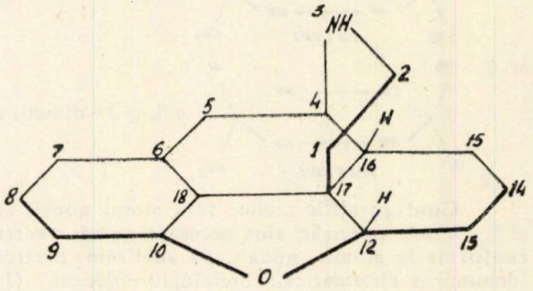
(LXXX) biciclo[ϱ 10 — ϱ 5]decan, (LXXXII) biciclo[σ 10 — ϱ 5]decan

Mai jos se dau structura androstanului (LXXXIV) şi scheletul morfinei (LXXXV)' ale căror denumiri sistematice sînt:

(LXXXIV) 13,17 - dimetil - tetraciclo[ϱ 17 - σ 5 ; σ 16 - ϱ 8 ; ϱ 13 - σ 9]heptadecan
(LXXXV) 11 - oxa - 3 - aza - pentaciclo[**17**.18 (10,6) ϱ 17 - ϱ 12 ; σ 16 - σ 4]octadecan



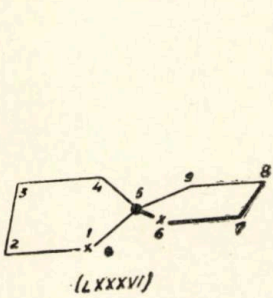
(LXXXIV)

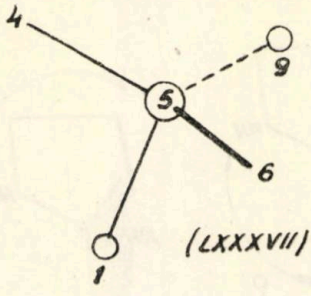


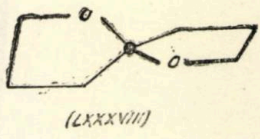
(LXXXV)

F. Asimetria moleculară

Cazul tipic de asimetrie moleculară este reprezentat în (LXXXVI). Atomul spiranic 5 — legat de alţi patru atomi din structura ciclică — poate fi considerat în mod convenţional „asimetric" şi să se definească ca în celelalte cazuri. Rolul atomului $n-1$ din catenă este jucat de atomul 4, rolul atomului $n+1$ este jucat de atomul 6, iar atomii 1 şi 9 sînt un fel de „substituenţi", superior fiind, ca întotdeauna, acela care are numărul de ordine cel mai mic. În modul acesta, pentru atomul spiranic pseudosimetric corespunde structura (LXXXVII), respectiv configuraţia ϱ. Dacă heteroatomii (notaţi cu x) sînt de oxigen, combinaţia formată se va denumi 1,6 - dioxa-biciclo [5(x9, ϱ 1)] nonan. Structura (LXXXVIII) (antipodul lui (LXXXVI), se va denumi 1,6-dioxa-biciclo[5(x9,σ1)]nonan.

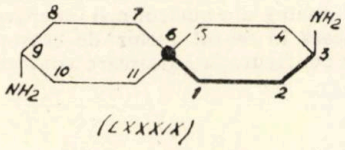


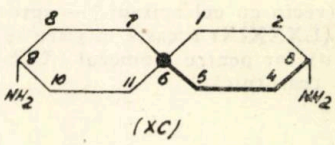




În mod analog se defineşte configuraţia structurilor spiranice substituite (LXXXIX şi XC). În această structură avem dreptul să începem numerotarea de la oricare din atomii vecini cu cel spiranic, şi numerotînd un ciclu, putem trece spre celălalt ciclu în două direcţii. Dacă ţinem cont de particularităţile stereochimice, atunci dintre cele patru căi posibile se poate alege univoc doar una singură. Vom folosi preferinţa configuraţiei ϱ şi vom numerota atomii astfel, încît ambele grupări aminice să primească notaţia ϱ. Astfel, atomul 6 „pseudo-asimetric" (LXXXIX) va avea configuraţia σ, iar (XC) — configuraţia ϱ. Denumirile complete sînt :

(LXXXIX)-biciclo[6(11,xσ1)]hendecandiamin-3,9;
(XC)-biciclo[6(11,xϱ1)] hendecandiamin-3,9.





Să mai analizăm un exemplu în care, în afară de atomul spiranic, avem încă doi atomi de carbon real asimetrici (XCI) :

2,7-dimetil-biciclo[5(9), x1]nonan.

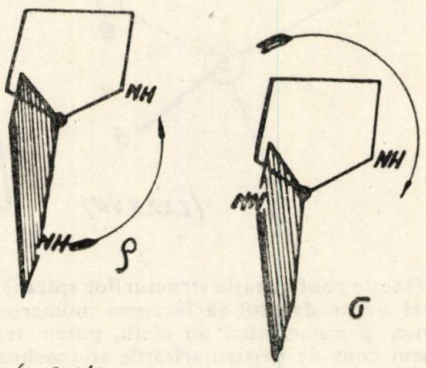
Aci grupele metilice conferă asimetria nu numai atomului spiranic, ci şi atomilor de carbon legaţi de substituenţi. Atomul spiranic şi atomii asimetrici 2 şi 7 pot aparţine configuraţiilor ϱ sau σ în modul următor :

a) ϱ 2, σ 7-dimetil-biciclo [5(9, x ϱ 1)] nonan
b) σ 2, σ 7-dimetil-biciclo [5(9, x ϱ 1)] nonan
c) σ 2, ϱ 7-dimetil-biciclo [5(9, x ϱ 1)] nonan
d) ϱ 2, σ 7-dimetil-biciclo [5(9, x ϱ 1)] nonan
e) ϱ 2, ϱ 7-dimetil-biciclo [5(9, x σ 1)] nonan
f) σ 2, σ 7-dimetil-biciclo [5(9, x σ 1)] nonan
g) σ 2, ϱ 7-dimetil-ciciclo [5 (9, x σ 1)] nonan
h) ϱ 2, σ 7-dimetil-biciclo [5(9, x σ 1)] nonan

Printre „izomerii" scrişi există combinaţii identice, deoarece asimetria centrilor 2 şi 7 este condiţionată de acelaşi substituent (CH_3), ei fiind dispuşi simetric. De aceea denumirile c) şi d) reprezintă acelaşi izomer. În acelaşi mod sînt identice structurile corespunzătoare compuşilor g) şi h). Deci, în realitate, există numai şase compuşi.

Este posibil să definim şi în alt mod configuraţia convenţională a spiranilor, obţinînd aceleaşi rezultate. Să presupunem că structura (LXXXVI) este privită dinspre „muchia" nucleelor, în lungul planelor de intersecţie. Trecînd de la heteroatomul mai apropiat de noi spre cel mai depărtat, se execută o mişcare contrarie acelor de ceasornic

(ϱ), ca în (XCII). Antipodul acesteia (XCIII) necesită o mişcare în sensul acelor de ceasornic (σ).



(XCII) (XCIII)

Pentru structurile spiranice substituite, de exemplu (LXXXIX) şi (XC), această metodă nu se poate aplica, deoarece notaţiile obţinute nu mai corespund. Dar acest caz poate fi încadrat în cel anterior dacă numerotăm atomii în aşa mod încît substituenţii să primească configuraţia ϱ, şi apoi — privind ciclurile dinspre muchie — să definim direcţia de trecere de la atomul cu numărul de ordine cel mai mic din nucleul apropiat (vecin cu cel spiranic) — spre atomul analog din nucleul mai îndepărtat. Pentru izomerul (LXXXIX) această mişcare se efectuează în sensul acelor de ceasornic (configuraţia σ), iar pentru izomerul (XC) — avem configuraţia ϱ (mişcare contrară sensului acelor de ceasornic).

III.

Cu Nota de faţă se încheie seria de articole care a cuprins rînd pe rînd diferitele aspecte ale nomenclaturii chimice ruse. În [4] s-a făcut un paralelism între sistemele rusesc şi romînesc de nomenclatură anorganică, din care se reţine faptul că sistemul oficial de nomenclatură prezintă pentru compuşii minerali anumite deficienţe, în special cînd este vorba de combinaţiile aparţinînd elementelor din grupa VII-a a sistemului periodic al lui D. I. Mendeleev. S-a arătat că sistemul oficial, actualmente în vigoare, admite unele inconsecvenţe, ceea ce face să se impună revizuirea lui şi punerea sa în acord cu stadiul contemporan al chimiei anorganice.

În continuare, din aceeaşi serie apar articolele [2], [5] care împreună cu Nota de faţă prezintă întregul complex de probleme ce alcătuiesc *nomenclatura sistematică* a compuşilor organici. Propunerile de sistematizare se referă atît la capitolele generale [1], [3], cît şi la cele speciale [6] ale chimiei organice; ele au fost discutate atît pe plan naţional [8] cît şi pe plan internaţional [7].

Din cele arătate se poate întrezări faptul că chimiştii sovietici preiau iniţiativa revizuirii nomenclaturii chimice ruse în general, şi a celei organice în special, ceea ce va favoriza ordonarea nomenclaturii pentru diferitele naţionalităţi din Uniunea Sovietică, cu întreaga diversitate a limbilor şi alfabetelor existente. Fără îndoială că rezolvarea problemelor de nomenclatură chimică în URSS va stimula discutarea lor şi în alte ţări.

Profităm de ocazie pentru a aminti de iniţiativă lăudabilă a prof. C. Macarovici, care într-o lucrare recentă [9] arată necesitatea reglementării normelor de nomenclatură minerală romînească. Deşi nu poate fi vorba despre o „standardizare" a denumirilor combinaţiilor anorganice, deoarece nomenclatura reprezintă un sistem flexibil care urmăreşte şi fixează zi de zi realizările chimiei, credem totuşi [12] că se impune *o reformă* a nomenclaturii romîneşti, care însă să nu copieze sistemele străine, ci — apreciindu-le în mod critic — să admită reguli potrivite cu spiritul limbii romîneşti şi să evite o seamă de denumiri greşite, devenite clasice în chimia anorganică (v. de exemplu, [10]).

Revenind la proiectul de nomenclatură sistematică [11] trebuie să arătăm că el reprezintă un pas important în dezvoltarea modernă a concepţiilor de nomenclatură. Proiectul conţine toate premizele pentru a constitui o bază largă de discuţie în chestiunile principiale ale unei noi nomenclaturi.

Nomenclatura sistematică constituie o verigă nouă în lanţul tradiţional de eforturi pe care chimiştii ruşi şi sovietici le-au depus în trecut şi continuă să le depună în prezent, în domeniul reglementării nomenclaturii chimice ruse.

Primit la 16 X 1959

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Celuloză, Hîrtie
şi Fibre artificiale

BIBLIOGRAFIE

1. Терентьев А. П., Кост А. Н. и Цукерман А. М., Вестник МГУ, 1955, *2*, стр. 69—78.
2. Rozmarin Gh., Analele romîno-sovietice, Seria Chimie, 1958, *1—2*, pp. 45—71.
3. Терентьев А. П., Потапов В. М. и Кост А. Н., Вестник МГУ, 1956, *6*, стр. 97—134.
4. Rozmarin Gh., Bulet. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II**, (**VI**), *3—4*, pp. 460—468.
5. — Ibid., 1957, **III** (**VII**), *3—4*, pp. 341—346.
6. Korşak V. V., Analele romîno-sovietice, Seria Chimie, 1954, *2*, pp 31—57.
7. * * * *Referatenband des XIV internationalen chemisches Kongresses*, Zürich, 1955.
8. * * * Успехи Химии, 1956, **25**, *5*, стр. 752.
9. Macarovici C., *Reformă sau standardizarea în chimia anorganică? (proiect de standardizare)*, Acad. R. P. R., filiala Cluj, Litografia Învăţămîntului, 1959. Standardizarea, 1959, **11**, *1*, p. 3.
10. Rozmarin Gh. şi Mihailescu S, *Dicţionar tehno-chimic ruso-romîn*, Litografia Învăţămîntului, Iaşi, 1957, pp. 291—306.
11. Терентьев А. П., Кост А. Н., Цукерман А. М. и Потапов В. М., *Номенклатура органических соединений*, Изд. АН СССР, Москва, 1955.
12. Rozmarin Gh. şi Asandei N., Standardizarea, 1959, **11**, *8*, p. 384.

РУССКАЯ ХИМИЧЕСКАЯ НОМЕНКЛАТУРА (III)

(Резюме)

Настоящая заметка является заключительной из ряда статей, охватывающих различные аспекты русской химической номенклатуры. Так, в заметке (I) мы провели параллель между русской и румынской номенклатурными системами неорганических соединений [4], ставшей исходным пунктом в разработке наших тезисов [12], относящихся к проблеме пересмотра актуальной румынской системы. В заметке (II) представлены общие положения русской номенклатуры органических соединений, характеризуя в частности систематические названия алифатических соединений [5]. Основные тезисы систематической номенклатуры представлены в [2].

Данная статья обсуждает общие вопросы систематической нумерации циклических соединений, а в частности — основные положения системы обозначений и названий пространственных изомеров. Цель данной статьи — ознакомить читателей с советскими положениями относительно пересмотра актуальных норм названий органических соединений.

DIE RUSSISCHE CHEMISCHE NOMENKLATUR (III)

(Zusamenfassung)

Vorstehende Note schliesst die Reihe der Arbeiten die verschiedene Formen der russischen chemischen Nomenklaturen umfasst haben. Die erste Note handelt über den Parallelismus zwischen den rumänischen und russischen Benennungen der anorganischen

Verbindungen [4], und hat zu interessanten Schlussen geführt, die einen Teil des persönlichen Beitrages im Problem der Umgestaltung der offiziellen rumänischen Nomenklatur dargestellt hat. Die Note (II) enthält die allgemeinen Grundlagen der Nomenklatur für die organischen Verbindungen und insbesondere die systematische Nomenklatur [5]. Die Grundlagen der systematischen Nomenklatur werden in [2] behandelt.

Vorstehende Arbeit behandeltet die allgemeinen Probleme der systematischen Numerierung der zyklischen Verbindugen und im besondern die Grundprinzipien der Systems der Notierung und Benennungen der räumlichen Isomere von verschiedenen Arten. Note (III) wendet sich an die organischen Chemiker und die sowjetischen Ansichten über das Probleme der Umgestallung der organischen chemischen Nomenklatur bekannt zu machen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc, 3–4, 1959

537.226.33; 538.23

O LIMITĂ SUPERIOARĂ A INDUCŢIEI ELECTRICE ŞI MAGNETICE ÎN MEDII CU EREDITATE ELECTROMAGNETICĂ

DE
HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Ecuaţiile de material ale unui cîmp electromagnetic, care evoluiază într-un mediu lipsit de fenomene ereditare, sînt date de:

$$\mathbf{d} = \varepsilon \mathbf{e} \quad , \quad \mathbf{b} = \mu \mathbf{h} \,, \tag{1}$$

e şi **h** fiind valorile instantanee ale vectorilor intensităţilor cîmpului electric, respectiv magnetic, **d** şi **b** — valorile instantanee ale vectorilor: inducţie electrică, respectiv inducţie magnetică, ε — permitivitatea şi μ — permeabilitatea magnetică a mediului, **e**, **h**, **d** şi **b** fiind în general funcţii de punct şi de timp.

În cazul evoluţiei cîmpului electromagnetic într-un mediu în care se pun în evidenţă fenomene de histerezis electric (substanţe feroelectrice) sau magnetic (substanţe feromagnetice), ecuaţiile de material (1) devin (de ex. [1, p. 155]):

$$\mathbf{d} = \varepsilon \mathbf{e} + \int_{-\infty}^{t} \varepsilon_1 (t-\tau)\, \mathbf{e}(\tau)\, d\tau \,, \qquad \mathbf{b} = \mu \mathbf{h} + \int_{-\infty}^{t} \mu_1 (t-\tau)\, \mathbf{h}(\tau)\, d\tau \,. \tag{2}$$

Primii termeni (ε**e**, respectiv μ**h**) reprezintă componentele inducţiei (electrice, respectiv magnetice) lipsite de inerţie, care depind numai de valoarea actuală a intensităţii cîmpului (electric, respectiv magnetic). Restul termenilor reprezintă contribuţiile corespunzătoare momentelor anterioare, obţinute prin compunerea lor aditivă (aplicînd principiul suprapunerii efectelor), un rol esenţial în evaluarea acestor termeni jucîndu-l *funcţiile ereditare* $\varepsilon_1 (t-\tau)$ şi $\mu_1 (t-\tau)$.

Fenomenul specific evoluţiei unui cîmp electromagnetic într-un mediu cu ereditate electromagnetică constă, în esenţă, într-o întîrziere a efectului în raport cu cauza. Acest fenomen, cunoscut în literatură sub denumirea de inerţie electrică (magnetică), histerezis electric (magnetic), post-efect electric (magnetic), depinde în mod esenţial de funcţia ereditară $f(t-\tau)$. Or, este evident că funcţia ereditară se anulează atunci cînd argumentul său $(t-\tau)$ tinde spre infinit, post-efectul slăbind pe măsura scurgerii timpului. Deoarece slăbirea post-efectului este, în general, extrem de rapidă, se poate adopta pentru funcţia ereditară, într-o primă aproximaţie, forma exponenţială [2]:

$$\varepsilon_1 (t-\tau) = \varepsilon_1(0) \left\{ \exp\left[-(t-\tau)/\theta_\varepsilon\right] \right\}, \quad \mu_1 (t-\tau) = \mu_1(0) \left\{ \exp\left[-(t-\tau)/\theta_\mu\right] \right\}, \tag{3}$$

constantele θ_ε, θ_μ reprezentînd *timpurile de relaxare.*

În cazurile cînd se urmăreşte o aproximaţie mai bună, se utilizează funcţii ereditare de tipul [2]:

$$f(t-\tau) = \int_0^\infty \frac{g(\theta)}{\theta} \exp\left[-(t-\tau)/\theta\right] d\theta \,, \quad (f \equiv \varepsilon_1 \,,\, \mu_1) \,. \tag{4}$$

Aşadar aceste forme generale ale funcţiilor ereditare introduc o multiplicitate de timpuri de relaxare θ, fiecare dintre ele corespunzînd unui anumit proces microscopic.

În cele ce urmează vom determina o limită superioară a inducţiei electrice şi magnetice în cîmpuri electromagnetice cu variaţie armonică în timp, evoluînd în medii cu ereditate electrică şi magnetică, funcţia ereditară corespunzătoare fiind limitată în modul.

2. Fie:

$$\mathbf{e} = \exp(-\delta t)\,\mathbf{E}\sin\omega t \tag{5}$$

valoarea instantanee a intensităţii unui cîmp electric, presupus că evoluiază în timp după o sinusoidă amortizată, avînd pulsaţia $\omega = 2\pi f$ şi constanta de atenuare δ, iar $\mathbf{E}$ fiind o funcţie de punct.

De asemenea, fie:

$$\varepsilon_1(t-\tau) = \varepsilon_{10} f(t-\tau), \quad (\varepsilon_{10} = \text{const.}), \tag{6}$$

expresia funcţiei ereditare, asupra căreia facem numai ipoteza limitării sale în modul; anume:

$$|f(t-\tau)| \leqslant 1. \tag{7}$$

Ţinînd seama de relaţiile (5) şi (6), expresia (2) a valorii instantanee a inducţiei electrice devine:

$$\mathbf{d} = \varepsilon \exp(-\delta t)\,\mathbf{E}\sin\omega t + \varepsilon_{10}\mathbf{E}\int_0^t f(t-\tau)\exp(-\delta t)\sin\omega\tau\,d\tau, \tag{8}$$

unde am neglijat fenomenele ereditare pentru $t < 0$ [3], [4], [5].

Din (8) rezultă:

$$D \leqslant \varepsilon E + \varepsilon_{10} E \int_0^t f(t-\tau)\exp(-\delta\tau)\sin\omega\tau\,d\tau \Big| \leqslant$$
$$\leqslant \varepsilon E + \varepsilon_{10} E \int_0^t \exp(-\delta\tau)\,\big|f(t-\tau)\sin\omega\tau\big|\,d\tau, \tag{9}$$

D fiind modulul inducţiei electrice iar E — modulul intensităţii cîmpului electric.

Ţinînd seama de (7), din relaţia (9) se deduce:

$$D \leqslant \varepsilon E + \varepsilon_{10} E \int_0^t \exp(-\delta\tau)\,\big|\sin\omega\tau\big|\,d\tau = D_{\text{lim}}, \tag{10}$$

obţinînd astfel o limită superioară a inducţiei electrice.

Evaluarea acestei limite este posibilă adaptînd, la cazul studiat, procedeul întrebuinţat de Loiţeanski şi Lurie [6] la determinarea limitei superioare a abaterii sub acţiunea unei forţe mărginite în modul. În acest scop considerăm $t = mT/2 + t'$, unde $T = 2\pi/\omega$, $0 \leqslant t' \leqslant T/2$ şi deci:

a) pentru $kT < t < (2k+1)\,T/2$, $|\sin\omega\tau| = \sin\omega\tau$, $(k = 0,1,2,\ldots)$,

b) pentru $(2k+1)\,T/2 < t < (k+1)\,T$, $|\sin\omega\tau| = -\sin\omega\tau$, $(k = 0,1,2,\ldots)$.

În consecință:

$$D_{\lim} = \varepsilon E + \varepsilon_{10} E\left[\sum_{k=1}^{m}(-1)^{k-1}\int_{(k-1)\,T/2}^{kT/2}\exp(-\delta\tau)\sin\omega\tau\,d\tau + (-1)^{m}\int_{mT/2}^{mT/2+t'}\exp(-\delta\tau)\sin\omega\tau\,d\tau\right].$$

Dar

$$(12)\qquad (-1)^{k-1}\int_{(k-1)\,T/2}^{kT/2}\exp(-\delta\tau)\sin\omega\tau\,d\tau = \frac{\omega}{\omega^2+\delta^2}(1+\zeta)\,\zeta^{k-1},\ (k=1,2,\ldots,m),$$

$$(13)\qquad (-1)^{m}\int_{mT/2}^{mT/2+t'}\exp(-\delta\tau)\sin\omega\tau\,d\tau = \frac{\omega}{\omega^2+\delta^2}\zeta^{m} - \frac{1}{\omega^2+\delta^2}\zeta^{m}(\delta\sin\omega t' + \omega\cos\omega t')\exp(-\delta t'),$$

unde

$$(14)\qquad \zeta = \exp(-\delta T/2) = \exp(-\pi\delta/\omega).$$

Ținînd seama de (12) și (13), limita superioară a inducției electrice, dată de (11), devine:

$$(15)\qquad D_{\lim} = \varepsilon E + \varepsilon_{10} E\,\frac{\omega}{\omega^2+\delta^2}\left[\frac{1+\zeta-2\zeta^{m+1}}{1-\zeta} - \zeta^{m}\left(\cos\omega\tau' + \frac{\delta}{\omega}\sin\omega\tau'\right)\exp(-\delta t')\right].$$

În regim permanent ($m\to\infty$) se obține:

$$(16)\qquad D_{\lim} = \varepsilon E + \varepsilon_{10} E\,\frac{\omega}{\omega^2+\delta^2}\cdot\frac{1+\zeta}{1-\zeta} = \left[\varepsilon + \frac{\omega\varepsilon_{10}}{\omega^2+\delta^2}\coth\frac{\pi\delta}{2\omega}\right]E = \varepsilon_{\lim} E,$$

unde s-a avut în vedere relația (14).

În cazul cînd atenuarea este foarte mică $\zeta \cong 1-\delta T/2 = 1-\pi\delta/\omega$ și deci

$$(17)\qquad D_{\lim} \cong \left[\varepsilon + 0{,}64\,\frac{\omega^2\varepsilon_{10}}{(\omega^2+\delta^2)\delta}\right]E = \varepsilon_{\lim} E.$$

3. Rezultate similare se obțin în cazul unui cîmp magnetic, a cărui evoluție în timp este dată de o sinusoidă amortizată, iar funcția ereditară corespunzătoare este limitată în modul.

4. Considerații analoage celor de la pct. 2 se pot face și cu referire la alte clase de fenomene de natură neelectromagnetică dar, evident, în condițiile existenței unor proprietăți ereditare. Astfel, un fenomen de histerezis elastic apare (în special) în cazul substanțelor visco-elastice (polimerii înalți ș. a.). În acest caz valoarea instantanee a deformației unui astfel de corp este dată de relația [7]:

$$\gamma(t) = \gamma_{\text{inst}}(t) + \int_{-\infty}^{t} f(t-\tau) F(\tau)\, d\tau, \tag{18}$$

unde $\gamma_{\text{inst}}(t)$ reprezintă valoarea instantanee a componentei deformaţiei lipsite de inerţie, $F(\tau)$ — forţa, iar $f(t-\tau)$ — funcţia ereditară.

În cazul cînd forţa $F(\tau)$ este o sinusoidă amortizată iar funcţia ereditară este limitată în modul, folosind procedeul de la pct. 2 se poate găsi o limită superioară a deformaţiei.

Precizăm însă că relaţia (18) se bazează pe principiul suprapunerii efectelor. Or, cercetări recente au arătat că acest principiu este valabil numai în cazul deformaţiilor mici (de exemplu, în cazul clorurii de polivinil, limita este $\gamma = 10\%$) şi în consecinţă expresia limitei superioare a deformaţiei obţinută prin procedeul dat în această Notă are sens util numai dacă nu se depăşeşte limita deformaţiilor mici.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Electrotehnică şi Maşini Electrice
şi
Catedra de Mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Durand E., *Électrostatique et Magnétostatique*, Masson & Cie, Paris, 1953.
2. Sachse H., *Ferroelektrika*, Springer Verlag, Berlin — Göttingen — Heidelberg, 1956.
3. Розовский М. И., ДАН СССР, 1948, **59**, *2*, стр. 1265—1268.
4. Vasilache S., St. şi cerc. matem., 1952, **3**, *3—4*, pp. 295—320.
5. — Ibid., 1953, **4**, *3—4*, pp. 373—394.
6. Лойцянский Л. Г. и Лурье А. И., *Курс теоретической механики*, т. **II**, ГИТТЛ, М., 1955, стр. 484—485.
7. Sergiescu V., *Introducere în fizica solidului*, Ed. Tehn., Buc., 1956, Bibl. SSMF, *23*, pp. 259—261.

ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В СРЕДЕ ОБЛАДАЮЩЕЙ СВОЙСТВАМИ ПОСЛЕДЕИСТВИЯ

(Резюме)

Устанавливается верхняя граница электрической и магнитной индукции в электромагнитных полях в гармоническим устанавливающим режимом, причём среда распространения обладает свойствами последействия.

Мгновенное значение электрикеской ндукции дано (8) и если допускается, что последействующая функция ограничена по модулю (см. (7)), получается выражение (16) для верхней границы электрической индукции.

Можно получить аналогичное выражение для верхней границы магнитной индукции.

UNE LIMITE SUPÉRIEURE DE L'INDUCTION ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE DANS UN MILIEU À HÉRÉDITÉ ÉLECTROMAGNÉTIQUE

(Résumé)

On détermine une limite supérieure de l'induction électrique et magnétique dans des champs électromagnétiques, en régime permanent harmonique, le milieu de propagation ayant des propriétés héréditaires.

La valeur instantanée de l'induction électrique est donnée par (8) et si l'on considère que la fonction héréditaire est limitée en module (v. (7)) il en résulte l'expression (16) pour la limite supérieure de l'induction électrique.

On peut obtenir une expression analogue pour la limite supérieure de l'induction magnétique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

538.569.3

PERMITIVITATEA ŞI PIERDERILE DIELECTRICE LA UNELE SUBSTANŢE POLARE SUB INFLUENŢA UNUI CÎMP ELECTRIC CONTINUU

DE

V. PETRESCU, N. BABEI, M. ANTONIU şi VITALIE VASILACHE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Pornind de la ideea orientării dipolilor, la substanţele dielectrice polare, sub acţiunea cîmpului electric, am studiat efectul cîmpului electric continuu şi constant asupra permitivităţii şi unghiului de pierderi la astfel de substanţe.

Influenţa cîmpului electric a fost studiată sub două aspecte:

a) la substanţele dielectrice lichide, cînd cîmpul de polarizare a fost aplicat simultan cu cîmpul de măsură;

b) la substanţele dielectrice solide, ce iniţial erau topite şi apoi se răceau şi se solidificau în cîmp. În momentul măsurării nu se aplica cîmpul de polarizare, ci se cerceta numai efectul remanent rezultînd din aplicarea cîmpului electric în condiţiile arătate.

În condiţiile de la pct. a) s-a cercetat uleiul de ricin, iar în condiţiile de la pct. b) — o serie de compuşi benzenici.

Procedeul de lucru se modifica cu starea de agregare.

2. Starea lichidă

a) *Dispozitivul de măsurare*

Măsurătorile s-au făcut cu o punte Schering de înaltă tensiune, la frecvenţa de 50 Hz. Tensiunea de măsură aplicată probei era de 3 kV. Tensiunea de polarizare, luată de la un generator de curent continuu, a fost menţinută constantă în tot timpul măsurătorilor (1,4 kV) [1]. Schema instalaţiei de încercare este reprezentată în fig. 1.

Încălzirea probei s-a făcut pe cale electrică, cu o viteză de 2°C pe minut. Răcirea s-a efectuat cu aceeaşi viteză. Temperatura s-a măsurat cu un termometru cu mercur gradat din grad în grad. Condensatorul ce conţinea lichidul de încercat (C_x) s-a construit din bronz strunjit şi şlefuit (fig. 2).

Electrodul de măsură B se sprijină pe inelul de gardă G prin intermediul a patru lame de cuarţ. Inelul de gardă, la rîndul său, se sprijină pe electrodul de bază prin patru lame de sticlă obişnuită, de 1 mm grosime, aşa încît grosimea probei este de 1 mm. Diametrul electrodului de măsură B este de 100 mm. Celelalte dimensiuni ale condensatorului C_x respectă standardele în vigoare.

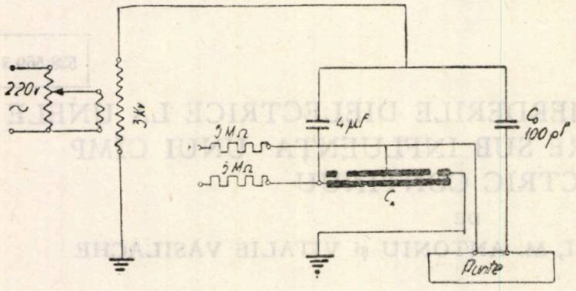


Fig. 1

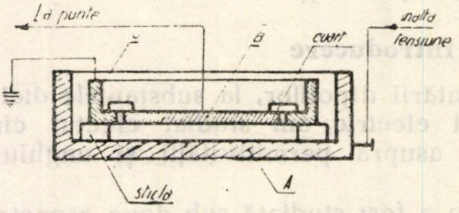


Fig. 2

b) *Încercările efectuate şi constatări*

S-a încercat uleiul de ricin din surse diferite—în total 25 probe. S-a studiat variaţia celor doi parametri (permitivitatea şi unghiul de pierderi în dielectric) în funcţie de temperatură, atît la creşterea cît şi la descreşterea acesteia, cu sau fără aplicarea simultană a cîmpului electric de polarizare.

Succesiunea operaţiilor era următoarea. Se realiza echilibrul punţii cu proba de ulei de ricin la temperatura ambiantă. Se citeau direct la punte $\mathrm{tg}\,\delta$ şi C_x. Apoi se calcula permitivitatea $\varepsilon = C_x / C_0$, unde C_0 — capacitatea condensatorului de probă fără ulei (măsurată). Se conecta dispozitivul de încălzire a probei şi se citeau simultan C_x şi $\mathrm{tg}\,\delta$, din 5° în 5°, în intervalul 25°...100° C; la fel se proceda şi la răcire.

Se aplica apoi tensiunea continuă de 1,4 kV simultan cu tensiunea alternativă de 3 kV şi măsurătorile se efectuau ca mai sus. Rezultatele acestor măsurători sînt reprezentate în fig. 3 şi 4.

În fig. 3 se arată variaţia lui ε şi $\mathrm{tg}\,\delta$ la uleiul de ricin în funcţie de temperatură, cu cîmp continuu aplicat (14 kV/cm) cît şi fără cîmp, la încălzirea probei. Se constată că valorile lui ε şi $\mathrm{tg}\,\delta$, de la o anumită temperatură, în sensul creşterii acesteia, scad atunci cînd se aplică un cîmp de polarizare.

Curbe analoage se obţin şi la faza de răcire.

În fig. 4 sînt date curbele de variaţie ale lui ε şi $\mathrm{tg}\,\delta$ în procesul de încălzire-răcire, fără cîmp şi cu cîmp de polarizare.

Se constată existenţa unor cicluri de histerezis termic. Pentru $\mathrm{tg}\,\delta$, în intervalul de temperatură cercetat, se găseşte o singură buclă de histerezis. Valorile acestui parametru sînt mai mari la răcire decît la încălzire, la aceleaşi temperaturi. Pentru ε, valorile la răcire rămîn de asemenea superioare celor corespunzătoare de la încălzire numai

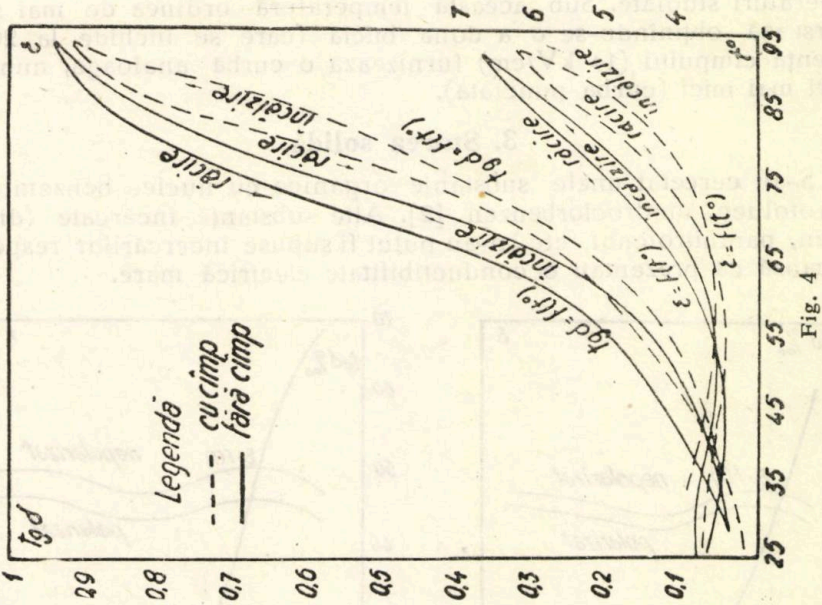

tgδ
Legendă
cu cimp
fără cimp
tgδ=f(t°)
încălzire
răcire
ε=f(t°)
t°

Fig. 4

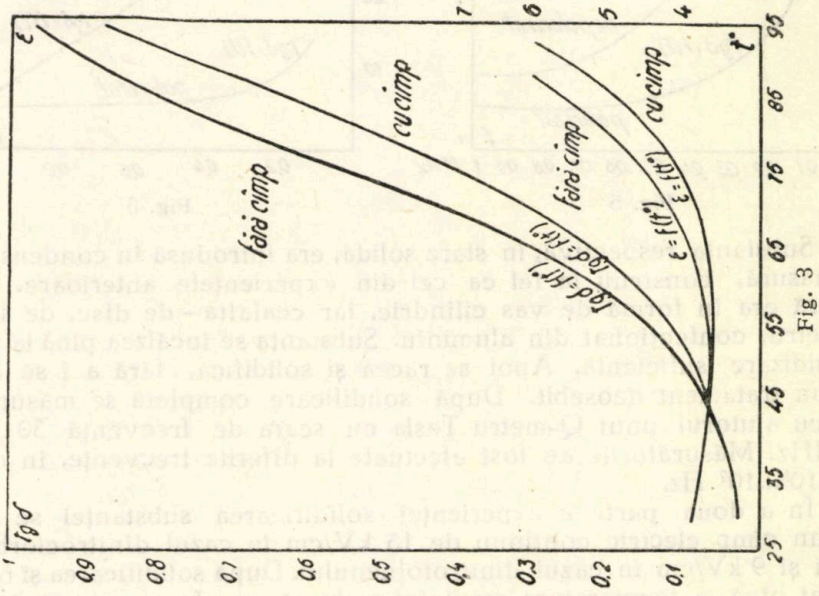

tgδ
ε
fără cimp
cu cimp
tgδ=f(t°)
ε=f(t°)
t°

Fig. 3

pînă la o anumită temperatură (cca. 55° sau 65°), în intervalul de temperaturi studiate. Sub această temperatură ordinea de mai sus se inversează obţinîndu-se o a doua buclă (care se închide la 20° C). Prezenţa cîmpului (14 kV/cm) furnizează o curbă analoagă, numai cu valori mai mici (curba punctată).

3. Starea solidă

S-au cercetat unele substanţe organice cu nuclee benzenice ca: dinitrotoluen, dinitroclorbenzen [2]. Alte substanţe încercate (dinitrobenzen, paranitrofenol, etc.) n-au putut fi supuse încercărilor respective din cauză că prezentau o conductibilitate electrică mare.

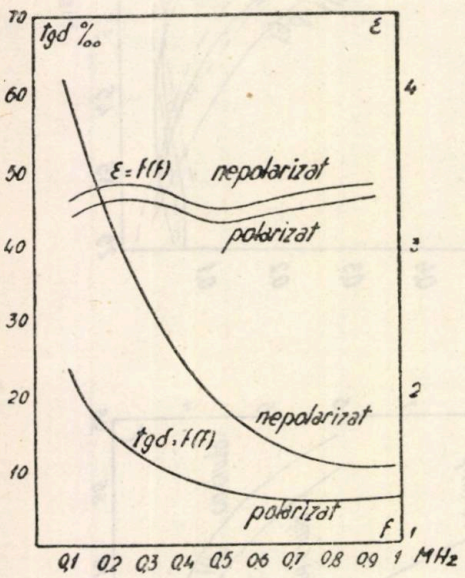


Fig. 5

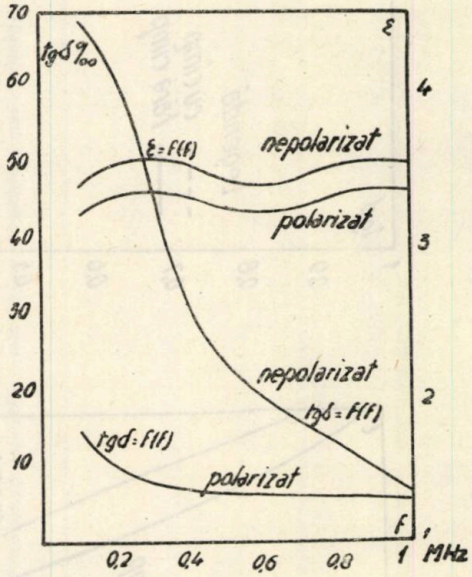


Fig. 6

Substanţa respectivă, în stare solidă, era introdusă în condensatorul de măsură, construit la fel ca cel din experienţele anterioare. O armătură era în formă de vas cilindric, iar cealaltă—de disc, de 40 mm diametru, confecţionat din aluminiu. Substanţa se încălzea pînă la topire şi fluidizare suficientă. Apoi se răcea şi solidifica, fără a i se aplica vre-un tratament deosebit. După solidificare completă se măsura ε şi $\mathrm{tg}\,\delta$ cu ajutorul unui Q-metru Tesla cu scara de frecvenţă 30 kHz... 30 MHz. Măsurătorile au fost efectuate la diferite frecvenţe, în domeniul $10^5 \ldots 10^7$ Hz.

În a doua parte a experienţei solidificarea substanţei se făcea într-un cîmp electric continuu de 13 kV/cm în cazul dinitroclorbenzenului şi 9 kV/cm în cazul dinitrotoluenului. După solidificarea şi răcirea probei pînă la temperatura mediului ambiant, se efectuau aceleaşi măsurători ca în cazul substanţelor nepolarizate. Rezultatele experimentale

sînt reprezentate în fig. 5 pentru dinitrotoluen şi fig. 6 pentru dinitroclorbenzen. Se constată acelaşi fenomen de scădere a permitivităţii şi unghiului de pierderi la substanţa ce a fost supusă acţiunii cîmpului. Micşorarea permitivităţii este relativ redusă şi se menţine aproape constantă în domeniul de frecvenţă utilizat (10^5...10^7 Hz). Micşorarea unghiului de pierderi este foarte pronunţată la începutul gamei de frecvenţă (10^5 Hz) şi devine mai puţin importantă peste 5.10^5 Hz. De la 10^6 Hz diferenţa dintre starea polarizată şi cea nepolarizată devine insensibilă, de aceea nici nu a mai fost reprezentată pe figură.

Prin retopire şi răcire influenţa cîmpului electric continuu dispare complet. Noi am considerat că substanţa se polariza sub acţiunea cîmpului iar prin topire se depolariza. Pentru fiecare probă s-a făcut un număr suficient de mare de măsurători ai celor doi parametri atît în stare de polarizare cît şi după depolarizarea prin topire. Fenomenul s-a reprodus întodeauna în acest şir de încercări cu aceeaşi probă.

Din aceste rezultate ar reieşi existenţa unei polarizări dielectrice cu caracter remanent. Totuşi, cercetînd existenţa unei eventuale d. d. p. electrice între cele două feţe ale probei care a fost solidificată în cîmp electric, s-a constatat că ea nu există; de asemenea s-a constatat şi inexistenţa vreunei sarcini. Faptul că permitivitatea scade sub acţiunea cîmpului ne-ar permite să considerăm că este cazul unei comportări analoage cu a titanaţilor de bariu [3].

4. Concluzii

Din prezenta lucrare, în care s-a cercetat influenţa cîmpului electric continuu asupra unor substanţe polare, rezultă următoarele concluzii:

1. Atît în cazul acţiunii simultane a cîmpului de polarizare cu cîmpul de măsură — la uleiul de ricin, cît şi în cazul unor dielectrici benzenici solizi la care s-a cercetat remanenţa (după acţiunea cîmpului), se constată o scădere a unghiului de pierderi ca şi a permitivităţii, sub acţiunea cîmpului continuu. O influenţă asemănătoare a fost observată de alţi cercetători la ceramicile cu titanat de bariu [3].

2. Micşorarea celor doi parametri se menţine la variaţia temperaturii (la uleiul de ricin) şi a frecvenţei (la substanţele benzenice). În cazul al doilea, pentru $\operatorname{tg}\delta$, diferenţa se accentuează puternic către valorile mici ale frecvenţei.

3. Din studiul variaţiei celor doi parametri cu temperatura, pentru uleiul de ricin s-a constatat existenţa unor cicluri de histerezis cu şi fără cîmp aplicat.

4. La substanţele polare solide cercetate, deşi rezultă o stare de polarizare, nu s-a constatat existenţa unui cîmp electric rezidual.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Electrotehnică şi Maşini electrice,
Laboratorul de Măsuri electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Mesnard G. et Eyraud L., J. phys. et rad., 1955, **16**, p. 926.
2. Petrescu V., Ann. sci. Univ. Jassy, 1940, **XXVI**, p. 233.
3. Mesnard G. et Eyraud L., J. phys. et rad., 1956, **17**, p. 62A.

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ У НЕКОТОРЫХ ПОЛЮСНЫХ ВЕЩЕСТВ ПОД ВЛИЯНИЕМ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

(Резюме)

Изучается влияние постоянного электрического поля на электрическую проницаемость и на угол потери у диэлектрических полюсных веществ.

Влияние электрического поля было изучено в двух случаях: а) у рецинного масла (жидкого) при конкомитентном использовании электрического поля поляризации и электрического поля измерения; б) у ряда бензоловых соединений (в твердом виде): динитрохлорбензол и динитротолуол. В данном случае вещество было доведено до жидкого состояния, затем до охлаждения и затвердения в электрическом поле.

Измерение производилось без электрического поля, следовательно исследовался только остаточный эфект поля.

Установлены следующее:

1. Как в случае конкомитентного действия электрического поляризационного поля, у рецинного масла, так и у твердых бензоловых диэлектриков, у которых был исследован остаточный эффект поля, установлено уменьшение угла диэлектрических потерь и диэлектрической проницаемости.

2. Уменьшение обоих параметров продолжается и при изменении температуры (у рицинного масла) и при изменении частоты (у бензоловых соединений), это уменьшение значительно усиляется при малых величинах частот.

3. Из исследования изменений обоих параметров, в зависимости от температуры, в случае рецинного масла, было установлено существование цикла гистерезиса и в случае применения электрического поля и без него.

4. У изученных твердых полюсных веществ, не смотря на то, что появляется поляризационное состояние, не было установлено присутствие остаточного внешнего электрического поля.

LA PERMITTIVITÉ ET LES PERTES DIÉLECTRIQUES CHEZ QUELQUES SUBSTANCES POLAIRES, SOUS L'INFLUENCE D'UN CHAMP ÉLECTRIQUE CONTINU

(Résumé)

On a étudié l'effet d'un champ électrique continu sur la permittivité et l'angle de pertes chez les substances diélectriques polaires.

L'influence du champ électrique a été étudiée en deux cas: a) chez l'huile de ricin (substance liquide) lorsque le champ de polarisation a été appliqué simultanément avec le champ de mesure; b) chez une série de produits benzéniques solides (dinitrochlorbenzène, dinitrotoluen). La substance, d'abord fondue, on la solidifiait par refroidissement, sous l'action du champ électrique. On effectuait la mesure dans l'absence du champ de polarisation et on cherchait à déterminer seulement l'effet rémanent du champ électrique.

On a aboutit aux conclusions suivantes:

1. Tant dans le cas de l'action simultane du champ de polarisation avec le champ de mesure (chez l'huile de ricin) que dans le cas de l'action seulement du champ de mesure (chez les produits benzéniques solides), on constate une diminution de l'angle de pertes diélectriques et de la permittivité.

2. La diminution de ces deux parametres-ci se maintient à la variation de la température (chez l'huile de ricin) et de la fréquence (chez les produits benzéniques). Dans le deuxième cas cette diminution s'accentue quant au tg δ, pour les valeures reduites de la fréquence.

3. En étudiant chez l'huile de ricin la variation avec la température de l'angle de pertes diélectriques et de la permittivité, on a constaté l'existence des cycles d'hystérésis dans la présence on bien dans l'absence du champ électrique appliqué.

4. On n'a pas réussi à constater l'existence d'un champ électrique extérieur résiduel chez les substances polaires solides, malgré l'état de polarisation.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

538.21

ASUPRA PROPRIETĂŢILOR MAGNETICE ALE PĂTURILOR GROASE DE NICHEL DEPUSE ELECTROLITIC ÎN CÎMP MAGNETIC

DE

GH. SAVIN, SVETLANA DUMITRESCU, N. REUS şi V. PETRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

In această Notă indicăm primele rezultate obţinute de noi în cercetarea anizotropiei magnetice la pături groase de nichel, depuse electrolitic în cîmp magnetic.

Ne-am propus să întreprindem acest studiu pentru depuneri de nichel în formă de tole inelare de o grosime relativ mare (0,1...0,2 mm), întrucît măsurătorile magnetice în acest caz se pot executa uşor şi exact.

Iniţial a fost necesar să găsim o reţetă pentru baia de nichelare, care să permită depuneri groase, lipsite de tensiuni interne şi cu granulaţie fină şi uniformă. Apoi a fost necesar să găsim o foiţă metalică suport de pe care pătura de nichel depusă electrolitic să se poată separa cu uşurinţă. În acest scop s-au încercat mai întîi băile clasice de nichelare, folosite obişnuit pentru depuneri subţiri, apoi baia Watts [1] folosită pentru depuneri groase. S-a renunţat la aceste reţete, întrucît depunerile nu răspundeau cerinţelor propuse.

Pentru suport s-au folosit foiţe de cositor care au permis o desprindere uşoară a depunerii. În cazul reţetelor indicate tensiunile interne mari ce apăreau în depozit, în timpul depunerii, provocau ruperea foiţelor suport.

Baia de nichelare la care ne-am oprit a fost aceea cu sulfamat de de nichel [2], avînd următoarea compoziţie:

sulfamat de nichel	450 g/l
clorură de nichel	75 g/l
acid boric	30 g/l

Prepararea sulfamatului de nichel a fost dificilă căci acidul sulfamic neexistînd ca atare, trebuia şi el preparat. Acesta din urmă s-a preparat prin saturarea la 0°C cu un curent de SO_2 a unei soluţii formate din o parte sulfat de hidroxilamină sau clorhidrat de hidroxila-

mină la 5 părţi apă [3]. În timpul barbotării cu SO_2 se separă cristali mari de acid sulfamic. Aceştia se filtrează şi se spală cu apă la 0°C, iar puritatea lor se determină prin verificarea punctului de topire, care este de 205°C.

Sulfamatul de nichel, la rîndul lui, se prepară agitînd o soluţie de acid sulfamic cu $NiCO_3$.

Avantajele băii sînt:

a) lipsa tensiunilor interne, ceea ce ne-a permis să folosim ca suport foi subţiri de staniol;

b) depozite foarte pure şi cu granulaţie fină, obţinute la densitate de curent mare şi la temperaturi relativ joase.

2. Dispozitivul şi tehnica utilizată

Foiţele de staniol, tăiate în formă de tole inelare, erau fixate pe ambele feţe ale unui disc din masă plastică (fig. 1).

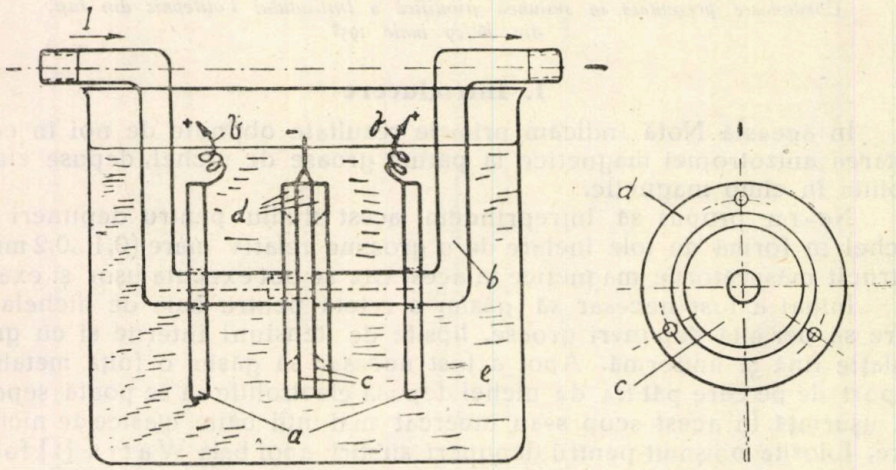


Fig. 1. Schema instalaţiei de depunere electrolitică în cîmp magnetic. *a*—anode de Ni, *b*—conductor gros de Cu acoperit cu strat izolator, *c*—catode din staniol, *d*—discuri izolatoare, *e*—electrolit, *f*—reofori din Ni.

S-au folosit două anode din nichel foarte pur (99%). Atît anodele cît şi discul cu cele două catode erau aşezate pe un ax cilindric din cupru izolat cu „duco". Axul cilindric se folosea şi pentru trecerea curentului magnetizant. În cazul cînd curentul era de 100 A, în axa medie a tolei cîmpul magnetizant atingea valoarea de 18 Oe.

Dispozitivul întreg era pus în mişcare pendulară prin intermediul unui angrenaj acţionat de un motor cu turaţie mică, în scopul de a asigura agitaţia băii în timpul depunerii.

Am diluat soluţia de 6 ori faţă de cea prescrisă, folosind o densitate de curent de 6 A/dm^2 la temperatura de 50°C. Aceasta ne-a

permis să depunem, în condiții reușite, tole de 0,15 mm grosime în timpul scurt de o oră.

Criteriul de apreciere a identității tolelor l-a constituit respectarea riguroasă a timpului de depunere, a densității de curent și a temperaturii.

Cu aceeași soluție am făcut numai două depuneri, deci am obținut patru tole. Această măsură era strict necesară, căci altfel se sărăcea baia în ioni de Ni și apăreau în plus impurități în depunere.

Micșorarea concentrației față de rețeta prescrisă a fost necesară pentru a nu risipi, la aruncarea soluției după depunere, o cantitate prea mare de sulfamat de nichel. Micșorarea concentrației a permis în același timp o creștere relativă a densității de curent cu 25%.

După ce s-au obținut opt tole cu depunerea în cîmp magnetic și alte opt tole identice cu depunerea fără cîmp magnetic, s-au realizat două toruri cu bobinajele necesare pentru magnetizare și măsurarea inducției magnetice. Folosind metoda Ewing pentru trasarea ciclului de de histerezis în regim static s-a constatat că ciclul de histerezis corespunzător tolelor de Ni depuse în cîmp magnetic este mai îngust, avînd tendința de a deveni rectangular.

Acest fapt constituie un efect specific de anizotropie magnetică găsit pentru prima oară la depuneri electrolitice de fier de către Ch. Maurain [4]. Pentru măsurători, autorul citat a folosit un magnetometru; depunerile erau mult mai subțiri decît ale noastre.

Cercetînd rezultatele obținute noi am presupus că sub acțiunea cîmpului magnetic cristalii formați prin depunere electrolitică se orientează după direcția de magnetizare ușoară.

Pentru a verifica această ipoteză este necesar să supunem unor tratamente termice tolele depuse, eliminîndu-se astfel complet tensiunile interne și să executăm analiza de structură cu ajutorul difracției razelor X.

În încheiere relevăm dificultățile mai deosebite întîmpinate la efectuarea depunerilor.

Depunerile au corespuns numai atunci cînd anoda era deosebit de pură (99%), cu suprafețele bine degresate și neoxidate. Electrolitul s-a filtrat pe cărbune animal în scopul îndepărtării substanțelor organice. Dacă filtrarea nu se făcea în mod îngrijit apăreau mari tensiuni interne în depuneri.

Pentru evitarea „ciupiturilor" ce apăreau pe depuneri, datorită prezenței la catod a hidrogenului, a fost necesară permanenta agitare a soluției.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Electrotehnică și Mașini Electrice
și
Catedra de Fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Joy M., Galvano, 1936, *234*, p. 25.
2. Barrett R. C., Revue du Nickel, 1956, **22**, *2*, p. 42.
3. Gmelin-Kraut, *Handbuch der anorganischen Chemie*, Bd. I, Abt. I, Heidelberg, 1907, S. 685.
4. Maurain Ch., J. de Phys., 1901, X, p. 123.

О МАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ ТОЛСТЫХ НИКЕЛЕВЫХ СЛОЕВ ОТЛОЖЕННЫХ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКИМ ПУТЕМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

(Резюме)

Исследуется возможная магнитная анизотропия толстых никелевых слоев отложенных электролитическим путем.

Для отложения электролитическим путем довольно толстой никелевой пластинки с мелкой грануляцией и без внутреннего напряжения была использована электролитическая ванна никелевого сульфамата с измененными соответствующим путем рабочими параметрами.

Отложение легко отделяется от подкладки из оловянных листов.

Отложения производились в магнитном поле, а также и без него.

Устанавливается, что цикл гистерезиса в слоях отложенных в магнитном поле более узок и стремится стать прямоугольным.

Возможно, что электролитическое отложение в магнитном поле заставит никелевые кристаллы орьентироваться в направлении легкой магнетизации.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема установки для электролитического отложения в магнитном поле.

SUR LES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES COUCHES ÉPAISSES DE NICKEL DÉPOSÉES PAR VOIE ÉLECTROLYTIQUE SOUS L'ACTION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE

(Résumé)

On étudie l'éventuelle anisotropie magnétique des couches épaisses de nickel, déposées par voie électrolytique.

Pour déposer par voie électrolytique des toles de nickel relativement épaisses, à granulation fine et sans tensions intérieures, on a utilisé un bain à sulphamate de nickel, ayant les paramètres modifiés selon une recette originale.

Le dépôt se détachait sans effort du support, réalisé avec des feuilles minces d'étain.

Les expériences ont été porsuivies sous l'influence d'un champ magnétique et dans l'absence du champ. On constate que le cycle d'hystérésis des toles deposées sous l'influence d'un champ magnétique est plus étroît, manifestant la tendance de devenir rectangulaire.

Il est bien probable que le dépôt obtenu par voie électrolytique, sous l'influence d'un champ magnétique, agisse sur les cristaux, en les orientant dans la direction de magnétisation légère.

Explication des figures

Fig. 1. — Schéma de l'instalation à déposer par voie électrolytique, dans un champ magnétique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.313.36

CONSIDERAŢII ASUPRA MĂRIRII PUTERII MOTOARELOR ASINCRONE

DE

V. CORLĂŢEANU, IOSIF BERGMAN şi P. LEONTE

1. Introducere

În prezenta lucrare se studiază o serie de posibilităţi de mărire a puterii nominale a motoarelor asincrone.

Motoarele asincrone sînt larg răspîndite în cele mai diferite domenii de activitate, deoarece sînt simple, ieftine şi robuste.

Uneori se prezintă situaţii cînd se cere motorului electric o putere utilă sporită, iar înlocuirea acestuia cu altul, mai mare, nu este rentabilă. Pentru aceasta se recomandă o transformare, în sensul măririi puterii, la motoarele ce se defectează şi trebuie reparate. În cele ce urmează se trec în revistă principalele metode de mărire a puterii motoarelor asincrone, ţinînd seama de nivelul actual al tehnicii.

Din studiul ce se face vor rezulta o serie de concluzii în ce priveşte avantajele acestor transformări.

2. Probleme generale la reproiectarea motoarelor asincrone

2.1. La proiectarea unei maşini electrice, Arnold porneşte de la următoarea expresie:

$$D^2 l_i n / P' = C_A, \tag{1}$$

unde: C_A — constanta maşinii, D — diametrul interior al statorului (cm), l_i — lungimea ideală a fierului activ al maşinii (cm), n — viteza sincronă (rot./min.), $P' = mEI.10^{-3}$ — puterea electromagnetică aparentă a maşinii (kVA).

Expresia constantei C_A este:

$$C_A = 6,1.10^3 / (\alpha_i k_B k_{w1} A B_\delta), \tag{2}$$

unde: α_i — coeficientul ideal de acoperire polară, k_B — coeficientul de formă al curbei inducţiei, k_{w1} — coeficientul de înfăşurare, A — încărcarea liniară (A/cm), B_δ — inducţia în întrefier (Wb/cm^2).

În cele ce urmează se pune problema de a se analiza modul în care poate fi crescută puterea nominală a unei mașini asincrone, fără a i se modifica circuitul magnetic și construcția mecanică. În aceste condiții diametrul D și lungimea ideală l_i a mașinii rămîn constante.

Puterea electromagnetică aparentă rezultă din relațiile (1) și (2):

$$P' = \alpha_i k_B D^2 l_i k_{w1} B_\delta An / 6{,}1.10^3). \tag{3}$$

Se vor analiza, în continuare, elementele de care depinde puterea electromagnetică aparentă în scopul măririi valorii ei.

2.2. Valorile lui α_i și k_B depind în mică măsură de saturația circuitului magnetic al mașinii. Valoarea lui α_i este cuprinsă între 0,68... 0,72, iar valoarea lui k_B este cuprinsă între 1,11...1,08. Se poate considera că produsul $\alpha_i k_B$ rămîne constant, din cauza variației în limite mici a valorilor lui α_i și k_B și a faptului că atunci cînd crește α_i scade k_B.

2.3. Coeficientul de înfășurare k_{w1} este mai mic la înfășurările cu pas scurtat față de cele cu pas diametral. Deci creșterea lui k_{w1}, prin urmare creșterea puterii electromagnetice aparente P', se poate obține prin trecerea de la înfășurarea cu pas scurtat la cea cu pas diametral. Se va arăta mai jos că, de fapt, prin variația lui k_{w1} nu se poate obține o variație a puterii.

2.4. Inducția în întrefier B_δ și pasul polar τ sînt date de relațiile:

$$B_\delta = \Phi/(\alpha_i \tau l_i), \quad \tau = \pi D/(2p), \tag{4}$$

iar fluxul mașinii:

$$\Phi = k_E U/(4 k_B f k_{w1} w_1) \tag{5}$$

unde w_1 este numărul de spire pe fază al înfășurării statorului.

Introducînd valorile lui τ și Φ din relațiile (4) în relația (3) se obține:

$$B_\delta = k_E Up/(2\pi \alpha_i k_B k_{w1} fDl_1 w_1). \tag{6}$$

Mărimea $k_E = 0{,}98...0{,}88$ ține seama de căderea de tensiune pe înfășurarea primară; k_E scade cu creșterea numărului de poli al mașinii [1].

Inducția în întrefier B_δ se poate scrie sub forma:

$$B_\delta = C_1 U_1/(k_{w1} f w_1) \tag{7}$$

unde:

$$C_1 = k_E p/(2\pi k_B \alpha_i Dl_i).$$

Pentru mărirea puterii electromagnetice aparente a mașinii trebuie să crească valoarea inducției în întrefier B_δ. Creșterea inducției în întrefier se poate obține prin creșterea tensiunii de alimentare, scăderea

frecvenței, scăderea numărului de spire pe fază w_1 sau a coeficientului de înfășurare k_{w1}. Această creștere se poate face modificînd unul din factori sau mai mulți.

Creșterea tensiunii de alimentare U_1 reprezintă o soluție convenabilă pentru că duce la mărirea puterii și a cuplului maxim. Este evident că creșterea tensiunii de alimentare ridică problema întăririi izolației față de masă și între spire.

Pentru a crește B_δ se poate scădea frecvența f. Însă dacă scade f scade și viteza de sincronism, deci puterea rămîne aproximativ constantă. În paragraful **12** se va arăta modul în care poate fi mărită puterea unei mașini asincrone prin creșterea frecvenței f a curentului de alimentare.

Creșterea inducției în întrefier prin scăderea coeficientului k_{w1} este posibilă în limite mici. Însă prin scăderea lui k_{w1} scade proporțional și puterea electromagnetică a mașinii. Deci prin modificarea pasului înfășurării nu se poate obține o variație a puterii mașinii.

În expresia inducției în întrefier intră la numitor numărul de spire pe fază w_1. Prin scăderea numărului de spire w_1 crește inducția în întrefier, dar scade încărcarea liniară A (v. relația (8)) și deci puterea electromagnetică nu-și schimbă valoarea.

2.5. Încărcarea liniară are expresia:

$$A = 2m w_1 I/(\pi D). \tag{8}$$

Pentru creșterea încărcării liniare A trebuie să crească curentul absorbit I.

Creșterea curentului absorbit duce la creșterea densității de curent, dacă se păstrează aceeași secțiune pentru conductoare, ceea ce duce la o creștere a încălzirii mașinii. Se pune problema dacă izolația va rezista creșterii de temperatură. Creșterea curentului absorbit este permisă și dacă se activează răcirea. Creșterea curentului absorbit poate fi realizată fără creșterea temperaturii, prin mărirea secțiunii conductoarelor, ce poate fi realizată prin folosirea unor izolanți cu calități mai bune sau printr-o eventuală așezare mai judicioasă a conductoarelor înfășurării în crestături.

Se poate mări încărcarea liniară crescînd simultan numărul de spire w_1 și tensiunea U_1 în așa fel încît B_δ și I să rămînă constante. Această soluție este avantajoasă deoarece nu duce la creșterea densității de curent, deci a încălzirii, dar pune problema folosirii mai judicioase a spațiului în crestături pentru a putea așeza un număr mai mare de spire.

2.6. Cel mai avantajos procedeu este acela cînd s-ar putea crește simultan, în același raport, încărcarea liniară A și inducția în întrefier B_δ. Aceasta s-ar putea realiza prin creșterea simultană a tensiunii și curentului, cu modificările necesare. Astfel caracteristicile motorului nu se vor înrăutăți (cuplul maxim și $\cos\varphi$).

2.7. Creșterea puterii electromagnetice aparente se poate obține prin creșterea vitezei sincrone a mașinii. Această problemă va fi discutată în paragraful **13.**

3. Recalcularea înfășurărilor

3.1. Recalcularea înfășurărilor statorului trebuie examinată sub două aspecte: a) modificarea schemei de bobinaj, b) modificarea elementelor înfășurării.

Referitor la primul aspect al acestei probleme amintim că la mașini asincrone nu se întîlnesc, în general, înfășurări cu număr fracționar de crestături pe pol și fază. Tehnica modernă preferă înfășurările în două straturi cu număr întreg de crestături pe pol și fază și pas scurtat deoarece aceste înfășurări dau economie de cupru pentru capetele de bobină, ameliorează forma curbei f. e. m și permit aranjarea capetelor de bobină în așa fel încît să fie răcite și fixate cu ușurință.

Pentru mărirea puterii unei mașini asincrone construită cu înfășurarea în două straturi este uneori avantajos a se executa înfășurarea ei într-un singur strat. Prin aceasta se cîștigă spațiu în crestătură, deoarece dispare izolația dintre cele două straturi de conductoare.

În ce privește al doilea aspect al problemei s-a arătat că pentru mărirea puterii mașinii asincrone este util a se mări fie secțiunea conductorului, fie a se îmbunătăți izolația.

L. M. Piotrovski [2] arată, spre exemplu, că prin realizarea de motoare cu izolații de sticlă și mică s-a obținut motoare cu puteri nominale cu 35...55% mai mari decît la motoarele în care s-a folosit izolația de clasă *B*. Izolația de sticlă neimpregnată cu substanțe organice oferă o ridigitate electrică ridicată, o conductibilitate termică mare și permite încălzirea pînă la temperaturi cu mult mai mari decît cele prevăzute în norme.

De asemenea utilizarea diverșilor izolanți sintetici va duce la mărirea puterii motoarelor asincrone.

3.2. Deoarece motorul asincron se aseamănă ca principiu de funcționare cu un transformator, modificările ce se aduc statorului pentru mărirea puterii motorului vor trebui aduse, în general, și rotorului.

a) După ce s-au făcut modificările necesare pentru mărirea puterii statorului bobinat se aduc aceleași modificări și rotorului bobinat și anume: mărirea secțiunii barelor, creșterea densității de curent sau îmbunătățirea calității izolației.

De asemenea, la rotor se poate crește numărul de spire w_2 ceea ce duce la creșterea f. e. m. secundare E_2, deci a puterii secundarului, dacă curentul din secundar a rămas constant.

În cazul motoarelor cu rotorul bobinat tensiunea secundară nu este o mărime standardizată și deci variația valorii ei nu ridică probleme importante.

Variația numărului de spire secundare este în majoritatea cazurilor imposibilă deoarece înfășurarea se face din bare de secțiune mare, iar barele suplimentare nu se pot așeza în șanțurile rotorului.

b) Construcția rotoarelor în colivie nu permite modificarea acestora. Dacă s-a mărit puterea statorului va trebui doar să se verifice dacă rotorul nu se supraîncălzește prin creșterea densității de curent în barele coliviei. În orice caz supraîncălzirea rotorului este admisibilă deoarece barele coliviei nu se izolează.

Uneori se poate trece de la colivie de aluminiu la cea de cupru. Astfel va scădea încălzirea rotorului deoarece conductibilitatea cuprului este de aproximativ două ori mai mare decît cea a aluminiului și deci la secțiuni egale ale barelor pierderile se înjumătățesc.

c) La motoarele asincrone se poate înlocui bobinajul rotorului cu o colivie de cupru, ceea ce permite o mărire a densității de curent. Colivia de aluminiu nu poate fi recomandată în acest caz din lipsă de spațiu în crestături.

4. Curentul de mers la gol

Curentul de mers la gol dă o indicație asupra mărimii factorului de putere al motorului.

Se vor analiza cauzele care duc la creșterea curentului de mers la gol în legătură cu problema măririi puterii motorului. Pentru ușurința analizei se va neglija componenta activă a curentului de mers la gol care are o valoare mică și influențează foarte puțin valoarea rezultantă a acestui curent.

Expresia componentei reactive a curentului de mers la gol este:

$$I_{0r} = p F_t / (0{,}9 m_1 w_1 k_{w1}) \tag{9}$$

unde F — f. m. m. a circuitului magnetic pe o pereche de poli, exprimată în amperispire. În această expresie p și m_1 sînt mărimi constante în ipoteza că viteza motorului nu variază.

Forța magnetomotoare totală are forma:

$$F_t = 2B_\delta \delta k_\delta / \mu_0 + \sum H_i l'_i \tag{10}$$

unde: δ — lungimea întrefierului (cm), k_δ — coeficientul lui Carter care depinde de pașii dentari la stator și rotor, de mărimea întrefierului și de lățimile istmurilor crestăturilor, $\mu_0 = 0{,}4\pi 10^{-8}$ — permeabilitatea aerului, H_i — intensitățile cîmpului magnetic în diversele porțiuni din fier ale circuitului magnetic (dinți, juguri) (Asp/cm), l'_i — lungimile porțiunilor respective ale circuitului magnetic (cm).

În relația (9) sînt constante mărimile: δ, k_δ, μ_0 și l'_i.

Intensitățile H_i ale cîmpului magnetic se determină în funcție de inducțiile B_i ale porțiunilor respective din circuitul magnetic, luate după curbele de magnetizare ale materialului tolelor respective. Deci atît H_i cît și B_δ depind de fluxul mașinii, deci de tensiunea la borne.

Prin creșterea tensiunii (pentru mărirea puterii) crește fluxul, deci cresc inducțiile, dacă numărul de spire w_1 rămîne constant. Va rezulta

o creștere a f. m. m. totale, deci a componentei reactive a curentului de mers la gol, mai mult sau mai puțin proporțională cu tensiunea, după gradul de saturație. Creșterea componentei reactive a curentului de mers la gol duce la scăderea factorului de putere al motorului.

Din relația (9) se vede că curentul de mers la gol nu depinde de curentul de sarcină I_1 și deci mărirea puterii prin creșterea curentului absorbit nu duce la creșterea curentului de mers la gol.

Dacă s-ar mări puterea motorului prin creșterea simultană a tensiunii de alimentare și a numărului de spire w_1 inducțiile și f. m. m. totală ar rămîne constante dar curentul de mers la gol ar scădea după cum rezultă din relația (9).

O eventuală trecere de la înfășurarea cu pas diametral la cea cu pas scurtat, deci o eventuală micșorare a coeficientului de bobinaj k_{w1}, duce la creșterea lui I_0.

5. Variația reactanțelor

5.1. Reactanța de scăpări a statorului are expresia:

$$x_1 = 0{,}158\,(f/100)\cdot(w_1/100)^2\cdot[l_i/(p\,q_1)]\cdot(\lambda_{cr}+\lambda_{d1}+\lambda_{f1}), \tag{11}$$

unde: q_1 — numărul de crestături pe pol și fază, λ_{cr} — permeanța de scăpări a părții din crestătură, λ_{d1} — permeanța scăpărilor diferențiale, λ_{f1} — permeanța de scăpări a părților frontale, x_1 rezultînd în Ω.

Din relația (11) reiese că reactanța de scăpări crește prin mărirea numărului de spire w_1 și a permeanțelor magnetice.

Permeanța de scăpări a părții din crestătură λ_{cr} nu depinde decît de forma crestăturii și în foarte mică măsură de grosimea izolației și a penei. Va avea loc o scădere destul de mică a permeanței de scăpări a crestăturii la trecerea de la înfășurarea în două straturi la cea într-un singur strat.

Permeanța scăpărilor diferențiale λ_{d1} este funcție de pasul dentar, de lungimea întrefierului și de lățimile istmurilor crestăturilor; toate acestea sînt mărimi ce nu pot fi schimbate. Permeanța scăpărilor diferențiale este întrucîtva mai mică la înfășurările cu pas scurtat în două straturi decît la cele cu pas diametral și într-un singur strat. Permeanțele scăpărilor în crestătură și diferențiale scad cînd apare saturația circuitului magnetic.

Permeanța de scăpări a părților frontale λ_{f1} însă depinde de lungimea capetelor de bobină și de scurtarea pasului înfășurării.

R. Richter [3] prezintă rezultate experimentale cu privire la determinarea permeanței părților frontale ale înfășurărilor mașinilor asincrone. Se arată că permeanțele magnetice ale părților frontale a înfășurării statorului și a înfășurării rotorului depind una de alta. Fără a ține seama de corecțiile recomandate de R. Richter se constată, pe baza datelor experimentale, că permeanța părților frontale este minimă la înfășurările

asemănătoare celor de curent continuu. La înfăşurările diametrale, într-un singur strat, permeanţa scăpărilor la părţile frontale este mai mare decît la cele în două straturi. În cazul înfăşurărilor cu capetele de bobină în două etaje, permeanţa scăpărilor părţilor frontale este mai mare decît la cele în trei etaje.

În practica proiectării se folosesc relaţii empirice pentru permeanţa părţilor frontale din care se pot trage mai greu concluzii generale.

5.2. Reactanţa de scăpări a rotorului bobinat, raportată la stator, are expresia:

$$(12)\quad x'_2 = 0{,}158\,(m_1/m_2)\cdot(w_1 k_{w1}/w_2 k_{w2})^2\cdot(f/100)\cdot(w_2/100)^2\cdot[l_i/pq_2)]\cdot(\lambda_{cr2}+\lambda_{d2}+\lambda_{f2}),$$

iar reactanţa de scăpări a înfăşurării rotorului în colivie, raportată la stator, are expresia:

$$(13)\qquad x'_2 = 31{,}6\,(m_1/z_2)\cdot(w_1 k_{w1})^2 f l_i\,(\lambda_{cr2}+\lambda_{d2}+\lambda_{f2})\,10^{-8},$$

în ambele cazuri reactanţele x'_2 rezultînd în Ω.

Ca şi reactanţa de scăpări a înfăşurării statorului, reactanţa de scăpări a înfăşurării rotorului creşte cînd creşte numărul de spire al înfăşurării statorului w_1 şi cînd cresc permeanţele magnetice.

Permeanţele magnetice ale înfăşurărilor rotoarelor bobinate se calculează cu relaţii analoage celor pentru calculul permeanţelor înfăşurărilor statorului. Prin urmare concluziile enunţate la punctul **5.1.** rămîn valabile şi în acest caz.

Permeanţele scăpărilor rotoarelor în colivie nu variază cînd se măreşte puterea motoarelor asincrone, pentrucă nu se recomandă modificarea coliviilor.

În cazul înlocuirii înfăşurării rotorului bobinat cu o colivie, permeanţa scăpărilor părţilor frontale va scădea, după cum rezultă din datele experimentale prezentate de R. Richter.

6. Procedee de mărire a puterii motoarelor asincrone

În paragrafele anterioare s-au analizat posibilităţile de mărire a puterii motoarelor asincrone. Aceste posibilităţi sînt următoarele:

a) mărirea tensiunii de alimentare, b) mărirea tensiunii de alimentare cu creşterea numărului de spire şi păstrarea constantă a inducţiei în întrefier, c) creşterea curentului absorbit fără modificarea secţiunii conductoarelor, d) creşterea curentului absorbit fără modificarea densităţii de curent, e) creşterea simultană a curentului şi a tensiunii, f) creşterea vitezei de sincronism, g) creşterea frecvenţei curenţilor de alimentare, h) modificarea motoarelor monofazate în motoare trifazate.

În cele ce urmează se vor analiza, în ordinea citată, modul în care variază principalele caracteristici ale motorului asincron cînd se aplică unul din procedeele indicate mai sus.

7. Mărirea puterii motorului asincron prin creșterea tensiunii de alimentare

7. 1. La punctul **2. 3.** s-a prezentat teoretic posibilitatea măririi puterii motoarelor asincrone prin creșterea tensiunii de alimentare.

Tensiunea de alimentare poate fi crescută cu ajutorul unor transformatoare sau autotransformatoare sau prin schimbarea conexiunilor fazelor statorului din stea în triunghi. Dacă este posibilă comutarea înfășurării statorului din stea în triunghi, tensiunea pe fază a motorului trifazat va crește de $\sqrt{3}$ ori și deci puterea va crește de 3 ori.

Creșterea tensiunii de alimentare pune problema întăririi izolației înfășurării. Despre acest lucru s-a discutat în paragraful **3.** De obicei însă izolația motoarelor asincrone rezistă la mărirea tensiunii de alimentare peste tensiunea nominală în condiții satisfăcătoare. Evident că la motorul cu tensiunea de linie de 220 V sau 380 V creșterea tensiunii pînă la 500 V este admisibilă fără a periclita izolația, deoarece un asemenea motor se izolează întotdeauna pentru 500 V. Această mărire a tensiunii de alimentare nu trebuie însă să ducă la creșterea inducției în întrefier mult peste limitele admisibile (aprox. 0,9 Wb/m²).

Prin această modificare crește curentul de mers la gol, care poate depăși cu mult limita admisibilă în cazul saturației circuitului magnetic.

În raționamentul ce urmează se va presupune că motorul va funcționa la același curent nominal. Rezistențele active ale înfășurărilor nu variază în acest caz de transformare a mașinii, de asemenea nici pierderile în cuprul înfășurărilor.

7. 2. Alunecarea motorului asincron depinde de pierderile în cuprul rotorului (p_{Cu2}) și anume:

$$a = p_{Cu2} / P_M \tag{14}$$

unde P_M — puterea electromagnetică a motorului asincron (kW).

Se poate scrie:

$$P_M = P_2 + p_{mec} + p_{Cu2} \tag{15}$$

unde: P_2 — puterea mecanică pe arborele mașinii (kW), p_{mec} — pierderile mecanice (kW), care depind numai de viteza de rotație.

Prin creșterea tensiunii de alimentare se mărește puterea absorbită de motor de la P_1 la P_1', deci și puterea utilă a motorului, de la P_2 la P_2'. Se poate nota $P_2' = \alpha P_2$ unde $\alpha > 1$.

Prin această modificare crește f. e. m. secundară, corespunzător aceluiași raport de transformare, iar curentul secundar și deci pierderile în cuprul rotorului rămîn constante.

Alunecarea devine:

$$a = p_{Cu2} / (\alpha P_2 + p_{Cu2} + p_{mec}). \tag{16}$$

Din relația (16) rezultă că, în acest caz, alunecarea scade.

7. 3. Dacă ar putea fi crescut factorul de putere al motorului s-ar putea obține o oarecare creștere a puterii sale utile.

Din schema echivalentă a motorului asincron rezultă că:

$$\cos\varphi = (I_{0a} + I'_{2a}) / \sqrt{(I_{0a} + I'_{2a})^2 + (I_{0r} + I'_{2r})^2}. \tag{17}$$

unde: I_{0a} — componenta activă a curentului de mers la gol, I_{0r} — componenta reactivă a curentului de mers la gol, I'_{2a} — componenta activă a curentului secundar raportat la primar, dată de relația

$$I'_{2a} = U_1 \left(c_1 r_1 + c_1^2 r_2' / a\right) / \left[\left(c_1 r_1 + c_1^2 r_2' / a\right)^2 + \left(c_1 x_1 + c_1^2 x_2'\right)^2\right], \tag{18}$$

I'_{2r} — componenta reactivă a curentului secundar raportat la primar, dată de relația

$$I'_{2r} = U_1 \left(c_1 x_1 + c_1^2 x_2'\right) / \left[\left(c_1 r_1 + c_1^2 r_2' / a\right)^2 + \left(c_1 x_1 + c_1^2 x_2'\right)^2\right]. \tag{19}$$

În relaţiile (18) şi (19) c_1 este coeficientul de corecţie care ţine seama de faptul că s-a scos circuitul de magnetizare la borne. Se poate considera $c_1 \approx 1$.

Din relaţia (17) se vede că pentru creşterea lui cos φ trebuie să crească I'_{2a} şi să scadă I_{0r} şi I'_{2r}.

Despre variaţia curentului de mers la gol s-a vorbit în paragraful **4**. În cazul măririi tensiunii de alimentare curentul de mers la gol creşte, deci factorul de putere scade. Dacă intervine saturaţia, componentele reactive ale curentului de mers la gol şi a curentului secundar raportat (I'_{2r}) cresc mult.

7. 4. Expresia cuplului maxim este:

$$C_{\max} = mpU_1^2 / \left[4\pi c_1 f \sqrt{r_1^2 + (x_1 + c_1 x'_2)^2}\right]. \tag{20}$$

Din relaţia (20) rezultă că cuplul maxim creşte cu patratul tensiunii de alimentare dacă reactanţele nu au variat. Scăderea reactanţelor datorită apariţiei saturaţiei duce la creşterea în măsură mai mare a cuplului maxim.

La noua putere utilă, abstracţie făcînd de randament, capacitatea de suprasarcină a motorului poate fi scrisă:

$$k_M = C_{\max} / C_n = k\,(\alpha U_1)^2 / (\alpha P'_2) = \alpha k U_1^2 / P'_2.$$

Capacitatea de suprasarcină creşte proporţional cu tensiunea de alimentare aşa cum reiese din relaţie.

7. 5. Curentul de pornire se poate exprima prin relaţia aproximativă:

$$I_p \cong U_1 / \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_1 + x_2)^2}. \tag{21}$$

Rezultă că curentul de pornire creşte proporţional cu tensiunea de alimentare dacă reactanţele rămîn constante. Dacă valorile reactanţelor scad curentul de pornire va creşte şi mai mult.

În cazul adoptării soluţiei de mărire a puterii prin creşterea tensiunii de alimentare se recomandă să se studieze posibilitatea pornirii la tensiune scăzută şi abia după pornire să se comute înfăşurarea statorului la tensiunea mărită. În cazul motoarelor cu rotorul bobinat se recomandă creşterea rezistenţei reostatului de pornire.

7. 6. La un motor asincron relaţia dintre puterea absorbită P_1 şi puterea utilă P_2 este:

$$P_2 = P_1 - (p_{\text{mec}} + p_{\text{Fe1}} + p_{s\text{Fe}} + p_{\text{Cu1}} + p_{\text{Cu2}} + p_s), \tag{22}$$

unde: p_{Fe1} — pierderile în fierul statorului, ce depind de frecvenţă şi de inducţie, $p_{s\text{Fe}}$ — — pierderile suplimentare în fier, ce depind de asemenea de frecvenţă şi de inducţie, p_{Cu1} — pierderile în cuprul înfăşurării statorului, p_s — pierderile suplimentare în cupru.

Se va presupune că pentru mărirea puterii a fost mărită tensiunea la valoarea $U'_1 = \beta U_1$ unde $\beta > 1$. Puterea absorbită devine:

$$P'_1 = 3\beta U_1 I_1 \cos\varphi = \beta P_1$$

Pierderile în fier variază aproximativ cu patratul inducţiei, deci cu patratul tensiunii. Pierderile mecanice şi în cupru nu variază în acest caz. Pierderile suplimentare depind de mai mulţi factori şi pentru a ţine seama de existenţa lor, ele se aproximează la 0,5 % din puterea absorbită.

Puterea utilă mărită se va putea scrie sub forma:

$$P'_2 = \beta P_1 - \beta^2 (p_{\text{Fe1}} + p_{s\text{Fe}}) - \beta p_s - (p_{mec} + p_{\text{Cu1}} + p_{\text{Cu2}}). \tag{23}$$

Pentru a determina creşterea puterii utile vom scădea relaţia (22) din relaţia (23). Se obţine:

$$P'_2 - P_2 = (\beta - 1)(P_1 - p_s) - (\beta^2 - 1)(p_{\text{Fe1}} + p_{s\text{Fe}}). \tag{24}$$

MUSLARI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848 BUDAPEST

Din relația (24) reiese că pierderile în fier cresc cu patratul coeficientului β și deci mărirea puterii utile va fi mai mică decît creșterea puterii absorbite. Prin urmare, în cazul analizat de mărire a puterii, rezultă o scădere a randamentului mașinii cu puterea mărită.

8. Mărirea puterii motorului asincron prin creșterea tensiunii de alimentare și a numărului de spire, cu păstrarea constantă a inducției în întrefier

8. 1. După cum s-a arătat la punctul **2. 5.** mărirea puterii în acest caz se bazează, de fapt, pe creșterea încărcării liniare a mașinii.

În afară de creșterea tensiunii, proiectantul trebuie să se asigure de faptul că numărul sporit de spire va putea încăpea în crestătură fără a fi necesară scăderea secțiunii conductoarelor. Pentru a cîștiga spațiu în crestătură este recomandabil să se folosească izolanți cu calități superioare.

Spre deosebire de cazul studiat în paragraful precedent creșterea tensiunii de alimentare simultan cu creșterea numărului de spire se poate face numai prin rebobinarea mașinii ce va funcționa la același curent nominal.

8. 2. Rezistența activă r a înfășurării statorului este dată de relația:

$$r_1 = \varrho_{75}\, w_1\, l_{med}\, 10^{-2} / (s_s a_1),$$

unde: l_{med} — lungimea medie a spirei înfășurării statorului (cm), s_s — secțiunea conductorului înfășurării (mm^2), a_1 — numărul căilor de curent în paralel pe fază, r_1 rezultînd în Ω.

Rezistența înfășurării primare crește direct proporțional cu numărul de spire.

Pierderile în cuprul înfășurării statorului sînt date de relația $p_{Cu1} = 3r_1 I_1^2 \cdot 10^{-3}$. Aceste pierderi cresc proporțional cu creșterea numărului de spire, deci proporțional cu tensiunea de alimentare.

Dacă nu s-a modificat numărul de spire din rotor, va crește raportul de transformare $k = w_1 k_{w1} / (w_2 k_{w2})$, deci va crește și curentul secundar în același raport. Cum rezistența înfășurării secundare a rămas constantă, pierderile în cuprul rotorului vor varia proporțional cu patratul curentului secundar dacă se neglijează creșterea rezistivității ϱ cu temperatura, deci cu patratul raportului β dintre noua putere absorbită P_1' și puterea absorbită P_1 înainte de transformare:

$$p_{Cu2} = 3r_2 I_2'^2 \cdot 10^{-3} = 3r_2 I_2^2 \beta^2 \cdot 10^{-3}.$$

Făcînd un raționament analog celui de la punctul **7. 6.** rezultă că și în acest caz va avea loc o scădere a randamentului motorului. Scăderea randamentului se datorește și necesității activării răcirii.

Pierderile în fier nu variază deoarece nu variază inducția.

8. 3. Făcînd abstracție de înrăutățirea randamentului se va presupune că creșterea puterii utile este proporțională cu creșterea puterii absorbite. În acest caz alunecarea are expresia:

$$a \cong \beta^2 p_{Cu2} / (\beta P_2 + p_{mec} + \beta^2 p_{Cu2}).$$

Derivata ei este:

$$da/d\alpha = (\beta^2 P_2 p_{Cu\,2} + 2\beta\, p_{mec}\, p_{Cu\,2}) / (\beta P_2 + \beta^2 p_{Cu\,2} + p_{mec})^2.$$

Derivata ia valori pozitive pentru $\beta > 1$. Rezultă că în cazul măririi puterii are loc și creșterea alunecării. Se poate anticipa arătînd că ori de cîte ori mărirea puterii se obține prin creșterea încărcării liniare, alunecarea va crește.

8.4. Deoarece a crescut numărul de spire w_1 reactanțele x_1 și x_2' cresc proporțional cu patratul numărului de spire, componenta reactivă (19) a curentului secundar raportat (I_{2r}') scade, iar componenta activă (18) a acestui curent (I_{2a}') crește.

În paragraful 4 s-a arătat că în acest caz curentul la mers la gol scade, deci factorul de putere cos φ, dat de relaţia (17), creşte.

8.5. Dacă se neglijează rezistenţa activă în relaţia cuplului maxim (20) se vede că valoarea acestui cuplu nu se modifică atunci cînd cresc simultan tensiunea şi numărul de spire, deoarece reactanţele x_1 şi x_2' sînt proporţionale cu patratul numărului de spire (v. relaţiile (11), (12), (13)).

Dacă cuplul maxim rămîne constant atunci cînd creşte puterea utilă, capacitatea de suprasarcină scade. Este important deci să se verifice în cazul acestei transformări dacă capacitatea de suprasarcină nu scade sub limita admisă de norme.

Curentul de pornire se exprimă prin relaţia (21). Dacă tensiunea şi numărul de spire devin după transformare respectiv βU_1 şi βw_1, curentul de pornire va fi:

$$I_p = \beta U_1 / \left[\sqrt{(\beta r_1 + r_2')^2 + \beta^4 (x_1 + x_2')^2}\right].$$

Numitorul acestei expresii creşte aproximativ cu patratul puterii lui β în timp ce numărătorul creşte cu puterea întîia a lui β. Deci curentul de pornire va scădea. Dacă curentul de pornire scade, scade şi cuplul de pornire. Va trebui verificat dacă prin această transformare nu scade prea mult cuplul de pornire.

9. Mărirea puterii motorului asincron prin creşterea curentului absorbit, fără modificarea secţiunii conductoarelor

Această soluţie de mărire a puterii nu pretinde utilaje auxiliare (transformatoare, comutatoare pentru conexiuni, etc.) şi în majoritatea cazurilor poate fi obţinută fără transformarea maşinii. De obicei maşinile vechi sînt supradimensionate mult şi supraîncălzirea înfăşurărilor va fi suportată fără dificultate. Pentru a mări siguranţa în funcţionare, în majoritatea cazurilor este suficient să se modifice ventilatorul pentru activarea răcirii. Modificarea izolaţiei înfăşurării, deci rebobinarea şi eventuala transformare a rotorului, se recomandă numai dacă se doreşte obţinerea unui spor important de putere.

Aplicînd procedeul de mărire a puterii prin creşterea curentului absorbit nu vor varia rezistenţele şi reactanţele înfăşurărilor. Rezultă că pierderile în cuprul înfăşurărilor vor creşte proporţional cu patratul curentului, deci cu patratul coeficientului β de creştere a puterii.

Făcînd raţionamente analoage celor din paragraful 8 rezultă că randamentul maşinii transformate scade, iar alunecarea şi curentul secundar cresc. Randamentul scade şi din cauza necesităţii activării ventilaţiei.

Dacă motorul a fost proiectat iniţial pentru a funcţiona la cos φ maxim este evident că supraîncărcarea sa duce la scăderea factorului de putere.

Cuplul maxim rămîne nemodificat, deci capacitatea de suprasarcină a motorului transformat scade proporţional cu coeficientul de creştere a puterii.

Curentul şi cuplul de pornire nu vor varia.

10. Mărirea puterii motorului asincron prin creşterea curentului absorbit, fără modificarea densităţii de curent în înfăşurări

Acest procedeu de mărire a puterii se poate realiza numai prin transformarea înfăşurării. În acest scop se va reproiecta înfăşurarea, prevăzînd-o cu conductoare cu secţiunea de β ori mai mare decît secţiunea iniţială (β fiind coeficientul de mărire a puterii). Pentru a putea pune în practică acest procedeu va trebui să se folosească izolaţie cu calităţi superioare care ocupă un spaţiu mai mic în crestătură. În scopul măririi spaţiului util din crestătură se poate trece de la înfăşurarea în două straturi la cea într-un singur strat. În cazul acestei transformări va trebui mărită şi secţiunea barelor înfăşurării rotorului bobinat, iar în cazul rotoarelor în colivie se va putea trece de la colivia de aluminiu la cea de cupru. În aceste condiţii rezistenţa activă a înfăşurării statorului scade.

Dacă s-a realizat condiția ca secțiunea conductoarelor să crească proporțional cu creșterea curentului, densitatea de curent $j_1 = I_1/(s_1 a_1)$ rămîne constantă și pierderile în cupru devin:

$$p_{Cu1} = 6\varrho_{75} l'_{w1} w_1 j_1 I_1 .10^{-5}.$$

Se observă că pierderile în cupru cresc proporțional cu curentul absorbit și prin urmare încălzirea conductoarelor nu va varia în limite prea mari, deci activarea răcirii nu este atît de imperioasă.

Dacă înfășurarea rotorului a fost modificată la fel cu cea a statorului, concluziile privind pierderile în cuprul acesteia sînt aceleași ca și pentru stator.

Alunecarea va avea expresia:

$$a = \beta p_{Cu2}/[\beta(P_2 + p_{Cu2}) + p_{mec}].$$

Pentru $\beta > 1$ alunecarea crește. În cazul acestei transformări pierderile mecanice și în fier sînt constante, iar pierderile în cupru și cele suplimentare variază proporțional cu coeficientul de creștere a puterii. Relația (24) devine:

$$P'_2 - P_2 = (\beta - 1)(P_1 - p_{Cu1} - p_{Cu2} - p_s).$$

Dacă se notează $a = P'_2/P_2$, avem:

$$(a - 1)/(\beta - 1) = [P_1 - (p_{Cu1} + p_{Cu2} + p_s)]/P_2 > 1,$$

de unde $a > \beta$. Rezultă o oarecare îmbunătățire a randamentului mașinii cu puterea mărită, ceea ce este evident avantajos.

În ce privește factorul de putere și cuplul maxim sînt valabile aceleași considerații ca în paragraful 9.

Curentul de pornire crește în mică măsură din cauza micșorării rezistențelor înfășurărilor. În schimb cuplul de pornire scade mult datorită scăderii rezistenței circuitului secundar. Din acest motiv va trebui să se verifice dacă cuplul de pornire nu a scăzut sub limita admisibilă. Dacă cuplul de pornire este prea mic, în cazul rotorului bobinat, se va mări rezistența reostatului de pornire. În cazul rotorului în colivie cuplul de pornire nu poate fi modificat.

Este absolut necesar să se verifice valoarea cuplului de pornire în cazul trecerii de la colivia de aluminiu la cea de cupru sau la trecerea de la rotorul bobinat la rotorul cu colivie de cupru.

La trecerea de la colivia de aluminiu la colivia de cupru rezistența înfășurării scade cu raportul rezistivităților (la 15° C)

$$\varrho_{Cu}/\varrho_{Al} = 0{,}0175/0{,}029 \cong 0{,}6.$$

Prin urmare, în acest caz cuplul de pornire va scădea cu 40%.

11. Alte procedee de mărire a puterii fără a varia viteza sau frecvența

Se pot imagina și alte procedee de mărire a puterii. Astfel se poate mări puterea unei mașini asincrone prin creșterea curentului absorbit și scăderea proporțională a numărului de spire. Un asemenea motor cu puterea mărită va avea caracteristicile celui descris în paragraful 7, pentru că prin această transformare crește inducția în întrefier, încărcarea liinară rămînînd constantă.

Se poate mări puterea unui motor asincron prin creșterea simultană a inducției în întrefier și a încărcării liniare. Acest procedeu corespunde de altfel tendinței tehnicii moderne de creștere a solicitărilor electromagnetice a materialelor. Prin creșterea inducției în întrefier crește capacitatea de suprasarcină, iar prin creșterea încărcării liniare crește factorul de putere.

12. Mărirea puterii motorului asincron prin creşterea frecvenţei tensiunii de alimentare

Dacă se înlocuieşte expresia f.e.m. din relaţia puterii electromagnetice aparente, în funcţie de flux şi frecvenţă, se obţine expresia:

$$P' = 4k_B k_{w1} w_1 \Phi f I_1 \cdot 10^{-3}. \tag{25}$$

Din relaţia (25) rezultă faptul, bine cunoscut de altfel, că puterea electromagnetică aparentă creşte dacă creşte frecvenţa tensiunii de alimentare, fără ca inducţia în întrefier şi încărcarea liniară să crească.

Pentru a creşte puterea motorului asincron prin creşterea frecvenţei tensiunii de alimentare nu este necesar a se creşte viteza de rotaţie a maşinii. Pentru a păstra viteza constantă la creşterea frecvenţei se vor schimba înfăşurările statorului şi rotorului pentru un număr mai mare de poli.

Posibilitatea măririi puterii prin creşterea frecvenţei se poate aplica la trecerea motoarelor de la 42 Hz şi 320 V la 50 Hz şi 380 V.

Mărirea puterii prin creşterea frecvenţei curenţilor de alimentare cere instalaţii costisitoare de creştere a frecvenţei (transformatoare asincrone de frecvenţă, generatoare de curent alternativ cu colector, mutatoare cu vapori de mercur, grupuri convertizoare de frecvenţă, etc.). Din acest motiv această posibilitate de mărire a puterii nu este rentabilă.

Este clar că odată cu creşterea frecvenţei cresc pierderile în fier şi pierderile suplimentare în cupru, deci randamentul va fi mai mic.

13. Mărirea puterii maşinii asincrone prin schimbarea vitezei sale de rotaţie

Cea mai avantajoasă soluţie pentru creşterea puterii unui motor asincron pare a fi creşterea vitezei sale de sincronism. Creşterea vitezei se realizează prin schimbarea numărului de poli ceea ce se obţine pirn rebobinare sau uneori prin schimbarea legăturilor dintre bobinele înfăşurării.

Înainte de a recurge la creşterea vitezei motorului trebuie să se cerceteze dacă construcţia sa mecanică permite funcţionarea la viteza mărită. De asemenea va trebui verificat, în special la motoarele cu rotorul în colivie, dacă la noul număr de perechi de poli numerele de dinţi la stator şi rotor nu duc la apariţia cuplurilor parazite.

Dacă motorul la care se schimbă numărul de poli are rotorul bobinat, trebuie rebobinat atît statorul cît şi rotorul.

Se va analiza acum modul de variaţie a parametrilor la trecerea unei maşini asincrone de la un număr p_1 de perechi de poli la un număr $p_2 < p_1$ de perechi de poli.

În literatură [4] se arată că raportul inducţiilor în întrefier este:

$$B_{\delta_2} / B_{\delta_1} = [(w_1 k_{w1}) / (w_2 k_{w2})] \cdot (p_2 / p_1) \cdot (E_{12} / E_{11}). \tag{26}$$

Se observă că în cazul unei tensiuni date a reţelei, prin o alegere convenabilă a conexiunii fazelor (de exemplu stea sau triunghi), a numărului de spire şi a schemelor de bobinaj ,se poate modifica raportul inducţiilor în întrefier, adică

$$C_{n1} / C_{n2} \approx B_{\delta_1} / B_{\delta_2}. \tag{27}$$

Este evident că pentru a obţine maximum de putere se va căuta a se mări de asemenea la maximum raportul inducţiilor.

În prezenta lucrare s-a analizat modul de obţinere a unei măriri a puterii prin creşterea tensiunii (respectiv f. e. m.), a numărului de spire şi a schemei de bobinaj, deci s-au arătat mijloacele de utilizat pentru ca raportul inducţiilor, prin urmare şi al cuplurilor, să poată fi crescut peste raportul numărului perechilor de poli.

Raportul puterilor electromagnetice este:

$$P_{M1} / P_{M2} = C_{n1} \omega_1 / (C_{n2} \omega_2) = C_{n1} p_2 / (C_{n2} p_1).$$

Dacă se vor păstra aceleași inducții după transformare ($C_{n1} / C_{n2} = 1$) raportul puterilor electromagnetice, iar cu aproximație și raportul puterilor utile, devine

$$P_{M1} / P_{M2} = p_2 / p_1 .$$

În literatură [4] se indică pentru raportul cuplurilor maxime relația:

$$C_{\max_1} / C_{\max_2} = p_1 x_2 / (p_2 x_1).$$

Aici x_1 și x_2 reprezintă reactanțele de scăpări corespunzătoare celor două numere de perechi de poli. Cu același raport crește deci și capacitatea de suprasarcină.

Reactanțele de scăpări cresc simțitor cînd numărul de perechi de poli scade.

Se arată de asemenea că raportul curenților de pornire este

$$I_{p1} / I_{p2} \approx (B_{\delta_2} / B_{\delta_1})^2 \cdot (k_{w2} / k_{w1}) \cdot (p_1 / p_2).$$

Curentul de pornire crește mult, ceea ce impune luarea de măsuri pentru limitarea acestuia. Dacă este posibil să se realizeze o înfășurare cu schimbarea numărului de poli se pornește mașina cînd comutatorul este cuplat pe viteza mică.

14. Transformarea unui motor monofazat într-un motor trifazat

Cea mai mare parte din mașinile asincrone monofazate sînt construite cu fază auxiliară. Rotorul mașinilor asincrone monofazate este în colivie, iar dacă este bobinat, bobinajul rotorului se face trifazat.

La majoritatea motoarelor asincrone monofazate 2/3 din numărul șanțurilor statorului sînt ocupate de faza principală, iar 1/3 din numărul șanțurilor sînt ocupate de faza auxiliară. Pentru a transforma un asemenea motor într-un motor trifazat se va așeza în fiecare a treia parte din numărul șanțurilor cîte o fază a înfășurării trifazate.

Pentru a putea compara caracteristicile motorului monofazat cu cele ale motorului trifazat ce s-ar obține prin transformarea menționată, se va considera faza principală a motorului monofazat ca fiind formată din două faze ale motorului trifazat, iar în șanțurile rezervate fazei auxiliare se introduce a treia fază.

Dacă s-ar aplica unui asemenea motor o tensiune de linie egală cu tensiunea aplicată pe faza principală a motorului monofazat, cuplul motorului trifazat va fi:

$$C_{n3} = 3k(U_1 / \sqrt{3})^2 = kU_1^2,$$

iar cuplul motorului monofazat va fi:

$$C_{n2} = 2k(U_1 / 2)^2 = kU_1^2 / 2 .$$

Raportul cuplurilor va fi deci $C_{n3} / C_{n2} = 2$ iar raportul puterilor, în ipoteza vitezelor egale, va fi de asemenea egal cu 2. Se înțelege că în acest caz se aplică o tensiune de $2/\sqrt{3}$ ori mai mare decît cea nominală pe o fază a motorului trifazat și au loc toate neajunsurile respective (curent de mers la gol mărit, cos φ scăzut, etc.).

Dacă însă se aplică motorului tensiunea corespunzătoare tensiunii nominale pe o fază a motorului monofazat, cuplul motorului trifazat va fi $C_{n3} = 3kU_1^2$ iar cuplul motorului monofazat va fi $C_{n2} = 2kU_1^2$.

În acest caz puterea motorului trifazat crește cu raportul $C_{n3} / C_{n2} = 3/2$, dacă viteza motorului trifazat rămîne aceeași cu cea a celui monofazat.

15. Concluzii

1. Se poate mări puterea motoarelor asincrone fără modificarea circuitului magnetic prin mărirea: tensiunii, curentului, vitezei de rotație sau frecvenței.

Se pot aplica simultan toate metodele propuse la o aceeaşi maşină şi atunci puterea maşinii va creşte mai mult.

2. Se arată că mărirea tensiunii şi a frecvenţei, în condiţiile alimentării motorului de la o sursă de tensiune şi frecvenţă date, este avantajoasă dar pune problema procurării de utilaje suplimentare ceea ce nu este justificat totdeauna din punct de vedere economic. Trecerea de la frecvenţe mai mici nestandardizate (42 Hz) la cea standardizată (50 Hz) duce la mărirea puterii.

3. Cele mai rentabile procedee de mărire a puterii sînt cele bazate pe creşterea curentului absorbit, chiar dacă se rebobinează maşina, şi se folosesc izolanţi de calitate superioară. Totuşi la folosirea acestor procedee capacitatea de suprasarcină scade.

4. Dacă este posibilă modificarea vitezei sincrone, atunci rebobinarea maşinii pentru o viteză mai mare dă rezultate bune.

5. Examinînd randamentul, factorul de putere, capacitatea de suprasarcină, cheltuielile de exploatare şi cele necesare pentru a realiza transformarea, se poate constata rentabilitatea şi utilitatea acesteia.

Primit la 8 X 1959

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Electrotehnică şi Maşini Electrice,
Laboratorul de Maşini Electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Liwschitz M., *Die elektrischen Maschinen*, Bd. **III**, B. G. Teubner, Leipzig-Berlin, 1934, S. 15.
2. Piotrovski L. M., *Maşini electrice*, EES, Buc., 1953, pp. 588, 687-690, (trad. din l. rusă).
3. Richter R., *Elektrische Maschinen*, Bd. **IV**, Birkhäuser Verlag, Basel-Stuttgart, 1954, S. 161-173
4. — *Înfăşurările maşinilor electrice*, Edit. tehn., Buc., 1958, pp. 211—216, (trad. din l. germană).
5. Corlăţeanu V. şi Şerban Gh., Electrotehnica, ASIT, 1959, **7**, 7, p. 214-221.
6. Parteni Antoni C. şi Corlăţeanu V., Bull. Inst. Polyt. Jassy, 1948, **III**, *1*, pp 169-217.

СООБРАЖЕНИЯ В СВЯЗИ С ПОВЫШЕНИЕМ МОЩНОСТИ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

(Резюме)

В настоящей работе исследуется ряд возможностей повышения номинального значения мощности асинхронных двигателей без изменения размеров магнитной цепи.

Указывается возможность повышения тока, частоты или же скорости вращения.

Указывается, что самые подходящие методы повышения мощности, это те которые основываются на повышении потребляемого тока, если перематывается обмотка и используются изоляция высшего качества.

Несмотря на это, при использовании указанных методов, способность перегрузки двигателя уменьшается.

Если возможно изменение синхронной скорости, то перемотка машины на большую скорость, ведёт к хорошим результатам.

Анализируется в ряде случаев возможных преобразований изменение характеристик преобразованной машины по сравнению с первичными характеристиками.

Теоретически фундаментируется полезность перехода от однофазных к трёхфазным двигателям, когда появляется необходимость повышения их мощности.

BETRACHTUNGEN ZUR LEISTUNGSVERGRÖSSERUNG VON ASYNCHRONMOTOREN

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit werden eine Reihe Möglichkeiten zu Vergrösserung der Nennleistung von Asynchronmotoren, ohne Änderung des magnetischen Kreises studiert.

Es wird bewiesen, dass die vorteilhaftesten Methoden diejeningen sind, die sich auf Vergrösserung des Stromes stützen, wenn man die Maschine umwickelt und Isolierstoffe hoher Qualität gebraucht. Aber wenn solche Methoden angewendet werden, wird die Überlastbarkeit des Motors vermindert.

Ist es möglich die synchrone Drehzahl zu ändern, so erhält man durch Umwicklung der Maschine für eine grössere synchrone Drehzahl, gute Ergebnisse.

In manchen Fällen von möglichen Umwandlungen, wird gezeigt wie sich die charakteristischen Grössen der veränderten Maschine, im Vergleich zu denen der unveränderten Maschine umwandeln. Es wird theoretisch der Vorteil des Übergangs von den monophasischen zu den dreiphasischen Motoren bewiesen, wenn die Vergrösserung der Leistung notwendig ist.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.315.21

LINII CU FAZE SCINDATE DIN CONDUCTOARE DE OŢEL

DE

AL. POEATĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Considerăm drept linii cu faze scindate, liniile de transport sau distribuţie de energie electrică construite cu mai multe conductoare pe fiecare fază a aceluiaşi circuit.

Scindarea fazelor se foloseşte astăzi în mod frecvent în liniile de transport de energie electrică la distanţe mari şi într-o măsură mai mică în liniile de tensiuni relativ scăzute, de 10...15 kV ([1], [2]). În liniile de înaltă tensiune, prin scindarea fazelor se realizează, după cum este cunoscut, o creştere a tensiunii critice. Prin aceasta se înlătură toate inconvenientele legate de apariţia fenomenului corona. Totodată, prin scindare se obţine o creştere a susceptanţei capacitive şi o scădere a reactanţei inductive, deci o creştere a capacităţii de transport a liniei.

Folosirea scindării fazelor, în scopul reducerii pierderilor de energie prin efect corona, a fost propusă în 1910 de către academicianul V. F. Mitkevici şi ceva mai tîrziu, în acelaşi an, de J. B. Whitehead şi G. Facciole. Folosirea scindării pentru creşterea capacităţii de transport a liniilor electrice a fost propusă în anul 1909 de către P. H. Thomas [1]. Ulterior au apărut o serie de lucrări consacrate calculului şi construcţiei liniilor cu faze scindate. De asemenea este cunoscută şi studiată în literatură problema folosirii mai multor cabluri de secţiune mai mică în locul unuia de secţiune mai mare, metodă denumită de autori „scindarea cablurilor". În acest caz, ca şi în cazul liniilor aeriene de 6...15 kV, prin scindare se îmbunătăţesc condiţiile de răcire şi deci şi posibilităţile de încărcare a liniei [3].

Toate datele existente în literatură în legătură cu scindarea fazelor se referă la linii cu conductoare din materiale nemagnetice. Avînd în vedere că în prezent sînt necesare cantităţi mari de materiale conductoare pentru realizarea diferitelor planuri de electrificări, studiul posibilităţilor de extindere a domeniului de utilizare a conductoarelor de oţel prezintă interes.

În cele ce urmează se studiază influenţa scindării fazelor asupra parametrilor liniilor cu conductoare de oţel, monofilare şi multifilare.

Să considerăm curbele care dau în curent alternativ variaţia rezistenţei şi a reactanţei inductive interioare în funcţie de curent, pentru conductoarele de oţel monofilare, cu diametrele de 3,5 mm şi 5 mm, de fabricaţie sovietică, folosite în electrificări. Aceste curbe sînt reprezentate în fig. 1 şi au fost trasate pe baza datelor existente în literatură [4].

Conductoarele menţionate au secţiunile respectiv de 9,6 şi 19 mm^2, deci unul cu secţiunea de două ori mai mare ca a celuilalt. Prin urmare, din punct de vedere al consumului de material conductor, folosirea a două conductoare pe fază, cu diametrul de 3,5 mm, este identică cu folosirea unui singur conductor cu diametrul de 5 mm.

Tot în fig. 1 sînt date curbele variației rezistenței r_0 și a reactanței inductive interioare x''_0 pentru ansamblul format din două conductoare cu diametrul de 3,5 mm. Aceste curbe au fost construite considerînd în paralel rezistențele și reactanțele celor două conductoare, corespunzătoare la jumătate din curentul total ce le parcurge. Acest procedeu poate fi considerat corect dacă presupunem că cele două conductoare ale fiecărei faze vor fi suficient de îndepărtate între ele.

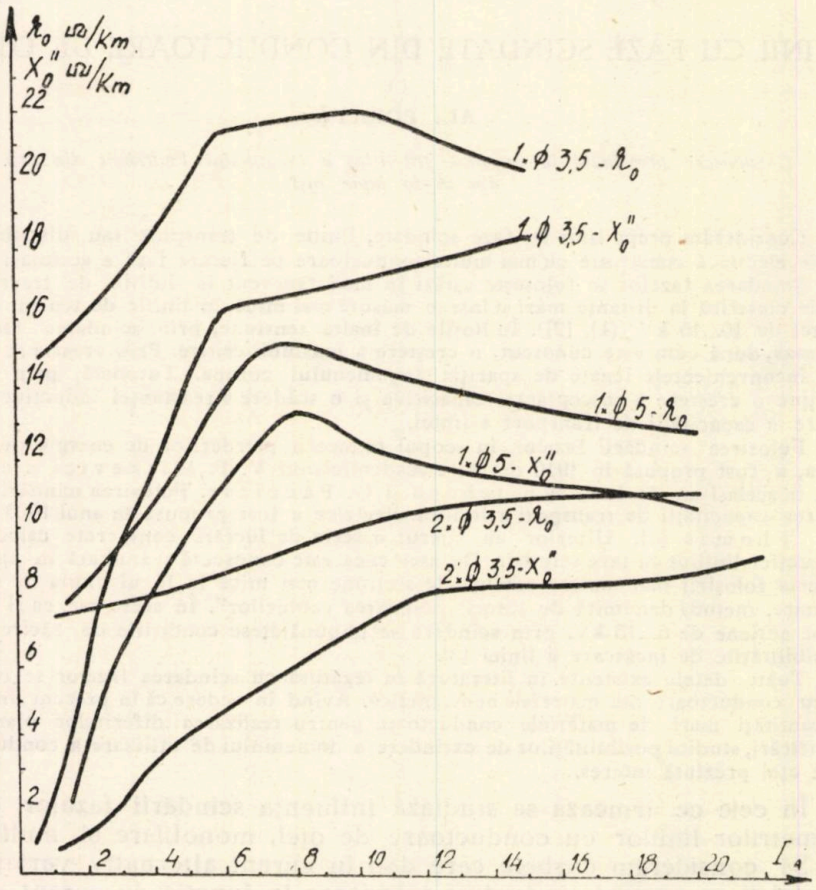


Fig. 1

Din curbele din fig. 1 se vede că pentru aceeași cantitate de material conductor, rezistența (r_0) și reactanța inductivă interioară (x''_0) a ansamblului format din două conductoare cu diametrul de 3,5 mm sînt mult mai mici decît în cazul conductorului unic, cu diametrul de 5 mm. Acest fapt este pus în evidență în tabelul 1.

Tabelul 1

I (A)	2	4	6	8	10	12	14	16
r_0 — 2×3,5 mm (Ω/km)	7,6	8,1	8,7	9,3	10	10,7	10,8	10,8
r_0 — 5 mm (Ω/km)	8,4	10,8	13,8	15,4	14,5	14,1	13,7	13,4
Δr_0 (%)	9,5	25	37	39,8	31	24	21	19,5

Ținînd seama de faptul că densitatea economică de curent pentru liniile cu conductoare de oțel este de 0,45 A/mm², rezultă că în cazul considerat, curentul economic fiind de 8,5 A, scăderea rezistenței prin scindare este de 37% față de conductorul unic cu diametrul de 5 mm.

În cele de mai sus s-a presupus cazul conductoarelor dintr-o fază scindată situate la o distanță suficient de mare unul de altul, încît am putut neglija influența cîmpurilor conductoarelor vecine. Deoarece folosirea conductoarelor de oțel nu este avantajoasă decît la linii pînă la 15 kV, deci construite pe izolatoare suport, problema distanțării conductoarelor s-ar putea rezolva simplu fie prin montarea celor două conductoare pe ambele părți ale capului izolatorului, fie prin introducerea unor distanțiere. Avînd în vedere că distanța între conductoare obținută pe această cale nu ar fi suficient de mare, a trebuit să se verifice dacă valorile parametrilor r_0 și x_0'' obținute pentru fazele scindate prin procedeul indicat nu diferă de cele reale, în cazul cînd conductoarele sînt apropiate între ele.

În acest scop s-a construit o linie de 97 m lungime, montată pe stîlpi de lemn, cu izolatoare de tip suport N 85. Folosind metoda voltmetrului, ampermetrului și wattmetrului s-a determinat întîi rezistența și reactanța interioară pentru un singur conductor cu diametrul de 4 mm. S-a montat apoi pe aceeași parte a izolatoarelor încă un conductor de același diametru și s-au repetat măsurătorile. În cele din urmă s-au distanțat cele două conductoare la 10 cm cu ajutorul unor distanțiere de lemn și s-au făcut din nou măsurătorile pentru determinarea lui r_0 și x_0'. S-au făcut apoi aceleași operații cu conductoare de 3 mm diametru, care au fost distanțate la 7 cm.

Conductoarele utilizate provin dintr-o linie de telecomunicații, fără să se cunoască caracteristicile lor de fabricație. Din această cauză rezultatele măsurătorilor servesc numai la verificarea metodei utilizate pentru stabilirea parametrilor liniilor cu fazele scindate din conductoare de oțel.

Rezultatele măsurătorilor, raportate la 20°C, sînt reprezentate în fig. 2, 3 și 4. În fig. 2, curba *1* reprezintă variația rezistenței conductorului de 4 mm diametru în funcție de curent, iar curba *2* reprezintă variația aceleiași mărimi pentru ansamblul de două conductoare. Pentru trasarea acestei curbe s-au considerat întîi conductoarele alăturate și apoi distanțate la 10 cm. Rezultatele obținute sînt aproximativ identice încît curbele se suprapun. Curba *3* reprezintă variația rezistenței cu

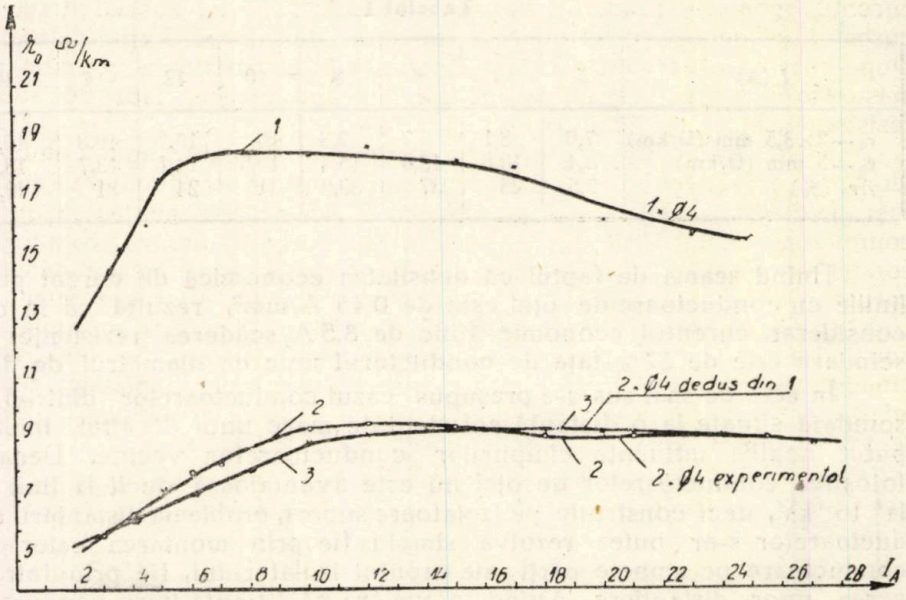

R_0 Ω/km
21
19
17
15
13
11
9
7
5
1
1. Ø4
2. Ø4 dedus din 1
2
3
3
2
2. Ø4 experimental
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 I_A

Fig. 2

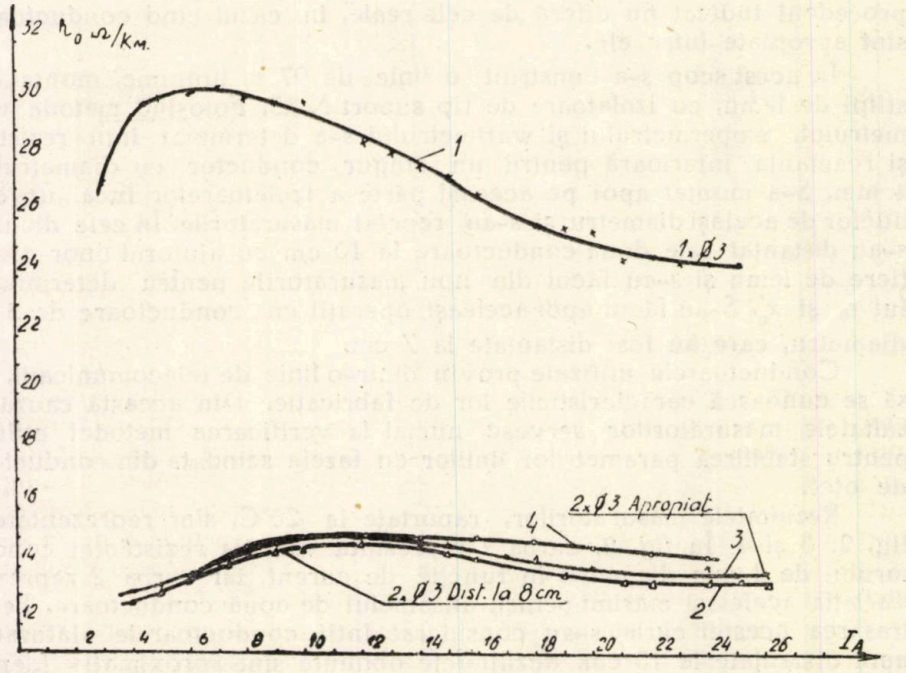

32 R_0 Ω/km.
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
1
1. Ø3
2x Ø3 Apropiat
4
3
2. Ø3 Dist. la 8 cm
2
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 I_A

Fig. 3

curentul pentru ansamblul de două conductoare de același diametru, curba fiind dedusă prin metoda indicată, din curba experimentală *1*. După cum se observă din figură diferența între rezistența obținută prin măsurători pentru ansamblul de două conductoare, față de aceeași rezistență calculată, este de maximum 8%.

În fig. 3 sînt date valorile rezistențelor pentru un singur conductor (curba *1*) și rezistențele pentru ansamblul de două conductoare (curbele *2* și *3*) cu diametrele de 3 mm. Curba *2* este trasată pentru cazul cînd conductoarele sînt distanțate la 8 cm, iar curba *3* pentru cazul cînd conductoarele sînt apropiate. Deși curba *3* se situează mereu deasupra curbei *2*, practic nu se poate considera că există diferență între ele. Construind curba variației rezistenței cu curentul, pentru ansamblul de două conductoare, folosind curba *1*, se obține curba *4*. Se observă că pînă la un curent de 14 A, curent ce depășește mult densitatea economică, curba se suprapune peste curbele *2* și *3*. Deci metoda de calcul se verifică și în acest caz, cu o oarecare aproximație.

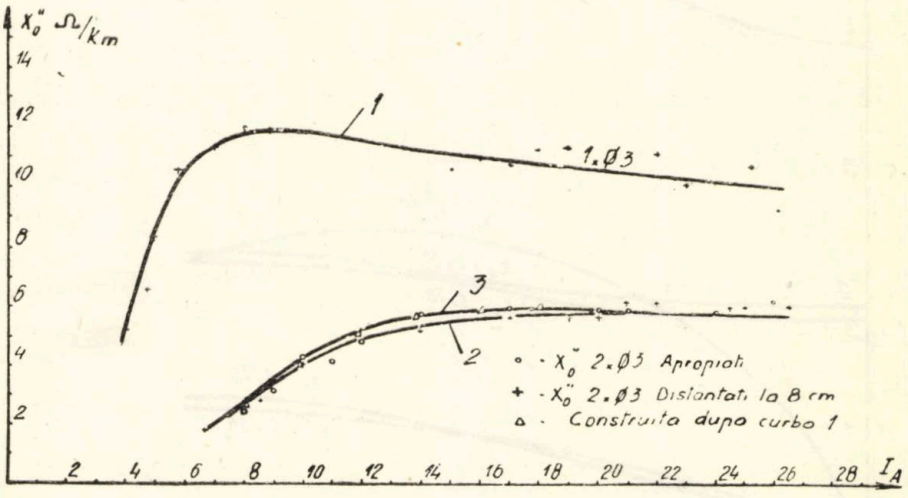


Fig. 4

În fig. 4 sînt date rezultatele măsurătorilor reactanței inductive interioare pentru un conductor cu diametrul de 3 mm (curba *1*) și pentru două conductoare de același diametru, situate alături și la distanța de 8 mm, (curba *2*). În cazul a două conductoare s-a trasat o singură curbă, fiindcă așa cum rezultă din fig. 4 rezultatele măsurătorilor se suprapun. Această curbă este de asemenea foarte apropiată de curba *3*, ce reprezintă variația reactanței în funcție de curent, pentru două conductoare cu diametrul de 3 mm, și este dedusă din curba *1*.

Din rezultatele măsurătorilor efectuate rezultă că pentru conductoarele cu diametru de 3 mm și 4 mm și curenți chiar superiori celor corespunzători densităților economice, distanța dintre conductoare, în

limitele studiate, nu influențează practic asupra rezistenței și reactanței inductive interioare.

Pentru calculul reactanței inductive exterioare s-a folosit relația uzuală din cazul liniilor cu faze scindate din materiale neferoase ([5], [6]):

$$x_0' = 0{,}144 \log (D_m / r_e), \tag{1}$$

unde: D_m — distanța medie geometrică între conductoarele celor trei faze (mm), r_e — raza echivalentă a ansamblului format din mai multe conductoare (mm), x_0' rezultînd în Ω/km.

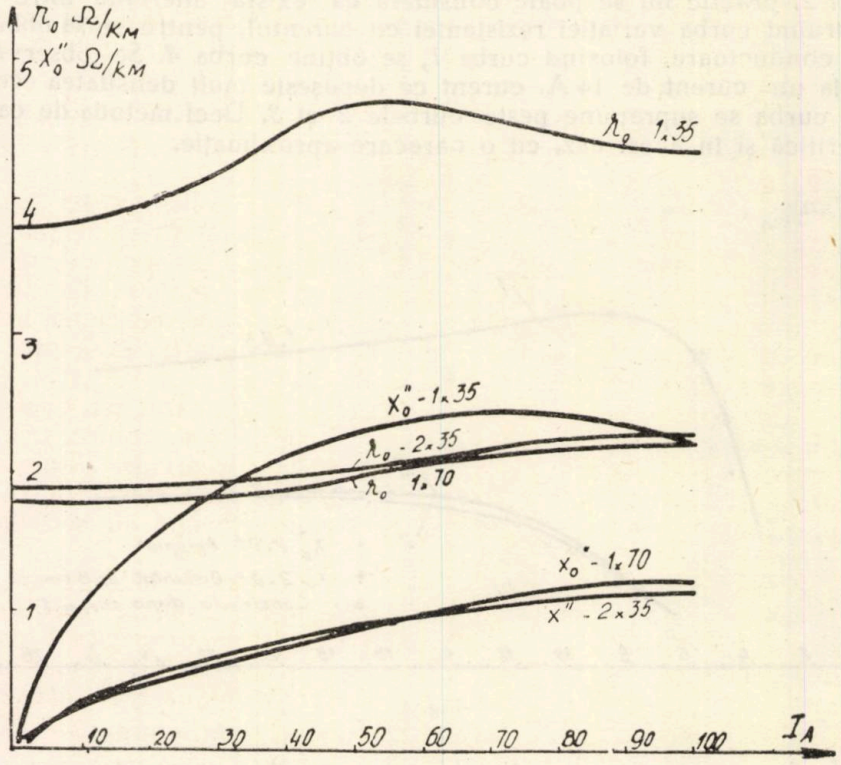


Fig. 5

Raza echivalentă se determină cu relația:

$$r_e = \sqrt[n]{r d_m^{n-1}} \tag{2}$$

unde: n — numărul de conductoare pe fază, d_m — distanța între conductoarele componente ale aceleiași faze, r — raza reală a conductorului.

În cazul considerat la început, adică pentru conductoarele cu diametrele de 5 mm și 3,5 mm și distanța medie de 1000 mm, reactanța exterioară este de 0,375 Ω/km, respectiv 0,398 Ω/km. Pentru ansamblul

de două conductoare cu diametrul de 3,5 mm, situate la 8 cm între ele și distanța medie tot de 1000 mm, reactanța exterioară este $x_0' = 0{,}280\ \Omega/\text{km}$. Scăderea reactanței exterioare a ansamblului de două conductoare cu diametrul de 3,5 mm față de cea a conductorului cu diametrul de 5 mm este aproximativ de 25%. Totuși, avînd în vedere că reactanța exterioară este mult mai mică ca cea interioară, ameliorarea ei prin scindare nu prezintă interes practic pentru liniile cu conductoare de oțel. Astfel, de exemplu, pentru un curent de 8 A, raportul între reactanța exterioară și cea interioară a unui ansamblu de două conductoare de oțel, cu diametrul de 3,5 mm, este de 0,28/6 = 0,046.

În cele ce urmează este analizată influența scindării asupra parametrilor liniilor cu conductoare de oțel multifilare. În acest scop s-au considerat conductoarele cu secțiunile de 35 mm² respectiv 70 mm², de fabricație sovietică, pentru care există tabelate valorile lui r_0 și x_0'' în funcție de curent, redate în fig. 5. În aceeași figură sînt trasate curbele lui r_0 și x_0'' pentru ansamblul de două conductoare de oțel, cu secțiunea de 35 mm².

După cum se observă din aceste curbe rezultă că din punct de vedere al rezistenței, în cazul conductoarelor multifilare scindarea este dezavantajoasă. Aceasta se explică prin aceea că conductoarele de oțel multifilare, de secțiuni mai mari, sînt confecționate din sîrme cu secțiuni mai mici, și după cum se știe, raportul între rezistența în curent alternativ și în curent continuu crește la conductoarele de oțel odată cu creșterea secțiunii.

În ceea ce privește reactanța inductivă interioară, așa cum rezultă din fig. 5, scindarea nu aduce nici un avantaj; din contra, în limitele curenților de exploatare, prin scindare reactanța interioară a ansamblului celor două conductoare cu secțiunea de 35 mm² crește în oarecare măsură față de reactanța interioară a conductorului cu secțiunea de 70 mm².

Pentru compararea reactanțelor inductive exterioare s-au folosit de asemenea relațiile (1) și (2). Pentru două conductoare multifilare cu secțiunea de 35 mm², situate la distanța de 2 cm, respectiv 8 cm, raza echivalentă va fi de $r_{e1} = 8{,}8$ mm și respectiv $r_{e2} = 17{,}7$ mm. Calculînd valorile reactanței exterioare x_0' pentru aceste două raze echivalente, considerînd distanța medie între faze de 1000 mm, obținem:

pentru $S = 2 \times 35$ mm² și $d_m = 2$ cm . . . . . $x_0' = 0{,}29\ \Omega/\text{km}$,

pentru $S = 2 \times 35$ mm² și $d_m = 8$ cm . . . . . $x_0' = 0{,}25\ \Omega/\text{km}$,

pentru $S = 70$ mm² . . . . . $x_0' = 0{,}33\ \Omega/\text{km}$.

Se observă că scăderea reactanței inductive exterioare este de aproximativ același ordin de mărime cu creșterea reactanței interioare.

Din cele de mai sus rezultă că pentru stadiul actual al tehnicii producerii și transportului energiei electrice, folosirea scindării, în cazul liniilor cu conductoare de oțel multifilare, nu prezintă avantaje.

Menționăm că atît în cazul conductoarelor monofilare cît și a celor multifilare, nu s-a ținut seama de influența scindării asupra conductan-

ței active și capacitive. După cum este cunoscut, liniile în care se poate folosi oțelul ca material conductor sînt de tensiuni și lungimi relativ scăzute, încît influența acestor parametri este neglijabilă [5].

Rezultă deci că scindarea fazelor din conductoare de oțel prezintă avantaje numai în cazul conductoarelor monofilare. Acest fapt are totuși mare importanță deoarece permite extinderea domeniului de utilizare a conductoarelor de oțel monofilare în multe din cazurile în care în mod obișnuit ar trebui să se folosească conductoare de oțel multifilare sau chiar conductoare de aluminiu. Subliniem că în prezent prețul conductoarelor de oțel zincat multifilare, este de trei ori mai

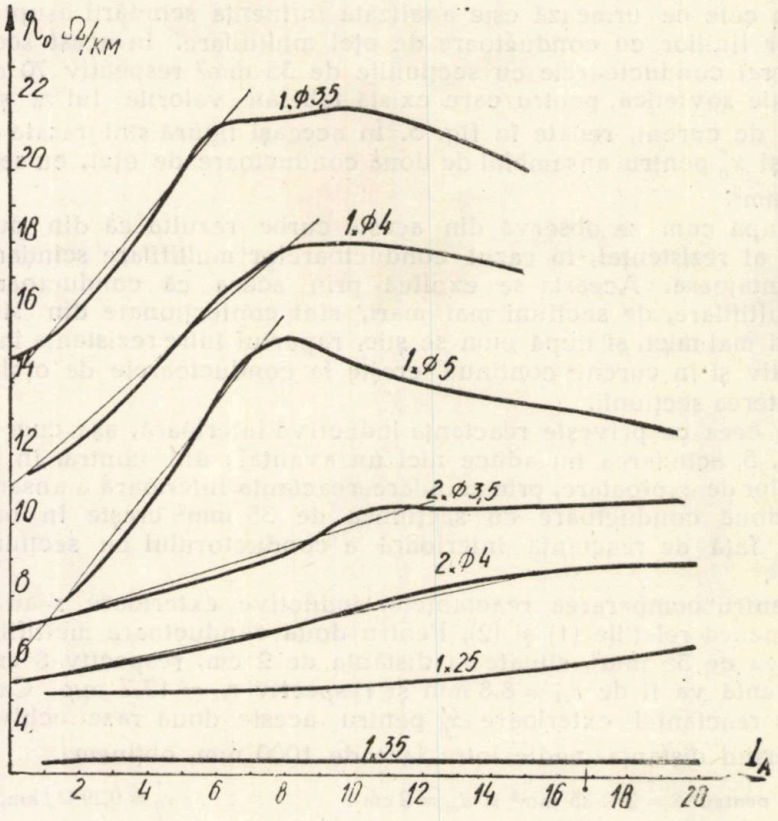


Fig. 6

mare decît al conductoarelor monofilare. În acest caz, ținînd seama de necesarul de materiale și de manoperă [9], prin înlocuirea conductoarelor multifilare de oțel cu secțiunea de 25 mm², cu cîte două conductoare monofilare de 4 mm diametru pe fiecare fază, se obține o reducere a prețului materialului conductor necesar la construcția liniei, cu 50%.

În afară de aceasta, așa cum rezultă din fig. 6, prin scindarea conductoarelor de 3,5 mm și de 4 mm diametru se completează interva-

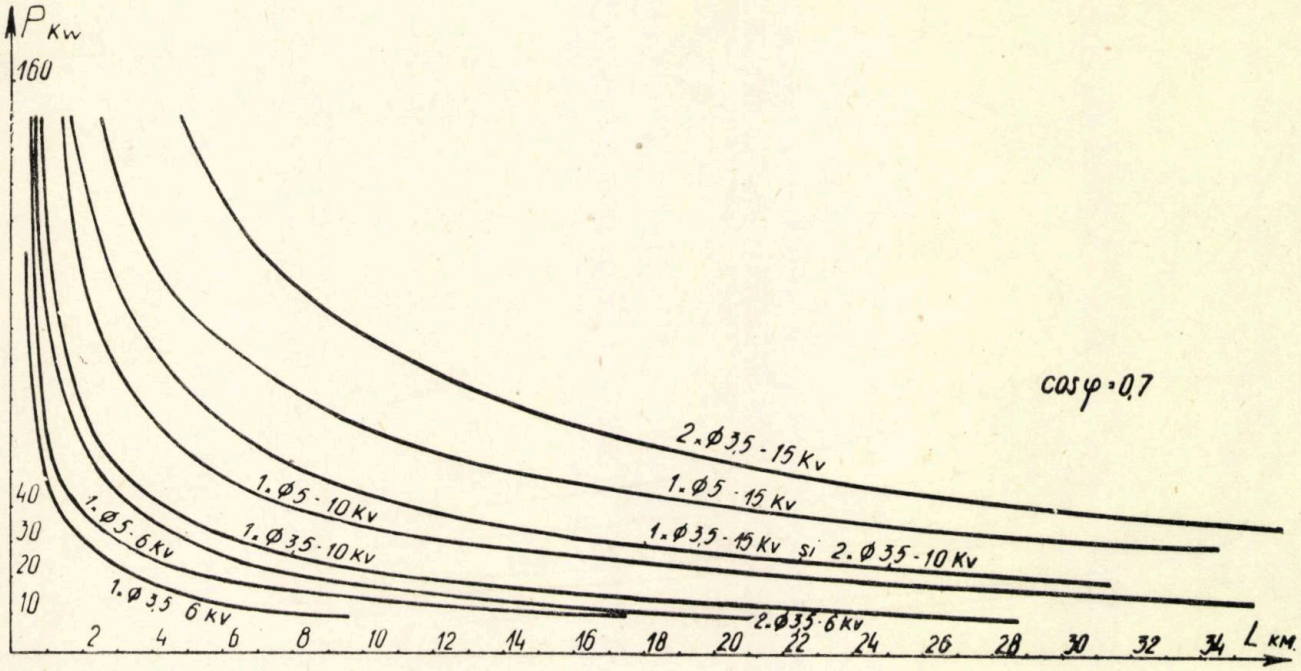

P Kw
160
40
30
20
10
cos φ = 0,7
2.Ø35 - 15 Kv
1.Ø5 - 15 Kv
1.Ø35 - 15 Kv şi 2.Ø35 - 10 Kv
1.Ø5 - 10 Kv
1.Ø35 - 10 Kv
1.Ø5 - 6 Kv
1.Ø35 6 Kv
2.Ø35 - 6 Kv
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 L KM

Fig. 7

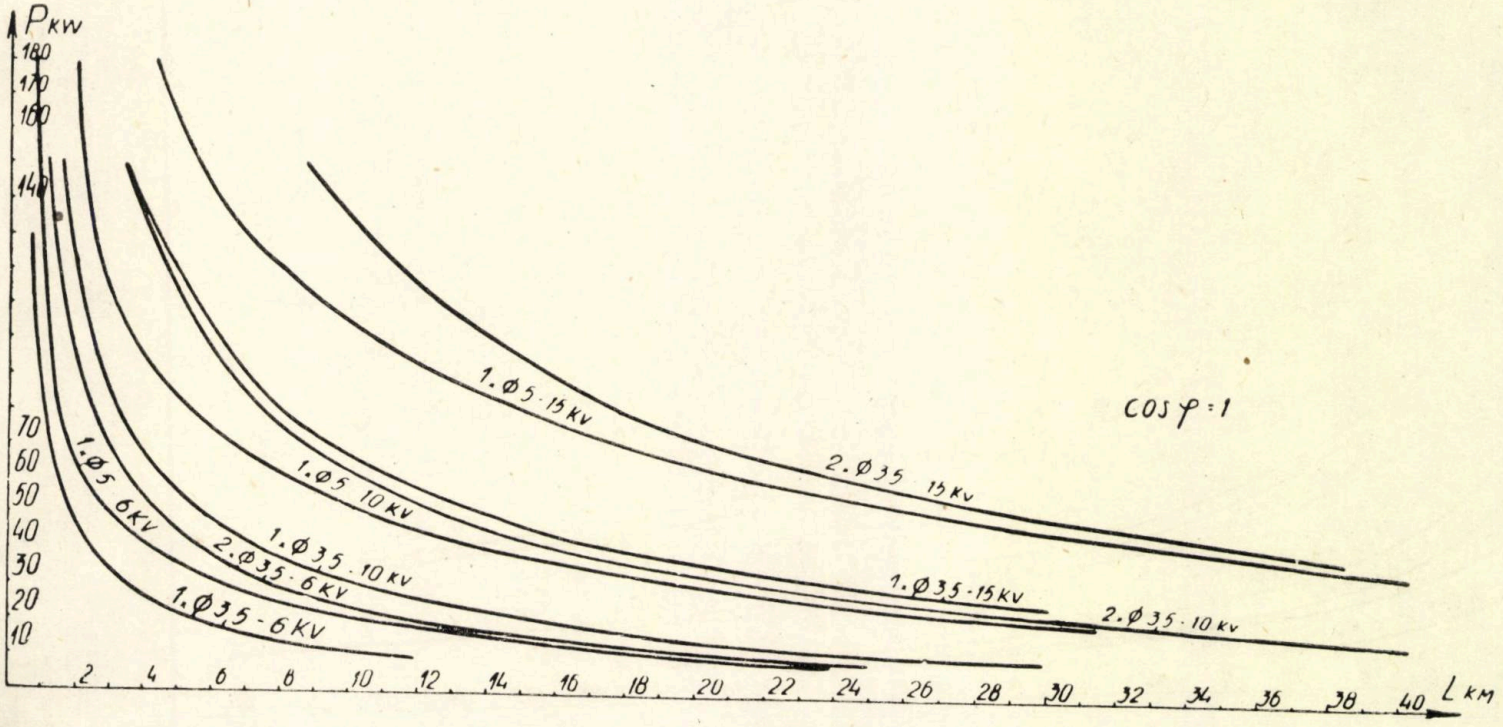
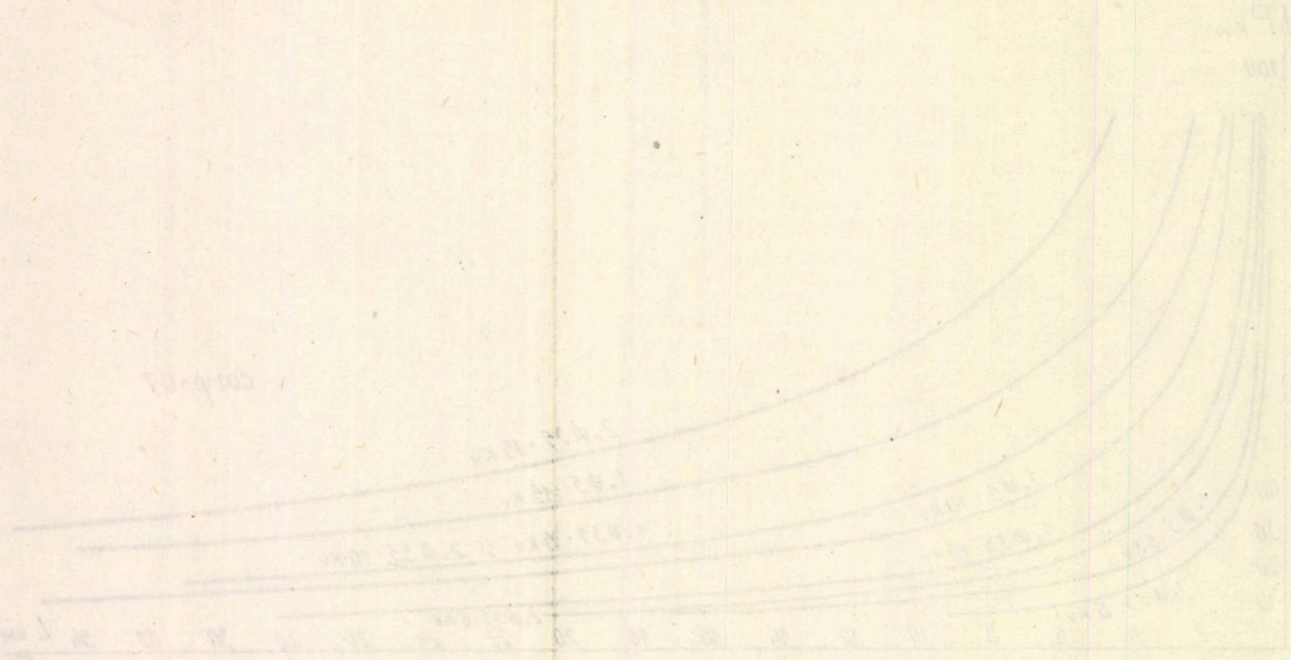

P Kw
180
170
160
140
70
60
50
40
30
20
10
cos φ = 1
1.Ø5 - 15 Kv
2.Ø35 15 Kv
1.Ø5 10 Kv
1.Ø5 6 Kv
1.Ø35 - 10 Kv
2.Ø35 - 6 Kv
1.Ø35 - 15 Kv
2.Ø35 - 10 Kv
1.Ø35 - 6 Kv
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 L KM

Fig. 8



lui mare existent din punct de vedere al secțiunilor normalizate, între conductoarele monofilare și cele multifilare. Mai mult, ținînd seama de faptul că în RPR nu se fabrică în prezent conductoare de oțel cu diametrul de 5 mm, iar cele multifilare nu au caracteristici electrice satisfăcătoare [7], prin folosirea fazelor scindate s-ar rezolva nevoile imediate de conductoare de oțel pentru electrificare.

În continuare s-a pus în evidență creșterea distanței de transport în liniile de 6...10...15 kV prin folosirea conductoarelor scindate. În acest scop s-au calculat și trasat curbele din fig. 7 și 8 (v. planșa). Din aceste curbe rezultă distanțele pînă la care pot fi transportate diferite sarcini, avînd factorul de putere de 0,7 și respectiv 1, cu aceeași pierdere de tensiune (5%) și cu aceeași cantitate de material conductor. Din aceste curbe se observă că pentru sarcinile mai frecvente în cazul electrificărilor rurale (20...30 kW) scindarea conductoarelor duce la creșterea distanței de transport cu aproximativ 30%.

Din aceleași curbe rezultă că în unele cazuri este avantajos să se construiască inițial linia cu un singur conductor monofilar pe fază, și ulterior, odată cu creșterea sarcinii, să se monteze al doilea conductor. Acest procedeu ar permite ca pe lîngă obținerea unei linii cu parametri electrici superiori, să se realizeze reducerea valorii investițiilor inițiale.

De asemenea se mai observă că scindarea, din punct de vedere al capacității de transport, este aproape echivalentă, în intervalul de tensiuni de 6...15 kV, cu trecerea la o treaptă de tensiune superioară.

Pentru instalațiile de joasă tensiune s-a studiat efectul scindării în rețelele de distribuție cu sarcinile uniform repartizate. Calculele au în vedere rețelele de distribuție rurale, cu sarcini specifice de 5 w/m și 15 w/m. Astfel, în fig. 9 sînt reprezentate distanțele pînă la care pot fi folosite conductoarele cu diametrul de 4 mm, 2×4 mm și conductorul multifilar de oțel zincat, cu secțiunea de 25 mm^2, pentru diferite căderi de tensiune și diferite sarcini specifice. Calculul căderilor de tensiune în rețelele cu conductoare de oțel și sarcini uniform repartizate s-a făcut cu ajutorul următoarei relații, stabilită într-o lucrare anterioară [10]:

$$\Delta U = 10^3 pL^2 [m/2 + KpL/(3\sqrt{3}U)]/U,$$

unde: p — sarcina specifică (w/m), L — lungimea rețelei (m), U — tensiunea nominală a rețelei (V), m, K — coeficienți stabiliți după curbele din fig. 6 și redați în tabelul 2, ΔU rezultînd în V.

Tabelul 2

Diametrul conductorului (mm)	5	4	3,5	2×3,5	2×4	25
m	6	11	14	7	5,5	5,2
K	1,28	0,87	1,28	0,30	0,12	0,03

Curenţii pînă la care sînt valabile valorile lui m şi K rezultă din fig. 6. Subliniem cu această ocazie că relaţia pentru calculul căderilor de tensiune în reţelele cu conductoare de oţel şi sarcini uniform repartizate, menţionată mai sus, se poate aplica în cazul liniilor cu fazele scindate, din conductoare de oţel, pentru valori ale curenţilor mult mai mari ca în cazul liniilor cu conductoare de oţel de construcţie obişnuită.

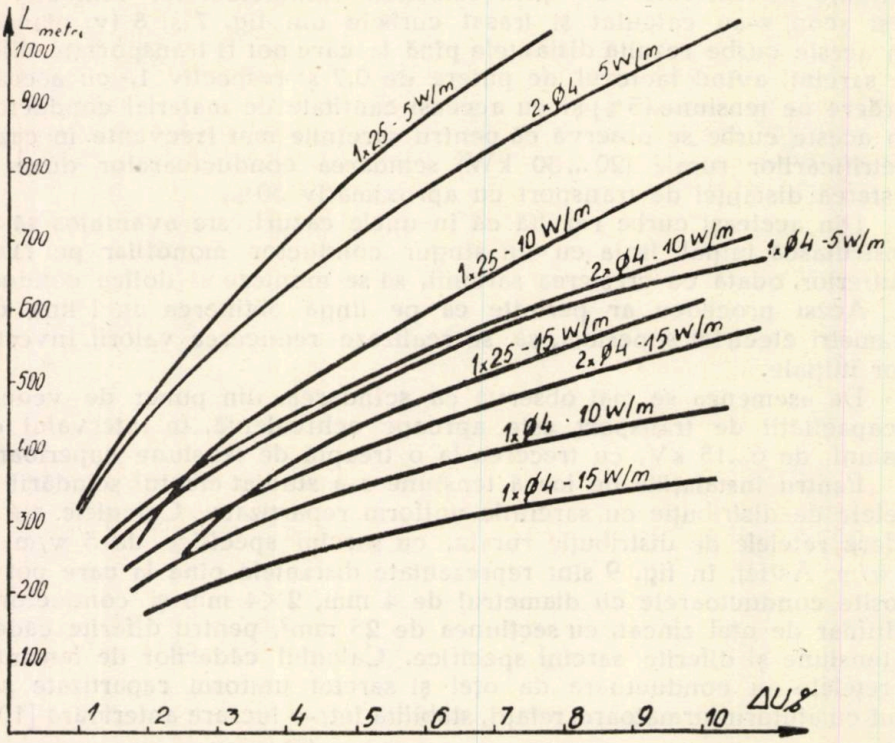


Fig. 9

Curbele din fig. 9 dau posibilitatea să se aprecieze cu cît creşte raza de distribuţie a unui post de transformare, în cazul cînd reţeaua respectivă, construită cu conductoare de oţel cu diametrul de 4 mm, ar fi dublată. Din aceeaşi figură rezultă că prin folosirea a două conductoare cu diametrul de 4 mm este posibil de multe ori să se evite folosirea conductorului de oţel multifilar cu secţiunea de 25 mm^2, care după cum este cunoscut, este mult mai scump.

Concluzii

1. Prin construirea liniilor cu conductoare de oţel monofilare, cu fazele scindate, se obţine o reducere pronunţată a rezistenţei şi reac-

tanței inductive, în comparație cu aceiași parametri ai liniilor construite cu un singur conductor monofilar pe fază, de aceeași secțiune echivalentă.

2. Această construcție permite să se utilizeze în unele cazuri conductoare de oțel monofilar în locul celor multifilare.

3. Prin construirea liniilor cu fazele scindate este posibilă reducerea numărului secțiunilor normalizate pentru conductoarele de oțel.

Liniile cu fazele scindate pot fi executate în condiții mai avantajoase din punct de vedere al investițiilor inițiale. Dublarea conductoarelor pe faze se poate face după ce linia a ajuns la o anumită încărcare.

5. Scindarea fazelor reprezintă o metodă avantajoasă pentru mărirea capacității de transport a liniilor cu conductoare de oțel, monofilare, existente, care sînt supraîncarcate.

6. Determinarea parametrilor liniilor cu fazele scindate, din conductoare de oțel, prin calcule, așa cum s-a arătat, dă rezultate acceptabile din punct de vedere practic.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Utilizări Electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Попков В. И. и Сидлик Л. З., Электричество, 1953, *8*, стр. 67.
2. Hammel M. u. Mors H., Bull. ASE, 1956, *14*, S. 617—631.
3. Коменский М. Д. и Айзенберг Б. Л., Электричество, 1957, *2*, стр. 21.
4. Riabkov A. I., *Rețele electrice*, Ed. Tehn., Buc., 1952, pp. 437—439, (trad. din l. rusă).
5. Ракушев Н. Ф., Электричество, 1953, *2*, стр. 7.
6. Глазунов А. А., *Электрические сети и системы*, ГЭИ, М.-Л., 1954.
7. Crișan A., Saviuc V. și Șabatin I., Electrotehnica, ASIT, 1957, **5**, *5*, pp. 148—163.
8. Șabatin I., *Perspectivele utilizării conductoarelor de oțel în rețelele electrice rurale*, IDT, Buc., 1958.
9. * * * *Documentație tip pentru linii de 6 kV cu conductoare de oțel*, O.P.E.D., Buc. 1956.
10. Boțan N. V., Oprișor S., Poeată Al, Bul. Inst. Polit. Iași, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 107—114.

ЛИНИИ С РАСЩЕПЛЕННЫМИ ФАЗАМИ ИЗ СТАЛЬНЫХ ПРОВОДОВ

(Резюме)

Изучается вопрос расщепления фаз в линиях электропередачи со стальными проводами. Расчёты и опыты указывают на значительное уменьшение активных и внутренних реактивных сопротивлений в линиях электропередачи со стальными однопроволочными проводами.

В заключении указывается, что расщеплением фаз реализируется экономия материала проводов, создается возможность уменьшения числа стандартных сечений и т. д.

Подчёркивается выгодность применения расщепления фаз при переустройстве перегруженных линий со стальными проводами.

LIGNES À CONDUCTEURS D'ACIER À PHASES SCINDÉS

(Résumé)

L'Auteur étudie le problème de la scission des phases pour les lignes à conducteurs d'acier. Les calculs exécutés et les données expérimentales obtenues montrent le décroissement sensible de la résistence et de la réactance inductive intérieure des lignes à conducteurs d'acier à phases scindés.

On parvient aux conclusions suivantes : a) la scission conduit à une économie de matériel conducteur et à une réduction du nombre des sections normalisées des conducteurs d'acier ; b) la scission des phases constitue en outre une méthode avantageuse de reconditionnement des réseaux à conducteurs d'acier, surchargés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.231

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ И ТОЧЕК БУРМЕСТЕРА (I)

Я. Л. ГЕРОНИМУС

1. *Введение*

Как известно, при решении многих задач синтеза плоских механизмов, большую роль играют две кривые, введенные Бурместером: а) *кривая круговых точек* (рис. 1), характеризуемая уравнением

$$(x^2 + y^2)(mx + ly) - lmxy = 0; \tag{1.1}$$

она является геометрическим местом точек подвижной плоскости, траектории которых имеют в этих точках соприкосновение не ниже *третьего порядка* со своими окружностями кривизны; б) *кривая центров* с уравнением

$$(x^2 + y^2)(mx + l'y) - l'mxy = 0, \tag{1.2}$$

являющаяся геометрическим местом центров указанных окружностей кривизны; при этом для обеих кривых начало координат является *двойной точкой*, совпадающей с мгновенным центром скоростей P; оси координат Px, Py совпадают с касательной и с нормалью к центроидам, причем $1/l - 1/l' = 1/d$, где d—диаметр поворотного круга.

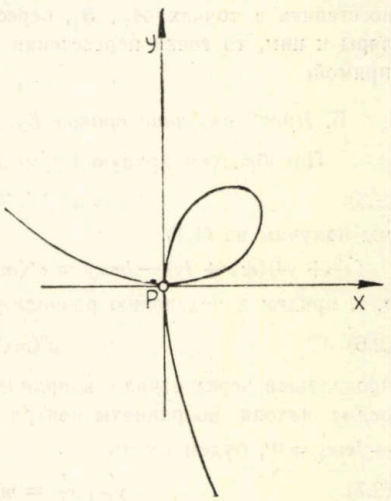


Рис. 1

Кривая Бурместера хорошо изучена в геометрии, где она носит название *строфоиды* (точнее, косой строфоиды). Р. Мюллер [7], а затем А. П. Котельников в классическом исследовании [3] детально изучили эту кривую; к сожалению, полученные ими геометрические результаты еще не нашли должного применения при решении задач геометрического синтеза плоских механизмов.

Настоящая заметка имеет целью разработать геометрические методы построения кривых Бурместера по тем, или иным данным, и показать применение этих построений к решению некоторых задач синтеза.

2. *Преобразования кривой Бурместера*

Существует несколько методов преобразования кривой Бурместера, являющейся алгебраической кривой *третьего порядка*, в кривые более низких порядков.

А. *Преобразование кривой Бурместера в прямую линию*

Рассмотрим так называемую *направляющую прямую* AB (рис. 2) кривой Бурместера, характеризуемую уравнением [1])

(2.1) $$x/m + y/l = 1\,;$$

если любую ее точку $M_1(x_1, y_1)$ спроектировать на оси координат в точки A_1 и B_1, то прямая A_1B_1 характеризуется уравнением

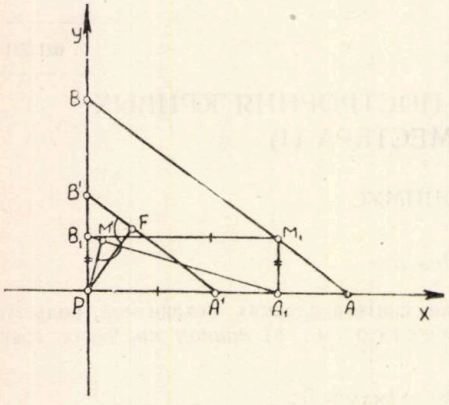


Рис. 2

(2.2) $$x/x_1 + y/y_1 = 1\,,$$

причем

$$x_1/m + y_1/l = 1\,.$$

Проектируя начало координат P на эту прямую, получим точку $M'(x', y')$, лежащую на кривой Бурместера; действительно, мы имеем два уравнения

(2.3) $$y'/x' = x_1/y_1\,,\quad x'/x_1 + y'/y_1 = 1$$

для нахождения x', y'; находя из них x_1, y_1

(2.4) $$x_1 = (x'^2 + y'^2)/x'\,,\quad y_1 = (x'^2 + y'^2)/y'\,,$$

и вставляя в (2.3) получим (1.1).

Обратно, если каждую точку M' кривой Бурместера соединить лучом с началом координат, провести через нее прямую A_1B_1, перпендикулярную к этому лучу, и восставить в точках A_1, B_1, пересечения этой прямой с осями координат перпендикуляры к ним, то точка пересечения M_1 этих перпендикуляров лежит на направляющей прямой.

Б. *Преобразование кривой Бурместера в равностороннюю гиперболу* [3, § 46]

Преобразуем кривую Бурместера *методом инверсии*, т. е. положим

(2.5) $$x = a^2x'/(x'^2 + y'^2),\ y = a^2y'/(x'^2 + y'^2)\,;$$

мы получим из (1.1)

$$(x^2 + y^2)(mx + ly) - lmxy = a^6(mx' + ly')\,/\,(x'^2 + y'^2)^2 - lma^4x'y'\,/\,(x'^2 + y'^2)^2 = 0,$$

т. е. придем к уравнению равносторонней гиперболы

(2.6) $$a^2(mx' + ly') - lmx'y' = 0\,,$$

проходящей через начало координат, *асимптоты которой параллельны координатным осям*; находя координаты центра гиперболы C по формулам $a^2m - lmy'_C = 0$, $a^2l - lmx'_C = 0$, будем иметь

(2.7) $$y'_C\,/\,x'_C = m/l\,,\quad x'_C = a^2\,/\,m\,,\quad y'_C = a^2\,/\,l\,.$$

Это преобразование не требует знания координатных осей.

В. *Преобразование кривой Бурместера в окружность* [3, § 30]

Если известна *фокальная ось* кривой Бурместера, характеризуемая уравнением

(2.8) $$y = -\,mx/l\,,\qquad -\,m/l = \operatorname{tg}\varphi\,,$$

[1]) Параллельные прямые всюду обозначены одинаковыми метками.

то через каждую точку $M(x, y)$ кривой Бурместера проводим прямую MN_0 параллельно фокальной оси PL (рис. 3) до пересечения с осью Px, а через полученную точку N_0 проводим прямую $N_0U' \parallel Py$ до пересечения в точке $M'(x', y')$ с лучом PM точки M.

Легко видеть, что координаты полученной точки M' таковы

$$(2.9)\qquad \begin{cases} x' = (mx + ly)/m\,, \\ y' = (mx + ly)\,y/(mx)\,, \end{cases}$$

откуда

$$x'^2 + y'^2 - ly' = \\ = (mx + ly)[(x^2+y^2)(mx+ly) - \\ - lmxy] / (m^2x^2) = 0.$$

Таким образом, *указанное геометрическое построение преобразует кривую Бурместера в окружность* с уравнением

$$(2.10)\qquad x'^2 + y'^2 - ly' = 0\,,$$

центр которой лежит на оси Py.

Это построение требует знания координатных осей и фокальной оси.

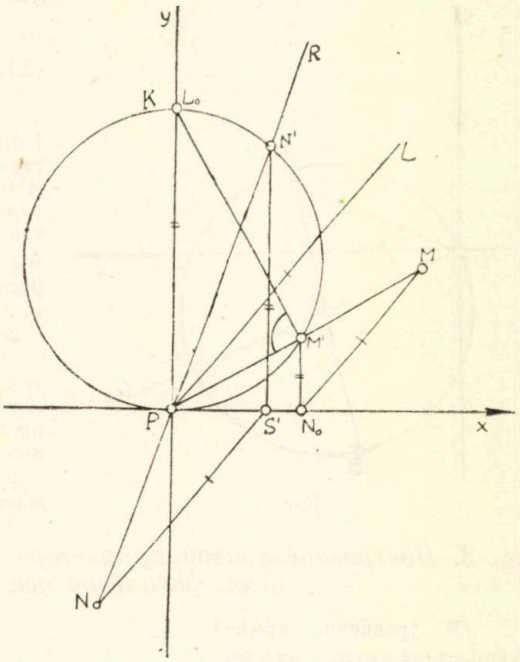


Рис. 3

Г. *Преобразование кривой Бурместера в параболу* [3, § 8]

Прямая A_1B_1 (рис. 2) пересекает оси Px и Py в точках A_1 и B_1, из которых первая характеризуется абсциссой x_1, а вторая ординатой y_1, причем x_1 и y_1 связаны соотношением (2.3). Известно, что два ряда точек, расположенных на двух прямых, называются *проективными рядами,* если координаты x_1 и y_1, определяющие положения точек обоих рядов, связаны *дробно-линейным соотношением*

$$(2.11)\qquad y_1 = (ax_1 + b) / (cx_1 + d)\,;$$

прямые, соединяющие соответствующие точки двух проективных рядов, (такие как A_1B_1) огибают некоторое *коническое сечение.*

Так как формула (2.3) подходит под тип (2.11) и так как, кроме того, значению $x_1 = \infty$ соответствует значение $y_1 = \infty$, то бесконечно удаленные точки осей Px и Py соответствуют друг другу — поэтому в данном случае коническое сечение является *параболой* [2, § 23, 26].

Таким образом, прямые A_1B_1 огибают некоторую параболу, которая касается и координатных осей, ибо ось Px соответствует значениям $x_1 = m$, $y_1 = 0$, а ось Py — значениям $x_1 = 0$, $y_1 = l$; директриса параболы проходит через точку P, ибо только из точек, лежащих на директрисе можно провести к параболе две взаимноперпендикулярные касательные. Кривая Бурместера является геометрическим местом проекций на касательные к параболе точки, лежащей на ее директрисе, т.е. *подерой* параболы относительно указанной точки. Восставляя в каждой точке кривой Бурместера перпендикуляр к лучу, соединяющему эту точку с началом координат, мы получим касательную к параболе.

Указанное преобразование не требует знания координатных осей.

Д. *Построение кривой Бурместера при помощи пучков окружностей и прямых* [1, § 78]

Рассмотрим так называемый *фокус*[2]) F кривой Бурместера, т. е. точку с координатами

$$(2.12)\qquad \begin{cases} x_F = l^2 m / [2(m^2 + l^2)], \\ y_F = l m^2 / [2(m^2 + l^2)]. \end{cases}$$

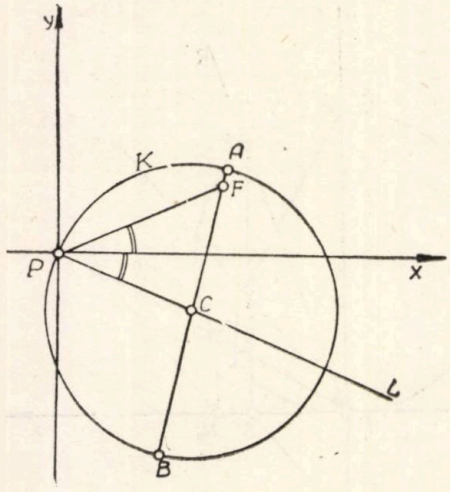


Рис. 4

Нетрудно видеть (рис. 2), что *фокус является проекцией начала координат на прямую $A'B'$ с уравнением* $2x/m + 2y/l = 1$, параллельную направляющей прямой (2.1); так как $y_F/x_F = m/l$, то, сопоставляя с (2. 8), мы видим, что *оси координат являются биссектрисами углов между фокальной осью и лучем, соединяющим начало координат с фокусом.*

Построение, о котором идет речь, таково (рис. 4): строим произвольную окружность K с центром C на фокальной оси, проходящую через точку P; прямая, соединяющая центр C с фокусом F, пересекает окружность K в двух точках A и B, лежащих на кривой Бурместера.

3. *Построение кривой Бурместера при заданных координатных осях, фокальной оси и одной точке*

В уравнение кривой Бурместера входит два параметра m и l; поэтому для полнсго ее определения *при заданных координатных осях* достаточно двух условий; в этом параграфе мы рассмотрим тот случай, когда заданы *одна точка* и *фокальная ось* кривой Бурместера; предполагается, что заданная точка *не является фокусом*, если бы она была фокусом, то этим определнлись бы и координатные оси.

Таким образом (рис. 5) зная оси Px и Py, фокальную ось PL и точку M кривой Бурместера, надо найти точку пересечения этой последней с заданным лучом PR.

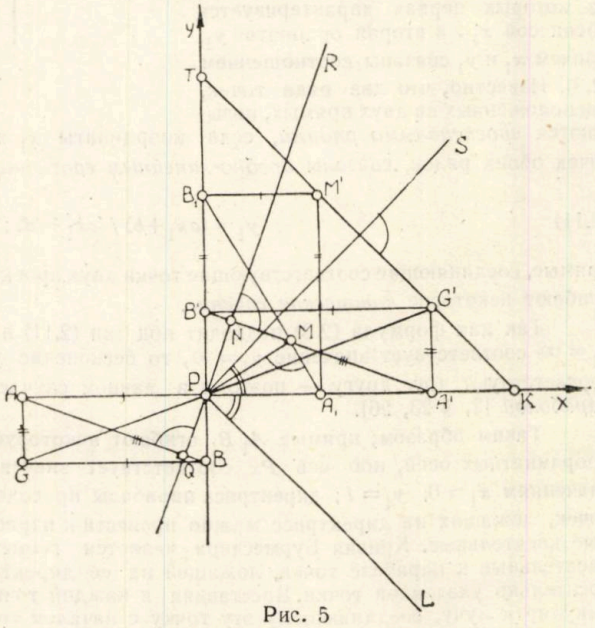


Рис. 5

[2]) Точнее — *особый фокус.*

А'. *Построение при помощи направляющей прямой*

Зная точку M и используя построение **А** из § **2**, мы найдем одну точку M' направляющей прямой (рис. 5) — но фокус лежит на луче PF, перпендикулярном к этой прямой; поэтому, строя равные углы $\sphericalangle LPx = \sphericalangle xPS$ и проводя через точку M' прямую $TM'K \perp PS$, получим *направляющую прямую* $TM'K$. Для нахождения точки пересечения луча PR с кривой Бурместера возьмем на луче PR произвольную точку Q и проведем $AQB \perp PR$; построим прямоугольник $PAGB$ и пусть направление его диагонали PG пересекает направляющую прямую TK в точке G'; построим прямоугольник $PA'G'B'$—он перспективно подобен прямоугольнику $PAGB$ с центром подобия в точке P; поэтому $A'B' \parallel AB$ и, следовательно, $A'B' \perp PR$; в пересечении $A'B'$ с PR найдем искомую точку N кривой Бурместера.

Б'. *Построение при помощи равносторонней гиперболы*

Выполним преобразование инверсии, причем положим в (2.5) $a = PM$; тогда точка M (рис. 6) перейдет сама в себя, а кривая Бурместера преобразуется в равностороннюю гиперболу, проходящую через точки P и M; ее асимптоты, как было сказано, параллельны координатным осям, а центр C, как видно из сопоставления (2.7) и (2.8), лежит на прямой PL_0 симметричной с фокальной осью PL относительно оси Px.

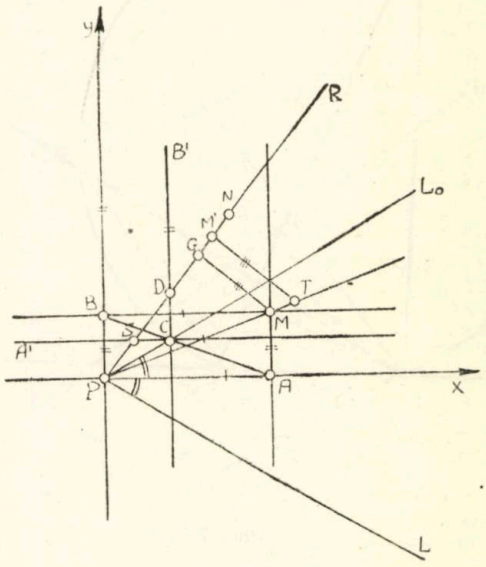


Рис. 6

Воспользуемся таким свойством гиперболы: *если через две ее точки* **P** *и* **M** *провести прямые, параллельные асимптотам, то диагональ полученного параллелограмма, отличная от* **PM**, *проходит через центр гиперболы* [2, §26]. Таким образом, в нашем случае диагональ AB прямоугольника $PAMB$ пересекает луч PL_0 в точке C, являющейся центром гиперболы. Проводя через точку C асимптоты CA' и CB' гиперболы, мы воспользуемся для нахождения ее точки пересечения с заданной прямой PR следующим ее свойством: *отрезки, образованные точками пересечения прямой с гиперболой и с ее асимптотами равны между собой* [4, § 61]; таким образом, отмечая точки S и D пересечения прямой PR с асимптотами гиперболы и откладывая отрезок $DG = PS$, получим точку G пересечения гиперболы с прямой PR. Остается перейти от найденной точки G к искомой точке N на том же луче посредством инверсии $PG \cdot PN = \overline{PM}^2$; откладывая $PM' = PM$, проводя $M'T \parallel GM$ и снова откладывая $PN = PT$, найдем искомую точку N.

В'. *Построение при помощи окружности*

Через заданную точку M (рис. 3) проводим прямую $MN_0 \parallel PL$, а через точку N_0 — прямую $N_0M' \parallel Py$; так как точка M' должна лежать на окружности K с урав-

нением (2.10), центр которой лежит на оси Py, то, проводя $M'L_0 \perp PM'$, мы описываем на отрезке PL_0 как на диаметре окружность K; луч PR пересекает ее в точке N' — проводя $N'S' \parallel Py$ и $S'N \parallel PL$, находим на прямой PR искомую точку N.

Г'. *Построение при помощи параболы*

Для этого построения воспользуемся следующими известными свойствами параболы; а) *если известны три касательные к параболе и построен образованный ими треугольник, то директриса параболы проходит через ортоцентр этого треугольника, а фокус параболы лежит на окружности, описанной вокруг него* [6, § 16] [3]; б) *касательная к параболе является биссектрисой угла, вершиной которого служит точка пересечения касательной с директрисой, а сторонами являются директриса и прямая, соединяющая указанную точку пересечения с фокусом.*

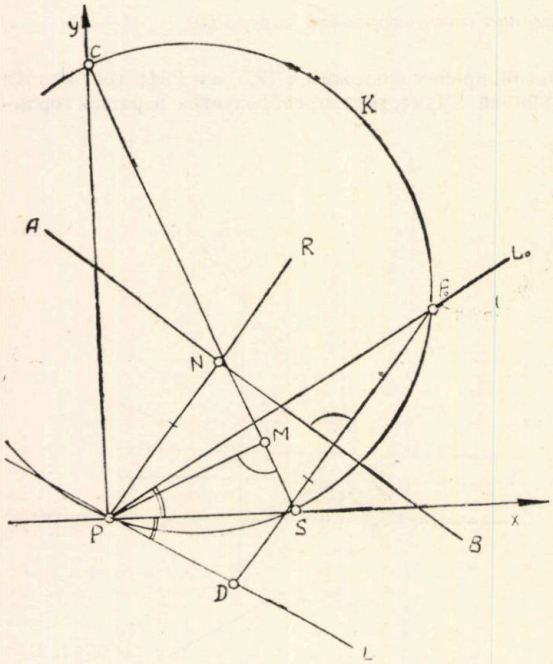


Рис. 7

Добавим еще следующее свойство кривой Бурместера, связанное со свойствами параболы: *фокальная ось кривой Бурместера совпадает с директрисой параболы, а фокус кривой Бурместера лежит на том же луче, что и фокус параболы, но вдвое ближе к началу координат* [3, § 8].

Таким образом, если известны оси Px, Py, фокальная ось PL и точка M кривой Бурместера (рис. 7), то, проведя прямую $SMC \perp PM$, мы будем знать три касательные к параболе (Px, Py и SMC) и ее директрису PL; проводя прямую PL_0, симметричную с прямой PL относительно оси Px, мы найдем в ее пересечении с окружностью K, описанной вокруг треугольника SPC, фокус F_0 параболы (фокус F кривой Бурместера совпадает с серединой отрезка PF_0).

Мы должны найти такую точку N на луче PR, чтобы прямая $ANB \perp PR$, касательная к параболе, пересекала директрису PL в точке G, для которой мы имели бы равенство $\sphericalangle F_0GA = \sphericalangle AGP$; для этого проводим прямую $F_0D \parallel PR$ и строим ось симметрии AB отрезка F_0D.

Д'. *Построение при помощи фокуса и фокальной оси*

Проведем ось симметрии GC отрезка PM (рис. 8) — она пересечет фокальную ось PL в точке C; опишем окружность K с центром в точке C и с радиусом $CP=CM$ — фокус кривой Бурместера лежит в пересечении прямой CM и прямой PL_0, симметричной с PL относительно оси Px. Пусть окружность K пересекает луч PR в некоторой точке D; проведем радиус CD и через фокус F проведем прямую $FN \parallel CD$ до пересечения с лучом PR в точке N, которая и является искомой точкой пересечения луча PR с кривой Бурместера.

---

[3] Ортоцентр треугольника — точка пересечения его высот.

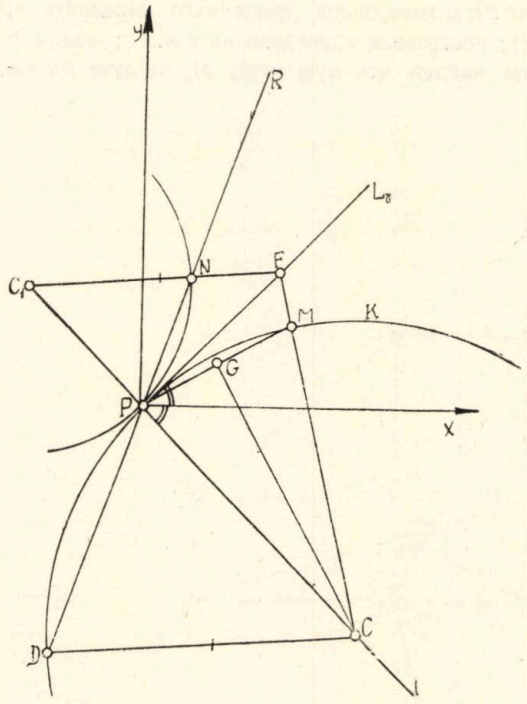


Рис. 8

4. *Построение кривой Бурместера при заданных координатных осях и двух точках*

Этот новый случай можно свести к случаю, рассмотренному в предыдущем параграфе — если даны две точки M_1, M_2 кривой Бурместера, то по ним нетрудно найти *фокальную ось* и вернуться к ранее рассмотренной задаче.

Действительно, применяя построение А (см. § 2) (рис. 9) мы найдем по двум точкам направляющую прямую AB; проводя $PL_0 \perp AB$, найдем фокальную ось PL как прямую, симметричную с PL_0 относительно осей Px и Py.

Применяя построение Г (см. § 2) (рис. 9) мы будем знать четыре касательные к параболе: Px, Py, a_1 и a_2; строя ортоцентр H треугольника KA_2A_1, образованного прямыми a_1, a_2 и Px, найдем фокальную ось PHL.

Покажем, впрочем, что этот новый случай можно рассматривать и независимо от предыдущего, т. е. *можно решить задачу не находя фокальной оси.*

В построении А′ (см. § 3) мы сразу находим по двум точкам направляющую прямую AB, после чего задача легко решается при помощи построения, указанного на рис. 5.

В построении Б′ (см. § 3) мы не знаем теперь того луча, на котором лежит центр C гиперболы, но зато мы знаем не две, а три ее точки (P, M_1', M_2'), полученные путем инверсии из заданных точек ∞, M_1, M_2 (рис. 10); мы сможем найти центр C в пересечении двух диагоналей QS и GI, после чего задача решается при помощи построения, указанного на рис. 6. Можно поступить иначе: выполнив инверсию мы знаем три точки $A_1 = P$, $A_2 = M_2'$, $A_3 = M_1'$ гиперболы и направление ее асимптот, т.е. знаем *две бесконечно удаленные точки* A_4 (на оси Px) и A_5 (на оси Py); нахождение точки

A_6 пересечения луча PR с гиперболой проще всего выполнить при помощи *теоремы Паскаля* [2, § 22]; построение приведено на рис. 11; найдя точку A_6 и снова выполнив инверсию, мы найдем искомую точку M_3 на луче PR как на рис. 6.

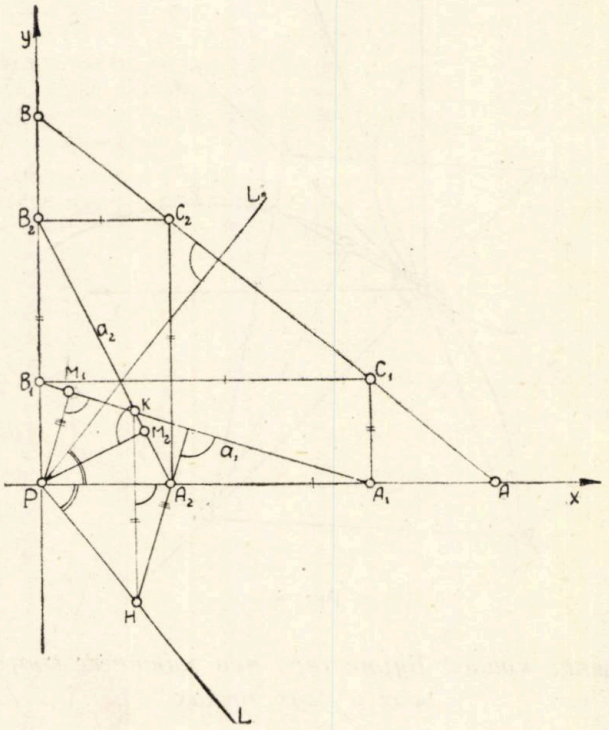


Рис. 9

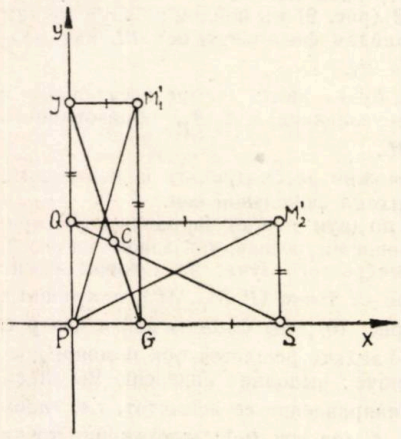


Рис. 10

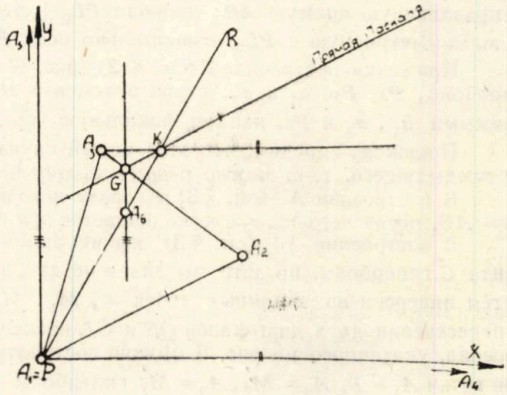


Рис. 11

Для понимания дальнейших построений необходимо ознакомиться с некоторыми простейшими понятиями *проективной геометрии*[4]).

Пусть даны *два проективных ряда точек* $A, B, C, \ldots$ и $A', B', C', \ldots$, лежащих *на одной прямой* u, т.е., как было сказано, абсциссы x и x' этих точек связаны дробно-линейным соотношением

$$x' = (ax + b) / (cx + d). \tag{4.1}$$

Двойными точками этих двух проективных рядов называются такие точки первого ряда, которым соответствуют эти же самые точки второго ряда; абсциссы двойных точек можно найти, решая квадратное уравнение

$$x=(ax + b) / (cx + d), \quad cx^2 + (d - a)x - b=0. \tag{4.2}$$

Мы покажем простое *геометрическое построение* для нахождения двойных точек Так как соотношение (4.1) содержит три параметра, то оно вполне определяется тремя условиями — например, можно произвольно задать *три точки* A, B, C, первого

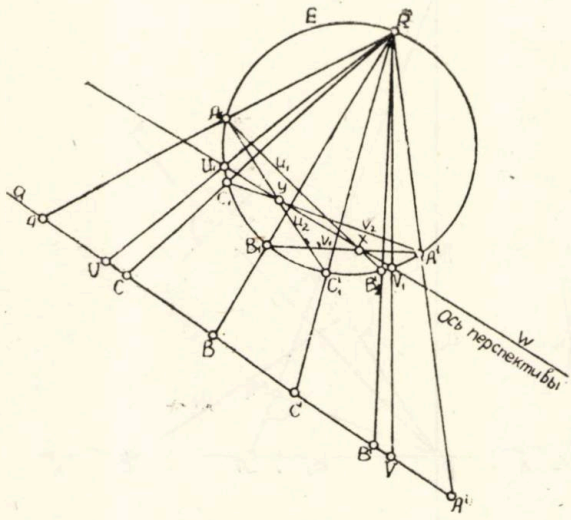


Рис. 12

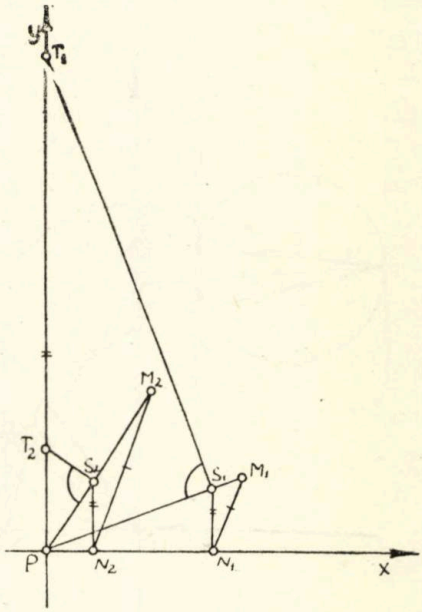


Рис. 13

ряда и потребовать, чтобы им соответствовали *три произвольные* точки A', B', C', второго ряда (рис. 12). *Построение Штейнера* для нахождения двойных точек таково [2, § 16]: выберем произвольную точку R, проведем через нее окружность E и спроектируем из точки R на E все шесть точек A, B, C, A', B', C'; их проекции обозначим A_1, B_1, C_1, A_1', B_1', C_1'; соединим A_1 с B_1' и C_1' прямыми u_1, u_2 и соединим A_1' с B_1 и C_1 прямыми v_1, v_2; найдем точки X и Y пересечения прямых u_1 с v_1 и u_2 с v_2 — прямая w, соединяющая точки X и Y, называется *осью перспективы*; если она пересекает окружность E в двух точках U_1 и V_1, то, спроектировав эти последние из точки R на прямую a, получим искомые *двойные точки* U и V.

Рассмотрим теперь решение нашей задачи методом B′ (см. § 3) (рис. 13); через заданные точки M_1, M_2 кривой Бурместера проводим две параллельные прямые произ-

[4]) Методами проективной геометрии широко пользуются Р. Мюллер и А. П. Котельников.

вольного направления до пересечения в точках N_1, N_2 с осью Px; через точки N_1, N_2 проводим прямые N_1S_1 и N_2S_2 параллельно оси Py; наконец, в точках S_1, S_2 восставим перпендикуляры S_1T_1, S_2T_2 к прямым PM_1, PM_2. Обозначая через y_1, y_2 ординаты полученных точек T_1, T_2, мы легко находим из рис. 13

$$y_2 = r_2[2r_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + y_1 \sin\alpha_2 \sin 2\alpha_1] / (r_1 \sin\alpha_1 \sin 2\alpha_2), \tag{4.3}$$

где (r_1, α_1), (r_2, α_2) полярные координаты точек M_1, M_2; так как y_2 является дробно-линейной функцией y_1, то, изменяя направление прямых M_1N_1, M_2N_2 мы получим на оси Py *два проективных ряда точек* (таких, как T_1 и T_2); надо найти такое направление прямых M_1N_1 и M_2N_2, при котором точки T_1 и T_2 совпали бы, т. е. надо найти *двойные точки* этих двух проективных рядов. Так как при $y_1 = \infty$ имеем $y_2 = \infty$, то бесконечно удаленные точки обоих рядов соответствуют друг другу; чтобы найти еще две пары соот-

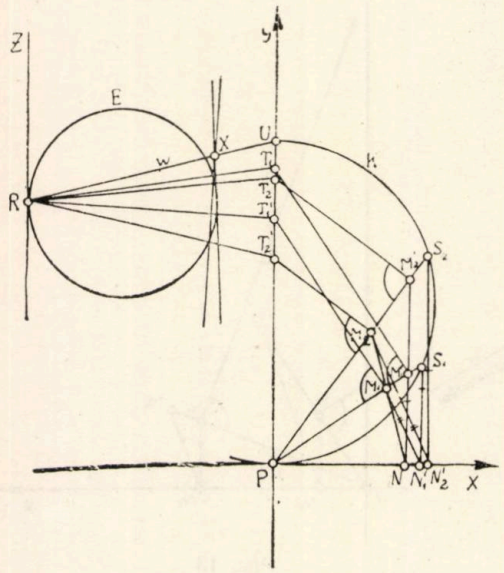


Рис. 14

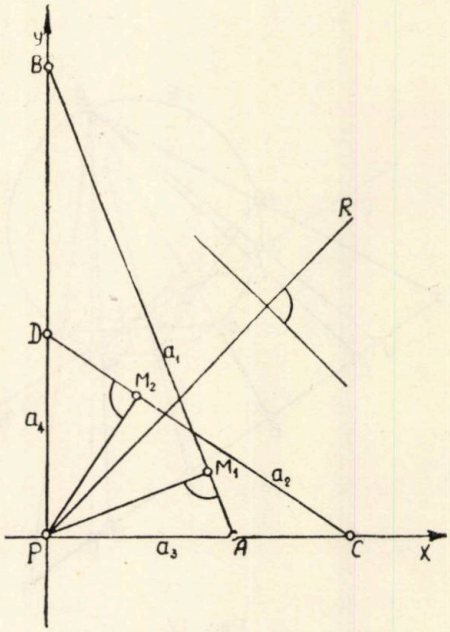


Рис. 15

ветствующих точек поступим следующим образом (рис. 14): проведем прямую M_1M_2 и указанным способом найдем точки T_1 и T_2, а затем восставим перпендикуляры в M_1 и M_2 к прямым PM_1 и PM_2 и найдем точки T_1' и T_2'.

На рис. 14 проделано *построение Штейнера;* точка R выбрана для простоты таким образом, чтобы касательная RZ была параллельна оси Py. Так как одна двойная точка должна быть бесконечно удаленной точкой оси Py, то достаточно найти лишь одну точку X оси перспективы w — две прямые RZ и RX пересекают ось Py в двойных точках, из которых одна — бесконечно удаленная, а другая — U. Описывая окружность на PU как на диаметре, мы найдем ту окружность K, в которую преобразуется кривая Бурместера, причем $M_1N_1' \parallel M_2N_2'$ дает направление фокальной оси; после этого совсем легко найти пересечение заданного луча PR сперва с окружностью, а затем и с кривой Бурместера в точке M_3.

Если применить построение Г′ (см. §3), то мы знаем четыре касательных к параболе (*Px*, *Py*, *AB*, *CD*), (рис. 15) и нужно построить к этой параболе *пятую касательную*, параллельную данному направлению, т. е. перпендикулярную к лучу *PR*; это можно сделать так же точно, как указано на рис. 7, если предварительно найти директрису и фокус параболы на основании ее свойств, указанных в предыдущем параграфе. Однако, это можно сделать еще проще при помощи *теоремы Брианшона* [2, §24]; построение указано на рис. 16, где a_1, a_2, a_3, a_4 данные четыре касательные к параболе, а пятая касательная a_5 должна быть параллельна заданной прямой a_5''; искомая точка M_3 является проекцией точки P на прямую a_5.

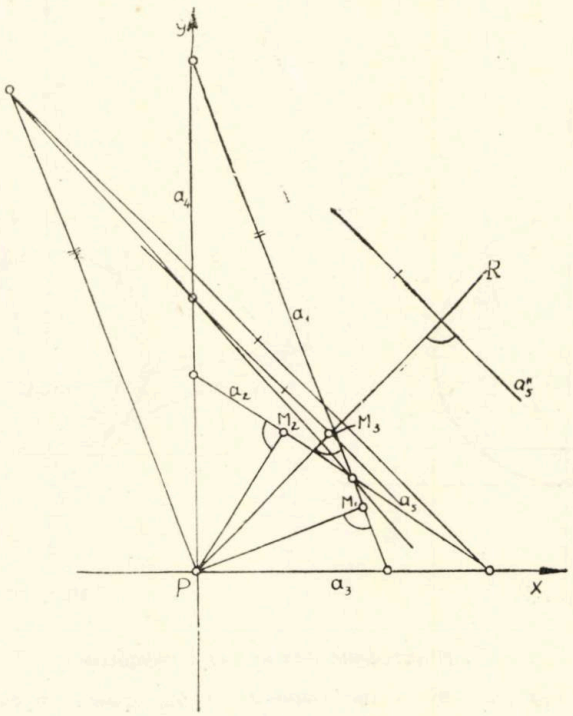


Рис. 16

Мы рассмотрели, таким образом, решение задачи о нахождении третьей точки кривой Бурместера, *лежащей на заданном луче;* рассмотрим теперь решение более сложной задачи: *зная координатные оси* Px, Py *и две точки* M_1, M_2 *кривой Бурместера, найти третью точку* M_3 *пересечения этой кривой с прямой* M_1M_2.

B″. *Построение при помощи окружности* [3, §30]

Во всем дальнейшем будем обозначать через D окружность произвольного радиуса r, касающуюся оси Px в точке P, а через D_0 окружность Котельникова (2.10), соответствующую радиусу $l/2$; через k будем обозначать точку пересечения окружности D с лучом, характеризуемым угловым коэффициентом k; при этом без труда находятся и точки $-k$, $1/k$, $-1/k$ (рис. 17); через $k_0 = -m/l$, $k_0' = -m/l'$ обозначим угловые коэффициенты фокальных осей кривых (1.1) и (1.2).

Зная оси Px и Py и две точки M_1 и M_2 кривой Бурместера (рис. 18) мы сможем как было показано, найти ее *фокальную ось*, а следовательно, будем знать точки k_0, k_1 и k_2 окружности D; тогда *прямые* (k_1, k_2) и $(k_0, 1/k_3)$ *пересекаются на оси* Py [5]; таким образом, находим точки пересечения H прямой (k_1, k_2) с осью Py, затем точку $1/k_3$ пересечения окружности D с прямой (k_0, H) и, наконец, проводим через точку $1/k_3$ прямую параллельно оси Py — в ее пересечении с окружностью D *найдем точку* k_3 и, следовательно, тот луч Pk_3, в пересечении которого с прямой M_1M_2 лежит искомая точка M_3.

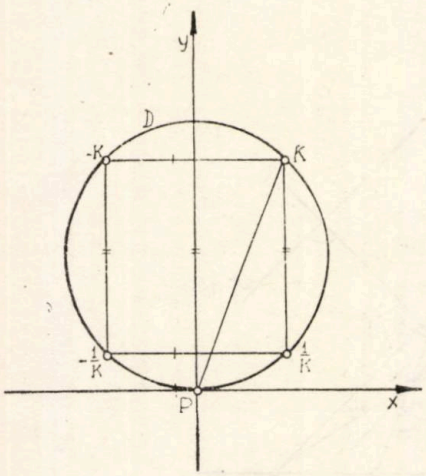


Рис. 17

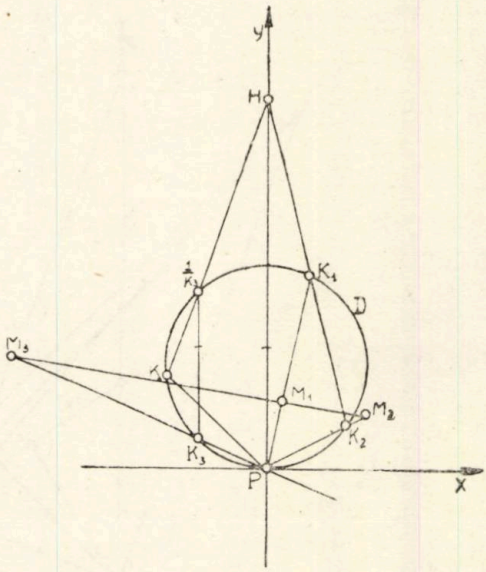


Рис. 18

Г″. *Построение при помощи параболы*

Мы знаем оси Px и Py и две точки M_1 и M_2 кривой Бурместера (рис. 19); проводя через них прямые $a_1 \perp PM_1$ и $a_2 \perp PM_2$, мы будем знать четыре касательные к параболе. Находим фокус F_0 параболы в пересечении окружностей E_1 и E_2, описанных вокруг треугольников PB_1C_1 и PB_2C_2, которые образованы касательными Px, Py, a_1 и Px, Py, a_2.

Воспользуемся одной теоремой элементарной геометрии [5, зад. 85]: *проекции точки на три стороны треугольника лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда эта точка лежит на окружности, описанной вокруг этого треугольника* [6]).

Если в неизвестной точке M_3 прямой M_1M_2 мы проведем прямую $a_3 \perp PM_3$, то три проекции точки P на прямые a_1, a_2, a_3 должны лежать *на одной прямой* — поэтому, если вокруг треугольника, образованного прямыми a_1, a_2, a_3 описать окружность, то она должна пройти через точки P и F_0. Находим точку A_3 пересечения известных прямых a_1

---

[5]) Символ (k_1, k_2) означает прямую, проходящую через точки k_1, k_2.

[6]) Эта прямая называется *прямой Симпсона*; ею широко пользуется А. П. Котельников в своих исследованиях.

и a_2 и проводим окружность через три точки P, F_0, A_3 — в ее пересечении с прямыми a_1 и a_2 найдем точки A_2 и A_1, соединяя которые найдем искомую прямую a_3; в ее пересечении с прямой M_1M_2 найдем искомую точку M_3.

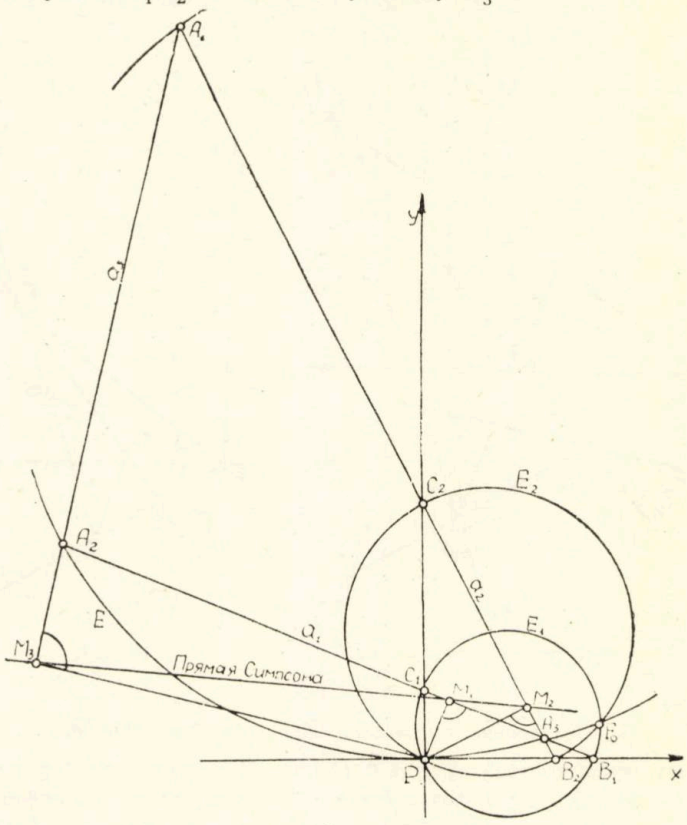


Рис. 19

5. *Построение кривой Бурместера при заданных двух точках, фокальной оси и двойной точке*

Во всех предыдущих построениях мы считали известными координатные оси Px и Py, т. е. *касательную и нормаль к центроидам;* однако, при решении многих задач синтеза эти оси неизвестны.

Будем считать во всем дальнейшем известной двойную точку P кривой Бурместера, т.е. *мгновенный центр скоростей P;* в таком случае эта кривая характеризуется *тремя условиями* — например, фокальной осью PL и двумя точками M_1 и M_2; покажем, как по этим данным построить координатные оси, после чего задача сведется к задачам, рассмотренным в предыдущих параграфах.

Г$_1$. *Построение при помощи параболы*

Проведя через данные точки M_1, M_2 (рис. 20) две прямые $a_1 \perp PM_1$ и $a_2 \perp PM_2$, мы будем знать две касательные a_1 и a_2 к параболе; так как известная фокальная

ось PL является ее директрисой, то, пользуясь свойством б) параболы (§ 3), мы легко находим ее фокус F_0; оси Px и Py являются биссектрисами углов между прямыми PL и PF_0.

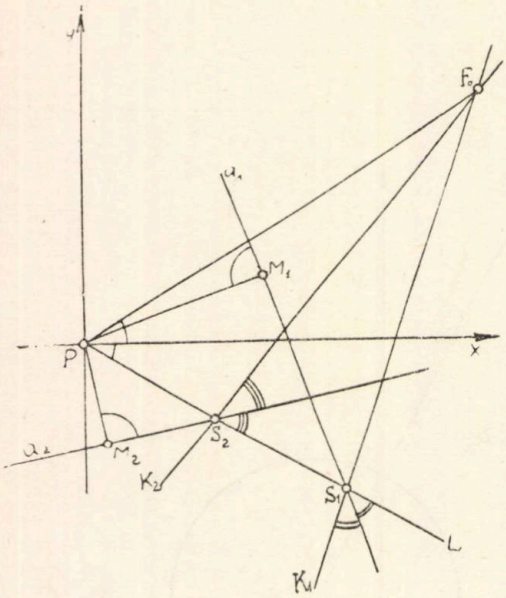


Рис. 20

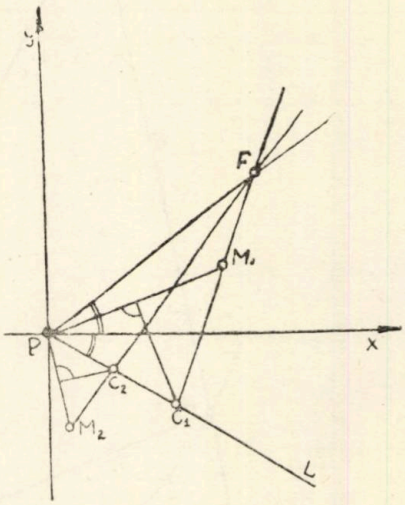


Рис. 21

Д$_1$. *Построение при помощи фокуса и фокальной оси*

Проведем ось симметрии отрезка PM_1 (рис. 21) — пусть она пересекает фокальную ось PL в точке C_1; тогда фокус F кривой Бурместера должен лежать на прямой C_1M_1; проделывая то же самое со второй точкой M_2, мы находим фокус в пересечении прямых C_1M_1 и C_2M_2; оси Px и Py являются биссектрисами углов между прямыми PL и PF.

6. *Построение кривой Бурместера при заданных трех точках и двойной точке*

Пусть теперь вместо фокальной оси задана еще одна точка — таким образом, зная *три точки* M_1, M_2, M_3 кривой Бурместера, надо построить оси Px, Py.

Б$_2$. *Построение при помощи равносторонней гиперболы*

Выполним инверсию, полагая в (2.5) $a=PM_1$ (рис. 22 а); так же, как на рис. 6 найдем точки A_2 и A_3; мы будем знать четыре точки равносторонней гиперболы ($A_1=M_1$, A_2, A_3, $A_4=P$) и должны будем найти *направление ее асимптот.*

Применим *теорему Штейнера* [2, § 21]: *из двух произвольных точек конического сечения все остальные его точки проектируются посредством двух проективных пучков прямых.*

Следовательно, если мы знаем пять точек $A_1, \ldots, A_5$ — конического сечения (рис 23) и возьмем в качестве центров пучков точки A_1 и A_4, то, проектируя остальные точки из этих двух центров, мы получим три пары соответствующих прямых a_2, a_3, a_5 и a'_2, a'_3, a'_5. Прямые, идущие в бесконечно удаленную точку конического сечения из центров A_1 и A_4, параллельны между собой — следовательно, если пучек прямых с центром в A_1 перенести параллельно себе так, чтобы точка A_1 совпала с

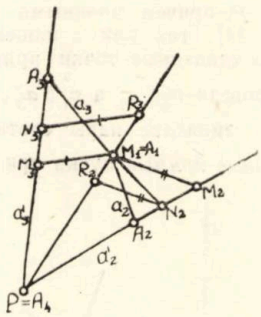


Рис. 22 а

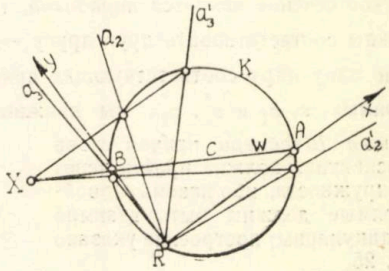


Рис. 22 б

точкой A_4, то получим два проективных пучка прямых с общим центром P, причем бесконечно удаленным точкам конического сечения соответствуют *двойные прямые пучка*. Мы снова решим задачу при помощи *построения Штейнера:* в нашем случае мы знаем не пять точек конического сечения, а только четыре и поэтому сможем построить лишь две пары соответствующих прямых a_2, a_3 и a'_2, a'_3 (рис. 22 б) — но асимптоты равносторонней гиперболы, т.е. искомые двойные прямые, должны быть

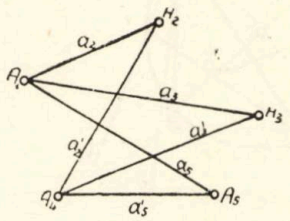


Рис. 23 а

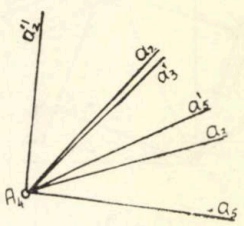


Рис. 23 б

взаимно перпендикулярны и ось перспективы w должна проходить через центр C окружности.

Построение выполнено на рис. 22.

Γ_2. *Построение при помощи параболы*

Проводя через три заданные точки M_1, M_2, M_3 (рис. 24) прямые $a_1 \perp PM_1$, $a_2 \perp PM_2$, $a_3 \perp PM_3$, мы будем знать три касательные a_1, a_2, a_3 к параболе; надо найти две взаимно перпендикулярные касательные к ней, проходящие через заданную точку P на ее директрисе. Укажем два метода решения этой задачи.

1. Рассмотрим треугольник A_1, A_2, A_3, образованный прямыми a_1, a_2, a_3 — директриса параболы PL на основании свойства а) (§ 3) проходит через его ортоцентр H; пользуясь свойством б) строим фокус F_0 параболы [7]); оси координат являются биссектрисами углов между прямыми PL и PF_0.

2. Две фиксированные касательные к коническому сечению a_1 и a_3 пересекаются любой третьей касательной a_2 по двум проективным рядам точек (таким, как A_1 и A_3); проектируя эти два ряда точек из центра P, получим два проективных пучка прямых (таких как v и v') с общим центром P, причем двойными прямыми являются *касательные* к коническому сечению [2, § 23]; так как в нашем случае коническое сечение является *параболой*, то бесконечно удаленные точки прямых a_1 и a_3 должны соответствовать друг другу — поэтому, проведя $v_1 \parallel a_1$ и $v_1' \parallel a_3$, мы найдем еще одну пару соответствующих прямых v_1 и v_1'; зная две пары соответствующих прямых v, v_1 и v', v_1', мы должны найти *двойные прямые* пучка при помощи *построения Штейнера*, причем снова ось перспективы должна пройти через центр окружности, ибо искомые двойные прямые должны быть взаимно перпендикулярны; построение указано на рис. 25.

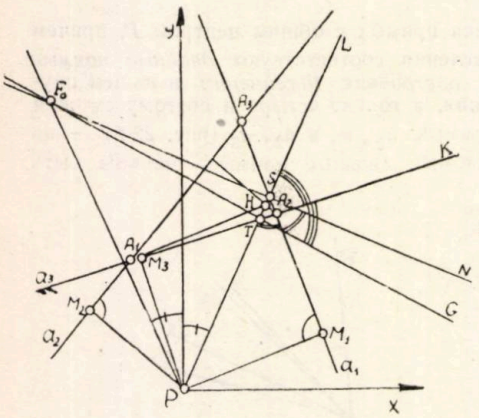


Рис. 24

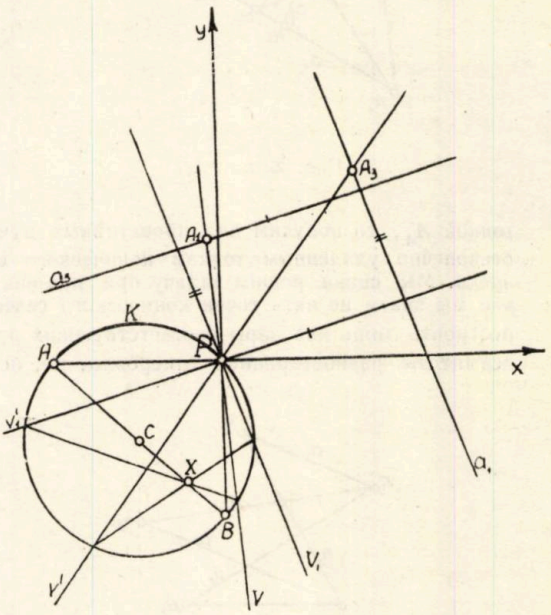


Рис. 25

7. *Подбор координатных осей и параметров кривой Бурместера*

В предыдущих параграфах мы накладывали на кривую Бурместера ровно столько условий, сколько нужно для ее полного определения: *два условия* при заданных координатных осях и *три условия*, если оси не заданы; рассмотрим теперь тот случай, когда наложенные условия не определяют полностью кривую и позволяют, таким образом, из бесчисленного множества решений выбрать наиболее подходящее.

---

[7]) Для проверки правильности построения можно воспользоваться тем, что фокус F_0 должен лежать на окружности, описанной вокруг треугольника $A_1 A_2 A_3$.

I. *Заданы координатные оси и кривая Бурместера подчинена одному условию*

В этом случае будем иметь лишь одно соотношение между двумя параметрами m и l — поэтому один из них можно выбрать произвольно. Очевидно, мы должны иметь $lm \neq 0$, ибо в противном случае кривая Бурместера выродилась бы в одну из координатных осей; деля обе части (1.1) на lm, получим

$$(x^2 + y^2)(x/l + y/m) - xy = 0 \tag{7.1}$$

и аналогично будем иметь

$$(x^2 + y^2)(x/l' + y/m) - xy = 0. \tag{7.2}$$

При $m = \infty$ каждая из кривых Бурместера распадается на ось Py и на окружность

$$x^2 + y^2 - ly = 0, \text{ или } x^2 + y^2 - l'y = 0; \tag{7.3}$$

при $l = \infty$ распадается лишь кривая Бурместера (1.1) на ось Px и на окружность

$$x^2 + y^2 - mx = 0; \tag{7.4}$$

то же самое имеет место для кривой (1.2) при условии $l' = \infty$.

II. *Задана двойная точка и кривая Бурместера подчинена двум условиям*

II а. Мы можем произвольно выбрать координатные оси и придем тогда к задачам, рассмотренным в §§ **3**, **4**.

II б. Мы можем вместо этого положить $m = \infty$ для того, чтобы иметь распадение обеих кривых Бурместера на ось Py и на окружность (7.3) с центром на этой оси. Если заданы *две точки* M_1 и M_2, и если предположить, что обе точки лежат на окружности (7.3), то строим ее по трем точкам P, M_1, M_2; касательная к ней в точке P явится осью Px, а диаметр, проходящий через точку P — осью Py; можно также предположить, что одна из точек лежит на оси Py, а другая на окружности (7.3).

Если же заданы *точка* M и *фокальная ось* PL, то из формулы (2.8) ясно, что при $m = \infty$ мы должны иметь $\varphi = 90°$, т.е. ось Py *должна итти по фокальной оси*. Аналогичную картину получим, полагая $l = \infty$ (с заменой оси Py на ось Px) — однако при этом условии распадается лишь одна кривая Бурместера.

III. *Задана двойная точка и кривая Бурместера подчинена одному условию*

Если задана точка M, то, направляя ось Py по прямой PM мы получим как необходимое следствие $m = \infty$ и распадение обеих кривых Бурместера; действительно, если уравнение (7.1) должно удовлетворяться при $x = 0$, $y = y_0 \neq 0$, то $m = \infty$; если вместо точки M задана фокальная ось PL, то этот результат получим, если направить ось Py по фокальной оси PL; в обоих рассмотренных случаях радиус окружности (7.3) остается неопределенным,

Аналогичную картину получим, направляя ось Px по прямым PM или PL.

Примечание. а) Если в данном положении подвижной плоскости траектории всех точек (или хотя бы части этих кривых) симметричны относительно нормали к центроидам Py, то и обе кривые Бурместера должны обладать этим же свойством, что возможно только, когда $m = \infty$ и обе кривые распадаются на ось Py и на окружность (7.3); б) если $m = \infty$, то точка Болла, являющаяся точкой пересечения кривой круговых точек (1.1) и поворотного круга, совпадает с полюсом поворота; в) распадение кривой Бурместера, при котором она принимает простейшую форму, особенно удобную для практических применений, имеет место лишь при специальном подборе одного из параметров, т.е. возможно лишь при уменьшении числа условий, которым можно подчинить эту кривую.

Поступила 29 XII 1959 г.

Харьковский Политехнический Институт, Харьков, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейер Р., *Кинематический синтез механизмов*, Машгиз, М., 1959.
2. Делеман К., *Проективная геометрия в синтетическом изложении*, Харьков, 1908.
3. Котельников А. П., Математ. сб., 1927, **34**, *3—4*, стр. 207—348.
4. Четверухин Н. Ф., *Введение в высшую геометрию*, Учпедгиз, М., 1934.
5. Яглом И. М., *Геометрические преобразования*. **I**, ГТТИ, М., 1955.
6. Dziobek O., *Lehrbuch der analytischen Geometrie*, **I**, 1909.
7. Müller R., *Einführung in die theoretische Kinematik*, Berlin, 1932.

ON SOME METHODS OF CONSTRUCTION OF BURMESTER CURVES AND POINTS (I)

(Summary)

We consider the well-known curves of Burmester — curve of circular points (1.1) and curve of centres (1.2) — which are of great importance in the synthesis of plane mechanisms.

Using the methods of transforming these curves into ones of lower order (straight line, equilateral hyperbola, circle, parabola), we show different methods of construction of these curves under certain data; we make use hereby of the constructive methods and theorems of projective geometry — in particular, Steiner's construction of double elements, theorems of Steiner, Pascal, Brianchon, etc.

ASUPRA UNOR METODE DE CONSTRUCŢIE A CURBELOR ŞI PUNCTELOR LUI BURMESTER (I)

(Rezumat)

Autorul, reluînd studiul binecunoscutelor curbe ale lui Burmester — curba punctelor circulare (1.1) şi curba centrelor (1.2) — de mare importanţă în sinteza mecanismelor plane, elaborează variate metode de construcţie a unor astfel de curbe ce satisfac la anumite condiţii. În acest scop se folosesc, în afară de metodele de transformare a curbelor lui Burmester în curbe de ordin inferior, diferite metode constructive precum şi teoreme de geometrie proiectivă ca, de pildă, teoremele lui Steiner, Pascal, Brianchon ş. a.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621-231

APLICAREA TEORIEI ACCELERAŢIILOR REDUSE LA STUDIUL MECANISMELOR SPAŢIALE

DE

D. MANGERON şi CORNELIU DRĂGAN

1. Introducere

Elaborarea şi studiul metodelor de analiză şi sinteză a mecanismelor precum şi ansamblul problemelor privitoare la construcţia lor structurală, cinematică şi dinamică, constituie astăzi preocuparea fundamentală a disciplinei „Teoria mecanismelor şi maşinilor", integrată şi continuată apoi de mulţimea disciplinelor de specialitate consacrate îndeosebi adîncirii proprietăţilor funcţionale a mecanismelor şi maşinilor [1].

Jalonările de bază ce reflectă nivelul actual al cunoştinţelor la scară mondială în domeniul teoriei mecanismelor şi maşinilor sînt expuse într-un recent memoriu, intitulat *Stadiul actual al teoriei mecanismelor şi maşinilor,* prezentat de acad. I. I. Artobolevski [2] la plenara de deschidere a celei de a doua conferinţe unionale de TMM (Moscova, 24...28 martie 1958). Studii, cercetări şi perspective de dezvoltare a acestui domeniu de bază pentru fundamentările teoretice ale automatizării proceselor de producţie au fost analizate şi dezbătute pe larg în cadrul conferinţelor sau congreselor de TMM din ultimii doi ani, fiind redactate sub forma hotărîrilor plenarelor de închidere ale acestora [3] sau sub o formă cristalizată în elaborările unor specialişti privitoare la problema adîncirii studiilor de TMM la scară naţională [4], [5], [6].

Lucrarea de faţă, avînd ca punct de plecare un şir de teoreme înserate de unul dintre autori în [7], [8], are la bază o serie de lucrări publicate în comun ([9]...[12]) consacrate metodei acceleraţiilor reduse de ordin oarecare.

„*Metoda acceleraţiilor reduse, indicînd* — după cum spune acad. I. I. Artobolevski [2, pp. 7...8] — *căile posibile de studiu al acceleraţiilor mecanismelor plane*", este o metodă de analiză a mecanismelor plane şi spaţiale cu ajutorul teoriei acceleraţiilor reduse. „*Această metodă* — spune prof. dr. N. I. Levitski [13] în lucrarea sa consacrată rezultatelor lucrărilor secţiei de analiză şi sinteză a mecanismelor de la cea de a doua conferinţă unională TMM deja citată — *este interesantă nu numai prin faptul că ea permite micşorarea esenţială a cuantumului de lucru din cadrul construcţiilor grafice corespunzătoare, ci şi prin aceea că folosirea acestei metode de lucru deschide căi noi în domeniul sintezei mecanismelor. Cu alte cuvinte, dezvoltarea metodelor de analiză a mecanismelor contribuie la dezvoltarea metodelor de sinteză a lor. Această concluzie se bazează pe faptul că metoda acceleraţiilor reduse permite determinarea lesnicioasă, pe cale grafică, a acceleraţiilor de diferite ordine, fapt care poate fi folosit apoi pentru sinteza mecanismelor cu ajutorul interpolării iterate*" [13, pp. 24...25].

În cele ce urmează se face un studiu teoretic şi practic consacrat metodei acceleraţiilor spaţiale reduse de ordin oarecare de prima specie, care interesează îndeaproape problema de proiectare a mecanismelor spaţiale, de importanţă din ce în ce mai vădită în, aplicaţiile tehnice moderne [14]...[16].

2. Cîteva teoreme

Numim o *cruce de drepte,* un ansamblu de vectori ce-şi au originile pe o dreaptă iar extremităţile pe o altă dreaptă, perpendiculară pe prima. Prima dreaptă pe care se

găsesc originile vectorilor se zice dreapta iniţială a crucii, iar cea de a doua dreaptă, pe care se găsesc extremităţile aceloraşi vectori – dreapta finală a crucii. Să introducem următoarele date şi notaţii.

Fie C un corp solid rigid (şi, în particular, un organ al unui mecanism spaţial) ce execută o mişcare generală în spaţiu. Fie O' un punct al lui C şi $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3$ – versorii unui triedru tridreptunghiular drept ce-şi au originea în O' şi sînt invariabil legaţi de C. Fie apoi (D) o dreaptă, aparţinînd lui C şi determinată de versorul

$$\bar{u} = \alpha\bar{u}_1 + \beta\bar{u}_2 + \gamma\bar{u}_3, \quad \alpha = \cos(\bar{u}_1, \bar{u}), \ \beta = \cos(\bar{u}_2, \bar{u}), \ \gamma = \cos(\bar{u}_3, \bar{u}) \tag{1}$$

şi de punctul ei de intersecţie P cu planul $O'\bar{u}_1\bar{u}_2$ dat prin raza vectoare

$$\bar{r}_P = \bar{r}_0 + \delta\bar{u}_1 + \varepsilon\bar{u}_2, \quad \bar{r}_0 = \overline{OO'}, \tag{2}$$

$Oxyz$ fiind triedrul de referinţă „fix".

Numim *acceleraţii reduse spaţiale de ordin* n *de prima specie* — vectorii legaţi de punctele M ale dreptei (D), definiţi prin

$$\bar{a}^{(n)}_{Mr} = \bar{a}^{(n)}_M / [A_n - A_n(\bar{u})], \quad \bar{a}^{(n)}_M = \mathrm{d}\,\bar{a}^{(n-1)}_M / \mathrm{d}t, \quad \bar{a}^{(1)}_M \equiv \bar{a}_M, \quad (n = 1,2,\ldots), \tag{3}$$

în care

$$A_{n+1} = \dot{A}_n + \bar{\omega}\cdot\bar{B}_n, \quad \bar{B}_{n+1} = \dot{\bar{B}}_n - \bar{\omega}A_n, \quad A_1 = \bar{\omega}\cdot\bar{\omega}, \ \bar{B}_1 = \bar{\omega}^{(2)}, \quad (\cdot \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t), \tag{4}$$

$\bar{\omega}, \bar{\omega}^{(2)}, \bar{\omega}^{(3)}\cdots$ sînt respectiv viteza unghiulară instantanee, acceleraţia unghiulară instantanee de primul ordin, acceleraţia unghiulară instantanee de ordinul al doilea,..., a corpului solid rigid, iar $A_n(\bar{u})$ s-a obţinut din A_n prin intermediul unei operaţii de *polarizare în raport cu* $\bar{u}$, determinată univoc pe baza tabelului de mai jos:

$$\left\{\begin{aligned}
&A_1(\bar{u}) = [\alpha(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_3)]^2 = (\bar{\omega}\cdot\bar{u})^2 \ \text{pentru} \ A_1 = (\bar{\omega}\cdot\bar{\omega});\\
&A_2(\bar{u}) = 3[\alpha(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_3)]\,[\alpha(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_3)] =\\
&\qquad = 3(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u})\,(\bar{\omega}\cdot\bar{u}), \text{pentru } A_2 = 3(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{\omega});\\
&A_3(\bar{u}) = 4[\alpha(\bar{\omega}^{(3)}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}^{(3)}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}^{(3)}\cdot\bar{u}_3)]\,[\alpha(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_2) +\\
&\qquad + \gamma(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_3)] + 3[\alpha(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_3)]\,[\alpha(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_1) +\\
&\qquad + \beta(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{u}_3)] - (\bar{\omega}\cdot\bar{\omega})[\alpha(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_1) + (\beta\bar{\omega}\cdot\bar{u}_2) +\\
&\qquad + \gamma(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_3)]\,[\alpha(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_1) + \beta(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_2) + \gamma(\bar{\omega}\cdot\bar{u}_3)], \text{ pentru } A_3 = 4(\bar{\omega}^{(3)}\cdot\bar{\omega}) +\\
&\qquad + 3(\bar{\omega}^{(2)}\cdot\bar{\omega}^{(2)}) - (\bar{\omega}\cdot\bar{\omega})(\bar{\omega}\cdot\bar{\omega}), \text{ etc.}
\end{aligned}\right. \tag{5}$$

Au loc următoarele teoreme:

Teorema I (teorema fundamentală privind metoda acceleraţiilor reduse spaţiale de ordin oarecare de prima specie). *Locul geometric al extremităţilor* M^*_n *ale acceleraţiilor spaţiale reduse de ordin* n *de prima specie, determinat prin ecuaţia vectorială*

$$\bar{r}_{M^*_n} = \bar{r}_M + \bar{a}^{(n)}_{Mr}, \tag{6}$$

în care M *parcurge o dreaptă* (D) *avînd ca ecuaţie*

(7) $$\bar{r}_M = \bar{r}_P + \lambda \bar{u}$$

și aparținînd unui corp solid rigid în mișcare spațială generală, este o dreaptă (D*) *perpendiculară pe prima.*

Teorema II (teorema relativă la extinderea spațială a crucilor lui A. P. Kotelnikov [17]). *Accelerațiile spațiale reduse de ordin oarecare* n, *de prima specie,* $\bar{a}^{(n)}_{Mr}$ *ale punctelor* M *situate pe o dreaptă ce aparține unui solid rigid în mișcare generală în spațiu, aparțin unei cruci de accelerații de același ordin.*

Teorema III (teorema crucilor izogonale de prima specie). *Locul geometric al punctelor* M^{**}_n *determinate prin ecuația vectorială*

(8) $$\bar{r}_{M^{**}_n} = \bar{r}_M + \lambda_n \bar{a}^{(n)}_M ,$$

în care dreapta (D)

(9) $$\bar{r}_M = \bar{r}_P + \mu \bar{u}$$

aparține unui solid rigid în mișcare generală în spațiu (λ_n *și* μ *sînt parametri), este o dreaptă* (D^{**}_n). *Unghiul complex format între* (D) *și* (D^{**}_n) *se exprimă folosind notațiile utilizate în calculul virial,* ce a început a fi introdus sistematic în teoria mecanismelor și mașinilor [18], [13], *prin intermediul tangentei sale trigonometrice*

(10) $$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \theta_n + w\, d_n (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_n),\ \alpha_n = \theta_n + w\, d_n,\ w^2 = 0 ,$$

în care θ_n *este unghiul obișnuit între vectorii unitari ai axelor dreptelor* (D) *și* (D^{**}_n), *iar* d_n *este distanța minimă între aceste drepte.*

Teorema IV (proprietatea extremală a accelerațiilor spațiale reduse de specia întîia). *Produsul scalar a doi vectori alunecători unitari situați pe dreptele* (D) *și* (D^{**}_n) *date prin ecuațiile* (8), (9) *din teorema III se reduce la forma pur dual din cadrul calculului virial atunci cînd*

(11) $$\lambda_n = 1 / [A_n - A_n(\bar{u})] ,$$

în care A_n *și* $A_n(\bar{u})$ *se determină prin formulele* (4), (5).

În cele ce urmează ne vom mărgini la fundamentarea metodei accelerațiilor spațiale reduse de prima specie, oprindu-ne, pentru a răspunde la nevoile imediate de proiectare, la accelerații de primul ordin.

3. Metoda accelerațiilor spațiale reduse de specia întîia

Fie $\bar{a}_{Ar}$ accelerația redusă a unui punct A de pe o dreaptă AB în mișcare generală spațială. Mișcarea organului purtător al dreptei AB poate fi considerată ca fiind compusă dintr-o mișcare de transport, care este o mișcare de translație, o dată cu punctul A, și o mișcare relativă de rotație în jurul unei axe ce trece prin A. Axa de rotație și dreapta AB definesc un plan Q. Mișcarea relativă de rotație cu viteza unghiulară $\bar{\omega}$ se poate la rîndul ei considera ca fiind compusă dintr-o mișcare de rotație în jurul dreptei AB, de viteză unghiulară $\omega_2 = \omega \cos \mu$ și o mișcare de rotație în jurul unei axe conținută în planul Q, perpendiculară pe AB, de viteză unghiulară $\omega_1 = \omega \sin \mu$. Componenta tangențială a accelerației punctului B în mișcarea de rotație de viteză unghiulară $\bar{\omega}_1$ este nulă, iar componenta normală a accelerației punctului B în mișcarea de rotație de viteză unghiulară $\bar{\omega}_1$ este $\bar{a}^n_{BA} = \bar{k}\, l_{AB}\, \omega_1^2$. Împărțind prin ω_1^2 se obține *accelerația redusă normală* în raport cu ω_1^2 a punctului B, adică

(12) $$\bar{a}^n_{BAr} = \bar{k}\, l_{AB} = \bar{a}^n_{BA} / \omega_1^2 .$$

Acceleraţia unghiulară instantanee $\bar{\varepsilon}$ a organului considerat nu are în general acelaşi suport cu $\bar{\omega}$. Se poate descompune vectorul $\bar{\varepsilon}$ în trei vectori astfel: vectorul $\bar{\varepsilon}_3$ să aibă ca suport dreapta AB, vectorul $\bar{\varepsilon}_1$ să fie coliniar cu $\bar{\omega}_1$ şi vectorul $\bar{\varepsilon}_2$ să aibă ca suport o dreaptă perpendiculară pe AB şi pe $\bar{\omega}_1$ $(\bar{\varepsilon}_1)$. Alegînd trei versori $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ specifici dreptei AB, se poate scrie că $\bar{a}^{t'}_{BA} = l_{AB}\,\varepsilon_1\,\bar{j}$, $\bar{a}^{t''}_{BA} = l_{AB}\,\varepsilon_2\,\bar{i}$. Sumînd geometric aceşti vectori, se obţine $\bar{a}^{t}_{BA} = l_{AB}\,(\varepsilon_1\,\bar{j} + \varepsilon_2\,\bar{i})$, în care $\varepsilon_1\,\bar{j} + \varepsilon_2\,\bar{i}$ este tocmai vectorul $\bar{\varepsilon}'$ rotit cu 90° în jurul dreptei AB. Împărţind prin ω_1^2 se deduce

$$\bar{a}^{t}_{BAr} = l_{AB}\,\omega_1^{-2}\,(\varepsilon_1\,\bar{j} + \varepsilon_2\,\bar{i}). \tag{13}$$

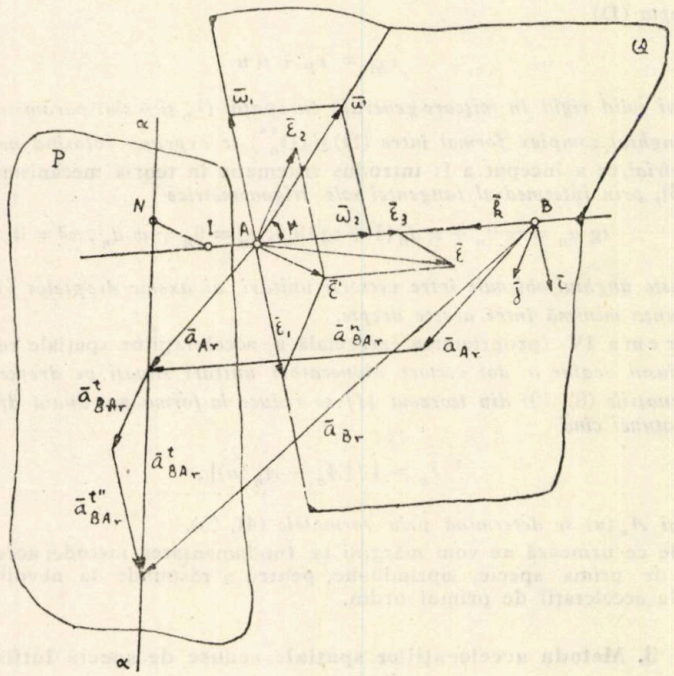


Fig. 1

Rezultă că suportul vectorului $\bar{a}^{t}_{BAr}$ este dreapta aa ce trece prin extremitatea vectorului $\bar{a}_{Ar}$ şi este perpendiculară pe dreapta AB. Dreapta aa este deci locul geometric al extremităţilor vectorilor $\bar{a}_{Br}$ atunci cînd punctul B descrie dreapta AB. Se observă că orientarea dreptei aa depinde numai de orientarea, în planul P dus prin extremitatea vectorului $\bar{a}_{Ar}$ perpendicular pe dreapta AB, a unei drepte paralele cu $\bar{\varepsilon}'$ ce reprezintă componenta acceleraţiei unghiulare $\bar{\varepsilon}$ conţinută într-un plan paralel cu P. În fig. 1 s-a notat prin I punctul de intersecţie al planului P cu dreapta AB şi prin IN perpendiculara comună între dreapta aa şi dreapta AB, care este paralelă cu suportul vectorului $\bar{\varepsilon}'$. Segmentul AI reprezintă proiecţia vectorului $\bar{a}_{Ar}$ pe dreapta AB. Figura a fost executată considerînd scara acceleraţiilor reduse egală cu acea a lungimilor.

Teorema enunţată, dedusă mai sus pe cale geometrică, încadrîndu-se în şirul teoremelor fundamentale de la pct. 2, conduce la următoarea construcţie a acceleraţiei

reduse a unui punct oarecare al unui organ aparținînd unui mecanism spațial dacă se cunosc acceleraţiile reduse a trei puncte ale aceluiaşi organ. Se pot folosi procedeele geometriei descriptive. Vectorii $\bar{a}_A$, $\bar{a}_B$ şi $\bar{a}_C$ sînt acceleraţiile cunoscute ale punctelor A, B şi C (fig. 2). Se reprezintă aceste puncte prin proiecţiile lor pe planul orizontal şi cel vertical, notîndu-se cu yy linia de pămînt. Se mai reprezintă şi punctul D a cărui acceleraţie redusă trebuie determinată. Se uneşte punctul D cu punctele A şi B, obţinîndu-se dreptele AD şi BD care se reprezintă în cele două plane de proiecţie prin dreptele $A_H D_H$, $A_V D_V$, $B_H D_H$, $B_V D_V$. Se presupune efectuat în prealabil studiul vitezelor, deci se cunoaşte vectorul $\bar{\omega}$ ce reprezintă viteza unghiulară instantanee a or-

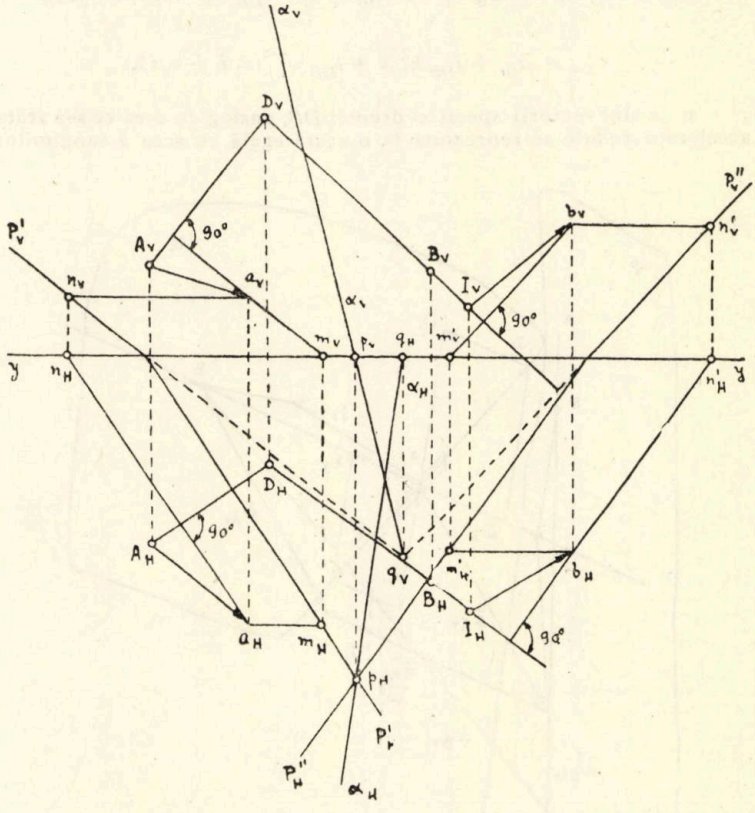


Fig. 2

ganului considerat. Notîndu-se cu $\bar{\omega}_1$ componenta lui $\bar{\omega}$ conţinută într-un plan perpendicular pe dreapta AB, se calculează mărimea vectorului $\bar{a}_{Ar} = \bar{a}_A / \omega_1^2$. Această mărime se reprezintă apoi prin proiecţiile $A_H a_H$, $A_V a_V$ pe cele două plane. Se determină planul P' perpendicular pe dreapta AD şi care trece prin extremitatea a a vectorului $\bar{a}_{Ar}$. Construcţia este arătată în figură, urmele planului P' fiind P'_H, P'_V. Extremitatea vectorului $\bar{a}_{Dr} = \bar{a}_D \omega_1^{-2}$ este situată undeva în planul P'. Dacă se notează cu $\bar{\omega}'_1$ componenta vectorului $\bar{\omega}$ conţinută într-un plan perpendicular pe dreapta DB se calculează mărimile vectorilor $\bar{a}'_{Br} = \bar{a}_B \omega_1'^{-2}$ şi $\bar{a}_{Br} = \bar{a}_B \omega_1^{-2}$. Se poate scrie apoi relaţia

$$\bar{a}'_{Dr} = \bar{a}_D \omega_1'^{-2} = \bar{a}_B \omega_2'^{-2} + \bar{a}^n_{DB} \omega_1'^{-2} + \bar{a}^{t'}_{DB} \omega_1'^{-2} + \bar{a}^{t''}_{DB} \omega_1'^{-2}, \tag{14}$$

sau

$$\begin{cases} \bar{a}'_{Dr} = \bar{a}'_{Br} + l_{DB}\, \bar{k} + l_{DB}\, \varepsilon_1\, \omega_1'^{-2}\, \bar{j} + l_{DB}\, \varepsilon_2\, \omega_1'^{-2}\, \bar{i} \\ \bar{a}'_{Dr} = \bar{a}'_{Br} + l_{DB}\, \bar{k} + l_{DB}\, \omega_1'^{-2} (\varepsilon_1 \bar{j} + \varepsilon_2 \bar{i}) . \end{cases} \tag{15}$$

Înmulţind relaţia (14) cu raportul cunoscut $k_1^2 = \omega_1'^2 / \omega_1^2$, se obţine

$$\bar{a}_{Dr} = \bar{a}_D \omega_1^{-2} = \bar{a}_B \omega_1^{-2} + l_{DB} k_1^2\, \bar{k} + l_{DB} \omega_1^{-2} (\varepsilon_1 \bar{j} + \varepsilon_2 \bar{i}), \tag{16}$$

sau

$$\bar{a}_{Dr} = \bar{a}_{Br} + l_{DB} k_1^2\, \bar{k} + l_{DB} \omega_1^{-2} (\varepsilon_1 \bar{j} + \varepsilon_2 \bar{i}), \tag{17}$$

în care $\bar{i}$, $\bar{j}$ şi $\bar{k}$ sînt vectorii specifici dreptei DB, analog cu ceea ce s-a arătat anterior. Vectorii acceleraţii reduse se reprezintă la o scară egală cu acea a lungimilor.

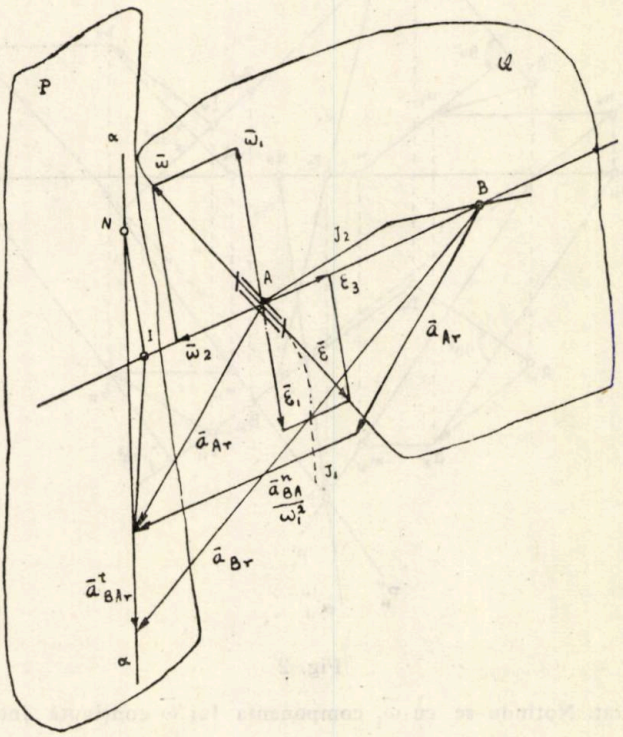


Fig. 3

Se marchează pe dreapta DB punctul I astfel încît $l_{DI} = l_{DB} k^2$ şi cu originea în punctul I se reprezintă vectorul $\bar{a}_{Br} = \bar{a}_B \omega_1^{-2}$. Se determină apoi planul P'' perpendicular pe dreapta DB şi trecînd prin punctul b ce reprezintă extremitatea vectorului $\bar{a}_{Br}$ situat cu originea în punctul I. Urmele planului P'' sînt P''_H, P''_V. Extremitatea vectorului $\bar{a}_{Dr}$ trebuind să fie situată în ambele plane P' şi P'', se va găsi pe dreapta

$\alpha\alpha$ de intersecție a lor. Se consideră apoi dreptele AD și DC. Se efectuează construcții grafice pe baza unor raționamente complet analoage cu cele folosite pentru dreptele AD și DB și se determină o altă dreaptă $\beta\beta$. Extremitatea vectorului $\bar{a}_{Dr}$ se va găsi la intersecția dreptelor $\alpha\alpha$ și $\beta\beta$. Ultimele construcții grafice nu sînt reprezentate în figură. Mărimea vectorului $\bar{a}_D$ se obține înmulțind mărimea vectorului $\bar{a}_{Dr}$ cu ω_1^2.

În fig. 3 sînt reprezentate două organe I_1 și I_2, aparținînd unui mecanism spațial, asociate între ele printr-o articulație. S-a notat prin $\bar{a}_{Ar}$ accelerația redusă a punctului A, cunoscută, A fiind de pe axa articulației, adică $\bar{a}_{Ar} = \bar{a}_A \omega_1^{-2}$. Se consideră planul Q definit de dreapta AB ce aparține organului I_2 și axa articulației, și în acest plan se descompun vectorii $\bar{\omega}$ și $\bar{\varepsilon}$ după dreapta AB și după o perpendiculară pe ea, situată în planul Q. Acest lucru înseamnă descompunerea mișcării de rotație relativă în jurul axei articulației în două mișcări de rotație și anume, în jurul dreptei AB și în

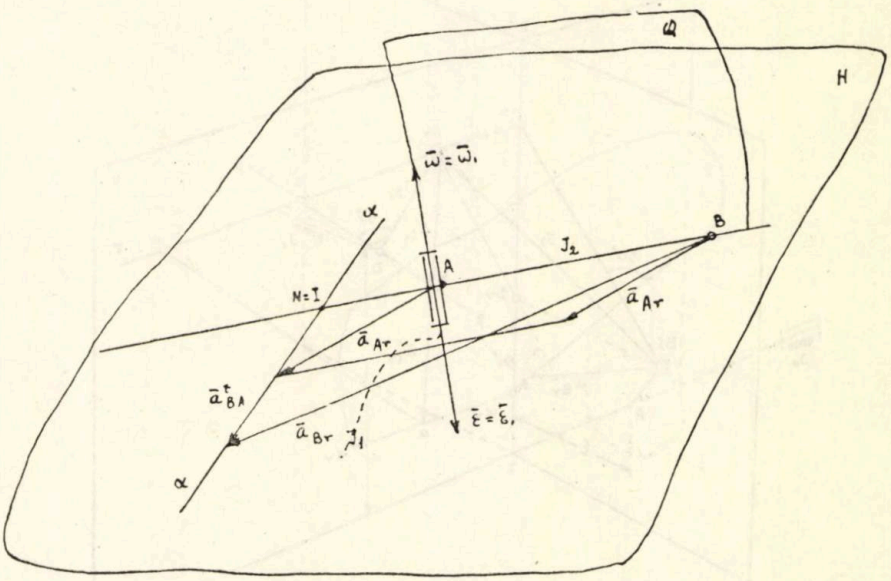


Fig. 4

jurul perpendicularei pe AB, situată în planul Q. Planul P este dus prin extremitatea vectorului $\bar{a}_{Ar}$ perpendicular pe dreapta AB. În acest plan este situată dreapta $\alpha\alpha$ care reprezintă locul geometric al extremităților accelerațiilor reduse ale punctelor dreptei AB. Perpendiculara comună NI între dreptele $\alpha\alpha$ și $\beta\beta$ este paralelă cu suportul vectorului ε_1 ($\bar{\omega}_1$).

În cazul cînd cele două organe aparțin unui mecanism plan (fig. 4), dreapta AB este perpendiculară pe axa articulației și vectorul $\bar{a}_{Ar}$ este conținut în planul H al mecanismului, perpendicular pe axa articulației și conținînd dreapta AB. Dreapta $\alpha\alpha$ este și ea situată în planul H și intersectează dreapta AB în punctul I, deoarece perpendiculara comună NI devine egală cu zero, punctul N confundîndu-se cu punctul I.

Poziția dreptei $\alpha\alpha$ se poate stabili grafic, de pildă, prin procedeele geometriei descriptive, sau analitic, dacă se cunoaște vectorul $\bar{a}_{Ar}$ și dreapta AB, deoarece dreapta $\alpha\alpha$ este perpendiculara dusă prin extremitatea vectorului $\bar{a}_{Ar}$ la dreapta AB și la o per-

pendiculară pe AB conţinută în planul Q, definit aşa cum s-a arătat anterior. Deci nu este necesară pentru aceasta cunoaşterea prealabilă a vectorului $\bar{\varepsilon}$.

Cele spuse mai sus pot fi folosite pentru studiul mecanismelor spaţiale. De exemplu, în fig. 5 este reprezentat un mecanism patrulater articulat spaţial. Se consideră planul H perpendicular pe axa articulaţiei ce asociază manivela motoare I_1 la batiul I_0 şi conţine traiectoria punctului B, centrul comun al sferelor plină şi goală ce alcătuiesc articulaţia sferică, care asociază biela I_2 la manivela I_1. Analog, planul V este perpendicular pe axa articulaţiei ce asociază balansierul I_3 la batiul I_0 şi conţine traiectoria punctului C. Planele H şi V se intersectează după dreapta zz. Proiecţia bielei $B_h C_V$ pe planul H este notată prin $B_h C_h$ şi pe planul V prin $B_V C_V$. Traiectoria punctului B_h, care aparţine organelor I_1 şi I_2, este un cerc cu centrul în A şi conţinut

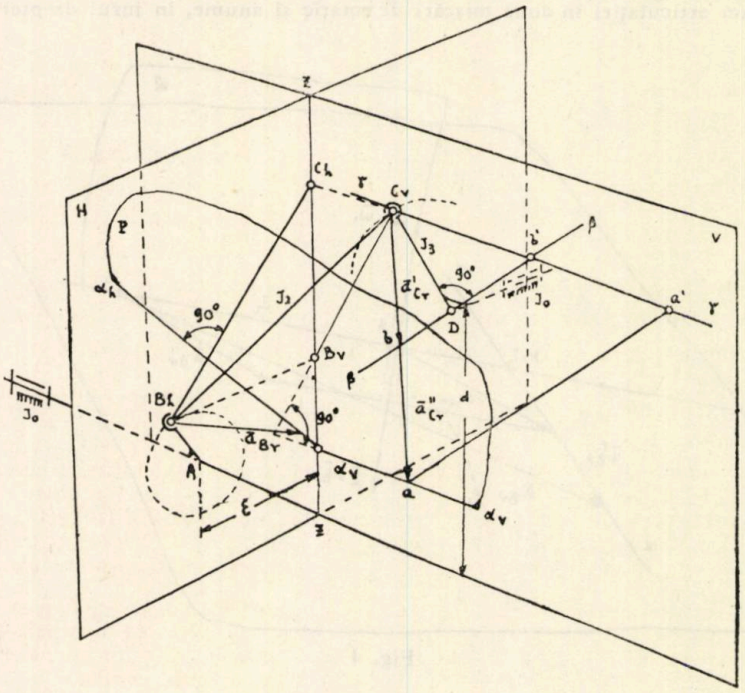


Fig. 5

în planul H. Traiectoria punctului C_V este un cerc cu centrul în D şi conţinut în planul V. Se presupune efectuat studiul vitezelor punctelor organelor mecanismului, deci se cunoaşte componenta ω_2' perpendiculară pe dreapta $B_h C_V$ a vitezei unghiulare instantanee $\bar{\omega}_2$ a bielei I_2. Organul conducător al mecanismului este manivela I_1 a cărei mişcare este cunoscută. Se poate deci determina vectorul $\bar{a}_B = \bar{a}_B^n + \bar{a}_B^t$ care este situat în planul H. Vectorul $\bar{a}_{Br} = \bar{a}_B \omega_2'^{-2}$ este şi el situat în planul H. Construcţiile grafice se efectuează acceleraţiile reduse reprezentîndu-se la o scară egală cu aceea a lungimilor, planul V fiind rabatut în jurul dreptei zz peste planul H. Extremitatea vectorului $\bar{a}''_{Cr} = \bar{a}_C \omega_2'^{-2}$ va fi situată într-un plan P perpendicular pe dreapta $B_H C_V$ conform celor arătate anterior şi trecînd prin extremitatea vectorului $\bar{a}_{Br}$. Urma acestui plan

pe planul H s-a notat cu a_h, iar urma pe planul V cu a_V. Dar vectorul $\overline{a}''_{Cr}$ este coliniar cu vectorul $\overline{a}_{Cr}$, adică este situat în planul V care conține traiectoria (un cerc cu centrul în D și raza l_{C_VD}) punctului C_V. Deci extremitatea vectorului $\overline{a}''_{Cr}$ se găsește pe dreapta $a_V\, a_V$. Punctul C_V aparține însă și organului I_3 și dacă se notează cu $\overline{\omega}_3$ viteza unghiulară instantanee a organului I_3 al cărui suport este perpendicular pe dreapta C_VD, vectorul $\overline{a}'_{Cr} = \overline{a}_C\ \overline{\omega}_2^{-2}$ este conținut în planul V și extremitatea sa se găsește într-un plan perpendicular pe dreapta $C_V D$ și care trece prin extremitatea vectorului $\overline{a}_{Dr} = 0$, adică prin D. Deci extremitatea vectorului $\overline{a}'_{Cr}$ este situată pe dreapta $\beta\beta$ de intersecție a planului menționat cu planul V. Vectorii $\overline{a}'_{Cr}$ și $\overline{a}''_{Cr}$ sînt coliniari, în același sens și raportul mărimilor lor este cunoscut, adică

$$(18) \qquad |\overline{a}'_{Cr}| / |\overline{a}''_{Cr}| = |\overline{a}_C|\,\omega_3^{-2} / |\overline{a}_C|\,\omega'^{-2}_2 = \omega'^2_2\,\omega_3^{-2} = k^2.$$

Pentru a determina pe $\overline{a}'_{Cr}$ și $\overline{a}''_{Cr}$ trebuie dusă prin punctul C_V, în planul V, o dreaptă pe care dreptele $\beta\beta$ și $a_V\, a_V$ o vor intersecta în două puncte b și a astfel încît $C_Vb\,/\,C_Va = k^2$. Acest lucru se face ușor ducînd prin C_V o dreaptă $\gamma\gamma$ paralelă cu $a_V\, a_V$ care intersectează dreapta $\beta\beta$ în punctul b'. Pe dreapta $\gamma\gamma$ se ia segmentul C_Va' astfel încît $C_Vb'\,/\,C_V\,a' = k^2$. Prin punctul a' se duce o paralelă la dreapta $\beta\beta$ și la intersecția ei cu $a_V\, a_V$ se determină punctul a, extremitatea vectorului $\overline{a}''_{Cr}$. Punctul b de intersecție al dreptei C_Va cu dreapta $\beta\beta$ este extremitatea vectorului $\overline{a}'_{Cr}$. Justificarea acestei construcții este imediată deoarece triunghiurile C_Vbb' și C_Vaa' sînt asemenea.

Mărimea vectorului $\overline{a}_C$ se obține înmulțind mărimea vectorului $\overline{a}''_{Cr}$ cu ω'^2_2 sau mărimea vectorului $\overline{a}'_{Cr}$ cu ω_3^2.

4. Observații

1. Metoda elaborată se extinde asupra construcției accelerației reduse spațiale de specia întîia și de ordin superior, corespunzînd prin aceasta, — cel puțin în ceea ce privește variațiile accelerațiilor (sau accelerații de ordinul al doilea [19], [20]), — necesităților imediate ale tehnicii moderne relative la variate mașini rapide și linii automate.

2. Metoda accelerațiilor reduse relativă la analiza mecanismelor plane a și fost introdusă în procesul de învățămînt și în practică [21], [22].

3. Confruntarea volumului de construcții grafice folosite pînă acum în cadrul rezolvării problemei fundamentale pentru aplicații practice — acea de distribuție a accelerațiilor punctelor diferitelor organe componente ale mecanismelor spațiale — cu volumul de construcții necesitate de metoda accelerațiilor reduse, arată, și în cazul mecanismelor spațiale, fecunditatea proceedelor bazate pe teoria accelerațiilor reduse. Avantajele metodei accelerațiilor reduse ies la iveală în mod pregnant și cu ocazia rezolvării importantei probleme de sinteză a mecanismelor plane cu cuple cinematice inferioare [23] ... [25] precum și a mecanismelor spațiale, problemă formulată în cadrul programului de lucru de viitor la scară mondială, în concluziile plenarei de închidere a celei de a doua conferințe unionale de TMM [3, p. 51].

4. Adîncirea teoriei crucilor generalizate ale accelerațiilor de diferite ordine (cruci în sensul lui A. P. Kotelnikov [17]) a condus pe unul dintre autori [8], singur sau în colaborare cu acad. D. S. Tavhelidze [26], la introducerea crucilor spațiale de specia doua și, în consecință, la teoria accelerațiilor spațiale reduse de ordin oarecare, de specia doua. Problema algebrei crucilor legată de teoria structurală a mecanismelor și mașinilor și problema studiului cîmpurilor de accelerații spațiale, prin metoda elaborată de autorii acestui articol, a accelerațiilor reduse de ordin oarecare de specia doua, constituie continuarea naturală a acestei lucrări.

Primit la 24 IX 1959

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Mecanică și Mecanisme

BIBLIOGRAFIE

1. Антовиль А. М. и др., Вестник Высшей Школы, 1959, *8*, стр. 53.
2. Артоболевский И. И. *Современное состояние теории машин и механизмов.* În vol. *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958, стр. 6-23.
3. * * * *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1958, 53 стр.
4. Hain K., *Mechanism Design in Germany.* În vol. *Trans. Fourth Conference on Mechanisms*, Purdue Univ., 1958, pp. 84—104.
5. Rosenauer N., *Einige Bemerkungen über den Stand der Getriebelehre in den USA.* În vol. *Getriebetechnik*, Bd. **5**, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1955, pp. 51—54.
6. Mangeron D., Bogdan R., St. şi Cerc. Mec. Apl., 1958, **9**, *4*, pp. 1093—1098.
7. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102**, *5*, стр. 897—898; Ibid., **112**, *1*, стр. 27—28,
8. — Изв. АН СССР, ОТН, 1959, (в печати).
9. Mangeron D, Ciobanu Gh., Braier A., Rev. Univ. „Al. I. Cuza" şi a Inst. Polit. Iaşi, 1955, **2**, *1—2*, pp. 95—100.
10. Mangeron D., Iasiuljonis A. I., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **5** (**9**), *1—2*, pp. 307-310.
11. Mangeron D., Drăgan C., Irimiciuc N., Munteanu O., Ibid., 1958, **4** (**8**), *3—4*, pp. 287—290.
12. Mangeron D., Drăgan C., Ibid., 1957, **3** (**7**), *3—4*, pp. 161—174.
13. Левитский Н. И., *Итоги работы секции анализа и синтеза механизмов.* În vol. citat în [3], стр. 24—29.
14. Решетов Л. Н., Труды МВТУ, 1955, *65*.
15. Munteanu O., Tudor Gh., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *1—2*, pp. 349—352; Ibid., 1958, **4** (**8**), *3—4*, pp. 297—302.
16. Reşetov L. N., Ibid., 1957, **3** (**7**), *3—4*, pp. 175—184.
17. Котельников А. П., Тр. мех. маш. ин-та им. Баумана, 1937, *29—30*, стр. 3—27.
18. Морошкин Ю. Ф., Тр. Сем. ТММ, 1954, **14**, *54*.
19. Meyer zur Capellen W., Ingr.-Arch., 1959, **27**, *1*, S. 53-65; *2*, S. 73—87.
20. Геронимус Я. Л., *Рецензия на* [19], РЖМех (в печати).
21. Manafu V., *Teoria Mecanismelor şi a Maşinilor*, Ed. Tehn., Buc., 1951, 528 pp. *Metoda acceleraţiilor reduse*, pp. 352 şi urm.
22. Манжерон Д., Зильберман Я. С., Труды Р (н) Д ИИЖТ (в печати).
23. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., и Черкудинов С. А., *Синтез плоских механизмов*, Физматгиз, М., 1959, 1084 стр.
24. Артоболевский И. И., *Теория механизмов для воспроизведения плоских кривых*, Ин-т Машиноведения АН СССР, М., 1959, 255 стр.
25. Бейер Р., *Кинематический синтез механизмов*, Машгиз. М.-К., 1959, (пер. с нем.).
26. Tavhelidze D., Mangeron D., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **5** (**9**), *1—2*, pp 303—306.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ К КИНЕМАТИКЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ

(Резюме)

Исходя из ряда исследований авторов [7], [12] относящихся к теории приведенных ускорений любого порядка, приводятся несколько теорем касающихся пространственных приведенных ускорений любого порядка первого рода, определяемых (3), (4), (5). Полученные результаты применяются затем к исследованию полей ускорений пространственных механизмов.

APPLICATION OF THE REDUCED ACCELERATIONS THEORY FOR ANALYZING MOTION PROPERTIES OF SPACIAL MECHANISMS

(Summary)

Proceeding from the most recent authors investigations [7], [12] concerning the theory of reduced accelerations of any order, the authors emphazise some theorems related to such accelerations, defined by (3), (4), (5) and give various applications related to the analysis of motion properties of spacial mechanisms.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3—4, 1959

621-231

О СИНТЕЗЕ МЕХАНИЗМОВ С НАИВЫГОДНЕЙШИМИ УГЛАМИ ПЕРЕДАЧИ

А. Т. ГАЗАРОВ

1. Проблема синтеза механизмов по углам передачи возникла сравнительно недавно. Эта проблема была поставлена школой проф. Г. Альт и направление, в котором она решается указанной школой, получила наиболее четкое отражение в работе одного из его учеников, проф. К. Флоке, опубликованной в 1931 г. [1].

В этой работе рассматривается синтез только кулачковых механизмов, при чем сущность метода заключается в проектировании таких кулачковых механизмов, углы передачи которых, в любом положении механизма, были бы не меньше некоторой наперед заданной величины, в качестве которых автор рекомендует углы 45° и 60°.

Решению этой проблемы для кулачковых механизмов в дальнейшем было посвящено значительное количество работ отечественных и зарубежных ученых, однако эти работы, развивая дальше вопрос, не изменили основной сущности метода, предложенного проф. К. Флоке — синтез по минимальному значению углов передачи. Значительно меньше внимания было уделено механизмам с низшими парами. Здесь можно указать лишь на работу проф. Г. Альт, опубликованную в 1941 г. [2] и С. А. Черкудинова, опубликованную в 1946 г. [3], в которых э от метод, без изменения его сущности, был распространен на шарнирные четырехзвенники.

Основной недостаток метода проф. Флоке заключается в том, что он только гарантирует получение углов передачи не меньших, чем заданная величина и при синтезе механизмов по этому методу нет гарантии в том, что в полученном механизме не окажутся углы передачи близкие к 45° и в той области, где осуществляется рабочий процесс, а большие углы передачи не окажутся в ненагруженной области-холостого хода.

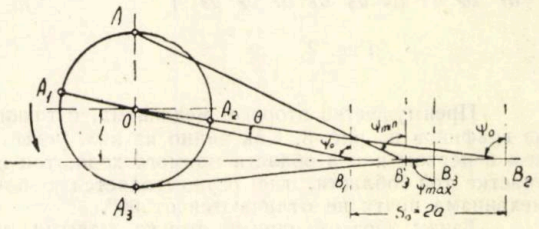


Рис. 1

Это обстоятельство привело к тому, что для кривошипно-шатунных механизмов в станкостроении установились раздельные нормы: 60° — для рабочего хода механизма и 45° — для холостого хода [5].

Введение таких раздельных норм основывается на ошибочном предположении, что только за счет небольших значений: для коэффициента изменения скорости хода (рис. 1) $K = (180° + \theta)/(180° - \theta)$ относительного эксцентриситета механизма $\varepsilon = e/L$ и отношения длины кривошипа к длине шатуна $\lambda = R/L$ и больших значений: для углов передачи в начале рабочего хода ψ_0' и минимального угла передачи $\psi_{\min}$, можно получить механизмы с благоприятными углами передачи.

Необоснованность такого предположения можно видеть из рис. 2, где приведены графики изменения углов передачи для одного йз механизмов, рекомендуемых в [5],

у которого $K = 1{,}06$, $\varepsilon = 0{,}1$, $\lambda = 0{,}4$, $\psi_{min} = 60°$ и $\psi_0' = 72{,}5°$ (сплошная линия) и оптимального механизма, для которого: $K = 1{,}5$, $\varepsilon = 0{,}38$, $\lambda = 0{,}51$, $\psi_{min} = 27°$ и $\psi_0' = 39°$ (пунктирная линия).

Из этих графиков видно, что:

а) Если область холостого пробега при прямом ходе механизма (например „врезания" в станках) составляет 5% от хода ползуна, то несмотря на достаточно большие значения K, ε и λ, и малые значения ψ_0' и ψ_{min}, во втором механизме углы передачи в области, где совершается рабочий процесс, будут больше 60°.

б) В той области, где в основном совершается рабочий процесс (учитывая части в виде „врезания"), значения углов передачи во втором механизме оказываются значительно более высокими, чем в первом.

г) Весьма высокие значения для ψ_{min} и ψ_0' и малые значения для K, ε и λ обеспечили в первом механизме большие углы передачи в области холостого хода, в ущерб углам передачи в той области, где совершается рабочий процесс. Необоснованность синтеза механизмов по раздельным нормам ясно видно также из рис. 3, где приведены аналогичные графики для того же механизма с $K = 1{,}06$ и оптимального механизма с таким же K.

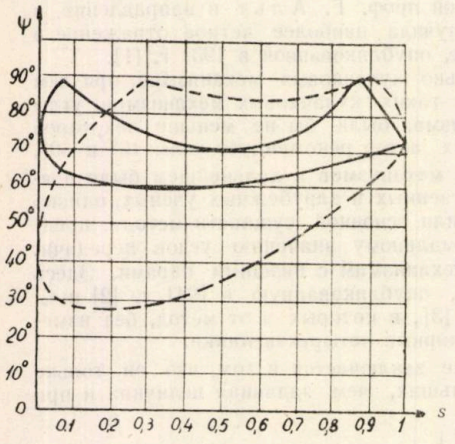


Рис. 2

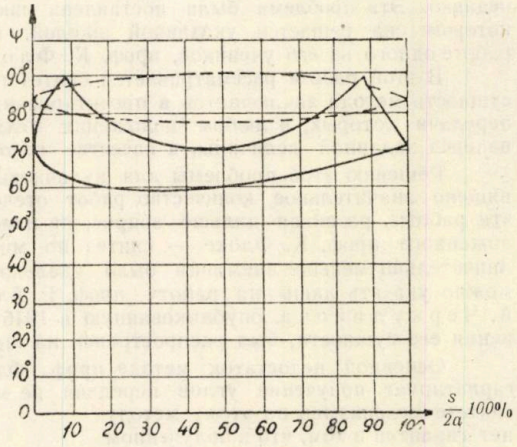


Рис. 3

Преимущество второго механизма, с точки зрения углов передачи, явно видно из графиков на рис. 3. Как видно из них, углы передачи во втором механизме выше чем в первом как в области прямого хода, так и холостого, при чем на значительном участке той области, где осуществляется рабочий процесс, углы передачи второго механизма почти не отличаются от 90°.

Таким образом одними только малыми значениями для ε, λ и K и большими для ψ_0' и ψ_{min} невозможно обеспечить большие углы передачи не только в области рабочего хода, но и холостого и, следовательно, метод синтеза механизмов по раздельным нормам, установленным для прямого и обратного хода также не решает основной проблемы-синтез механизмов с наивыгоднейшими углами передачи.

Методы синтеза механизмов, с учетом углов передачи, о которых выше шла речь, в настоящее время рассматриваются как решение весьма общей проблемы под названием динамического синтеза. Следует отметить, что самый этот термин является неудачным, весьма расплывчатым и не отражает сущности проблемы, которую пытался поставить проф. Флоке, не говоря уже о том, что существующие методы синтеза не могут рассматриваться как решение этой проблемы. Эти методы решают совершенно

другую проблему—проблему синтеза механизмов, в которых гарантируется отсутствие явления заклинивания, но в этом случае предельные углы 45° и 60° не имеют ничего общего и с такой проблемой [4]. Совершенно очевидно, что вводя эти углы как минимальные, проф. Флоке пытался все же решить проблему синтеза механизмов благоприятными углами передачи.

Роль углов передачи определяется их влиянием на такие важные факторы как величина крутящего момента на кривошипном валу и к. п. д. механизма. Именно эту роль углов передач акцентируют проф. Флоке и другие авторы, когда ставят проблему синтеза механизмов с учетом углов передачи.

Если рассматривать с этой точки зрения существующие методы синтеза механизмов, то можно усмотреть во всех этих методах один и тот же недостаток. Эти методы не гарантируют получения наивыгоднейших углов передачи в любом положении механизма.

2. Приведенные выше соображения дают основание считать, что существующие методы синтеза не отвечают проблеме синтеза механизмов с наивыгоднейшими углами передачи и поставить вопрос о разработке методов синтеза механизмов, соответствующих сущности этой проблемы, которая может быть сформулирована в следующем виде:

Сущность проблемы синтеза механизмов с наивыгоднейшими углами передачи заключается в том, чтобы при заданных силах полезных сопротивлений $T=T(\varphi)$ *в синтезированном механизме были бы сведены к минимуму вредные сопротивления.*

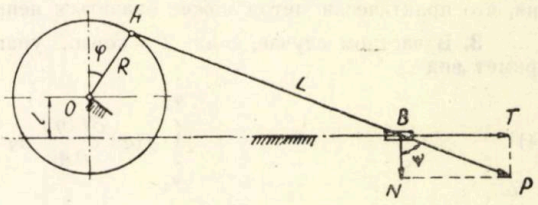


Рис. 4

Таким образом решение проблемы заключается в выполнении условия наименьшего отклонения от нуля функции $N=N(\varphi)$, где N и T связаны уравнением (рис. 4) $N=T\operatorname{ctg}\psi$.

При такой трактовке сущности проблемы, метод ее решения становится совершенно очевидным.

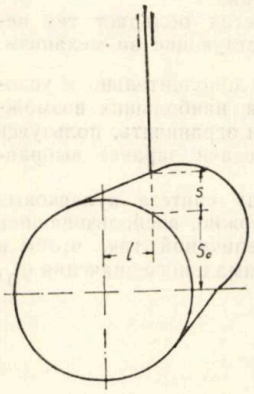


Рис. 5

Для любого механизма можно из геометрических соображений составить зависимость

$$\operatorname{ctg}\psi = f(\varphi), \tag{1}$$

где ψ — угол передачи механизма, а φ — угол, определяющий положение ведущего звена.

Так например для кулачкового механизма (рис. 5)

$$\operatorname{ctg}\psi = (\mathrm{d}s/\mathrm{d}\varphi - e)/(s_0 + s).$$

Коэффициентами в функции (1) будут являться величины, зависящие от основных параметров механизма, например в кулачковых механизмах s_0 и e.

Тогда выражение для N примет вид $N=T(\varphi)f(\varphi)$ и задача синтеза заключается в таком подборе основных параметров механизма, при котором эта функция будет наименее отклоняться от нуля.

Если воспользоваться критерием среднего квадратичного отклонения, то отклонение в каком-либо интервале

$$\varphi_1 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_2 \tag{2}$$

функции N от нуля будет $\delta = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [T(\varphi)f(\varphi)]^2\,\mathrm{d}\varphi$, а условия наименьшего отклонения функции (1) от нуля будут $\partial\delta/\partial A_i = 0$ или

$$(3) \qquad \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [T(\varphi)]^2 f(\varphi) \frac{\partial f(\varphi)}{\partial A_i} \, d\varphi = 0,$$

где A_i — коэффициенты функции (1).

Решая систему уравнений (3) можно определить все коэффициенты A_i и таким образом будут найдены те условия, которым должны удовлетворять основные параметры механизма, для того, чтобы функция N наименее уклонялась от нуля в интервале (2).

Изложенный метод дает строгое решение поставленной задачи, является достаточно общим и может быть применен к любым механизмам как с низшими, так и высшими парами, также как к плоским и пространственным. Однако этот метод имеет и существенный недостаток, который заключается в сложности уравнения (3). Можно почти наверняка утверждать, что при применении уравнения (3) для решения подавляющего большинства задач, встречающихся на практике, возникнут такие затруднения, что практически метод может оказаться неприемлемым.

3. В частном случае, если $T = \text{const.}$, уравнение (3) значительно упростится и примет вид

$$(4) \qquad \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f(\varphi) \frac{\partial f(\varphi)}{\partial A_i} \, d\varphi = 0.$$

Уравнение (4) можно трактовать как условие наименьшего отклонения в интервале (2) угла передачи механизма ψ от 90°.

При такой трактовке уравнения (4) можно его обобщить и на случай $T \neq \text{const.}$ и таким образом рассматриваемая проблема сведется к проблеме синтеза механизмов с наибольшими углами передачи.

При применении этого метода основные параметры механизма, которые часто выбираются произвольно, получаются совершенно определенными.

Будучи значительно более простым, этот упрощенный метод обладает тем недостатком, что в уравнении (4) не учитываются нагрузки действующие на механизм.

4. С целью улучшения полученных результатов, можно дополнительно к условию (4), подчинить схему механизма еще и условию получения наибольших возможных значений для углов передач в области холостых ходов, или ограничить, пользуясь существующими методами, минимальные значения углов передачи заранее выбранными предельными значениями.

Так например, дополнительно к существующему методу синтеза кулачковых механизмов с поступательно двигающемся толкателем (рис. 5), можно, воспользовавшись неопределенностью эксцентриситета e, распорядиться этой величиной так, чтобы в рабочей области углы передачи наименее отклонялись бы от оптимального значения ψ_0.

В этом случае условие наименьшего отклонения будет

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{ds/d\varphi - e}{s_0 + s} - m \right) \frac{d\psi}{s_0 + s} = 0,$$

где $m = \operatorname{ctg} \psi_0$.

Из этого уравнения получается совершенно конкретное значение

$$e = \left(\frac{1}{s_0 + s_1} - \frac{1}{s_0 + s_2} - m \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{s_0 + s} \right) \Bigg/ \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{(s_0 + s)^2}.$$

При заданном законе движения $s=F(\varphi)$, выбрав s_0, из этого уравнения можно найти оптимальное значение e и тогда при определении минимального радиуса кулачка надо за центр вращения кулачка принимать не любую точку в заштрихованной области, а только одну точку этой области, лежащую на прямой AB (рис. 6).

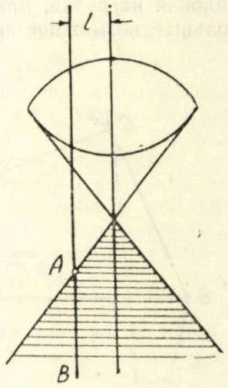


Рис. 6

Вместо ограничения минимального значения углов передачи можно поставить условие, чтобы углы передачи механизма в остальной области, где совершается холостой ход, имели бы наибольшее возможное значение. Так как углы передачи в этой области, при выполнении условий (4), будут изменяться от наименьшего своего значения, до тех значений, которых они достигают в области рабочего хода, а последние с достаточной степенью точности можно принять равными 90°, то поставленное условие будет обеспечено, если абсолютные значения косинусов экстремальных углов передачи будет иметь наименьшее возможное значение. Таким образом к совокупности уравнений (4) добавятся еще уравнения $\partial \cos \psi_{\max,\min} / \partial A_i = 0$, где $\psi_{\max,\min}$ —экстремальные острые углы передачи.

Условия (4) и (5) исчерпывают те зависимости, которым должен быть подчинен выбор звеньев механизма, для того, чтобы углы передачи были бы наивыгоднейшими, и задача синтеза исчерпывается решением системы уравнений (4) и (5) относительно длин звеньев механизма.

5. Приведенный выше метод решения поставленной задачи является достаточно общим, однако не всегда решения, полученные этим методом, будут практически приемлемыми.

Из различных видов шарнирно-рычажных механизмов в современных машинах особенно широкое распространение получили шарнирные четырехзвенные механизмы, включая и их частный случай кривошипно-шатунный механизм, а также такие шестизвенные механизмы, которые состоят из приводной части, в виде шарнирного четырехзвенника $OABC$ и присоединенной к ней исполнительной части CBD (рис. 7 и 8), в виде кинематической группы II класса, I-го или II-го вида.

При применении общего метода к этим механизмам получаются практически неприемлемые результаты, так как условие (4) удовлетворяется при длине кривошипа равной нулю или длине шатуна равной бесконечности.

Для этих механизмов можно рекомендовать метод синтеза по экстремальным углам передачи.

При применении этого метода механизмы должны быть разбиты на три группы, в зависимости от характера нагрузки, действующей на ведомое звено.

К первой группе относятся механизмы, у которых рабочими являются как прямой, так и обратный ход. К ним относятся механизмы машин двойного действия, станков качалок, двухударных холодно-высадочных автоматов и т. п. В этих механизмах оба хода являются равноценными и синтез их должен быть подчинен условию получения наибольших возможных значений для экстремальных углов передач, при их равенстве.

Ко второй группе относятся механизмы, у которых ведомое звено нагружено на значительной части прямого хода безпиковой нагрузкой, а обратный ход является холостым. К ним относятся механизмы металлорежущих станков строгальной группы, горизонтально-ковочных машин и т. п. Синтез механизмов этой группы должен быть подчинен условию получения максимального угла передачи равным 90°, при условии, что минимальные углы передачи будут иметь наибольшее возможное значение.

К третьей группе относятся механизмы, у которых прямой ход на некотором участке, обычно в начале или в конце этого хода, нагружен пиковой нагрузкой, а вся остальная часть прямого хода и весь обратный ход является холостыми.

К ним относятся например механизмы многих кузнечно-штамповочных машин и автоматов. Синтез механизмов этой группы должен быть подчинен условию получения угла передачи равного 90° в том крайнем положении механизма, где действует пиковая нагрузка, при условии, что экстремальные углы передачи должны иметь наибольшее возможное значение.

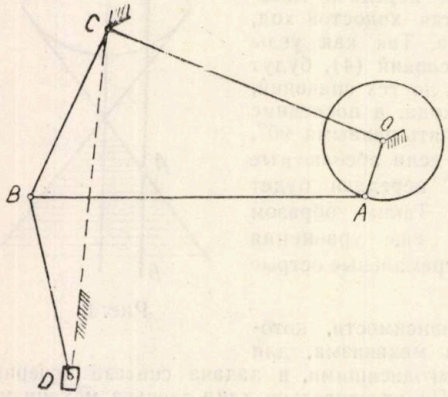


Рис. 7

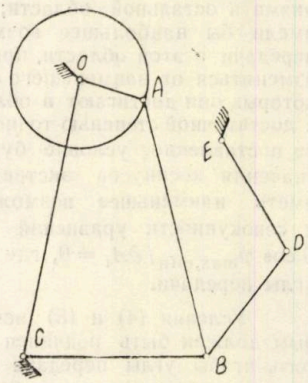


Рис. 8

При соответствующем выборе основных параметров, характеризующих схему шарнирного четырехзвенника [6], поставленная задача может быть в общем виде решена для указанных выше механизмов и для каждой из трех групп могут быть установлены в общем случае условия, которым должны удовлетворять эти параметры для того, чтобы углы передачи были наивыгоднейшими.

6. Кривошипно-шатунные механизмы делятся на два вида: центральные, в которых коэффициент изменения скорости хода равен единице и внецентренные, в которых он отличается от единицы. Принимая этот признак как основной, можно обобщить понятие центральных и внецентренных механизмов и на шарнирные четырехзвенные и шестизвенные механизмы указанных выше типов. Эксцентриситетом в этих механизмах будет являться расстояние от кривошипного центра до прямой, проходящей через крайние положения точки сочленения коромысла с шатуном (рис. 9).

Сопоставляя центральные и внецентренные механизмы можно установить преимущество вторых механизмов перед первыми при решении поставленной задачи.

В центральных механизмах коэффициент изменения скорости хода механизма равен единице, следовательно этот механизм не допускает ускоренный обратный ход, во внецентренном же механизме всегда можно выбрать ее больше единицы, ускоряя обратный ход, если он является холостым, и тем самым увеличить производительность машины.

Кроме того в центральном кривошипно-шатунном механизме углы передачи в одном и том же положении ведомого звена при прямом и обратном ходе равны и оба экстремальные острые углы передачи одинаковы. Во внецентренном же механизме, можно иметь углы передач в области прямого хода большими чем в центральном, за счет уменьшения углов передачи при обратном ходе. Отсюда следует, что если обратный ход механизма является холостым, то для него целесообразнее выбрать схему внецентренную.

Кривошипно-шатунный механизм является одним из наиболее распространенных механизмов в технике.

В настоящее время почти во всех машинах применяются исключительно центральные кривошипно-шатунные механизмы.

Из произведенного выше сравнения центральных и внецентренных механизмов вытекает, что такой выбор схемы механизма, без учета группы, к которой ее следует отнести, нельзя считать обоснованным, тем более, что у большинства машин обратный ход является холостым.

При выборе схемы кривошипно-шатунного механизма следует учесть еще одно преимущество внецентренных механизмов, перед центральными, заключающееся в том, что в центральном механизме наиболее благоприятные углы передачи, равные 90°, получаются в крайних положениях механизма и они уменьшаются по мере приближения ползуна к середине хода до значений определяемых из уравнения $|\cos\psi_{max,\,min}| = \lambda$, где

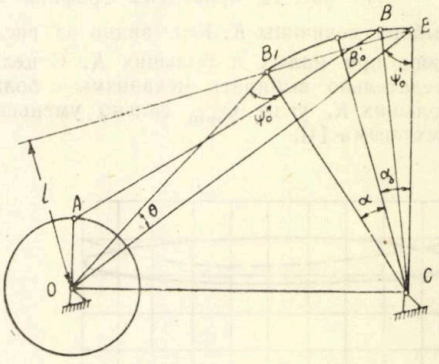


Рис. 9

λ—отношение длины кривошипа к длине шатуна, во внецентренных же механизмах углы передачи в области прямого хода возрастают от значения ψ_0', определяемого из уравнения $\cos\psi_0' = \varepsilon/(1-\lambda)$ до значения ψ_{max}, определяемого по уравнению $\cos\psi_{max} = \varepsilon - \lambda$, а затем вновь убывают до значения ψ_0'', соответствующего концу рабочего хода и определяемого из уравнения $\cos\psi_0'' = \varepsilon/(1+\lambda)$ где ε — отношение эксцентриситета к длине шатуна.

В большинстве машин начало и конец рабочего хода обычно не совпадают с началом и концом прямого хода механизма и некоторая часть прямого хода, в виде участков „врезания", „перебега", и т. д. являются холостыми. В этих случаях наиболее благоприятные углы передачи в центральных механизмах попадают в эти области холостых ходов, во внецентренных же рабочих.

Из рассмотренных выше соображений вытекает, что центральные механизмы целесообразно применять для механизмов первой группы.

Для механизмов второй группы, особенно при малых и средних значениях коэффициента изменения скорости хода целесообразно применение внецентренных механизмов, у которых $\psi_{max} = 90°$.

Эти механизмы удовлетворяют условию $\varepsilon = \lambda$.

На рис. 10 приведены графики изменения углов передачи внецентренного механизма с $\varepsilon = \lambda$ и центрального при одинаковых $\lambda = 0{,}1$, при чем сплошная линия изображает закон изменения углов передачи для внецентренного механизма, в зависимости от положения центра пальца ползуна на его траектории, а пунктирная для центрального. Из рис. 10 видно, что для внецентренного механизма углы передачи в рабочей области очень мало отличаются от 90°.

На рис. 11 приведены аналогичные графики при $\lambda = 0{,}45$. Из этих графиков видно, что при наличии холостых ходов в начале и в конце прямого хода, механизмы удовлетворяющие условию $\varepsilon = \lambda$ имеют углы передачи в рабочей области большие, чем центральный.

Сравнение скоростей и ускорений механизмов имеющих $\varepsilon = \lambda$ с центральными показывает, что преимущество оказывается на стороне первых. В частности, при значениях λ равных $0{,}2 + 0{,}3$, максимальные ускорения первых составляют 0,76 до 0,87 максимальных ускорений центральных механизмов.

Так как при этом величины движущихся масс звеньев механизма в первом случае также оказываются меньшими, то это дает основание считать, что инерционные силы в первых механизмах будут также меньше и с динамической точки зрения преимущество будет также на стороне механизмов с $\varepsilon = \lambda$.

В механизмах третьей группы пиковые нагрузки действуют обычно в конце прямого хода и поэтому необходимо, чтобы больших значений достигали углы ψ_0''.

На рис. 12 приведены графики изменения углов ψ_{min} и ψ_0'' в зависимости от выбора величины K. Как видно из рис. 12, углы ψ_0'' достигают больших значений лишь при малых и больших K. С целью повышения производительности машины желательно выбирать механизмы с большими K, однако, как видно из рис. 13, при больших K, углы ψ_{min} сильно уменьшаются и возникает опасность заклинивания механизма [4].

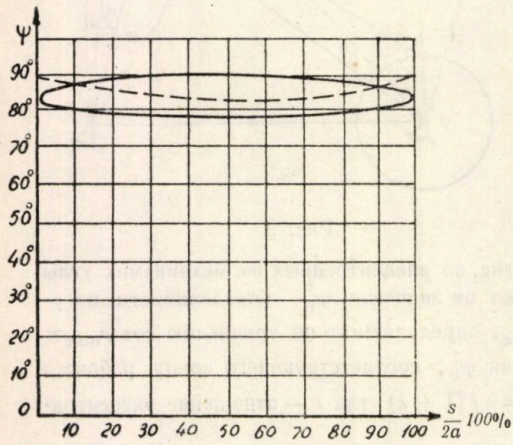


Рис. 10

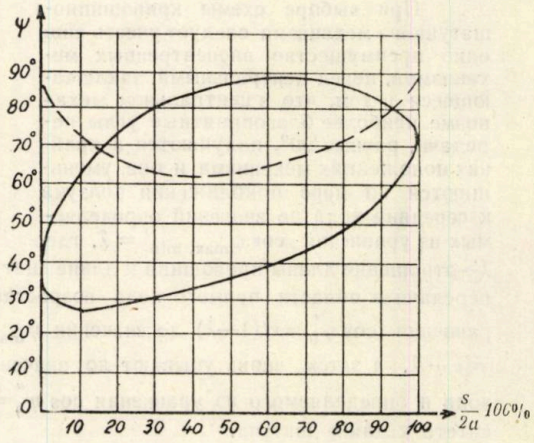


Рис. 11

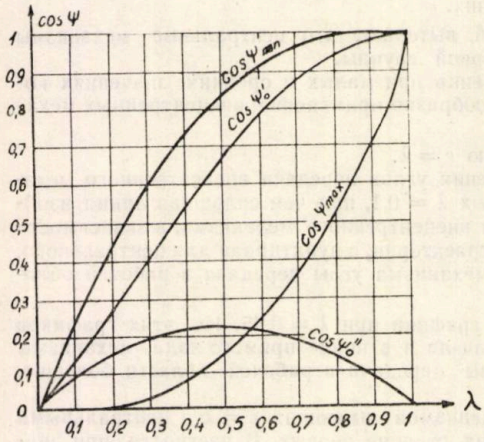


Рис. 12

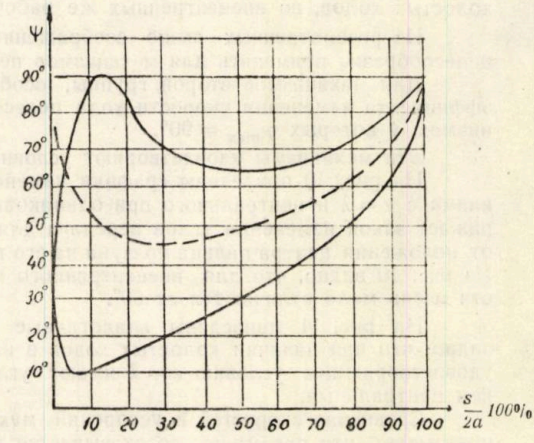


Рис. 13

Чтобы можно было бы для механизмов третьей группы использовать схемы с большими K, надо их схему подчинить условию получения наибольших возможных значений для ψ_{min}. Это условие имеет вид [7]

(6) $$e/a = \left[\sqrt{5\,\mathrm{tg}^2(\theta/2) + 4} - 3\,\mathrm{tg}(\theta/2)\right]/2,$$

где θ — угол перекрытия, определяемый из соотношения $\theta = 180°\cdot(K-1)/(K+1)$.

На рис. 13 приведены графики изменения углов передачи для двух механизмов, в зависимости от положения центра пальца ползуна на его траектории. Пунктирной линией изображен график для центрального механизма с $\lambda = 0{,}3$, а сплошной — для внецентренного, удовлетворяющего условию (6), и имеющего чрезмерно большие значения: $\lambda = 0{,}7$ и $K = 2$, что должно было бы резко ухудшить углы передачи во втором механизме. Однако, как видно из рис. 13, углы передачи в области пиковых нагрузок в первом механизме получаются менее благоприятными, чем во втором.

7. Шарнирные четырехзвенные механизмы также широко применяются в современной технике. Для механизмов первой группы целесообразно выбирать и в этом случае центральные схемы.

Для механизмов второй группы целесообразно применять шарнирные четырехзвенники у которых $\psi_{max} = 90°$, подчинив одновременно схему механизма условию получения наибольших возможных значений для углов передач в любом положении механизма. Эти требования будут обеспечены, если схема механизма удовлетворяет условиям [8]

(7) $$\alpha_0 = \theta/2,\quad e/a = \mathrm{tg}(45° - \alpha_0/2),$$

где α_0 — амплитуда качания коромысла.

На рис. 14 приведены графики изменения углов передач в зависимости от отклонения коромысла от крайнего его положения для центрального механизма и механизма удовлетворяющего условию (7) при одинаковых значениях $\lambda = 0{,}3$, при чем график для первого изображается пунктирной кривой, а для второго — сплошной.

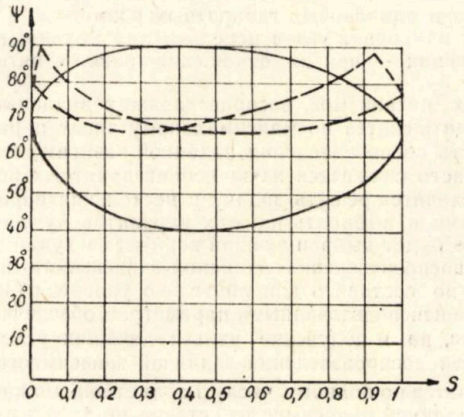


Рис. 14

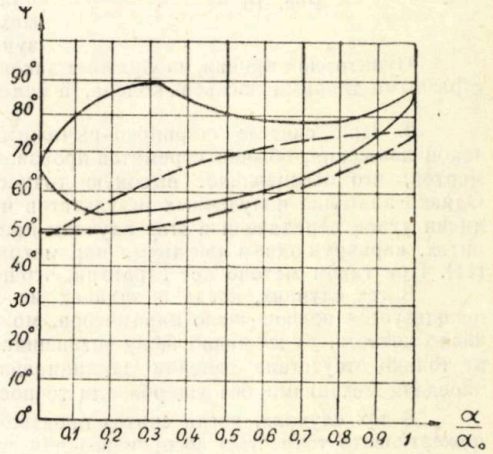


Рис. 15

Из их сопоставления можно видеть преимущество механизма, удовлетворяющего условию (7).

Для механизмов третьей группы должны быть удовлетворены требования получения угла передачи, равного 90° под пиковыми нагрузками, при обеспечении одновременно условия получения наибольших возможных значений в любом положении механизма. Этим требованиям удовлетворяют шарнирные четырехзвенники, схемы которых подчинены условиям [9]

(8) $$\cos(2\alpha_0 - \theta) = 2\cos(60° + \theta/3),\ e/a = 2\sin\alpha_0 \sin(\alpha_0 - \theta)/\sin\theta.$$

На рис. 15 приведены графики изменения углов передач в зависимости от положения коромысла для схемы высадочного механизма существующего костыльного автомата и механизма удовлетворяющего условию (8) при одинаковых : K и длины хода паунсона. Как видно из рис. 15 в области пиковых наргузок углы передачи у второго механизма получаются большими, чем у первого.

8. Шестизвенные механизмы находят широкое применение в кузнечно-прессовых машинах в качестве основных механизмов (напр. чеканочный пресс, двухударный холодно-высадочный автомат), или зажимных механизмов (напр. горизонтально-ковочная машина) и т.д.

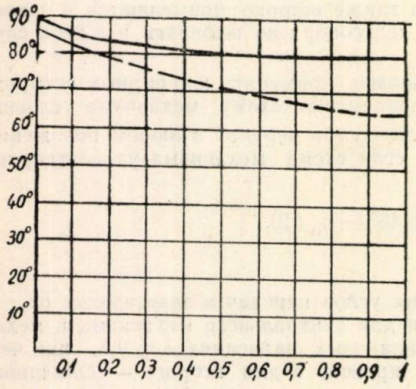


Рис. 16

Условия для выбора приводной части этих механизмов остаются те же, что и для шарнирного четырехзвенника.

В этих механизмах важно получить большие углы передачи не только в приводной части но также и в исполнительной. С этой точки зрения, применяемые в существующих конструкциях схемы с равными длинами звеньев колена являются необоснованными.

Целесообразность иметь длину звена исполнительной части, присоединяемой к шатуну, в 3+6 раз большей, чем длина коромысла [10].

На рис. 16 приведены графики изменения углов передачи в исполнительной части механизма, в зависимости от положения центра пальца ползуна на его траектории, для двух механизмов, с одинаковой длиной хода ползуна и одинаковых габаритных размеров.

Пунктирная кривая изображает закон изменения углов передачи для механизма с разными длинами звеньев колена, а сплошная — при их отношении равном пяти.

9. При синтезе шарнирно-рычажных механизмов, воспроизводящих заданный закон движения, обычно стремятся производить синтез по максимальному числу параметров, что обеспечивает высокую точность воспроизведения заданной зависимости. Однако значение полученных результатов часто снижается из-за неблагоприятных величин углов передачи и в этих случаях приходится решать задачу в нескольких вариантах, варьируя одним или двумя параметрами и выбирать из этих вариантов лучший [11]. При таком методе нет гарантии, что не будет выбран лучший вариант из худших.

В тех случаях, когда в задачах на воспроизведение заданной зависимости не используется полное число параметров, можно составить дополнительно уравненя (4), число которых будет равно числу оставшихся неиспользованными параметров, обеспечив не только отсутствие явления заклинивания, но и получение наивыгоднейших углов передачи механизма, без ущерба для точности воспроизведения заданной зависимости.

В тех случаях, когда синтез производится по полному числу параметров, можно пожертвовать точностью воспроизведения заданной зависимости, оставив не использованным один или два параметра и написав дополнительно к основным соотношениям еще соответственно один или два уравнения (4). С целью сохранения достаточной точности полученного результата, целесообразно исследовать влияние всех параметров на точность воспроизведения движения и использовать в уравнениях (4) те из них, влияние изменения которых на точность воспроизведения сказывается меньше.

Так же можно поступить и при синтезе механизмов, воспроизводящих заданную траекторию.

Поступила 20 X 1958 г.

Ереванский Политехнический Институт им. Карла Маркса, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Flocke K., VDI, 1931, Forschungsheft *345*.
2. Alt H., VDI Ztschr., 1941, **85**, *3*.
3. Черкудинов С. А., Тр. сем. ТММ, 1947, **III**, *9*.
4. Газаров А. Т., Вест. машиностр., 1957, *3*.
5. * * * *Энциклопедия Машиностроения*, т. **IX**.
6. Газаров А. Т., Изв. АН СССР, ОТН, 1955, **VIII**, *2*.
7. — Сб. науч. тр. Ереванского полит. инст., 1956, **10**, *2*, 4. 1.
8. — Тр сем. ТММ, 1958, **18**, *69*.
9. — Сб. науч. тр. Ереванского полит. инст., 1956, **10**, *2*.
10. — Вест. машиностр., 1956, *8*.
11. Зиновьев В. А., Тр. сем. ТММ, 1954, **14**, *55*.

SYNTHÈSE DES MÉCANISMES AUX ANGLES DE TRANSMISSION OPTIMES

(Résumé)

L'Auteur, après avoir souligné l'insuffisance des méthodes existantes de synthèse des mécanismes aux angles de transmission optimes, réduit cet important problème à l'établissement des conditions exprimant qu'une certaine fonction soit la plus voisine de zéro. Le système d'équations qui en résulte (*) — v. le résumé ci - dessous en langue roumaine — est appliqué ensuite à l'étude de différentes problèmes de synthèse dans nombre de cas qui permettent quelques simplifications du système considéré.

SINTEZA MECANISMELOR CU UNGHIURI DE TRANSMISIE OPTIME

(Rezumat)

Autorul, arătînd că metodele existente de sinteza mecanismelor nu cuprind o rezolvare satisfăcătoare a problemei de sinteză a mecanismelor cu unghiuri de transmisie optime, formulează următoarea problemă:

Esența problemei de sinteza mecanismelor cu unghiuri de transmisie optime constă în reducerea la minimum a rezistențelor dăunătoare, în ipoteza că, în mecanismul de sintetizat, sînt date forțele de rezistență utile $T = T(\varphi)$ (fig. 4).

Soluția problemei constă în stabilirea condiției pentru ca funcția $N = N(\varphi)$, în care $N = T \operatorname{ctg} \psi$ (fig. 4), să se abată cel mai puțin de la zero. Aceasta se reduce, dacă se ține seama de faptul că pentru orice mecanism se poate stabili, pe baza considerentelor geometrice, dependența $\operatorname{ctg} \psi = f(\varphi)$, în care ψ este unghiul de transmisie al mecanismului și φ — unghiul care determină poziția organului conducător, la determinarea parametrilor fundamentali ai mecanismului în așa fel ca funcția $N = T(\varphi) f(\varphi)$ să se abată cel mai puțin de la zero.

Autorul ia ca bază criteriul de minimizare a abaterii patratice medii într-un interval

$$\varphi_1 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_2,$$

adică a funcției

$$\delta = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [T(\varphi) f(\varphi)]^2 \, d\varphi,$$

cu condițiile

$$\frac{\partial \delta}{\partial A_i} = 0$$

adică

$$(*) \qquad \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [T(\varphi)]^2 f(\varphi) \frac{\partial f(\varphi)}{\partial A_i} \, d\varphi = 0,$$

în care A_i sînt coeficienţii funcţiei $\operatorname{ctg} \psi = f(\varphi)$.

Prin rezolvarea ecuaţiilor (*) se pot determina toţi coeficienţii A_i care permit astfel stabilirea parametrilor de bază ai mecanismului în condiţilie abaterii minime de la zero în intervalul $\varphi_1 \leqslant \varphi \leqslant \varphi_2$ al funcţiei N.

Subliniind complexitatea sistemului de ecuaţii (*), autorul rezolvă problema propusă în unele cazuri particulare, începînd cu acel pentru care $T = \text{const}$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621 – 231

НОВЫЕ МОДИФИКАЦИИ ЗАМКНУТЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ

А. И. СОЛОВЬЕВ

Значительное редуцирование скорости в плоских механических системах приборов и аппаратов может быть достигнуто с помощью одной из двух полученных автором модификаций замкнутых дифференциальных механизмов.

Пусть имеем стержневой линейный дифференциал, перемещение подвижных звеньев которого (при заданных законах перемещений X и Y звеньев *1* и *3* (см. рис. 1*а*) характеризуется трапецией k, f, c, d со сторонами X и Y и средней линией Z, равной :

$$Z = (X + Y)/2. \tag{1}$$

Деля (1) почленно на время перемещения приходим к известной кинематической формуле линейного дифференциального механизма :

$$V_z = (V_1 + V_3)/2, \tag{2}$$

где V_z, V_1, V_3 — соответственно линейные скорости звеньев *H*, *1* и *3*.

Замкнем дифференциал дополнительным звеном *4* (рис. 1 *б*). Воспользовавшись теперь структурной формулой П. Л. Чебышева [1] убеждаемся в пренадлежности полученной модификации к семейству механизмов с одной степенью свободы в отличие от исходной схемы, показанной на рис. 1*а*, обладающей двумя степенями свободы.

При условии $a_1 = r_1 = a_3 = r_3$ (см. рис. 1*а* и *б*) перемещение Z равно нулю как это имеет место в механизме параллелограмма. Изменив соотношение плеч рычага *4*, соблюдая условие $r_1 / r_3 \neq 1$, при $a_1 = a_3$ получим замедленное перемещение звена *H* при ведущем звене *4*.

Формулу передаточного отношения от звена *4* к звену *H* (i_{4H}) можно получить, разделив почленно выражение (2) на линейную скорость звена *1* (V_1) :

$$2V_z / V_1 = 1 + V_3 / V_1, \tag{3}$$

где

$$V_z / V_1 = i_{H_1}, \quad i_{H_1} = 2 / (1 + V_3 / V_1). \tag{4}$$

Абсолютная величина дроби знаменателя формулы (4) представляет собою передаточное отношение от звена *3* к звену *1* (i_{31}) :

$$i_{31} = - V_3 / V_1, \tag{5}$$

равное отношению плеч звена *4* :

$$i_{31} = - r_3 / r_1. \tag{6}$$

Подставив (6) в (4) получим:

$$i_{1H} = 2 / (1 - r_3 / r_1), \tag{7}$$

а так как передаточное отношение от ведущего звена *4* к звену *1* равно единице, то искомое передаточное отношение от звена *4* к звену *H* равно i_{1H}.

Кинематические возможности рычажного замкнутого дифференциального механизма (рис. 1 *б*) иллюстрируются данными, приведенными в таблице 1.

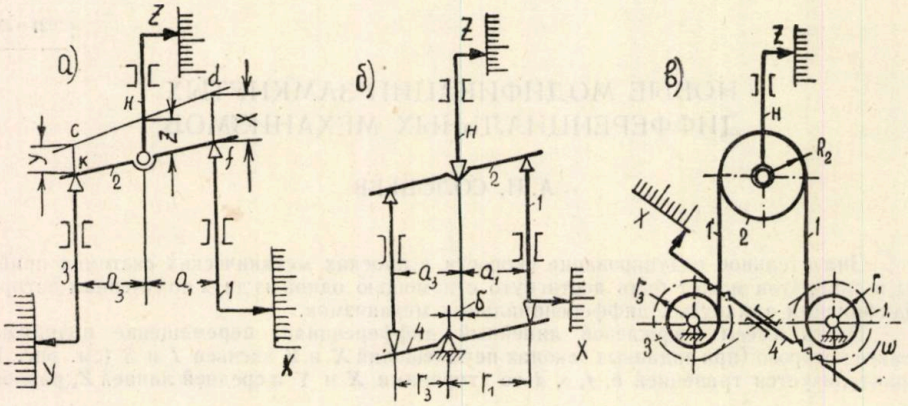


Рис. 1

Как видно из этой таблицы, для получения больших передаточных отношений от звена *1* к звену *H* (i_{1H}) необходимо иметь весьма малую рабочую разность δ длин плеч r_1 и r_3 звена замыкания *4*, что можно достичь применением ножевых опор, по примеру рычажных систем минИметров.

Таблица 1

r_3	r_1	i_{1H}
1	1	∞
0,9		20
0,99		200
0,999		2000

Рассмотренный замкнутый дифференциально-рычажный механизм удобен при малых заданных перемещениях *X* звена *1*. Практически неограниченное перемещение *X* можно получить преобразовав рычажный механизм в замкнутый дифференциально-блочный механизм, кинематическая схема которого показана на рис. 1 *б*. Здесь звено *2*—блок, а функции звеньев *1* и *3* выполняет гибкое звено *1–1′*, концы которого закреплены на барабанах 1_δ и *3* с неподвижными осями вращения.

Дифференциальная часть блочного механизма вполне тождественна рассмотренным выше рычажным дифференциалам, что позволяет воспользоваться выражением (4), переписав его применительно к нашему случаю:

$$i_{1H} = 2 / (1 + V_1' / V_1), \tag{8}$$

где: i_{1H} — передаточное отношение от звена *1* к звену *H*, V_1 и V_1' — линейные скорости ветвей *1* и *1′* гибкого звена.

Отношение линейных скоростей V_1 и V_1' заменим передаточным отношением замыкающего механизма, который может быть выполнен в двух вариантах:

а) в виде перекрестной ленточной передачи (на рис. 1 *б* показано условной линией); тогда $V_1^1 / V_1 = -r_3 / r_1$, где r_3 и r_1 — радиусы блоков замыкающего механизма, выполненных заодно с барабанами *1* и *3*; при этом:

$$i_{1H} = 2 / (1 - r_3 / r_1); \tag{9}$$

б) в виде реечной передачи с одномодульным зацеплением рейки *4*; при этом:

$$i_{1H} = 2 / (1 - z_3 / z_1), \tag{10}$$

где z_3 и z_1 — соответственно числа зубьев на звеньях *1* и *3*, отличающиеся на единицу ($z_3 = z_1 - 1$).

Первый вариант механизма замыкания практически возможен в исполнении в виде перекрёстной цепной передачи с числом зубьев звёздочек отличающимся на единицу, что приемлемо лишь при проектировании на базе предлагаемой схемы (рис. 1 *в*) грузоподъёмных и т. п. механизмов. Второй вариант — с зубчатой рейкой, обеспечивающий, например, $i_{1H} = 200$ (см. таблицу 1) при $z_3 = 99$; $z_1 = 100$, удобен в приборах и аппаратах при ведущем звене *1* или *4* (рис. 1 *в*).

Заключение

В предлагаемой работе:

1. элементарно изложена кинематика дифференциального механизма с двумя степенями свободы;
2. получены две новые модификации замкнутго дифференциала (дифференциально-рычажный и дифференциально-блочный механизмы) на базе которых могут проектироваться механизмы с большими передаточными отношениями;
3. изложена общая кинематика двух новых модификаций замкнутых дифференциальных механизмов;
4. материалы статьи могут быть использованы при проектировании редуцирующих устройств приборов, аппаратов и машин.

Поступила 30 VIII 1959 г. *Радиотехнический Институт, Таганрог, СССР*

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И., *Теория механизмов и машин*, ГИТТЛ, М., 1953.
2. Колчин Н. И., *Механика машин*, ч. **3**, Машгиз, М., 1952.

NEW MODIFICATIONS OF THE CLOSED DIFFERENTIAL MECHANISMS

(Summary)

The author gives some modifications concerned the closed differential mechanisms. They are the following conclusions:

1. the kinematics of the differential mechanism with two degrees of liberty is simply given;
2. two new modifications of the closed differential mechanism (the differential-lever and differential-pulley mechanisms) are obtained on the basis of which the mechanisms with the greater gear ratio can be designed;
3. the general kinematics of two new modiffications of the closed differential mechanisms is given;
4. the materials of the article may be used while designing the reducing arrangements of instruments and machines.

NOI MODIFICĂRI RELATIVE LA MECANISME DIFERENŢIALE ÎNCHISE

(Rezumat)

Autorul propune unele modificări relative la mecanisme diferenţiale închise. Aceste modificări sînt cristalizate în următoarele concluzii:

1. articolul conţine expunerea cinematicii unui mecanism diferenţial cu două grade de libertate;

2. s-au obţinut două variante noi ale mecanismului diferenţial închis (mecanismul diferenţial cu pîrghii şi mecanismul diferenţial cu blocuri). Pe baza acestor variante se pot proiecta mecanisme cu rapoarte de transmisie mari;

3. s-a expus cinematica generală a două variante noi ale mecanismelor diferenţiale închise;

4. datele din articol pot fi folosite la proiectarea dispozitivelor reductoare interesînd diferite aparate şi maşini.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.82

BETRACHTUNGEN ÜBER DIE DYNAMISCHE TRAGFÄHIGKEIT DER WÄLZLAGER

VON

N. I. POPINCEANU, SIMION MOLDOVEANU
und DRAGOŞ ŞERBAN

Mitteilung an die wissenschaftliche Tagung der Technischen Hochschule Jassy, 26–29 Juni 1958

Die Aufgabe der dynamischen Tragfähigkeit der Wälzlager ist noch nicht gänzlich gelöst und beschäftigt auch weiterhin angeregt die Spezialisten und Forscher.

Auf weltlichem Plan ist man noch nicht zu einer einzigen allgemeinen Berechnungsbeziehung gelangt und aus diesem Grund sind die dynamischen Tragfähigkeiten, wie auch die Berechnungsbeziehungen, die in den Katalogen angeführt sind von einem Land zum andern verschieden.

Das internationale Forum ISO bemüht sich eine einzige Methode einzusetzen auf Grund der Bedeutung, die die Verwendung der Wälzlager im Maschinenbau und in Betrieb in der Weltwirschaft aufweist.

Nach dem jetzigen Stand können die Beziehungen, die die Kraft eines Wälzlagers, mit der dynamischen Tragfähigkeit und mit seiner Dauerhaftigkeit verbindet, unter folgende allgemeine Form gesetzt werden

$$P = C / [(AN)^{1/p} B], \tag{1}$$

in welcher P — die zulässig äquivalente Belastung (Kg.), C — die dynamische Tragfähigkeit, A — der Faktor der Umdrehungszahl, $N = 60\,nh$ — Gesamtzahl der Umdrehungen des Wälzlagers nach deren Ablauf noch keine Zerstörungen oder Ermüdungszeichen auf den Rollbahnflächen oder auf den Rollkörperflächen erscheinen dürfen, n — Umdrehungen in einer Minute, h — Betriebsstunden (die Lebensdauer des Wälzlagers), p — statistischer Versuchsexponent, B — Faktor der von den Betriebsbedingungen wie: Schlag, hohe Temperatur u.s.w. abhängt. Bei normalen Bedingungen ist $B=1$.

Die dynamische Tragfähigkeit der Wälzlager, die in Tafeln in den Wälzlagerkatalogen festgestellt wird, ist eine Kraft die ein Wälzlager im normalen Betrieb aushält, wenn:

$$(60Anh)^{1/p} = (AN_0)^{1/p} = 1\,,\quad AN_0 = 1\,,\quad A = 1/N_0 \text{ und demnach } C = P. \tag{2}$$

In diesem Fall bestimmt man N_0 als Grundumdrehungszahl eines Wälzlagerkatalogs und zwar die Umdrehungszahl auf Grund derer die dynamische Tragfähigkeit C des Kataloges abgeleitet und festgestellt wurde. In Tafel 1 werden neben den Grundumdrehungszahlen N_0 für verschiedene Wälzlagerkatalogen, auch Ausnahmefälle der Beziehung (1) für dieselben Katalogen angegeben.

Tafel 1

Berechnungsbeziehungen für verschiedene Wälzlagerkatalogen

Die Art des Kataloges	$N_0=60\,n_0\,h_0$, n_0, h_0, n_0h_0 [1]	A	p Wälzlager mit		Die Beziehung des Kataloges. Wälzlager mit	
			Kugeln	Rollen	Kugeln	Rollen
UdSSR [1]	$N_0=60$, $n_0=1$, $h_0=1$, $n_0h_0=1$	1/60	3,33		(3) $P_U=C_U/(nh)^{0,3}$	
Schweden [2]	$N_0=10^6$, $n_0h_0=16666$	$1/10^6$	3	3,33	(4) $P_S=C_S/(N/10^6)^{0,33}$	(5)$P_S=C_S/(N/10^6)^{0,3}$ [2]
Deutschland [3]	$N_0=10^6$, $n_0h_0=16666$	$1/10^6$	3		(4') $P_G=C_G/(N/10^6)^{0,33}$	

Aus Tafel 1 geht hervor, dass von einem Katalog zum andern die Grundumdrehungszahl N_0 und gleichzeitig die dynamische Tragfähigkeit $C_U \neq C_G \neq C_S$ und die Beziehungen zwischen der äquivalenten Belastung und der dynamischen Tragfähigkeit, Umdrehungszahl, Lebensdauer verschieden sind [3], [4], [5]. Daraus geht hervor, dass nach verschiedenen Katalogen bei denselben Wälzlagern unter denselben Betriebsbedingungen verschiedene äquivalente Belastungen herforgehen, oder bei derselben äquivalenten Belactung und denselben Betriebsbedingungen verschiedene Lebensdauern hervorgehen.

Anderseits, ist die dynamische Tragfähigkeit C, für eine bestimmte Grundumdrehungszahl N_0, von folgenden Faktoren abhängig: a) technologische Faktoren, wie: Material, Härte, Radialspiel, Toleranz, Oberflächenrauheit u. s. w; b) Baubedingungen wie: Grosse, Zahl und Form der Drehkörper, die Form der Rollbahn, Abrundungshalbmesser u. s. w.; c) Versuchsfaktoren, wie: die Einbau, die Art der Schmierung, Schmierungsmittel, Dichtungsart u. s. w.

Die Beziehungen, die die dynamische Tragfähigkeit C für die Grundumdrehungzahl N_0 und die Abhängigkeit von den oben angeführten Faktoren geben, können in der folgenden allgemeinen Art ausgedrückt werden:

$$C = f_c\, f_B\, i^{\alpha}\, z^{\delta}\, d_r^{\varepsilon}\, l_r^{\psi}\, \varphi$$

in welcher: f_c, α, δ, ε, ψ, φ — Faktoren so wie Versuchts- und statistische Exponenten, deren Wert von den oben angeführten Faktoren abhängt, i — die Zahl der Reihen der Rollkörper, z — die Zahl der Rollkörper einer Reihe, d_r, l_r — der Durchmesser, beziehungsweise die Länge des Rollkörpers, f_B — Faktor, der vom Winkel zwischen einem senkrechten Plan auf die Axe des Wälzlagers und der arbeiten Kraft auf den Rollkörper abhängt.

In Tafel 2 werden die Werte der aufgezählten Exponenten und Faktoren angegeben, so wie auch die Form welche die Beziehung (6) für verschiedene Wälzlagerkatalogen und für Axial- und Radialkugellager annimmt.

Diese Beziehungen sind gültig für: normale Belastungsbedingungenfür ein bestimmtes Radialspiel, Rollkörper und Stahlringe für Wälzlager mit einer bestimmten

---

[1]) n_0 und n — in Umdrehungen in einer Minute; h_0 und h — in Stunden.

[2]) Die alten schwedischen sowie auch die deutschen Katalogen schlagen die Beziehung (4) für Rollenlager vor.

Härte, für einen bestimmten Käfig, für eine bestimmte Oberflächenrauheit der Rollkörper und der Rollbahnen und für eine bestimmte Grundumdrehungszahl N_0.

Tafel 2

Beziehungen und Grundfaktoren für die dynamische Tragfähigkeit der Radial- und Axialkugellager [3] ($i=1$)

Art des Katalogs	Art des Wälzlagers	Faktoren und Exponenten							Grundbeziehungen für C $i=1$ [4]
		f_c	f_B	α	δ	ε	ψ	φ	
UdSSR [1] $N_0=60$	Radial	$f_{cU}=60$	1	1	0,7	2	0	$\frac{1}{1+0{,}02d_r}$	(7) $C_U=60\,z^{0,7}d_r^2\frac{1}{1+0{,}02\,d_r}$
	Axial	$f_{cU}=80$	1	1	0,7	2	0	$\frac{1}{1+0{,}02d_r}$	(8) $C_U=80\,z^{0,7}d_r^2\frac{1}{1+0{,}02\,d_r}$
Schweden [2] $N_0=10^6$	Radial	f_{cS}	1	0,7	2/3	1,8 — 1,4	0	1	$d_r\leqslant 25{,}4$ (9) $C_S=f_{cS}\,z^{2/3}\,d_r^{1,8}$
									$d_r>25{,}4$ (10) $C_S=3{,}647 f_{cS}z^{2/3}d_r^{1,4}$
	Axial	f_{cS}	1	0,7	2/3	1,8 — 1,4	0	1	$d_r\leqslant 25{,}4$ (11) $C_S=f_{cS}\,z^{2/3}d_r^{1,8}$
									$d_r>25{,}4$ (12) $C_S=3{,}647 f_{cS}z^{2/3}d_r^{1,4}$
Deutschland [5] $N_0=10^6$	Radial	$f_{cG}=4{,}5$	1	1	2/3	2	0	$\frac{1}{1+0{,}02d_r}$	(13) $C_G=4{,}5\,z^{2/3}d_r^2\frac{1}{1+0{,}02d_r}$
	Axial	$f_{cG}=6$	1	1	2/3	2	0	$\frac{1}{1+0{,}02d_r}$	(14) $C_G=6\,z^{2/3}d_r^2\frac{1}{1+0{,}02d_r}$

Der Faktor f_{cS} wird nach folgender Beziehung berechnet:

$$f_{cS}=\lambda\, g_c\, f_{1s}\, f_2[2r_i/(2r_i-d_r)]^{0,41}, \tag{15}$$

in welcher: r_i — der Rundungshalbmesser der Rollbahn des inneren Ringes des Wälzlagers, f_2, g_c, λ — die Faktoren die von den Baubedingungen des Wälzlagers abhängen f_{1s} — der Faktor der von dem Material der Rollkörper und Rollbahnen, von der Form des Käfigs, von technologischen Bedingungen und Einbau von der Grundumdrehungszahl u.s.w. abhängt.

Die Beziehung von allgemeiner Form (6) und die andern Ausnahmebeziehungen aus Tafel 2 sind auf Grund der von Stribek Beziehungen über Aufteilung der Kräfte auf die Rollkörper und der aus Hertz'sche Theorie enstandenen Beziehungen abgeleitet und die angeführten Faktoren und Exponenten sind zum Teil aus statistischen Versuchen und zum Teil von den Baubedingungen und den Eigenschaften des Materials abhängig.

[3] Für andere Wälzlagerarten sind die Beziehungen und die Werte der Faktoren in [1], [3], [5], [11], [17] angegeben.

[4] Für $i\neq 1$ werden die Beziehungen (7), (8), (9), (10), (11) und (12) mit $i^{0,7}$ und die Beziehungen (13), (14) mit i multipliziert.

Damit man die Differenz zwischen den Katalogen hervorhebt, werden die Kurven aus Abb. 1 für Radial- und Axialkugellager mit Kugeln auf einer einziger Reihe gezogen

Die Kurven aus Abb. 1 wurden mit Hilfe der Beziehungen (16) mit (16'), welche durch die Teilung der Beziehungen (3) mit (4), beziehungsweise (4') mit (4), entstanden sind gezogen und mit dynamischen Tragfähigkeiten nach [1], [2] und [11] die mittels der Bedingungen aus Tafel 2 festgestellt wurden, demselben Innendurchmesser des Wälzlagers entsprechend, gezogen.

Für Kugellager:

$$P_U / P_S = (C_U / C_S) \cdot (60 \cdot 10^{-6}\, nh)^{0,33} / (n^{1/3})^{0,3} = (C_U / C_S) \cdot (nh)^{1/30} / 25{,}5\,, \tag{16}$$

$$P_G / P_S = (C_G / C_S) \cdot (60.10^{-6}\, nh)^{0,33} / (60.10^{-6}\, nh)^{0,33} = C_G / C_S\,. \tag{16'}$$

Nach einer Prüfung der Kurven aus Abb. 1 stellt man fest, dass für dasselbe Wälzlager von gleichem Bau und Betriebsbedingungen, verschiedene gleichwertige Kräfte hervorgehen, je nach der Benützung verschiedener Katalogen.

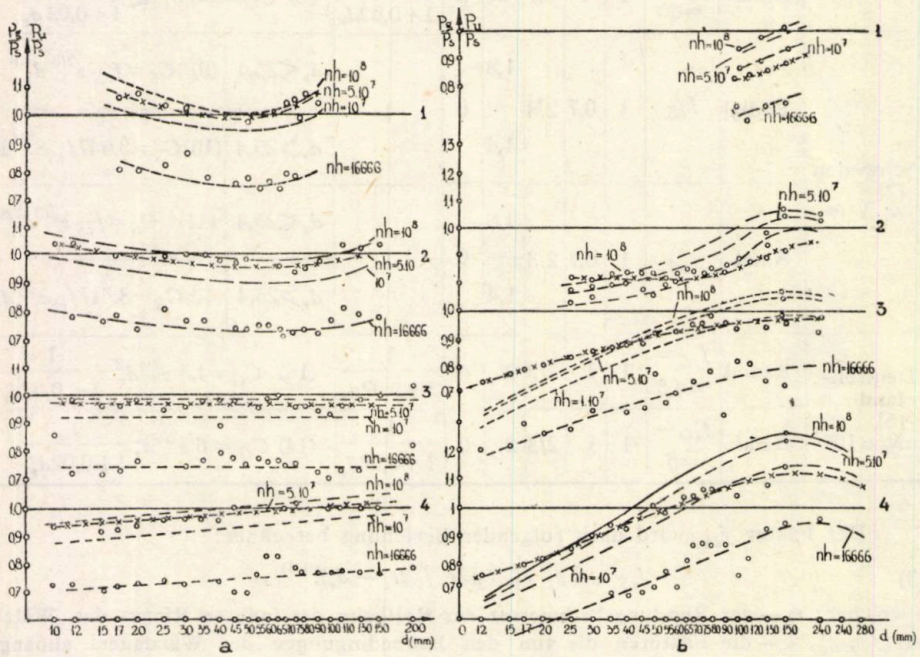


Abb. 1. — Das Verhältnis der gleichwertigen Kräfte bei Kugellagern nach verschiedenen Katalogen.

a) Radial b) Axial

$-\times-\times-\times$ P_G / P_S P_U — Äquivalente Belastung (nach [1]).

——— P_S / P_S P_S — Äquivalente Belastung (nach [3]).

– – – – – P_U / P_S P_G — Äquivalente Belastung (nach [5], [11]).

In den Konferenzen ISO [5]) bezüglich der Einigung der Berechnungen der Wälzlager, in Wien (1956) und in Neapel (1958), ist es noch nicht gelungen zu einer einzigen Methode zu gelangen und so blieben auch weiterhin verschiedene Katalogen mit verschiedenen Beziehungen.

[5]) Der Vorentwurf ISO rät zu den Beziehungen (3), (4), (17).

In unserem Land verwendet man auch Katalogen mit verschiedenen Tragfähigkeiten [7], [8], [9] [6]).

Die dynamischen Tragfähigkeiten der Wälzlager aus einem Katalog sind mit Hilfe der Beziehungen von Art der aus Tafel 2 berechnet, nachdem selbstverständlich Versuche der Kugellager in Loten zu 20...30 Wälzlagern gemacht wurden [7]).

Gleichzeitig mit dem schnellen Aufschwung der Maschinenbauindustrie nach dem 23 August 1944 wurden auch in unserem Land Fabriken für Wälzlager aufgebaut; zugleich wurde auch die Notwendigkeit des Versuches der Wälzlager sowohl im Sinne der Fabrikationsverbesserung als auch für die Vergleichung mit den ausserhalb unserer Grenzen verfertigten, gestellt.

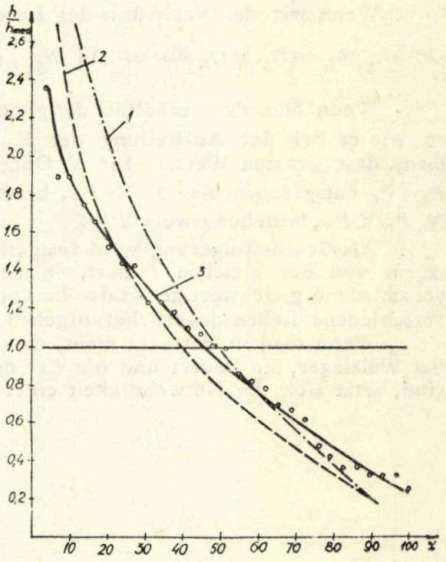


Abb. 2. — Das Ergebnis der Versuche eines Lotes von Kugellager Symbol 308 STAS 3041 — 52

1 — Die theoretische Kurve [3], [4];

2 — Die theoretische Kurve [1];

3 — Die wirkliche Kurve des Versuchslotes.

Versuchsbedingungen: $P_1 = 875$ Kg., $n_1 = 2600$ U./Min.; $h_{med} = 650$ Stunden, $h_{90} = 208$ Stunden, $h_{min}/h_{max} = 165/1526 \approx 1/9$, $n_r = 29$ Wälzlager,

$$h_{med} = \frac{\Sigma h}{n_r} =$$

$$= \frac{\text{Die Gesamtzeit in Stunden der Dauerhaftigkeit der Wälzlager aus dem Versuchslote}}{\text{Die Zahl der versuchten Wälzlager}} =$$

$$= 18820/19 = 650 \text{ Stunden.}$$

Versuche die auf Maschinen ЧКБ-42*n* gemacht wurden.

Wenn man mit C_U, C_S und C_G die dynamischen Tragfähigkeiten des versuchten Wälzlagers 308 bezeichnet, die mit den abgeleiteten Beziehungen aus (3), (4) und (4') berechnet wurden und mit Werten für P_1, n_1 und h_{90} wie in Abb. 2, erhält man:

$$(17) \qquad C_U = P_1 (n_1 h_{90})^{0,3} = 45800, \; C_{S_1} = C_{G_1} = P_1 (60 \cdot 10^{-6} n_1 h_{90})^{0,33} = 2800.$$

Man stellt ebenfalls fest, dass die dynamischen Tragfähigkeiten des Kugellagers, welches dem Kugellager 308 STAS 3041 — 52 entspricht aus verschiedenen Katalogen entnommen, folgende sind:

Für Kugellager 308 GOST 6124 — 39 [1] . . . $C_U = 44\,000$,
Für Kugellager 6308 SKF [3] . . . . . $C_S = 3\,200$,
Für Kugellager 6308 DIN 625 [5], [11] . . . . $C_G = 3\,150$.

Wenn wir nun einen Vergleich machen, zwischen der dynamischen Tragfähigkeit des versuchten Wälzlagers mit denen aus den angeführten Katalogen, die dem Wälzlager mit demselben Symbol entspricht, erhält man:

---

[6]) [7] Methoden und Tragfähigkeiten nach [1]; [8] nach einigen schwedischen Katalogen; [9] nach deutschen Katalogen.

[7]) In [3] und [4] rät man zu cca. 10 Loten zu 30 Wälzlagern desselben Typs.

(18) $$C_{U_1} / C_U = 1{,}04,\ C_{S_1} / C_S = 0{,}875,\ C_{G_1} / C_G = 0{,}89.$$

Die Baubedingungen des Kugellagers 308 STAS 3041 — 52 entsprechen im allgemeinen mit denjenigen der entsprechenden Wälzlager GOST, SKF oder FAG und wenn man die Beziehungen aus Tafel 2 gebraucht, dann erhält man:

(19) $$f_{cU_1} / f_{cU} = 1{,}04,\ f_{cS_1} / f_{cS} = 0{,}875,\ f_{cG_1} / f_{cG} = 0{,}89,$$

in welchem f_{cU}, f_{cG} wie in Tafel 1, aber $f_{cS} = 6{,}05$ berechnet mit der Beziehung (15), f_{cU_1}, f_{cS_1} und f_{cG_1} mit demselben Sinne, aber für das erprobte Kugellager 308.

Wenn wir das Verhältnis der Lebensdauer berechnen, dann erhalten wir:

(20) $$h_{U1} / h_U = (C_{U_1} / C_U)^{3{,}33} = 1{,}14,\ h_{S_1} / h_S = (C_{S_1}/C_S)^3 = 0{,}68,\ h_{G_1} / h_G = (C_{G_1} / C_G)^3 = 0{,}71.$$

Wenn man das Verhältnis der gleichwertigen Kräfte P_U / P_S, P_G / P_S, berechnet, so wie es bei der Aufstellung der Kurven aus Abb. 1 gemacht wurde, dann sieht man, dass grossen Werten für N Obereinheitswerte für die Vergleiche P_U / P_S und P_U / P_G entsprechen, also $P_U > P_S$, beziehungsweise $P_U > P_G$; aber kleinen Werten für N, $P_U < P_S$, beziehungsweise $P_U < P_G$, so wie die Beziehung (20), angibt.

Als Schlussfolgerung wird festgestellt dass bei der Berechnung desselben Wälzlagers von der gleichen Bauart, in den gleichen Einbau und Betriebsbedingungen, verschiedene gleichwertige Kräfte hervorgehen, oder bei derselben gleichwertgen Kraft verschiedene Lebensdauern hervorgehen.

Wenn man in Betracht zieht, dass beim heutigen Stand der Technik, der Stahl der Wälzlager, die Bauart und die Art der Herstellung in allen Ländern beinahe gleich sind, setzt sich die Notwendigkeit einer standardizierten Methode immer ein.

Tehnische Hochschule, Jassy,
Le'rstuhl der Maschinenelemente
und
Wälzlagerfabrik, Birlad

BIBLIOGRAFIE

1. Beizelman R. D. şi Ţîpkin B. V., *Rulmenţi,* Edit. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
2. * * * *Подшипники. Сариковые-роликовые,* Станкоимпорт, Москва.
3. Palmgrem A., *Grundlagen der Wälzlagertechnik,* Frank'sche Verlagshandlung, Stuttgart, Zweite Aufl., 1954.
4. Lundberg G., Palmgren A., Acta Polytechnica, 1947, **I**, *3.*
5. Eschmann, Hasbargen L. u. Weigand, *Die Wälzlagerpraxis,* Verlag R. Oldenbourg, München, 1953.
6. Hasbargen L, Werkstatt und Betrieb, 1958, **3**, *91,* S. 120.
7. M. I. M. I. C., *Rulmenţi,* Edit. Tehn., Buc., 1956.
8. U. S. R. O. S., *Catalog de rulmenţi al uzinei Steagul Roşu.*
9. Romaşcanu D. şi Dumitrescu-Enacu A., *Catalog de rulmenţi,* Edit. tehn. Buc., 1954.
10. S. K. F., *Kugellager-Rollenlager,* Katalog nr. 2000.
11. F. A. G., *Kugellager-Rollenlager,* Liste nr. 1600, Schweinfurth.
12. Васильев В. З. и. др., *Справочные таблицы по деталям машин,* Машгиз, М., 1957.
13. Kühnlenz K., Maschinenbautechnik 1956, *10,* S. 527.
14. Цыпкин Б. В., Вестник машиностроения, 1951, *5.*
15. Hauke E, Die Technik, 1956, *9,* S. 651—655.
16. Горбов В. Ф. и Германов Г. С., Подшипник, 1953, *2,* стр. 31.
19. * * * *Anteproiect ISO.*

ОТНОСИТЕЛЬНО ДИНАМИЧЕСКОЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ШАРИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ

(Резюме)

Отношения, на основании которых вычисляются условные нагрузки и динамическая работоспособность шариковых подшипников, могут быть выражены в общем виде, как показывает уравнение (1). Частные формулы этого уравнения, по различным каталогам, даны в таблицах 1 и 2.

Из рис. 1 вытекают различия, появляющиеся в случае вычисления условной нагрузки шариковых подшипников по различным каталогам.

Примеры приводятся на основании результатов испытаний одной из групп шариковых подшипников (29 подшипников) с символом 308 STAS 3041—52, (румынской фабрикации) (рис. 2).

Констатируется, что вычисляя один и тот же подшипник, с одинаковыми конструктивнами формами, в одинаковых условиях монтажа и эксплуатации, но по различным каталогам, получаются различные условные нагрузки, или в случае одной и той же условной нагрузки — различные долговечности.

Принимая во внимание, что при настоящем уровне техники стали, конструктивные формы и способы фабрикации подшипников во всех странах приблизительно одинаковы, рекомендуются одни и те же формулы для вычислений.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Соотношение эквивалентных нагрузок в шариковых подшипниках по различным каталогам.

Рис. 2. — Результаты испытаний группы шариковых подшипников, символ 308 STAS 3041—52.

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA CAPACITĂŢII DINAMICE DE ÎNCĂRCARE A RULMENŢILOR

(Rezumat)

În lucrare se face o sinteză a relaţiilor de calcul pe baza cărora s-au întocmit cataloagele de rulmenţi şi se calculează rulmenţii. Se arată modul cum aceste relaţii pot fi sintetizate în relaţii de forma generală (1) şi (5), iar formele lor particulare (2), (3), (4), (4'), (5), (6), (7), (8), (9), (10), (11), (12) şi (13) sînt indicate în tabelele 1 şi 2.

În aceste relaţii s-a notat cu: $N = 60\,nh$ — numărul total de rotaţii ale rulmentului după a căror efectuare încă nu trebuie să apară distrugeri pe suprafaţa căilor şi a corpurilor de rulare, n — numărul de rotaţii pe minut ale rulmentului, h — durabilitatea rulmentului în ore de funcţionare, $N_0 = 60\,n_0\,h_0$ — numărul de rotaţii pe baza căruia s-a determinat capacitatea dinamică a unui catalog, n_0 — numărul de rotaţii pe minut, h_0 — numărul de ore de funcţionare care determină pe N_0.

Raportul forţelor echivalente cu capacităţi portante după cataloagele de rulmenţi amintite, cu relaţiile lor particulare, se obţin cu relaţiile (14) şi (15).

Pentru a pune în evidenţă deosebirile ce apar s-a întocmit fig. 1 pentru rulmenţi radiali şi axiali cu bile pe un sigur rînd. S-a constatat că şi pentru alte feluri de rulmenţi există deosebiri asemănătoare. Se constată că se obţin rezultate diferite dacă se lucrează cu diferite cataloage cărora le corespund diferite relaţii de calcul.

Pentru a ilustra cele expuse, se dau în fig. 2 rezultatele încercărilor unui lot de rulmenţi 308 STAS 3041-52, fabricaţi în ţară, comparîndu-se capacitatea lor dinamică cu cea specificată în cataloagele şi literatura de specialitate din alte ţări.

În concluzie se constată că, dacă se calculează acelaşi rulment, cu o aceeaşi formă constructivă, în aceleaşi condiţii de montaj şi exploatare, cu diverse cataloage de rulmenţi, rezultă forţe echivalente diferite, sau la o aceeaşi forţă echivalentă rezultă durabilităţi diferite.

Dacă intervin alte condiţii se constată că între forţele echivalente, respectiv între durabilităţi, există diferenţe şi mai mari. În fig. 1 se arată la rulmenţi cu un sigur rînd de bile cum variază rapoartele P_U/P_S şi P_G/P_S la diverse durabilităţi h şi număr de rotaţii n şi se constată că la valori mari ale lui h şi n, $P_U/P_S > 1$, iar la valori mici ale lui h şi n, $P_U/P_S < 1$.

Ţinînd seama că la nivelul actual al tehnicii oţelurilor de rulmenţi forma constructivă şi modul de fabricaţie al rulmenţilor sînt aproape aceleaşi în toate ţările, se impune din ce în ce mai mult o metodă unică, standardizată, de calcul al lor.

Explicaţia figurilor

Fig. 1 — Raportul sarcinilor echivalente în lagăre cu rulmenţi, după diferite cataloage.
Fig. 2 — Rezultatele încercărilor unui grup de lagăre cu rulmenţi, simbolul 308 STAS 3041—52.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.2

RELAŢIILE ANALITICE PENTRU CALCULUL REZISTENŢEI MEDII TOTALE LA DEPLASARE PE ROŢI DE ABATERE, PENTRU LANŢURI DISPUSE ÎN PLAN VERTICAL, A TRANSPORTOARELOR CU PLĂCI

DE

VITALIE BELOUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

În anumite ipoteze simplificatoare, considerînd că efectul greutăţii roţii asupra frecării în lagăre este neglijabil, că rezultanta forţelor ce acţionează asupra roţii este dirijată după bisectoarea direcţiilor forţelor din ramurile lanţului, că eclisele lanţului, înainte de a lua contact cu roata, nu execută decît o mişcare de translaţie, şi că forţele de inerţie sînt neglijabile, elementele care determină mărimea rezistenţei totale la deplasare pe o roată de abatere a unui transportor cu plăci, dispusă în plan vertical, sînt: a) greutatea transmisă prin rolele lanţului, b) frecarea în articulaţiile lanţului, c) frecarea în lagărele roţii, d) efectul de pîrghie al roţii.

Datorită efectului de pîrghie al roţii, braţele forţelor F_i şi F_d fiind variabile şi rezistenţa la deplasare este variabilă. Întrucît în calculul de tracţiune al transportorului practic nu interesează variaţia rezistenţei la deplasare, obiectul acestei Note îl constituie stabilirea expresiei rezistenţei medii la deplasare.

Pentru a stabili relaţia de calcul a rezistenţei medii la deplasare se determină expresia forţei medii de tracţiune din ramura de lanţ ce se desfăşoară de pe roata de abatere, definită ca o forţă constantă, care acţionînd asupra roţii, în timpul unei rotaţii, cu un unghi φ_0 corespunzător unui pas al lanţului (fig. 1), produce un lucru mecanic egal cu cel al forţelor şi momentelor rezistente.

Întrucît lucrul mecanic elementar al forţei F_d este

$$dL_d = F_d R \cos(\gamma - \varphi_0/2)\, d\theta,$$

unde: R — raza cercului primitiv al roţii, γ — unghiul dintre direcţia forţei şi direcţia ultimei eclise a lanţului aflată pe roată, φ_0 — unghiul de pe roată corespunzător unui pas al lanţului, $d\theta$ — unghiul elementar de rotaţie al roţii, lucrul elementar al greutăţii tuturor rolelor, în intervalul $0 < \theta < \gamma_0$, este

$$dL_r = GR \sum_0^k \cos \alpha_j \, d\theta$$

iar în intervalul $\gamma_0 < \theta < \varphi_0$

$$dL_r = GR \left[\sum_0^k \cos \alpha_j - \cos(\alpha_d + \varphi_0/2 - \gamma_0 + \theta) \right] d\theta,$$

unde: G — greutatea repartizată pe o rolă, α_j — unghiul de poziţie al unei role, α_d — — unghiul de poziţie al razei perpendiculare pe ramura de lanţ ce se desfăşoară de pe roată, ce se măsoară ca şi unghiul α_j după regula stabilită în [1] (originea unghiurilor este trigonometrică pentru un sens trigonometric de rotaţie al roţii, şi în caz contrar decalată cu π, iar sensul pozitiv de măsurare este sensul de rotaţie al roţii, γ_0 — — unghiul γ corespunzător poziţiei cînd prima eclisă intră în contact cu roata ($\varphi = \varphi_0$), k — numărul maxim de eclise în contact cu roata, θ — unghiul dintre direcţia iniţială şi direcţia la un moment dat a razei de poziţie a primei articulaţii.

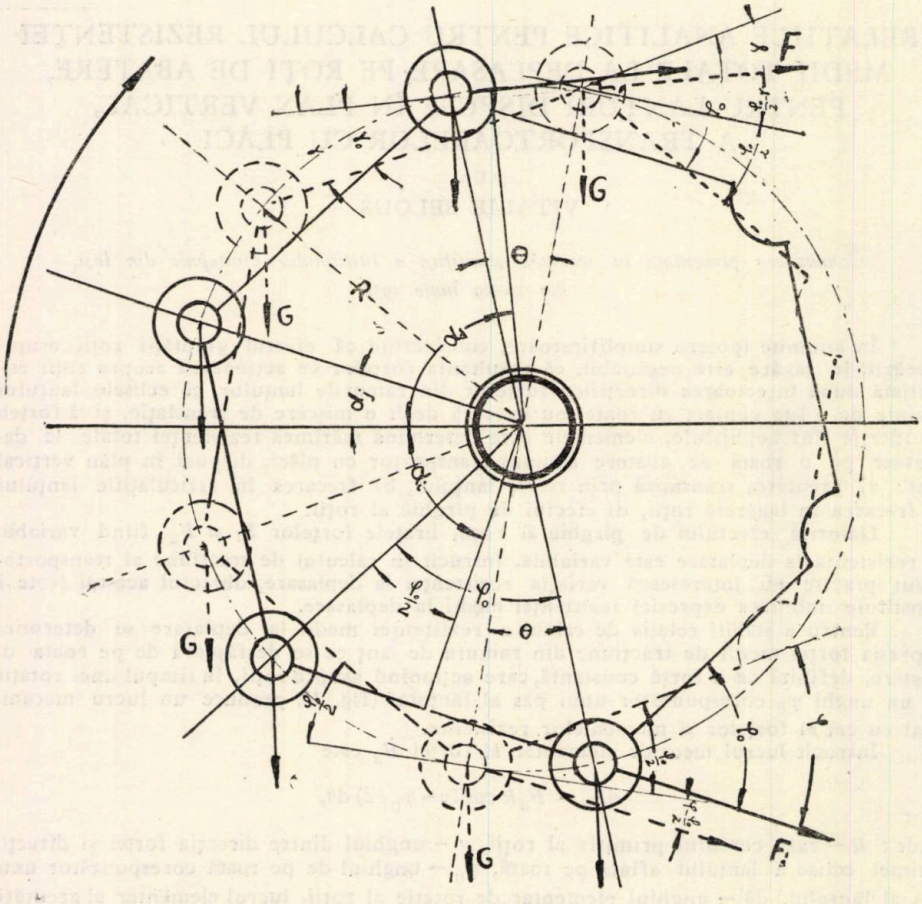


Fig. 1

Lucrul mecanic elementar al forţei F_i este

$$dL_i = F_i R \cos(\varphi - \varphi_0/2)\, d\theta$$

iar lucrul mecanic elementar al cuplurilor de frecare din articulaţii şi lagăre este

$$dL_c = (F_i + F_d)[\mu_1 d_1/2 + (\mu_2 d_2/2)\sin(\alpha^*/2)]\, d\theta,$$

unde: μ_1 — coeficientul de frecare în articulațiile lanțului, d_1 — diametrul bolțului articulației lanțului, μ_2 — coeficientul de frecare în lagărele roții, d_2 — diametrul lagărului, $\alpha = \alpha_d - \alpha_i$ — unghiul de înfășurare al roții, α_i fiind unghiul de poziție al razei perpendiculare pe ramura de lanț ce se înfășoară pe roată, măsurat după aceeași regulă ca și unghiul α_d.

Relația conservării energiei se va scrie:

$$F_d R \int_{\varphi_0}^{0} \cos(\gamma - \varphi_0/2)\,d\theta = F_i R \int_{\varphi_0}^{0} \cos(\varphi - \varphi_0/2)\,d\theta + GR \int_{0}^{\varphi_0} \sum_{0}^{k} \cos\alpha_j\,d\theta -$$

$$- GR \int_{\gamma_0}^{\varphi_0} \cos(\alpha_d + \varphi_0/2 - \gamma_0 + \theta)\,d\theta + (F_i + F_d)\,[\mu_1 d_1/2 + (\mu_2 d_2/2)\sin(\alpha/2)] \int_{0}^{\varphi_0} d\theta .$$

Dar $G\sum_{0}^{k} \cos\alpha_j = G\sum_{0}^{k} \cos(j\varphi_0 + \alpha_i - \varphi_0/2 + \theta)$ sau notînd $j\varphi_0 + \alpha_i - \varphi_0/2 + \theta = j\varphi_0 + \alpha_0$

și aplicînd relația lui Euler pentru $\cos(j\varphi_0 + \alpha_0)$, se obține

$$G\sum_{0}^{k} \cos\alpha_j = G\sum_{0}^{k} \cos(\alpha_0 + j\varphi_0) = 2qR \sin\left(\frac{\alpha_d - \alpha_i - \gamma_0}{2} + 2\varphi_0\right) \cos\left(\frac{\alpha_d + \alpha_i - \gamma_0}{2} + \theta\right),$$

în care în afară de notațiile cunoscute, q — greutatea repartizată pe metru liniar a lanțului încărcat.

Întrucît $d\theta = -d\gamma = -d\varphi$, după efectuarea celorlalte operații rezultă:

$$F_d = F_i \frac{\sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2) + \mu_1 d_1/D + (\mu_2 d_2/D)\sin(\alpha/2)}{\sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2) - \mu_1 d_1/D - (\mu_2 d_2/D)\sin(\alpha/2)} +$$

$$+ \frac{2qR\sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2)}{\sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2) - \mu_1 d_1/D - (\mu_2 d_2/D)\sin(\alpha/2)} \{\sin[(\alpha_d - \alpha_i - \gamma_0)/2 + 2\varphi_0]\cos[(\alpha_d +$$

$$+ \alpha_i - \gamma_0 + \varphi_0)/2] - \cos(\alpha_d + \varphi_0 - \gamma_0/2)\sin[(\varphi_0 - \gamma_0)/2]\}$$

Această relație poate lua o formă mai simplă, întrucît la marea majoritate a transportoarelor cu plăci $\alpha = \alpha_d - \alpha_i = \pi$.

Notînd $\mu_1 d_1/D + \mu_2 d_2/D = \psi$ și făcînd aproximația $\sin(\varphi_0/2)/(\varphi_0/2) \approx 1$, se obține:

$$F_d = F_i(1+\psi)/(1-\psi) + 2qR\{\sin[(\varphi_0 - \gamma_0)/2]\cos(\alpha_i + \varphi_0 - \gamma_0/2) -$$

$$- \sin[\alpha_i + (\varphi_0 - \gamma_0)/2\cos(2\varphi_0 - \gamma_0/2)\}/(1-\psi).$$

Și această relație se poate simplifica, știind că atunci cînd $\alpha = \pi$ unghiul γ nu poate avea decît valorile φ_0 sau $\varphi_0/2$, după cum numărul de locașuri al roții este par sau respectiv, impar.

Pentru $z = 2n + 1$, $(\gamma_0 = \varphi_0/2)$, în care n este un număr întreg, relația devine

$$F_d = F_i(1+\psi)/(1-\psi) + 2qR[\sin(\varphi_0/4)\cos(\alpha_i + 3\varphi_0/4) - \sin(\alpha_i + \varphi_0/4)\cos(7\varphi_0/4)]/(1-\psi),$$

iar pentru $z = 2n$, $(\gamma_0 = \varphi_0)$:

$$F_d = F_i (1 + \psi) / (1 - \psi) - 2qR \cos (3\varphi_0 / 2) \sin \alpha_i / (1 - \psi).$$

Întrucît rezistenţele totale la deplasare reprezintă diferenţele între forţele F_d şi F_i, se obţin următoarele relaţii :

a) pentru $\gamma_0 = \varphi_0 / 2$,

$$W = 2F_i\psi / (1 - \psi) + 2qR [\sin (\varphi_0 / 4) \cos (\alpha_i + 3\varphi_0 / 4) - \sin (\alpha_i + \varphi_0 / 4) \cos (7\varphi_0 / 4)] / (1 - \psi)$$

b) pentru $\gamma_0 = \varphi_0$,

$$W = 2F_i\psi / (1 - \psi) - 2qR \cos (3\varphi_0 / 2) \sin \alpha_i / (1 - \psi).$$

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Organe de Maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Belous V., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 195—202.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ ОБЩЕГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ ПО БЛОКАМ ВЕРТИКАЛЬНО-ЗАМКНУТЫХ ПЛАСТИНЧАТЫХ КОНВЕЙЕРОВ

(Резюме)

Устанавливаются аналитичнские уравнения среднего общего сопротивления движению по блокам вертикально-замкнутых пластинчатых конвейеров, принимая во внимание тяжесть нагружённого гибкого органа, трение в шарнирах роликовой цепи и в подшипниках блока, и „рычаговый эффект" блока.

RELATIONS ANALYTIQUES POUR LE CALCUL DE LA RÉSISTENCE MOYENNE TOTALE AU DÉPLACEMENT SUR LES POULIES À CHAÎNES DES CONVOYEURS DONT LES CHAÎNES DE TRACTION SONT DISPOSÉS DANS UN PLAN VERTICAL

(Résumé)

On déduit les relations analytiques pour le calcul de la résistence moyenne totale au déplacement sur les poulies à chaînes des convoyeurs dont les chaînes de traction sont disposés dans un plan vertical, en tenant compte du poids l'organ portant chargé, du frottement dans les articulations et dans les paliers, et de l'effet de levier de la poulie à chaînes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.78

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA PROCESULUI DE CEMENTARE ÎN MEDII SOLIDE

DE

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ şi EMIL ANDREI

În lucrările noastre precedente ne-am propus să studiem baza teoretică a proceselor termochimice, ce au loc în condiţiile de cementare, în amestecurile ce conţin NaCl [1].

Rezultatele experimentale obţinute de noi cu amestecurile pe bază de $CaCO_3$ şi NaCl [2], respectiv cu dolomită şi NaCl [3] şi rezultatele obţinute de către S. Avramescu [4] cu un amestec de mangal şi NaCl au demonstrat rolul de accelerator al NaCl în carburizatori, rol indicat şi de către A. N. Minkevici [5, p. 90].

Scopul lucrării de faţă este de a aduce o contribuţie la teoria cineticii difuziei carbonului în oţel, în condiţiile de cementare cu carburizatori solizi.

A. N. Minkevici arată [5, p. 40] că după părerea unor autori, influenţa carbonaţilor sau a altor săruri şi oxizi, ca acceleratori ai procesului de cementare, este datorită numai acţiunii catalitice a metalelor care intră în compoziţia lor, asupra reacţiei $CO_2 + C = 2\,CO$, specificînd că acest lucru nu este încă confirmat.

Noi de asemenea presupunînd că metalele din acceleratori sînt cele care intervin şi influenţează difuzia carbonului în oţel, am îndreptat cercetările în această direcţie, efectuînd o serie de experienţe a căror rezultate sînt date în cele ce urmează.

S-au efecuat cementări la 880° timp de 6 ore pe OLC 16 (STAS 880-49 avînd compoziţia: 0,11...0,18% C, 0,3...0,5% Mn, 0,15...0,37% Si, max. 0,08% S+P), cu amestecuri formate din cărbune de lemn şi unul din următoarele elemente: Na, K, Mg, Al, I_2, Cd, Sn, Sb, Zn, P roşu şi P alb, în procente de greutate 2,5%, 7,5%, 12,5% şi amestecuri formate pe bază de $CaCO_3$ şi NaCl (80% cărbune de lemn + 13% $CaCO_3$ + + 7% NaCl) cu următoarele elemente: Na, K, I_2. De asemenea s-au făcut încercări cu amestecuri cu cărbune de lemn + 12,5% oxalat feros şi cărbune de lemn + 12,5% Na_2O_2. S-a urmărit pătrunderea cementării precum şi duritatea pieselor necălite şi călite.

Rezultatele obţinute sînt date în tabelele 1 şi 2.

Tabelul 1

Nr. crt.	Amestec de cementare*)	Pătrunderea cementării (6 ore, 880°C) (mm)	Duritatea		Nr. crt.	Amestec de cementare*)	Pătrunderea cementării (6 ore, 880°C) (mm)	Duritatea	
			H_{RB}	H_{RC}				H_{RB}	H_{RC}
1	C. l.+ 2,5% Na	0,8...1,1	88...99	62...65	21	C. l.+12,5% Zn	0,2...0,8	75...85	55...60
2	C. l.+ 7,5% Na	1,2...1,6	94...100	60...62	22	C. l.+ 2,5% P roșu	0,3...0,5	62...80	47...53
3	C. l.+12,5% Na	1,3...1,5	94...100	60...62	23	C. l.+ 7,5% P roșu	0,4...0,6	66...86	46...57
4	C. l.+ 2,5% K	0,9...1,0	90...96	60...64	24	C. l.+12,5% P roșu	0,3...0,7	68...85	46...56
5	C. l.+ 7,5% K	1,0...1,6	90...100	59...64	25	C. l.+ 2,5% P alb	0,2...0,5	62...85	40...54
6	C. l.+12,5% K	1,3...1,5	94...100	61...63	26	C. l.+ 7,5% P alb	0,2...0,5	70...83	40...55
7	C. l.+ 2,5% I_2	0,5...0,8	71...84	38...61	27	C. l.+12,5% P alb	0,3...0,5	75...80	44...54
8	C. l.+ 7,5% I_2	0,6...1,0	72...88	51...59	28	C. l.+ 2,5% Sn	0,4 ..0,7	65...82	35...56
9	C. l.+12,5% I_2	0,6...1,3	62...90	49...59	29	C. l.+ 7,5% Sn	0,5...0,8	65...86	42..57
10	C. l.+ 2,5% Mg	0,7...1,2	80...89	59...66	30	C. l.+12,5% Sn	0,4...0,9	70...89	47...57
11	C. l.+ 7,5% Mg	0,9...1,3	87...95	57...67	31	C. l.+ 2,5% Pb	0,2...0,5	65...81	38...42
12	C. l.+12,5% Mg	0,6...1,1	80...92	59...67	32	C. l.+ 7,5% Pb	0,3...0,6	65...76	40...46
13	C. l.+ 2,5% Al	0,7...1,2	80...91	57...67	33	C. l.+12,5% Pb	0,2...0,3	65...76	40...46
14	C. l.+ 7,5% Al	0,9...1,4	89...95	59...67	34	C. l.+ 2,5% Sb	0,2...0,4	69...74	15...40
15	C. l.+12,5% Al	1,0...1,4	87...98	60...63	35	C. l.+ 7,5% Sb	0,3...0,6	62...76	19...39
16	C. l.+ 2,5% Cd	0,4...0,7	56...83	41...56	36	C. l.+12,5% Sb	0,4...0,8	60...78	20...31
17	C. l.+ 7,5% Cd	0,5...0,7	68.. 83	40...57	37	C. l.	0,1...0,8	63...88	39...51
18	C. l.+12,5% Cd	0,4...0,8	75...88	51...62	38	C. l.+ 12,5% Na_2O_2	1,2...1,4	99...103	61...65
19	C. l.+ 2,5% Zn	0,4...1,1	71...95	55...64	39	C. l.+12,5% oxalat fieros	0,5...0,7	77...81	48...55
20	C. l.+ 7,5% Zn	0,6...1,2	70...90	52...65					

*) C. l. = cărbune de lemn.

Din datele obținute rezultă că elementele Na și K au o influență accentuată asupra difuziei carbonului. Elementele Al, Mg, I_2 și Zn influențează de asemenea pătrunderea, dar mai slab, iar elementele Cd, Proșu și Palb, Sn, Pb, Sb, practic nu influențează difuzia.

Tabelul 2

Nr. crt.	Amestec de cementare*)	Pătrunderea cementării (6 ore, 880°) (mm)	Duritatea	
			H_{RB}	H_{RC}
1	A + 2,5% Na	1,2...1,4	92...100	60 ..63
2	A + 7,5% Na	1,2...1,4	93...100	60...61
3	A + 12,5% Na	1,1...1,3	90...101	60...63
4	A + 2,5% K	1,0...1,2	95...100	60...65
5	A + 7,5% K	1,2...1,4	93...100	59...61
6	A + 12,5% K	1,0...1,5	98...101	60..63
7	A + 2,5% I_2	0,6...1,4	89... 99	57...66
8	A + 7,5% I_2	0,7...1,3	77...100	55...64
9	A + 12,5% I_2	0,6...1,3	78... 92	60...64
10	A	1,2...1,5	95...101	62..65

*) A = 80% cărbune de lemn + 13% $CaCO_3$ + 7% NaCl.

Elementale Na, K, adăugate amestecului pe bază de $CaCO_3$ și NaCl practic nu influențează rezultatele, așa cum se vede din datele tabelului 2. Datorită faptului că Na asociat cu amestecul pe bază de $CaCO_3$ și NaCl practic nu modifică rezultatele, precum și datorită faptului că amestecul format din cărbune de lemn cu Na dă rezultate similare cu amestecul 80% cărbune de lemn + 13% $CaCO_3$ + 7% NaCl, înseamnă că în procesul cementării intervine un alt produs lipsit de oxigen, ce ia naștere la temperatura de 880°. Din echilibrul chimic dintre Na și C ia naștere o carbură [6, p. 39]:

$$(1) \qquad Na + C \rightleftarrows Na_2C_n \ (Na_2C_2)$$

care în contact cu Fe stabilește echilibrul:

$$(2) \qquad Na_2C_2 + Fe \rightleftarrows Fe_3C + Na$$

și astfel Na reintră în circuit.

Rezultatele acestei carburări, urmărite prin valorile pătrunderii și durității, în comparație cu cele ale amestecului format numai din cărbune de lemn, duc la concluzia că în procesul de cementare carbonul poate difuza în masa de fier și în cazul cînd provine din carburi cu temperaturi de descompunere relativ coborîte.

Datorită echilibrului reacției (2), la temperatura 880° poate exista atît Fe cît și Na într-o formă activă ce favorizează difuzia carbonului în masa de fier.

S-au efectuat experiențe cu carburizatorul cărbune de lemn + 12,5% Na pentru determinarea pătrunderii cementării și a durității în funcție de timp, la 880°C, pe OLC 16.

Rezultatele obținute sînt date în tabelul 3. Curba de pătrundere (fig. 1) indică continuarea procesului de cementare după 10 ore, ceea ce confirmă existența echilibrului în conformitate cu reacțiile (1) și (2).

În mod analog se poate considera că și în procesul de cementare cu carburizatori solizi pot avea loc reacții intermediare datorită temperaturii ridicate.

După datele furnizate de literatură ([7], [8]) CO poate reacționa cu Fe la temperatura de 80°...100° și presiunea de 100 atm. formînd un produs volatil de forma $Fe(CO)_5$ (carbonilul de fier), ce se descompune la 103°C.

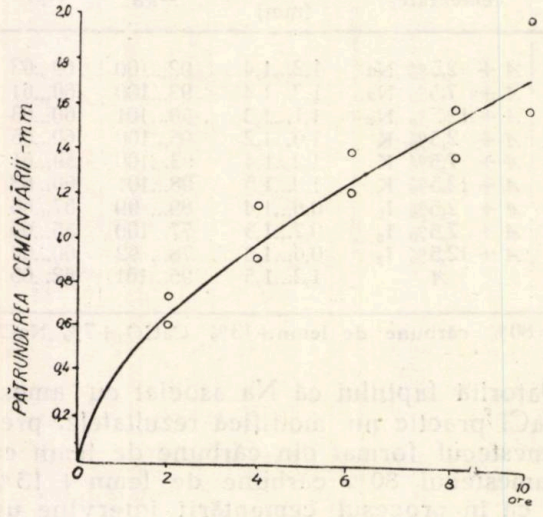


Fig. 1

Tabelul 3

Timpul (ore)	Pătrunderea cementării (880°C) (mm)	Duritate	
		H_{RB}	H_{RC}
2	0,6...0,7	91...97	62. .63
4	0,9...1,1	93...101	60...62
6	1,3...1,4	94...100	60...62
8	1,4...1,6	94...100	60...63
10	1,6...2,0	95...105	58...62

În condițiile procesului de cementare avem o presiune normală, dar temperatura ridicată favorizează totuși stabilirea unui echilibru de tipul:

(3) $Fe + CO \rightleftarrows Fe(CO)_5$.

Acest echilibru chimic pune în circuit un fier activ care poate reacționa cu carbonul provenit din descompunerea termică a compușilor săi.

O altă fază intermediară furnizată de sistemul CO+C o constituie formarea suboxidului de carbon ce poate fi considerat ca un carbonil al carbonului ($C(CO_2)$), care după unii autorii [7] se disociază conform reacției

(4) $C_3O_2 \rightleftarrows CO_2 + 2C$,

sau ținînd seama de proprietățile generale ale carbonililor, descompunerea se poate face conform reacției

(5) $$C_3O_2 \rightarrow 2CO + C.$$

În ambele ipoteze ar rezulta un carbon în stare activă.

Cu toate că suboxidul de carbon este o substanță nestabilă, descompunîndu-se la 40°C, totuși se poate considera că la temperatura de 880°C se stabilește un echilibru de tipul:

(6) $$CO + C \rightleftarrows C_3O_2$$

ce depinde de presiunea parțială a CO. În acest mod transportul carbonului se poate efectua și prin intermediul acestor reacții.

În echilibrul dintre $C - CO - CO_2$, fierul poate interveni și catalitic [6, p. 213] prin reacția:

(7) $$2\,CO \overset{Fe}{\rightleftarrows} CO_2 + C$$

după care are loc imediat:

(8) $$C + Fe \rightleftarrows Fe_3C$$

sau

(9) $$C + Fe \rightarrow (Fe_\gamma - C),\ \text{sol. solidă (austenită)},$$

reacțiile (8), (9) fiind favorizate de existența carbonului activ provenit din reacția (7). La temperatura de 880°C, datorită prezenței carbonului, avem reacția:

(10) $$CO_2 + C \rightarrow 2\,CO,$$

întrucît concentrația în CO_2 nu poate depăși 2,1% [8]. O acțiune similară cu fierul o exercită și alte metale feromagnetice (cobaltul și nichelul).

Fierul are o acțiune de catalizator începînd cu 300C. Curbele variației vitezei de descompunere a oxidului de carbon, în funcție de temperatură, prezintă un maximum în cazul fierului, la 580°C și în intervalul 770...780° C.

Rezultatele bune obținute cu carburizatorul format din cărbune de lemn cu 12,5% Na_2O_2 (v. tabelul 1) arată că procesul de cementare este complex, fiind rezultatul mai multor reacții simultane.

Concluzii

1. Procesul de cementare poate fi considerat ca fiind rezultatul unor reacții unde carbonul intervine sub formă de compuși chimici, care în condițiile de lucru descompunîndu-se, pun în libertate carbonul în stare activă.

2. Față de explicația clasică a cementării, cu carburizatori solizi, ce admite ca factor activ prezența CO, noi considerăm că mai apar și alți produși ca: suboxidul de carbon, carbonilul de fier sau carbonilul metalelor din carburizator care generează carbon sau fier în stare activă, ce favorizează difuzia.

3. În baza literaturii citate se mai admite și existența unei reacții catalitice în care rolul catalizator îl are fierul asupra sistemului CO—CO_2—C. Ca urmare a acestei reacții se obține tot un carbon în stare activă.

4. O altă categorie de combinații chimice ce apar în procesul de cementare sînt carburile. Pe baza datelor experimentale s-a constatat că se pot utiliza în procesul de cementare acele metale ce formează carburi ce se descompun sub temperatura de cementare.

În acest mod se explică influența metalelor Na, K din carburizator în procesul de cementare fără CO sau CO_2, ceea ce exclude posibilitatea acțiunii lor catalitice. Ca urmare a acestei constatări se întrevăd noi posibilități în domeniul preparării carburizatorilor solizi pe baza complexului de reacții din procesul de cementare.

Primit la 16 XI 1959

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Tehnologia Metalelor

BIBLIOGRAFIE

1. Fărcaş T., Golgoţiu T., Ailincăi Gh., Ciochină C., Andrei E., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1955, I (V), *1-2*, pp. 417—431.
2. — Ibid., 1955, I (V), *1-2*, pp. 433—442.
3. — Ibid., 1955, I (V), *1-2*, pp. 443—460.
4. Avramescu S., Metal. şi Constr. de maşini, ASIT, 1954, *3*, pp. 36—39.
5. Minkevici A. N., *Tratamentele termochimice ale oţelului*, I. D. T., Buc, 1954, (trad. din l. rusă).
6. Slavinski M. P., *Proprietăţile fizico-chimice ale elementelor*, Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
7. Nekrasov B. V., *Curs de chimie generală*, Buc., 1955, p. 365, (trad. din l. rusă).
8. Ephraim Fr., *Inorganic chemistry*, 6-th ed., Oliver a. Boyd., London, 1954, p 822.
9. Pascal P., *Traité de chimie minérale*, t. XII, Masson et Cie, Paris, 1934.
10. Remy H., *Lehrbuch der anorganischen Chemie*, Bd. II, 8. Aufl., Geest & Portig, Leipzig,
11. Kontorovici I. E., *Tratamentul termic al oţelului şi al fontei*, Ed. Tehn., Buc, 1953, (trad. din l. rusă).
12. Guliaev A. P, *Metalurgie fizică*, Ed. Tehn., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
13. Kascenko G. A., *Bazele metalurgiei fizice*, Ed. Tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).

О ПРОЦЕССЕ ЦЕМЕНТИРОВАНИЯ ТВЕРДЫМИ КАРБЮРИЗАТОРАМИ

(Резюме)

Процесс цементирования твердыми карбюризаторами может учитываться как результат реакций в которых углерод вмешивается под видом химических соединений, которые, в практических условиях, разлагаются и выделяют активированный углерод.

При расследовании влияния металлов составов карбюризаторов было произведено практическое определение, при помощи ряда элементов, в присутствии древесново угля, а также и карбюризаторов смеси ($CaCO_3$ + NaCl).

Хорошие результаты получаемые с Na, K вместе с древесным углем по сравнению с результатами получаемыми с Na, K в месте с карбюризаторами указывают на существование других реакций в процессе цементирования и следовательно на присутствие карбида натрия учавствующего в процессе цементирования.

Следовательно влияние металлов состава карбюризатора в процессе цементирования без CO или CO_2 исключает возможность их каталитического действия. Это заключение позволяет предвидеть новые возможности приготовления твердых карбюризаторов. Подобными же образом можно считать, что в процессе цементирования с твердыми карборизаторами могут иметь место промежуточные реакции, под влиянием температуры, в системе Fe—C—CO—CO_2.

SUL PROCESSO DI CEMENTAZIONE IN UN AMBIENTE SOLIDO

(Sunto)

Il processo di cementazione con i carburizzatori solidi puo essere considerato come risultato di certe reazioni ove ne prende parte il carbone sotto la forma di composti chimici i quali, decomponendosi secondo il caso, ne mettono in libertà il carbone in stato attivo.

Le determinazioni concernenti i metalli dei carburizzatori si sono eseguiti utilizzandovi una serie di elementi sia nella presenza del carbone di legna oppure dei carburizzatori (reggenti sul $CaCO_3$+NaCl).

I buoni risultati ottenuti col Na, K accanto al carbone di legna, rispetto a quelli ottenuti col Na, K accanto ai carburizzatori, ne indicano l'esistenza nel processo di cementazione di altre reazioni ove ne prende parte il carburo di sodio. Ciò spiega l'influenza nel processo di cementazione privo di CO oppure di CO_2 dei metalli dai carburizzatori e ne esclude la possibilità di una loro azione catalitica. In seguito di questa costatazione si intravvedono nuove possibilità nel dominio della preparazione dei carburizzatori solidi.

Si puo concludere in modo analogo che nel processo di cimentazione con in carburizzatori solidi ne intercedono, a causa della temperatura, nel sistema Fe—C—CO—CO_2 certe reazioni intermedi.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4. 1959

621.51

РАСЧЕТ КОМПРЕССОРА БЕЗВАЛЬНОГО ГЕНЕРАТОРА ГАЗОВ

П. А. ШЕЛЕСТ

В последние годы во многих странах начали получать большое распространение силовые энергетические установки с безвальными генераторами газов. Эти силовые установки по своему к. п. д. не уступают лучшим современным дизелям, а по удельному весу приближаются к газотурбинным установкам.

На рис. 1 показана схема безвального генератора газов. Поршни генератора движутся возвратно поступательно. При движении поршней к центру машины в камере сгорания *1* осуществляется сжатие воздуха, в полости компрессора *5*, при этом происходит сжатие воздуха и нагнетание его через выпускные клапаны *3* в воздушный ресивер *2* перед продувочными окнами цилиндра сгорания *1*. В полости буфера *7* в этот период происходит расширение сжатого воздуха. Около в. м. т. в цилиндр сгорания подается топливо, которое сгорает в сжатом воздухе. Энергия сгорающего топлива заставляет двигаться поршни *6* безвального генератора газов от центра к периферии. При этом в камере сгорания происходит расширение воздуха из вредного объёма до тех пор, пока давление внутри компрессора не упадёт ниже атмосферного, после чего открываются впускные клапаны *4* компрессора, и происходит процесс наполнения цилиндра компрессора свежим воздухом. В полости буфера *7* в этот период происходит сжатие воздуха. Около н. м. т. открываются выпускные окна цилиндра сгорания, и продукты сгорания по трубе *8* устремляются к газовой турбине. Воздух из продувочного ресивера *2* поступает в цилиндр сгорания и частично уходит по трубе *8* к газовой турбине.

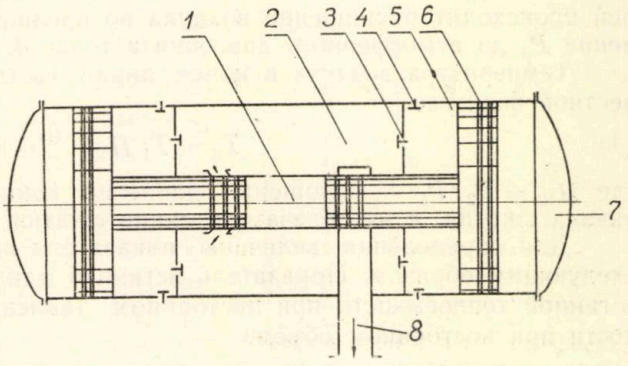


Рис. 1

При движении поршня от внутренней мертвой точки к наружной работа расширения газов в цилиндре сгорания должна быть равна работе компрессора и воздушного буфера. При обратном ходе поршня работа воздуха, расширяющегося в воздушном буфере, должна быть равна работе сжатия воздуха в цилиндре сгорания и в компрессоре.

Равенство работ с учётом трения поршней о стенки цилиндра обеспечивается при тепловом расчёте механического генератора газов.

Для проведения теплового расчёта безвального генератора газов надо уметь определять работу, затрачиваемую на сжатие воздуха в компрессоре. Сжатие воздуха в компрессоре безвального генератора газов отличается от процессов в обычных поршневых компрессорах.

На рис. 2 показана индикаторная диаграмма компрессора безвального генератора газов без учёта потерь в клапанах. Воздух сжимается по линии *1...2* до давления воздуха в продувочном ресивере. В точке *2* открываются нагнетательные клапаны компрессора, и воздух сжимается после этого не только в объёме компрессора, но и в объёме продувочного ресивера, так как в этот период окна цилиндра сгорания закрыты. Совместное сжатие воздуха в компрессоре и ресивере изображается на индикаторной диаграмме компрессора линией *2...3*. При обратном ходе поршней происходит расширение воздуха во вредном пространстве от давления P_3 до атмосферного давления в точке *4*.

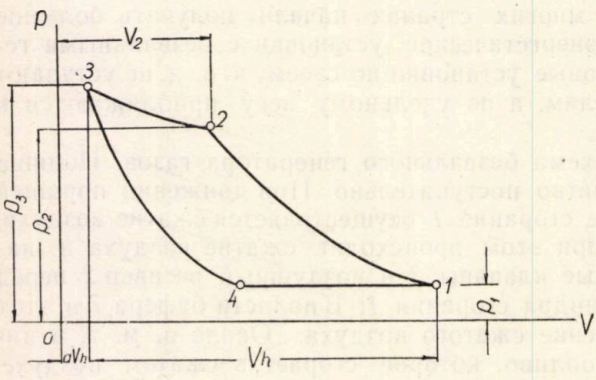


Рис. 2

Температура воздуха в конце линии сжатия определяется по известной формуле:

$$T_2 = T_1 \, \Pi_{12}^{\,n-1/n}, \tag{1}$$

где $\Pi_{12} = P_2/P_1$ — отношение давлений конца сжатия к давлению начала сжатия, n — показатель линии сжатия.

Для определения величины показателя линии сжатия поступаем следующим образом. Показатель истинной адиабаты равен отношению истинной теплоёмкости при постоянном давлении к истинной теплоёмкости при постоянном объёме

$$K = mC_p/(mC_v) = (mC_v + 1{,}985)/(mC_v) = 1 + 1{,}985/(mC_v). \tag{2}$$

Для определения теплоёмкостей воспользуемся законом теплоёмкостей профессора А. Н. Шелеста [1]; согласно этому закону, молекулярные теплоёмкости всех тел природы изменяются прямо пропорционально числу атомов в молекуле

(3) $$m C_v = z \alpha C_v,$$

где z — число атомов в молекуле, αC_v — величина атомной теплоёмкости.

Истинная атомная теплоёмкость равна

(4) $$\alpha C_v = 0{,}9925\,[\ln(T/98{,}1) + 1].$$

Воздух является смесью двухатомных газов, поэтому для воздуха число атомов в молекуле равно двум. Подставляя значение атомной теплоёмкости по формуле (4) и значение молекулярной теплоёмкости при постоянном объёме по формуле (3) в уравнение (2), получим расчетную формулу для определения зависимости показателя истинной адиабаты для воздуха от температуры

(5) $$K = 1 + 1/[\ln(T/98{,}1) + 1].$$

На рис. 3 показана зависимость показателя адиабаты для воздуха от температуры, построенная по уравнению (5). Там же показана зависимость молекулярных теплоёмкостей двухатомных газов от температуры. С помощью рис. 3 величина показателя линии сжатия определяется по средней температуре за период сжатия. Аналогично определяется величина показателя линии нагнетания. Средняя температура по линии нагнетания больше чем средняя температура по линии сжатия. Из за этого показатель линии нагнетания получается меньше показателя линии сжатия. В безвальных генераторах сжатых газов стенки цилиндра компрессора не охлаждаются водой, и при числе циклов выше 500 в минуту процесс сжатия приближается к адиабатическому.

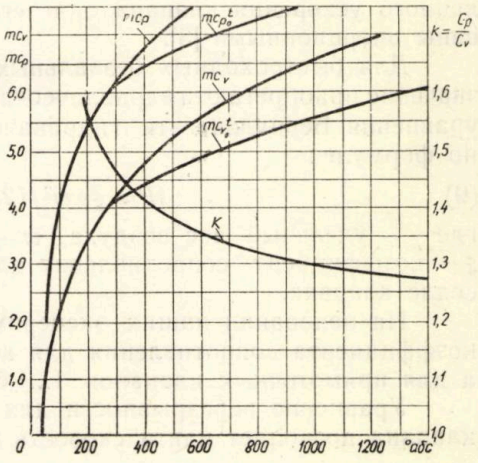


Рис. 3

Величину показателя линии сжатия не всегда требуется определять. Если подставить средний показатель, определенный по уравнению (5) в формулу (1), то получается уравнение с одним неизвестным. Для решения этого уравнения построена специальная номограмма, позволяющая найти температуру конца сжатия по известному отношению давлений в период сжатия и по начальной температуре сжатия [2].

Пренебрегая потерями в нагнетательных клапанах компрессора, можно найти давление и температуру воздуха в конце нагнетания следующим образом. При открытии нагнетательных клапанов происходит сжатие воздуха в цилиндре компрессора и в ресивере. Степень сжатия воздуха в период нагнетания с учётом обозначений на рис. 2 будет равна

(6) $$\varepsilon = (V_p + V_2)/(V_p + aV_h),$$

где V_p — объём продувочного ресивера.

Давление воздуха в конце нагнетания будет

(7) $$P_3 = P_2 \varepsilon^m,$$

где m — показатель линии нагнетания, определяемый по средней температуре процесса с помощью рис. 3.

Температура воздуха в конце нагнетания равна

(8) $$T_3 = T_2 \varepsilon^{m-1}.$$

В безвальных генераторах сжатых газов очень важно уметь определять работу компрессора с учётом потерь в клапанах. Все потери в клапанах можно разбить на три группы:

а) потери давления, связанные с необходимостью сжимать пружины клапана; эти потери были названы пружинными;

б) потери давления воздуха при его протекании по каналам клапана: эти потери были названы гидравлическими;

в) потери давления воздуха, необходимые для создания определенного ускорения клапана при его движении; эти потери были названы инерционными [3].

Для быстроходных безвальных генераторов сжатых газов особое значение приобретают гидравлические потери в клапанах. На основании уравнения Бернулли, эти гидравлические потери могут быть найдены по формуле:

(9) $$\Delta P = \xi \gamma w^2/(2.10^4 g) \text{ кг/см}^2,$$

где γ — удельный вес воздуха, w — скорость воздуха в седле клапана, ξ — коэффициент сопротивления клапана, приведенный к скорости в седле клапана.

На основании наших экспериментальных исследований, величина коэффициента сопротивления для кольцевых клапанов составляет 4...5, а для прямоточных клапанов 1...1,5.

Уравнение неразрывности для газа в цилиндре машины и в седле клапана позволяет найти скорость воздуха в седле клапана

(10) $$w = CF/f,$$

где C — скорость поршня, F — площадь поршня, f — проходное сечение клапана.

Скорость поршня безвального генератора газов является сложной функцией многих переменных. Для упрощения расчёта гидравлических сопротивлений клапана можно приближенно принять движение поршня за гармоническое колебательное. При этом допущении скорость поршня будет

(11) $$C = (\pi/2) \cdot (Sn/30) \cdot \sin\alpha = (\pi/2) \cdot C_{ср} \sin\alpha.$$

Сопротивление впускного клапана с учётом формул (10) и (11) может быть представлено в виде

(12) $$\Delta P = \xi [\gamma/(2g)] \cdot (F/f)^2 \cdot (\pi^2/4) C_{ср}^2 \sin^2\alpha.$$

Работа сопротивления впускного клапана на участке впуска будет (рис. 4)

$$(13)\qquad AL_{\text{вп}} = A\int_{\alpha_4}^{\alpha_1} \xi\,[\gamma/(2g)]\cdot(F/f)^2\cdot(\pi^2/4)\cdot F\,C_{\text{ср}}^2\,\sin^2\alpha\,\mathrm{d}\alpha.$$

Обозначим перемещение поршня от наружной мертвой точки через x (рис. 4), при этом $\cos\alpha = 1 - 2x/S$. Выразим синус через косинус $\sin\alpha = 2\sqrt{(x/S)\cdot[1-(x/S)]}$.

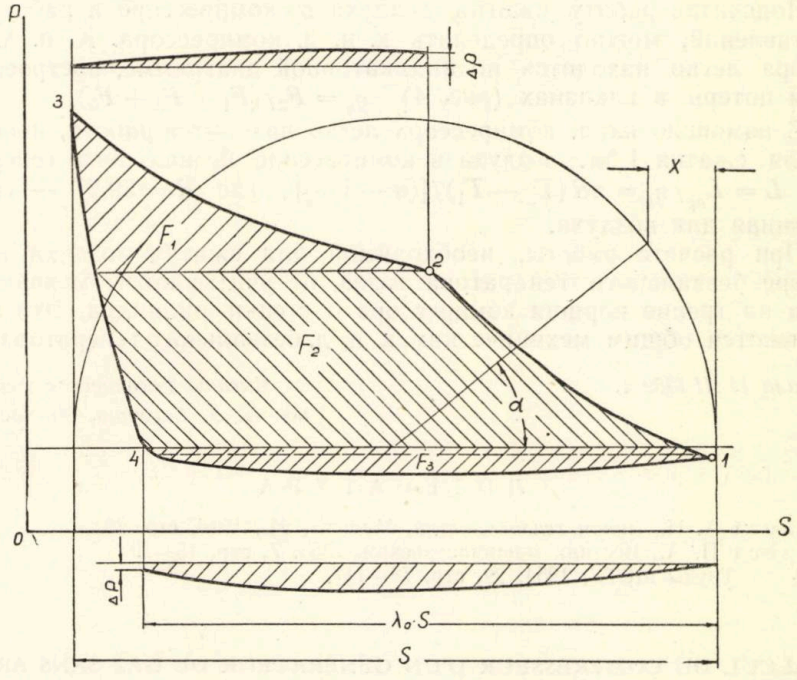


Рис. 4

Подстановка последнего выражения в уравнение (13) дает возможность подсчитать работу гидравлического сопротивления впускного клапана компрессора

$$(14)\qquad AL_{\text{вп}} = A\int_{0}^{\lambda_0 S} 4\,\xi\,[\gamma/(2g)]\cdot(F/f)^2\cdot(\pi^2/4)\,F\,C_{\text{ср}}^2(x/S - x^2/S^2)\,\mathrm{d}x.$$

После интегрирования получим

$$(15)\qquad AL_{\text{вп}} = A\xi\,[\gamma/(2g)]\cdot(F/f)^2 F\pi^2\,C_{\text{ср}}^2\,(\lambda_0^2/2 - \lambda_0^3/3)\,S.$$

Для нагнетательного клапана работа гидравлических сопротивлений может быть найдена по аналогичной формуле

$$(16) \qquad AL_{н} = A\xi_{н}\,[\gamma_{н}/(2g)]\cdot(F/f_{н})^{2}F\pi^{2}\,C_{ср}^{2}(\lambda_{н}^{2}/2 - \lambda_{н}^{3}/3)\,S,$$

где $\gamma_{н}$ — среднее значение удельного веса на линии нагнетания; $\xi_{н}$ — коэффициент сопротивления нагнетательного клапана, $\lambda_{н}$ — отношение длины хода нагнетания к полному ходу поршня.

Работа гидравлического сопротивления впускного и нагнетательного клапанов зависит от хода поршня, его скорости, длины хода нагнетания или впуска и от удельного веса воздуха, протекающего через клапан.

Подсчитав работу сжатия воздуха в компрессоре и работу всех сопротивлений, можно определить к. п. д. компрессора. К. п. д. компрессора легко находится по индикаторной диаграмме, построенной с учётом потерь в клапанах (рис. 4) $\eta_{k} = F_{2}/(F_{1} + F_{2} + F_{3})$.

С помощью к.п.д. компрессора легко находится работа, необходимая для сжатия 1 кг. воздуха в компрессоре безвального генератора газов $L = L_{ag}/\eta_{k} = nR(T_{2} - T_{1})/[(n-1)\eta_{k}]$, где $R = 29{,}27$ — газовая постоянная для воздуха.

При расчете работы, необходимой для сжатия воздуха в компрессоре безвального генератора газов, не учитывались механические потери на трение поршня компрессора о стенки цилиндра. Эти потери учитываются общим механическим к. п. д. безвального генератора газов.

Поступила 13 III 1959 г.

Высшее Техническое Училище им. Н. Э. Баумана, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Шелест А. Н., *Закон теплоёмкостей*, Машгиз, М., 1946, стр. 22.
2. Шелест П. А., Вестник машиностроения, 1958, *7*, стр. 15—20.
3. — Труды МВТУ, 1954, *29*, стр. 79—117.

CALCUL DU COMPRESSEUR D'UN GÉNÉRATEUR DE GAZ SANS ARBRE

(Résume)

L'Auteur expose le calcul du rendement du compresseur d'un générateur de gaz sans arbre et donne ensuite quelques autres formules concernant celui-ci.

CALCULUL COMPRESORULUI UNUI GENERATOR DE GAZ FĂRĂ ARBORE

(Rezumat)

Autorul, efectuînd calculul randamentului compresorului unui generator de gaz fără arbore (diagrama indicatoare din fig. 4) şi făcînd abstracţie de pierderile mecanice uşor de determinat, produse prin frecarea pistonului de pereţii cilindrului, determină lucrul mecanic necesar pentru compresia într-un astfel de compresor — de importanţă vădită în tehnica actuală — a 1 kg aer.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

536.21

DETERMINAREA CONDUCTIVITĂŢII TERMICE ŞI A CĂLDURII SPECIFICE A SOLURILOR AGRICOLE ÎN FUNCŢIE DE UMIDITATEA LOR

DE

TEODOR CÂMPAN şi IUSTIN BENDESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Problema şi metoda de lucru

Problema urmărită de către autori în această lucrare o constituie determinarea experimentală a parametrilor termici (conductivitatea termică şi căldura specifică) ai solurilor arabile, în funcţie de umiditatea lor, în vederea unor cercetări mai adînci privind procesul de pătrundere a căldurii prin păturile superficiale ale solurilor, respectiv pierderea de căldură către atmosferă.

Pe lîngă interesul pur teoretic de cunoaştere a proprietăţilor termice ale solurilor ca material tehnic, autorii cred că aceste cercetări prezintă oarecare importanţă şi din punct de vedere agrotehnic.

În general, în literatura de specialitate ce le-a stat la dispoziţie autorii au aflat foarte puţine şi destul de incomplete date experimentale asupra acestor mărimi. Iar în ce priveşte solurile romîneşti, asemenea date pare că lipsesc cu totul.

Metoda de determinare a conductivităţii termice a materialului este cea a temperaturilor de contact, metodă dezvoltată şi verificată de către unul din autori în laboratorul de Termotehnică al Institutului politehnic din Iaşi, metodă care a fost descrisă într-o lucrare anterioară [1]. Pe lîngă faptul că este foarte expeditivă, această metodă prezintă avantajul deosebit că nu necesită ca materialul de cercetat să fie prezentat în probe de formă specială.

În cazul de faţă, materialul lutos se află în recipiente (oale) cilindrice de aluminiu, procurate din comerţ, care au un diametru de 17 cm şi înălţimea de 15 cm.

Fig. 1 reprezintă schema dispozitivului experimental în momentul citirii valorilor temperaturii de contact pentru calcularea conductivităţii

termice, unde A—vas de aluminiu; B—pămînt de cercetat; M — corp de măsură (din marmoră); m — mîner ce permite transportul comod al corpului de măsură M; 1 — cuplu termoelectric pentru determinarea temperaturii de contact; $2, 3, 4, 5 \ldots$ — cupluri termoelectrice pentru verificarea încălzirii uniforme a corpului de măsură M; T—cuplu termoelectric pentru determinarea temperaturii inițiale a materialului de cercetat.

Corpul de măsură M este încălzit mai întîi în mod uniform, într-un rezervor special, pînă la temperatura t_1. Pentru a realiza mai ușor această încălzire uniformă, corpul de măsură este alcătuit din patru plăci de marmoră cu grosime de cca 25...30 mm fiecare, șlefuite, așezate unele peste altele, între ele fiind așezate fire metalice ce pot fi alimentate cu curent electric. Controlul temperaturii uniforme este făcut cu ajutorul a 7 cupluri termoelectrice, așezate la distanțe aproximativ egale între ele pe axul vertical al corpului de măsură.

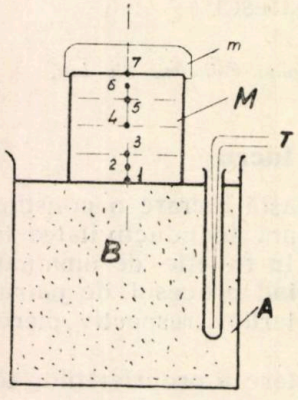


Fig. 1

Pentru evitarea prezenței păturilor de aer printre plăcile de marmoră acestea sînt fixate într-un cadru metalic și strînse cu ajutorul unor șuruburi. Lateral și la partea superioară, corpul de măsură este izolat termic cu foi de asbest. La partea plană inferioară, de masa de marmoră este lipită, cu ajutorul unei soluții de adezin, o foaie metalică cu grosimea de 0,25 mm. Această foaie metalică este împărțită prin tăiere într-un disc central, cu diametrul de 40 mm și o placă inelară, distanța dintre ele (lărgimea tăieturii) fiind de cca 1 mm. Discul central, pe partea către masa de marmoră, poartă cuplul termoelectric 1, care servește atît la măsurarea temperaturii de contact t_m cît și la verificarea temperaturii inițiale t_1 a corpului M împreună cu celelalte cupluri.

Corpul de probă, în cazul de față pămîntul B din recipientul A, este lăsat într-un loc liniștit timp mai îndelungat, pînă ce ia o temperatură uniformă oarecare $t_2 < t_1$, controlată cu ajutorul cuplului termoelectric T.

În momentul cînd se constată încălzirea uniformă a corpului de măsură M la temperatura t_1 acesta se așează cît se poate de repede și apăsat peste corpul de probă B, în așa mod încît foaia metalică să formeze suprafețe de separare între ele. Dacă contactul la suprafețele de separare—adică la foaia metalică (de ambele părți)—este perfect, atunci temperatura acestei suprafețe, adică temperatura foii metalice, capătă o valoare t_m ($t_1 > t_m > t_2$), care rămîne constantă pe o durată de aproximativ 7...8 minute.

În cazul cînd cele două corpuri aduse la contact ar avea întindere infinită, temperatura de contact t_m ar rămîne constantă pînă la nivelarea completă a temperaturilor lor.

Notînd cu $\vartheta_1 = t_1 - t_2$ scăderea temperaturii la suprafaţa de contact faţă de corpul de măsură M şi cu $\vartheta_2 = t_m - t_2$, ridicarea temperaturii la aceeaşi suprafaţă faţă de corpul de probă B, atunci conductivitatea termică λ_2 a corpului de probă este dată de relaţia

$$\lambda_2 = (\vartheta_1 / \vartheta_2)^2 \, [\lambda_1 c_1 \gamma_1 / (c_2 \gamma_2)] , \tag{1}$$

În această relaţie λ_1, c_1 şi γ_1 reprezintă, respectiv, conductivitatea termică, căldura specifică şi greutatea specifică a corpului de măsură M, cunoscute, iar c_2 şi γ_2 reprezintă respectiv căldură specifică şi greutatea specifică a corpului de probă, care sînt măsurate după metodele clasice. Anume, din greutatea cantităţii de pămînt B şi volumul ocupat de aceasta în recipientul A se calculează direct greutatea specifică γ_2, iar căldura specifică c_2 se determină cu calorimetrul, după metoda amestecurilor. Dar spre deosebire de procedeul obişnuit, pentru a se evita evaporarea puternică prin încălzire a pămîntului de cercetat, acesta este introdus de la rece în calorimetru, care a fost încălzit în prealabil pînă la o temperatură cuprinsă între 26...30° C.

Condiţia indispensabilă pentru ca relaţia (1) să poată fi utilizată este ca contactul la suprafaţa de separare între corpul de măsură M şi corpul de probă B să fie perfect, fiindcă numai în acest caz temperatura suprafeţei de separare t_m ajunge la valori constante. Anume, în primele minute după realizarea contactului, pe de o parte din cauză că foaia metalică se răceşte mai repede decît masa de marmoră de care este lipită, iar pe de altă parte din cauză că în timpul transportului de la sistemul de încălzire pînă la aşezarea pe corpul B, aceeaşi foaie metalică pierde o mică cantitate de căldură către aerul atmosferic, temperatura de contact este ceva mai mică decît t_m. Însă după maximum 4 minute de la realizarea contactului, echilibrul fluxului de căldură prin suprafaţa de separare este stabilit, iar temperatura acestei suprafeţe capătă valoarea constantă t_m, pentru un timp de mai multe minute. După această durată efectul pierderilor laterale de căldură se face resimţit şi în zona centrală a sistemului, rezultînd o scădere lentă cu timpul, a temperaturii t_m.

Valorile temperaturii t_m, valabile pentru calculul conductivităţii λ, sînt cele luate după 4 minute de la realizarea contactului.

Contacte perfecte se pot realiza uşor însă numai dacă corpul de probă B este plastic, cum este cazul solurilor umede, al nisipului sau al lichidelor. Cînd corpul de probă este solid, chiar la cea mai bună şlefuire a suprafeţei lui, contactul în genere nu mai este perfect, adică între suprafaţa corpului de măsură şi cea a corpului de probă rămîne o pătură de aer, termic izolantă, care are ca efect faptul că valorile temperaturii t_m citite sînt mai mari decît cele reale, şi nu mai sînt constante în timp (practic se observă o scădere continuă în timp a temperaturii t_m). Pentru a evita acest neajuns, adică pentru a asigura contactul perfect şi în cazul corpurilor de probă solide, s-au aplicat pe suprafaţa acestora, cu cîteva secunde înainte de realizarea contactului, pături foarte subţiri plastice, făcute fie din pămînt muiat în apă, fie

din făină de grîu cu apă. Experienţa a arătat că aplicarea unor asemenea straturi plastice subţiri nu exercită nici o influenţă asupra temperaturii de contact t_m reale.

Valorile diferenţelor de temperatură ϑ_1 şi ϑ_2 se citesc, în diviziuni la scară cu ajutorul unui galvanometru, cu spot luminos, avînd sensibilitatea de cca. $3{,}1.10^{-7}$ A/div. Precizia acestei metode este de $\pm 2\%$ în valorile conductivităţii λ.

2. Rezultate şi interpretarea lor.

Drept corpuri de probă au fost luate următoarele soluri din stratul *A*:

1. sol cenuşiu de pădure, slab podzolit, pe marnă,
2. sol cenuşiu de pădure, puternic podzolit pe marnă,
3. marnă sarmatică,
4. sol aluvionar de Bahlui,
5. sol negru de cultură din Grădina Botanică a Universităţii „Al. I. Cuza", Iaşi.

Tabelul 1

Nr. crt.	Material	W %	c (kcal/kg °C)	îndesat γ (kg/m³)	îndesat λ (kcal/m h°C)	afînat γ (kg/m³)	afînat λ (kcal/m h°C)
1	Sol cenuşiu de pădure, puternic podzolit	0	0,136	1621	0,670	1105	0,232
		5	0,176	1624	0,714	1103	0,302
		10	0,216	1640	0,802	1066	0,393
		15	0,256	1682	0,878	1054	0,486
		20	0,296	1751	1,058	1039	0,623
2	Sol cenuşiu de pădure, slab podzolit	0	0,186	1709	0,513	1121	0,180
		5	0,228	1714	0,578	1141	0,225
		10	0,270	1733	0,645	1173	0,232
		15	0,314	1783	0,743	1123	0,362
		20	0,354	1859	0,856	1081	0,480
3	Sol aluvionar de Bahlui	0	0,153	1612	0,447	1130	0,124
		5	0,220	1617	0,530	1215	0,172
		10	0,288	1620	0,577	1194	0,204
		15	0,355	1656	0,635	1149	0,314
		20	0,423	1680	0,717	1187	0,417
4	Marnă sarmatică	0	0,182	2166	0,766		
		5	0,219	2165	0,797		
		10	0,256	2145	0,823		
		15	0,293	2044	0,849		
		20	0,330	1940	0,881		
5	Sol negru din Grădina Botanică	0	0,240	1451	0,722		
		5	0,292	1477	0,791		
		10	0,344	1548	0,842		
		15	0,396	1150	0,951		
		20	0,448	1593	1,636		

În mai multe recipiente, de volume egale, au fost pregătite din fiecare sol cîte două probe şi anume: una cu pămînt afînat, cu granulaţie mică, obişnuită, ca la ţărîna din brazda bine prelucrată, iar a doua cu pămînt îndesat. La solul negru din Grădina Botanică, care este foarte uşor, îndesarea a fost realizată prin inundarea completă cu apă a probei. Nu s-a preparat proba afînată la marna sarmatică, care prin însăşi natura ei este un pămînt foarte îndesat.

Conductivitatea termică λ şi greutatea specifică γ au fost determinate pentru diferite umidităţi ale probelor. Umiditatea este socotită aici în procente de greutate apă la greutatea totală a probei umede. Adică, dacă A reprezintă greutatea apei aflată într-o probă oarecare, a cărei greutatea este G, atunci umiditatea în procente, utilizată aici, este:

$$W = 100\,A/G.$$

Căldura specifică a fost determinată o dată pentru proba umedă şi a doua oară pentru proba complet uscată. Întrucît căldura specifică, pentru aceeaşi probă, variază relativ puţin de la starea uscată la starea umedă, în cele ce urmează s-a admis o variaţie liniară a lui c cu umiditatea. În acest mod valorile căldurilor specifice pentru punctele de măsură intermediare au fost calculate prin interpolare.

Determinările efectuate sînt redate sistematic în tabelul 1.

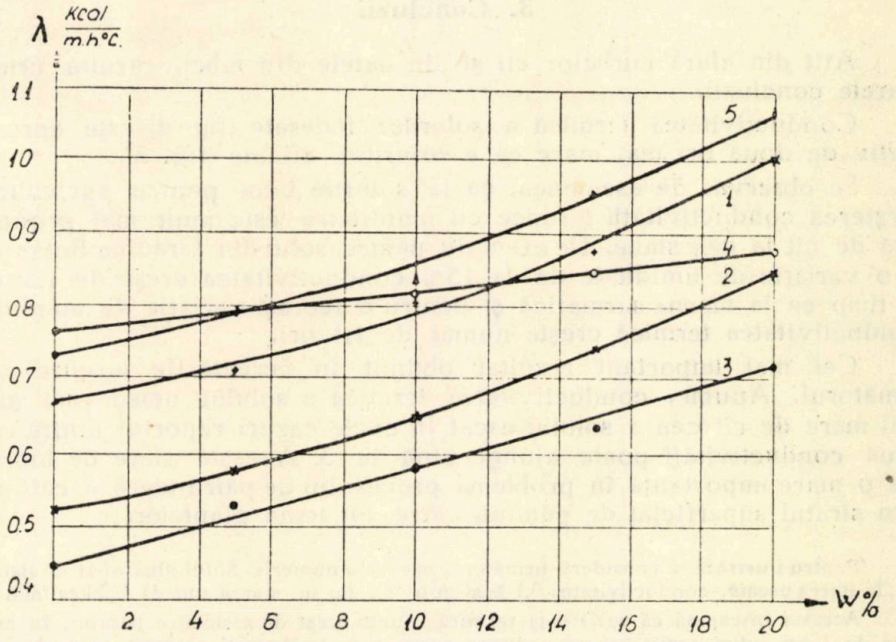


Fig. 2.

Pentru a scoate în evidenţă mersul fenomenului, aceste rezultate sînt reprezentate şi prin curbele din fig. 2 (soluri îndesate) şi fig. 3 (soluri afînate); numerotarea curbelor este corespunzătoare numerotării din tabelul 1.

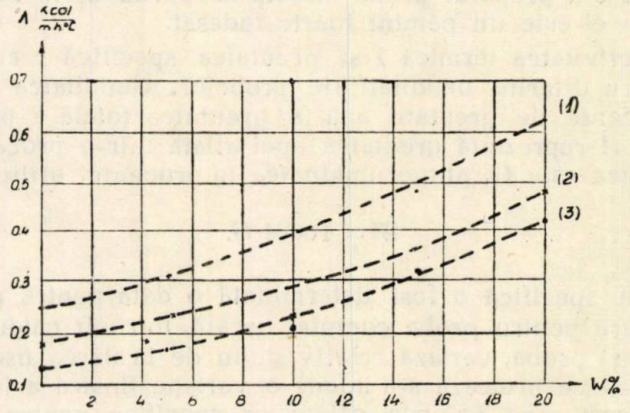


Fig. 3

3. Concluzii

Atît din alura curbelor cît şi din datele din tabel, rezultă următoarele concluzii.

Conductivitatea termică a solurilor îndesate (fig. 2) este aproximativ de două ori mai mare ca a solurilor afînate (fig. 3).

Se observă, de asemenea, că la solurile bune pentru agricultură creşterea conductivităţii termice cu umiditatea este mult mai pronunţată de cît la cele slabe. De exemplu, pentru solul din Grădina Botanică, la o variaţie de umiditate de la 15% conductivitatea creşte de 1,36 ori în timp ce la marna sarmatică şi pentru o aceeaşi variaţie de umiditate conductivitatea termică creşte numai de 1,1 ori.

Cel mai important rezultat obţinut în cercetările noastre este următorul. Anume, conductivitatea termică a solului umed este mult mai mare de cît cea a solului uscat. În unele cazuri raportul dintre cele două conductivităţi poate ajunge pînă la 3. Această stare de lucruri are o mare importanţă în problema procesului de pătrundere a căldurii prin stratul superficial de pămînt, către rădăcina plantelor.

Pentru ilustrare se consideră următorul exemplu numeric. Solul aluvionar de Bahlui are, în starea uscată, conductivitatea 0,1 kcal/m h °C, iar în starea umedă 0,3 kcal/m h °C.

Aceasta înseamnă că rezistenţa termică a unui strat de asemenea pămînt, în grosime de 2 cm, adică rezistenţa ce o opune acest strat străbaterii căldurii prin el, este: pentru starea uscată 0,200 m² h °C/kcal, iar pentru starea umedă 0,066 m² h °C/kcal

Cu alte cuvinte ca prin acest strat (gros de 2 cm) să străbată un flux de căldură de 50 kcal/m² h trebuie să existe între cele două margini ale stratului, în starea uscată, o diferenţă de temperatură de 10°C, iar în starea umedă o diferenţă de temperatură de numai 3,333°C, sau prin acelaşi strat de pămînt, între margini fiind stabilită diferenţa de temperatură constantă de 3,333°C, în starea umedă vor străbate prin el 50 kcal/m² h, pe cînd în starea uscată numai 16,666 kcal/m² h, adică de 3 ori mai puţin.

Urmează deci că straturile de pămînt uscate, de la suprafaţa solului, au rol de frînare sau de regulator asupra străbaterilor excesive de căldură către interior, în timpul zilei, cînd arşiţa soarelui este mai puternică, cît şi din interior către atmosfera rece din timpul nopţii. Acest rol de regulator, obţinut prin variaţia conductivităţii termice a straturilor de pămînt, în funcţie de umiditate, afectează nu numai temperatura şi consumul de energie calorică la rădăcina plantelor, ci şi procesul de evaporare a apei din pămînturile mai adînci. Este uşor de văzut că pe lîngă alte proprietăţi şi acest fenomen termic are o strînsă legătură cu ceea ce înţeleg agricultorii prin spusele: *anumite plante cer un anumit sol.*

Considerăm că atît rezultatele obţinute cît şi interpretarea lor pot fi de un real folos pentru specialiştii din agricultură.

Autorii mulţumesc pe această cale tov. prof. dr. N. Bucur de la Institutul agronomic „Ion Ionescu de la Brad" pentru sprijinul dat la alegerea probelor de soluri.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Termotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Câmpan T., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, **3** (**7**), *3—4*, pp. 215—222.
2. Михеев М. А., *Основы теплопередачи*, ГЭИ, М.-Л., 1956.
3. Schmidt E., *Einführung in die technische Thermodynamik*, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1956.
4. * * * *Теплотехнический справочник*, М.-Л., 1957.
5. Чиркин В. С., *Теплопроводность промышленных материалов*, Машгиз, М., 1957.
6. Câmpan T., Simionescu A., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **2** (**6**), *3—4*, pp. 283—291.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И СПЕЦИФИЧЕСКОЙ ТЕПЛОТЫ ПАХОТНОЙ ЗЕМЛИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕЕ ВЛАЖНОСТИ

(Резюме)

Даны результаты измерений теплопроводности и специфической теплоты ряда сортов пахотной земли в зависимости от их влажности и компактности. Специфическая теплота определялась по классическому методу а теплопроводность — по методу контактных температур.

Полученные результаты указывают на почти двойной рост проводности от сухого состояния до 20%-ной влажности и почти тройной рост тех же величин от рыхлого к твердому состояниям.

DIE BESTIMMUNG DER WÄRMELEITFÄHIGKEIT UND DER SPEZIFISCHEN WÄRME VERSCHIEDENER SORTEN VON PFLANZENERDE IN ABHÄNGIGKEIT VON DER FEUCHTIGKEIT

(Zusammenfassung)

Es werden die Messergebnisse der Wärmeleitfähigkeit und der spezifischen Wärme einiger Sorten von Pflanzenerde in Abhängigkeit vor deren Feuchtigkeit und Verdichtungsgrade vorgestellt.

Die spezifische Wärme wurde nach der klassischen Methode bestimmt, während die Wärmeleitfähigkeit — nach der Methode der Kontakttemperaturen.

Die erhaltenen Messergebnisse zeigen eine etwa doppelte Zunahme der Wärmeleitfähigkeit von trockenen bis zum zwanzig prozent Wassergehalt feuchten Zustande und eine etwa dreifache Zunahme derselben Grösse von lockeren zum dichten Zustande vor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3-4 1959

624.04

SUR LA DISTRIBUTION DES EFFORTS INTÉRIEURS PENDANT LES SURCHARGES DES PIÈSES SOLLICITÉES PAR UNE COMPRESSION EXCENTRIQUE

PAR

M. HANGAN

Note présentée à la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, le 26—29 Juin 1958

1. Les calculs courants des constructions sont faits dans l'hypothèse d'une liaison linéaire entre les efforts intérieurs et les déformations. Dans l'hypothèse qu'il existerait une liaison de forme plus générale entre les efforts intérieurs et les déformations des pièces, le problème qui se pose est celui de connaître la distribution des efforts unitaires dans les diverses régions d'une pièce chargée, pendant les surcharges. Nous chercherons premièrement, dans la section d'une pièce, les points caractérisés par une liaison linéaire entre les efforts extérieurs et les efforts unitaires, et en même temps, nous chercherons à séparer les régions où les efforts unitaires grandissent moins que proportionnellement ou plus que proportionnellement aux charges extérieures.

Admettons la liaison entre l'effort unitaire y et la charge x d'une pièce exprimée par la relation

$$y = f(x), \tag{1}$$

où les valeurs de y et de x sont croissantes en même temps. On peut étudier la façon dont l'effort unitaire varie dans un point de la pièce en fonction de la charge ou de l'effort extérieur x, en même temps que l'expression d^2y/dx^2. Pour $d^2y/dx^2<0$ les efforts unitaires grandissent moins que proportionnellement à x (la concavité de la courbe $y = f(x)$ est orientée vers les y négatifs), (courbe α — fig. 1) ; pour $d^2y/dx^2 > 0$ les efforts unitaires intérieurs grandissent plus que proportionnellement à la charge x, (courbe β — fig. 1) ; $d^2y/dx^2 = 0$ correspond aux points d'inflexion de la courbe $y = f(x)$; ce sont les points pour lesquels, aux surcharges, les efforts unitaires restent proportionnels aux surplus de charges (courbe γ — fig. 1).

Dans ce qui suit, nous examinerons surtout le développement des efforts unitaires soit dans les points les plus chargés de la section d'une pièce, soit sur le contour de la section.

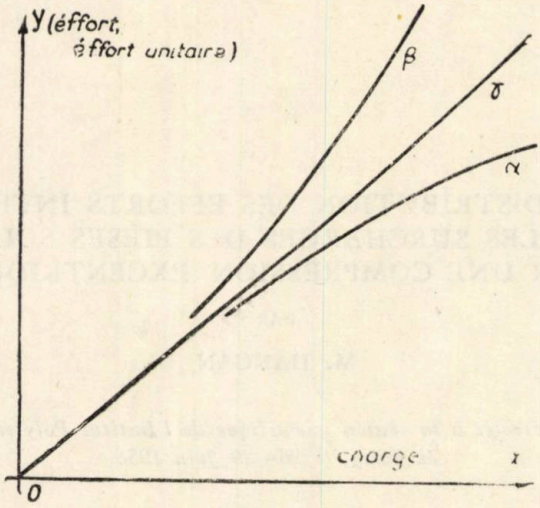


Fig. 1

2. Soit d'abord la section d'une pièce dans laquelle les efforts unitaires se développent symétriquement par rapport à l'axe neutre mais sans que la loi de la proportionnalité entre les efforts et les déformations soit valable (fig. 2).

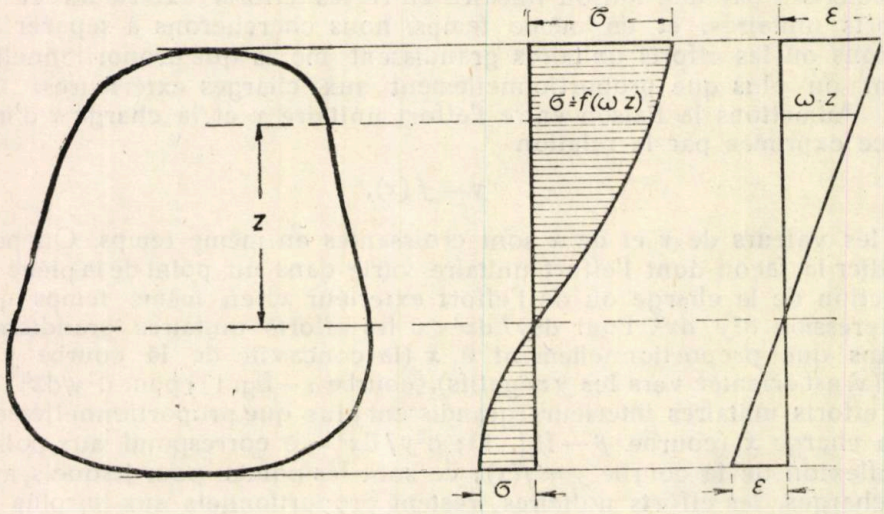


Fig 2

Sous une forme générale on peut exprimer la liaison entre les efforts unitaires et les déformations par la forme impaire de la résistance

$$\sigma = \sum_0^\infty a_i \omega^i z^i = \sum_0^\infty a_i \varepsilon^i, \tag{2}$$

où nous avons noté par : ω — l'angle de rotation de deux sections de la pièce à une distance égale à l'unité, $a_i = 0$ pour les valeurs paires de i, z — distance d'un point de la section à l'axe neutre, ε — déformation d'une fibre de la pièce au point z.

En utilisant les relations d'équilibre :

$$N = \int_A \sigma \mathrm{d}A, \quad M = \int_A \sigma z \mathrm{d}A,$$

nous obtiendrons :

$$N = \sum_1^\infty a_i \int_A \omega^i z^i \,\mathrm{d}A = \sum_1^\infty a_i \omega^i \int z^i \,\mathrm{d}A,$$

$$M = \sum_1^\infty a_i \int \omega^i z^{i+1} \,\mathrm{d}A = \sum_1^\infty a_i \omega^i \int z^{i+1} \,\mathrm{d}A, \; i = 2p+1, \tag{3}$$

ou les intégrales sont relatives à la section entière ; les sommes se réfèrent à tous les termes de la série.

On introduit les notations :

$$\int z^0 \,\mathrm{d}A = A = I_0, \int z^1 \,\mathrm{d}A = S = I_1, \int z^2 \,\mathrm{d}A = I = I_2, \int z^i \,\mathrm{d}A = I_i, \quad (i > 2). \tag{4}$$

Les relations (3) deviendront alors :

$$N = \sum_1^\infty a_i \omega^i I_i, M = \sum_1^\infty a_i \omega^i I_{i+1}, \tag{5}$$

ou encore

$$N = a_1 \omega I_1 + a_3 \omega^3 I_3 + \ldots, \quad M = a_1 \omega I_2 + a_3 \omega^3 I_4 + \ldots \tag{5'}$$

Dans l'hypothèse que le moment fléchissant subit un accroissement par la force axiale N ou par son excentricité, nous allons étudier le signe de l'expression $\mathrm{d}^2\sigma / \mathrm{d}M^2$ qui caractérise le comportement de l'effort unitaire σ dans diverses régions de la section par la surcharge survenue.

σ et M sont des fonctions implicites de ω de façon à avoir

$$\mathrm{d}^2\sigma / \mathrm{d}M^2 = [(\mathrm{d}^2\sigma / \mathrm{d}\omega^2) \cdot (\mathrm{d}M / \mathrm{d}\sigma) - (\mathrm{d}\sigma / \mathrm{d}\omega) \cdot (\mathrm{d}^2M / \mathrm{d}\omega^2)] / (\mathrm{d}M / \mathrm{d}\omega)^3.$$

De (2) et (5') on déduit

$$d\sigma / d\omega = \sum_1^\infty (i a_i \omega^{i-1} z^i), \qquad d^2\sigma / d\omega^2 = \sum_1^\infty [i(i-1) a_i \omega^{i-2} z^i],$$

$$dM / d\omega = \sum_1^\infty (i a_i \omega^{i-1} I_{i+1}), \qquad d^2 M / d\omega^2 = \sum_1^\infty [i(i-1) a_i \omega^{i-2} I_{i+1}].$$

En retenant les termes $i = 1$ et $i = 3$ nous obtiendrons

$$d^2\sigma / dM^2 = 6 a_1 a_3 \omega z (I_2 z^2 - I_4) / (a_1 I_2 + 3 a_3 \omega^2 I_4)^3. \tag{6}$$

Les quantités a_1 et $(a_1 I_2 + 3 a_3 \omega^2 I_4)$ sont toujours positives, tandis que $a_3, \omega z, (I_2 z^2 - I_4)$ peuvent avoir les signes $\pm$. De ces considérations il en résulte la discussion qui suit:

a_3	ωz	$I_2 z^2 - I_4$	$d^2\sigma / dM^2$	L'accroissement de l'effort unitaire
+	+	−	< 0	Reste sous les valeurs de proportionnalité
−	+	+	< 0	
+	+	+	> 0	Dépasse les valeurs de proportionnalité
−	+	−	> 0	

Nous étudierons dans ce qui suit le signe de l'expression:

$$F_1 = I_2 z^2 - I_4 \tag{7}$$

et les expressions

$$I_{x^4} = \int y^4 \, dA, \quad I_{x^3y} = \int xy^3 \, dA, \quad I_{x^2y^2} = \int x^2 y^2 \, dA, \quad I_{xy^3} = \int x^3 y \, dA, \quad I_{y^4} = \int x^4 \, dA.$$

Pour des axes parallèles on aura:

$$I'_{x^4} = \int (y+b)^4 \, dA = I_{x^4} + 4b I_{x^3} + 6b^2 I_{x^2} + 4b^3 S_x + b^4 A,$$

$$I'_{x^3y} = \int (x+a)(y+b)^3 \, dA = I_{x^3y} + a I_{x^3} + 3b I_{x^2y} + 3ab I_{x^2} + 3b^2 I_{xy} + b^3 S_y + 3ab^2 S_x + ab^3 A,$$

$$I'_{x^2y^2} = \int (x+a)^2 (y+b)^2 \, dA = I_{x^2y^2} + 2a I_{x^2y} + 2b I_{xy^2} + a^2 I_{x^2} + 4ab I_{xy} + b^2 I_{y^2} + 2a^2 b S_x + 2ab^2 S_y + a^2 b^2 A,$$

$$I'_{xy^3} = \int (x+a)^3 (y+b)\, dA = I_{xy^3} + bI_{y^3} + 3a\, I_{xy^2} + 3ab\, I_{y^2} + 3a^2 I_{xy} +$$
$$+ a^3 S_x + 3a^2 b\, S_y + a^3 bA,$$
$$I'_{y^4} = \int (x+a)^4\, dA = I_{y^4} + 4a\, I_{y^3} + 6a^2 I_{y^2} + 4a^3 S_y + a^4 A.$$

Si nous émettons l'hypothèse que les axes Ox et Oy passent par le centre de gravité de la section, les relations précédentes se simplifieront de la manière suivante:

$$\begin{cases} I'_{x^4} = I_{x^4} + 6b^2 I_{x^2} + b^4 A, \\ I'_{x^3y} = 3ab\, I_{x^2} + ab^3 A, \\ I'_{x^2y^2} = I_{x^2y^2} + a^2 I_{x^2} + b^2 I_{y^2} + a^2 b^2 A, \\ I'_{xy^3} = 3ab\, I_{x^2} + a^3 bA, \\ I'_{y^4} = I_{y^4} + 6a^2 I_{y^2} + a^4 A. \end{cases}$$

Passons dans la relation (7) au centre de gravité de la section; on a alors

$$F_1 = (I_{x^2} + b^2 A)\, z^2 - \tag{8}$$
$$- (I_{x^4} + 6b^2 I_{x^2} + b^4 A).$$

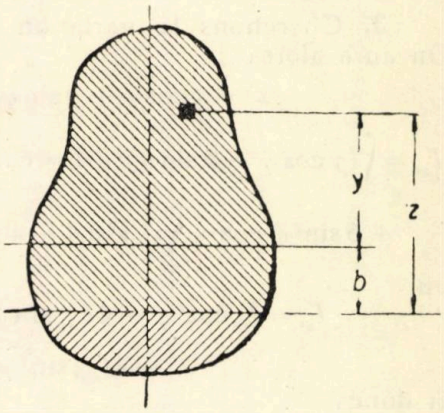


Fig. 3

L'expression (8) sera nulle pour

$$z = \sqrt{(I_{x^4} + 6b^2 I_{x^2} + b^4 A) / (I_{x^2} + b^2 A)}.$$

Compte tenu de la fig. 3 nous aurons $z = y + b$ ou $y = z - b$ et il en résulte

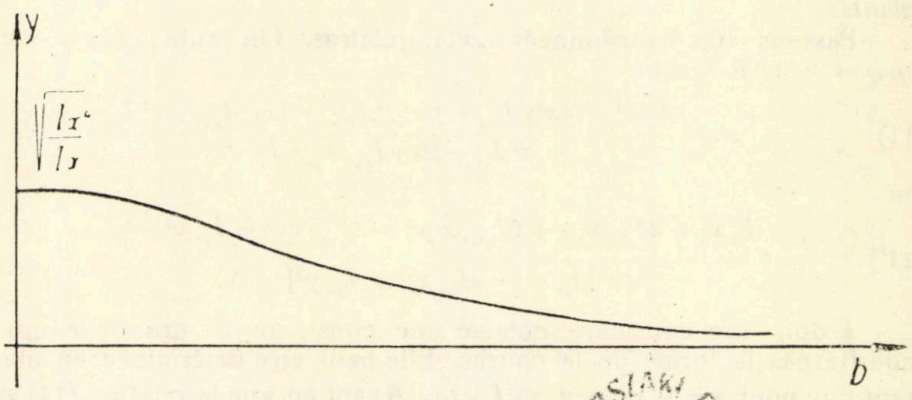


Fig. 4

STANISŁAW KOZIEŁ

$$(9) \qquad y = \sqrt{(I_{x^4} + 6b^2 I_{x^2} + b^4 A)/(I_{x^2} + b^2 A)} - b.$$

y varie entre zéro (pour $b \to \infty$, donc compression axiale) et $y = \sqrt{I_{x^4}/I_{x^2}}$ (pour $b = 0$, donc flexion simple).

De même, on a

$$y' = [A^2 b^5 + 2A I_{x^2}^2 b^3 + (6I_{x^2}^2 - A I_{x^4}) b] / [(I_{x^2} + b^2 A)^{3/2} \sqrt{I_{x^4} + 6b^2 I_{x^2} + b^4 A}] - 1.$$

Pour $b = 0$, $y' = 0$ et pour $b \to \infty$, $y' = 0$.

La variation de y en fonction de b est représentée dans la fig. 4.

3. Cherchons la variation de I_x lorsqu'on fait tourner les axes, On aura alors :

$$x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi, \qquad y' = y\cos\varphi - x\sin\varphi,$$

$$I'_{x^4} = \int (y\cos\varphi - x\sin\varphi)^4 \, dA = \cos^4\varphi \int y^4 \, dA - 4\sin\varphi\cos^3\varphi \int xy^3 \, dA +$$

$$+ 6\sin^2\varphi\cos^2\varphi \int x^2 y^2 \, dA - 4\sin^3\varphi\cos\varphi \int x^3 y \, dA + \sin^4\varphi \int x^4 \, dA,$$

ou

$$I'_{x^4} = I_{x^4}\cos^4\varphi - 4I_{x^3y}\sin\varphi\cos^3\varphi + 6I_{x^2y^2}\sin^2\varphi\cos^2\varphi -$$

$$- 4I_{xy^3}\sin^3\varphi\cos\varphi + I_{y^4}\sin^4\varphi$$

et donc :

$$(10) \qquad z^2 = \frac{I'_{x^4}}{I'_{x^2}} = \frac{I_{x^4}\cos^4\varphi - 4I_{x^3y}\sin\varphi\cos^3\varphi + 6I_{x^2y^2}\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{I_{x^2}\cos^2\varphi - 2I_{xy}\sin\varphi\cos\varphi + I_{y^2}\sin^2\varphi} +$$

$$+ \frac{- 4I_{xy^3}\sin^3\varphi\cos\varphi + I_{y^4}\sin^4\varphi}{I_{x^2}\cos^2\varphi - 2I_{xy}\sin\varphi\cos\varphi + I_{y^2}\sin^2\varphi}$$

L'équation (10) représente en coordonées polaires (z, φ) la courbe de variations du contour que nous pourrons nommer *contour d'adaptabilité.*

Passons aux coordonneés rectangulaires. On aura : $\cos\varphi = x/z$, $\sin\varphi = y/z$; il résulte

$$(11) \qquad z^4 = \frac{I_{x^4}x^4 - 4x^3y\, I_{x^3y} + 6x^2y^2 I_{x^2y^2} - 4xy^3 I_{xy^3} + y^4 I_{y^4}}{x^2 I_{x^2} - 2xy\, I_{xy} + y^2 I_{y^2}}$$

ou

$$(11') \qquad I_{x^4}x^4 - 4I_{x^3y}x^3y + 6I_{x^2y^2}x^2y^2 - 4I_{xy^3}xy^3 + I_{y^4}y^4 -$$

$$- z^4[I_{x^2}x^2 - 2I_{xy}xy + I_{y^2}y^2] = 0.$$

z doit être considéré comme une constante de grandeur qui ne modifie pas la forme de la courbe. Elle peut être déterminée en observant que pour $x = 0$ on a $y = \sqrt{I_{x^4}/I_{x^2}}$. Ayant en vue la relation (11) on a

(12) $$I_{y^4}\, y^4 - z^4 I_{y^2}\, y^2 = 0,$$

ou bien

(12′) $$z^4 = (I_{y^4}/I_{y^2})\, y^2 = I_{x^4} I_{y^4}/(I_{x^2} I_{y^2}).$$

L'équation définitive de la courbe est donc:

(13) $$I_{x^4} x^4 - 4I_{x^3y} x^3 y + 6I_{x^2y^2} x^2 y^2 - 4I_{xy^3} xy^3 + I_{y^4} y^4 - \\ - [I_{x^4} I_{y^4}/(I_{x^2} I_{y^2})]\,[I_{x^2} x^2 - 2I_{xy}\, xy + I_{y^2} y^2] = 0.$$

Dans ce cas l'origine des axes n'est pas dans le centre de gravité de la section, mais sur l'axe neutre de la section.

4. Appliquons les formules précédentes dans un cas de flexion simple, pour une section rectangulaire (fig. 5). Nous aurons:

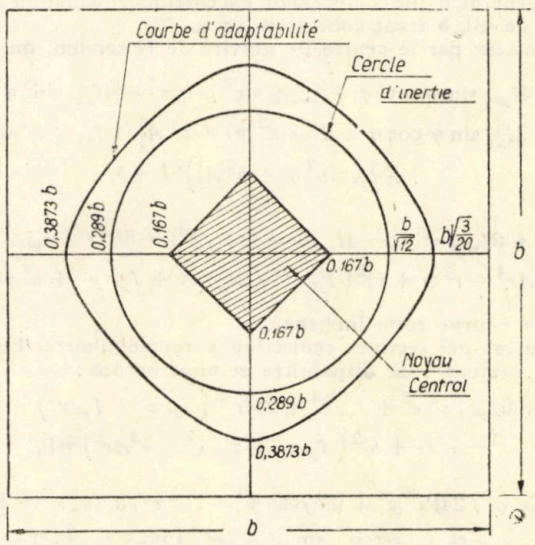


Fig. 5

$$I_{x^4} = \int y^4\, \mathrm{d}A = \int_{-h/2}^{h/2} b y^4\, \mathrm{d}y = bh^5/80, \quad I_{y^4} = b^5 h/80, \quad I_{x^3y} = \int xy^3\, \mathrm{d}A = 0,$$

$$I_{x^2y^2} = \int x^2 y^2\, \mathrm{d}A = b^3 h^3/144, \quad I_{xy^3} = \int xy^3\, \mathrm{d}A = 0, \quad I_{x^2} = bh^3/12, \quad I_{xy} = 0,$$

$$I_{y^2} = b^3 h/12.$$

De la relation (13) on en déduit:

$$(h^2/b^2)\, x^4 + (10/3)\, x^2 y^2 + (b^2/h^2)\, y^4 - (3/20)\,(h^2 x^2 + b^2 y^2) = 0.$$

D'où, pour $x = 0$, $y = \pm \sqrt{3/20}\, h \approx \pm 0{,}3873h$ et pour $y = 0$, $x = \pm \sqrt{3/20}\, b \approx \approx \pm 0{,}3873b$.

Introduisons la notation $h = b \operatorname{tg} \alpha$; on a alors:

$$x^4 \operatorname{tg}^2 \alpha + (10/3)\, x^2 y^2 + y^4 \cos^2 \alpha - (3/20)\, b^2 (x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + y^2) = 0$$

et

$$m = \frac{b\sqrt{3/20}\,.\,h\sqrt{3/20}}{\sqrt{(3/20)\,b^2 + (3/20)\,h^2}} = \frac{bh}{\sqrt{b^2 + h^2}}\sqrt{\frac{3}{20}} = b\sqrt{\frac{3}{20}}\,.\,\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}},$$

$$y = x \operatorname{cotg} \alpha = bx/h.$$

L'ellipse d'inertie de la section est intérieure à la courbe précédente. ayant $i_x = b/\sqrt{12} \approx 0{,}289\, b$.

Pour le cas d'un carré (fig. 6), $h = b$, $\operatorname{tg} \alpha = 1$ et l'équation de la courbe devient alors:

$$x^4 + (10/3)\, x^2 y^2 + y^4 - (3/20)\, b^2 (x^2 + y^2) = 0.$$

Pour $x=0$, $y = \pm \sqrt{3/20}\, b \approx \pm 0{,}3873\, b$ et pour $y=0$, $x = \pm \sqrt{3/20}\, b \approx \pm 0{,}3873\, b$.

Dans le cas général d'une compression excentrique, l'équation de la courbe d'adaptation sera déduite de (8), b étant considéré connu.

Si les axes passent par le centre de gravité de la section, on peut écrire:

$$y = \Big\{\Big[I_{x^4} \cos^4 \varphi - 4I_{x^3y} \sin \varphi \cos^3 \varphi + 6I_{x^2y^2} \sin^2 \varphi \cos^2 - 4I_{xy^3} \sin^3 \varphi \cos \varphi + I_{y^4} \sin^4 \varphi +$$
$$+ 6b^2 \big(I_{x^2} \cos^2 \varphi - 2I_{xy} \sin \varphi \cos \varphi + I_{y^2} \sin^2 \varphi \big) + b^4 A\Big] / \big(I_{x^2y} \cos^2 \varphi - 2I_{xy} \sin \varphi \cos \varphi +$$
$$+ I_{y^2} \sin^2 \varphi + b^2 A\big)\Big\}^{1/2} - b,$$

ou

$$\big(I_{x^4} x^4 - 4I_{x^3y} x^3 y + 6I_{x^2y^2} x^2 y^2 - 4I_{xy^3} xy^3 + I_{y^4} y^4\big) + 6b^2 r^2 \big(I_{x^2} x^2 - 2I_{xy}\, xy + I_{y^2} y^2\big) +$$
$$+ b^2 A r^4 - r^2 (r + b)^2 \big(I_{x^2} x^2 - 2I_{xy}\, xy + I_{y^2}\, y^2 + b^2 A r^2\big) \equiv 0.$$

L'ordre de la courbe reste inchangé.

Examinons le cas des sections symétriques rectangulaires. Les moments d'inertie impaires d'ordre supérieur vont disparaître et nous aurons:

$$I_{x^4} x^4 + 6I_{x^2y^2} x^2 y^2 + I_{y^4} y^4 + 6b^2 r^2 \big(I_{x^2} x^2 + I_{y^2} y^2\big) + b^4 A r^4 -$$
$$- r^2 (r + b)^2 \big(I_{x^2} x^2 + I_{y^2} y^2 + b^2 A r^2\big) = 0,$$

ou

$$(h^4/80)\, x^4 + (b^2 h^2/24)\, x^2 y^2 + (b^4/80)\, y^4 + (\eta^2 r^2/2)\, (h^2 x^2 + b^2 y^2) + \eta^4 r^4 -$$
$$- r^2 (r + \eta)^2 [(h^2/12)\, x^2 + (b^2/12)\, y^2 + \eta^2 r^2] = 0.$$

Dans la relation $z = y + b$ nous avons introduit la notation η au lieu de b et r au lieu de y.

Pour la carré nous avons:

$$x^4 + 10/3\, x^2 y^2 + y^4 + 20\, (r^2/b^2)\, [2\eta^2 - (r + \eta)^2/3]\, (x^2 + y^2) +$$
$$+ (80\eta^2 r^4/b^4)\, [\eta^2 - (r + \eta)^2] = 0.$$

5. De ce qui précède, il résulte que pour les matériaux pour lesquels la courbe caractéristique $\sigma\ (\varepsilon)$ est différente d'une droite, dans le plan de la section, pendant une surcharge:

a) les efforts unitaires des régions peu chargées croissent plus que proportionnellement aux surcharges;

b) les efforts unitaires des régions très chargées croissent moins que proportionnellement aux surcharges;

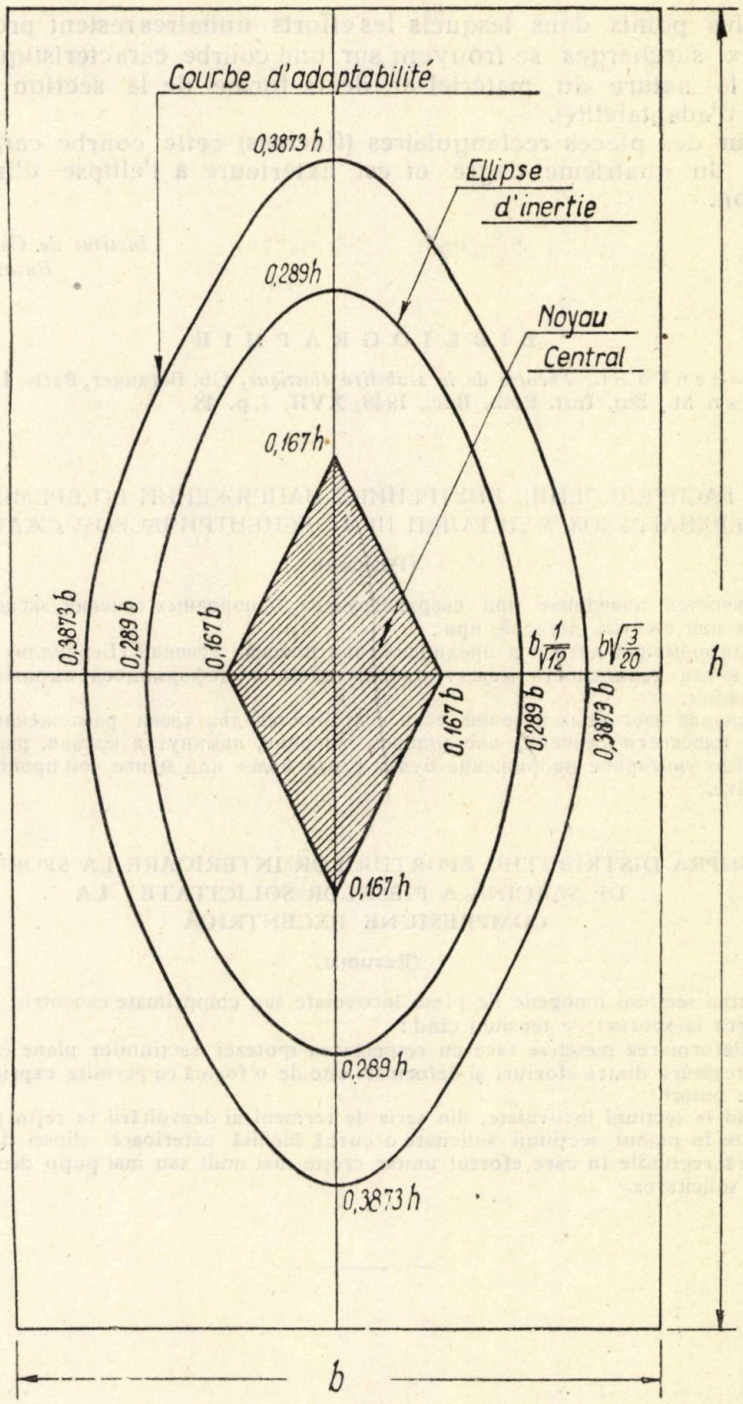

Courbe d'adaptabilité
0,3873 h
Ellipse
d'inertie
0,289h
Noyau
Central
0,167h
0,3873 b
0,289 b
0,167b
b 1/√12
b√3/20
h
0,167b
0,289 b
0,3873 b
0,167 h
0,289 h
0,3873 h
b

Fig. 6

c) les points dans lesquels les efforts unitaires restent proportionnels aux surcharges se trouvent sur une courbe caractéristique, fonction de la nature du matériel et de la forme de la section chargée (courbe d'adaptabilité).

Pour des pièces rectangulaires (fléchies) cette courbe caractéristique est du quatrième degré et est extérieure à l'ellipse d'inertie de la section.

Institut de Constructions,
Bucarest

BIBLIOGRAPHIE

1. Timoshenko St., *Théorie de la stabilité élastique*, Ch. Béranger, Paris, 1940.
2. Hangan M., Bul. Inst. Polit. Buc., 1948, **XVII**, *1*, p. 48

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ ВО ВРЕМЯ СВЕРХНАГРУЗОК У ДЕТАЛЕЙ ПРИ ЭКСЦЕНТРИЧЕСКОМ СЖАТИИ

(Резюме)

Изучается поведение при сверхнагрузках однородных сечений эксцентрически изогнутых или сжатых деталей, при:

а) деформации детали в предположении плоских сечений (Бернулли);

б) когда зависимость между напряжением и деформацией выражается степенным рядом.

В случае изогнутых сечений, если сохраняются два члена разложения, определяется в плоскости сечения, вне эллипсы инерции, замкнутая кривая, разделяющая области, где унитарное напряжение будет расти более или менее чем пропорционально нагрузке.

ASUPRA DISTRIBUŢIEI EFORTURILOR INTERIOARE LA SPORURI DE SARCINĂ A PIESELOR SOLICITATE LA COMPRESIUNE EXCENTRICĂ

(Rezumat)

Pentru secţiuni omogene de piese încovoiate sau comprimate excentric se studiază comportarea la sporuri de tensiuni cînd:

a) deformarea piesei se face cu respectarea ipotezei secţiunilor plane (Bernoulli);

b) legătura dintre eforturi şi deformări este de o formă ce permite exprimarea prin o serie de puteri.

Cînd la secţiuni încovoiate, din seria de termeni ai dezvoltării se reţin primii doi, se defineşte în planul secţiunii solicitate o curbă închisă exterioară elipsei de inerţie şi care separă regiunile în care efortul unitar creşte mai mult sau mai puţin decît proporţional cu solicitarea.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

624.04

FORMA ANALITICĂ A METODEI CROSS

DE

ANTON ŞESAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 19—21 mai 1956

Avantajele folosirii aproximaţiilor succesive (în locul rezolvării dificile a sistemelor de ecuaţii), conducerea mecanizată a operaţiilor de calcul şi uşurinţa urmăririi lor chiar pe schema structurii, justifică larga folosire a metodei Cross în practica construcţiilor.

Întrucît la baza dezvoltării metodei a stat intuirea fenomenului fizic de relaxare succesivă a unor legături suplimentar introduse, metoda nu a avut de la început un suport teoretic şi trebuie subliniat faptul că nu a existat nici preocuparea exprimării analitice a ecuaţiilor de echilibru a căror rezolvare prin iteraţie o reprezintă metoda.

Lipsa oglindirii analitice a formei iterative a limitat atît domeniul de aplicare a metodei, cît şi formele ei de exprimare. Metoda a fost restrînsă, la început, doar la cadre cu noduri fixe, şi ulterior extinsă la cadre etajate, iar mai tîrziu, la cadre oarecare. Organizarea, în general, a calculului în două trepte ca şi apariţia numeroaselor variante, se datoresc intuiţiei fizice ce stă la baza dezvoltării metodei şi lipsei unei fundamentări teoretice.

Pentru o cunoaştere ştiinţifică şi o exprimare generalizată a metodei este necesară împletirea aspectelor fizice cu cele statice şi matematice.

Trebuie de remarcat însă că exprimarea analitică a metodei Cross este dificilă întrucît în operaţiile de echilibrări succesive apar atît momente de capăt de bară (M_{ik}) — necunoscute ale metodei forţelor — cît şi momente de nod (M_i) şi de lanţ cinematic (M_A), corespunzătoare rotirilor de nod şi bară — necunoscutele metodei deformaţiilor. Forma analitică a metodei Cross trebuie să cuprindă deci pe lîngă necunoscutele metodei deformaţiilor (egale ca număr cu gradul de nedeterminare cinematic-elastică a structurii) şi cîte o necunoscută moment, pentru fiecare capăt de bară încastrat.

Demonstrînd, încă din 1938, legătura dintre metoda analitică Filipescu [1] şi metoda iterativă Cross, prof. Cr. Mateescu [2], generalizează aplicarea ei la cadre şi structuri oarecare, prin folosirea

lucrului mecanic virtual. Această lucrare constituie primul suport teoretic al metodei Cross, deoarece ecuaţiile de echilibru elastic ale metodei Filipescu:

$$(1) \qquad \frac{\partial L}{\partial X_i} + \sum \alpha_e \frac{\partial f_e}{\partial X_i} + \sum \beta_c \frac{\partial f_c}{\partial X_i} = 0,$$

împreună cu funcţiile de legătură f_e şi f_c (dintre necunoscutele X_i devenite dependente între ele), pot conduce—folosind modificările arătate în [6]—la exprimarea analitică a metodei distribuirii momentelor.

Pînă în prezent, însă, metoda Cross nu are explicitat sistemul de ecuaţii de echilibru, a cărui rezolvare prin iteraţie să corespundă cu operaţiile de aproximaţii succesive ale metodei. (Ecuaţiile prezentate de R. Agent [4] cuprind ca necunoscute şi rotirile ce nu apar direct, în operaţiile de echilibrări ale metodei).

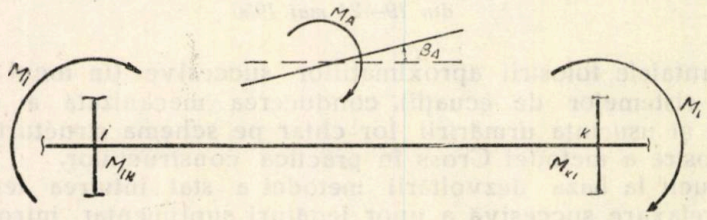


Fig. 1

Pentru a stabili sistemul de ecuaţii corespunzător metodei distribuirii momentelor vom pleca de la forma generalizată a metodelor de calcul elastic a structurilor, stabilită de noi în [6]. Am arătat că printr-o alegere convenabilă a sistemului de bază hipostatic se ajunge la un sistem de trei grupe de ecuaţii, din care prima este de echilibru elastic a grinzii (sau a unui element de grindă), a doua reprezintă echilibrul static al nodurilor iar a treia, echilibrul satic al deplasărilor. În funcţie de alegerea şi de diferitele moduri de eliminare a necunoscutelor între cele trei grupe de ecuaţii, se poate găsi forma analitică a oricăreia dintre metodele sau variantele de calcul elastic [3].

Dacă sistemul celor trei grupe de ecuaţii se scrie funcţie de momentele de capăt de bară (M_{ik}), de momentele de încastrare perfectă ($\mathfrak{M}_{ik}$) — ca funcţii ale încărcării — şi de „momentele active" de nod (M_i) şi deplasare (M_A) — fig. 1 — introduse de noi în [5], obţinem:

$$(2) \quad \begin{cases} \text{I.} \begin{cases} M_{ik} = \mathfrak{M}_{ik} + r_{ik} M_i + \eta_{ki} M_k + \nu_{ik} M_A, \\ M_{ki} = \mathfrak{M}_{ki} + r_{ki} M_k + \eta_{ik} M_i + \nu_{ki} M_A, \end{cases} & (i, k = 1,2,\ldots, n_s + n_e + n_c), \\ \text{II.} \quad \sum_i M_{ik} = 0, \quad (i = 1,2,\ldots, n_e), \\ \text{III.} \quad \sum_L LMV = 0, \text{ sau } \sum_L F_X = 0, \quad (L = A, B, C, \ldots . n_c), \end{cases}$$

în care r_{ik} şi ν_{ik} reprezintă rigidităţile relative ale capătului i a barei ik, la încovoiere faţă de nodul i şi respectiv, la deplasare faţă de ţanţul A, (din care face parte bara); $\eta_{ik} = r_{ik}\gamma_{ik}$ (γ_{ik} fiind coeficientul de transmitere) iar n_s, n_e şi n_c reprezintă gradele de nedeterminare statică şi respectiv cinematic-elastică de nod şi deplasare.

Diferitele moduri de rezolvare prin iteraţie ale acestor trei grupe de ecuaţii de echilibru: de grindă, nod şi deplasare, conduc la întreaga gamă a variantelor cunoscute sau posibile ale metodei distribuirii momentelor.

Pe lîngă interesul teoretic, forma analitică (2) prezentată permite cunoaşterea posibilităţilor de generalizare şi simplificare a metodei distribuirii momentelor precum şi o orientare corectă asupra numeroaselor ei variante.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Rezistenţă, Statică şi Beton

BIBLIOGRAFIE

1. Filipescu Gh. Em., *Statica Construcţiilor şi Rezistenţa Materialelor*, ed. II, Impr. Naţ., Buc., 1940.
2. Mateescu Cr., *La résolution des systèmes hyperstatiques par deux méthodes récentes*, Impr. Naţ., Buc., 1938.
3. Hangan M., *Betonul armat*, vol. I, ESAC, Buc., 1955.
4. Agent R., *Metoda aproximaţiilor succesive*, vol. I, ESAC, Buc., 1955.
5. Şesan A. şi Orlovschi N., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1957, III (VII), *3—4*, pp. 245—250.
6. Шесан А., Ibid., 1958, IV (VIII), *3—4*, pp. 375—380.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ФОРМА МЕТОДА КРОССА

(Резюме)

Разные ограничения, а также большое количество вариантов, упрощений и обобщений метода Кросса объясняется тем, что в его основе и развитии стояла только физическая интуиция последовательных релаксаций связей.

Исходя от единого и обобщенного метода упругого расчета структур, установленного нами [6] и применяя удобно выбранные гипостатические основные системы, получаем трех групп уравнений (2), которая выражает аналитическую обобщенную форму метода Кросса.

Первая группа содержит уравнения упругого равновесия стержня, а вторая и третья группы, уравнения статического равновесия узлов и, соответственно, кинематических цепей, в функции от неизвестных концевых стержневых моментов (M_{ik}), моментов защемления ($\mathfrak{M}_{ik}$) и от активных моментов узлов (M_i) и смещений (M_A) введеных и установленных нами в работе [5].

Помимо ее теоретического значения, предлагаемая аналитическая форма дает возможность обобщения и упрощения метода, а разные виды итеративного решения данных трех групп уравнений ведут к различным вариантам (известным или возможным) метода Кросса.

LA FORME ANALYTIQUE DE LA MÉTHODE CROSS

(Résumé)

Les différentes limitations ainsi que les nombreuses variantes de la méthode Cross sont la conséquence du fait que seulement l'intuition physique de la relaxation succésive des liaisons supplémentaires a servi comme point de départ au développement de cette méthode.

Compte tenu de la forme unitaire et généralisée des méthodes de calcul élastique des structures, établie par nous dans un travail antérieur [6], et en utilisant des systèmes primaires hypostatiques convenablement choisis, on présente la forme analytique généralisée de la méthode Cross (2) exprimée par un système à trois groupes d'équations (2).

Les équations d'équilibre élastique des poutres constituent le premier groupe, tandis que le deuxième contient les équations d'équilibre statique de noeud et le troisième groupe — celles de déplacement. Toutes ces équations sont exprimées en fonction des moments inconnus du bout de la bare (M_{ik}), des moments d'encastrement ($\mathfrak{M}_{ik}$) et des „moments actifs" de noeud (M_i) et de déplacement (M_A), introduits et définis par nous en [5].

En dehors de l'aspect théorique, la forme analytique présentée permet la généralisation et la simplification de la méthode, les différentes résolutions itératives de ces trois groupes d'équations conduisant à la gamme toute entière des variantes (connues ou possibles) de la méthode Cross.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

624.07

ASUPRA CAPACITĂŢII PORTANTE A UNOR GRINZI METALICE

DE

ANTON ŞESAN şi I. DUMITRESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Redistribuirea eforturilor unitare — adaptarea pe secţiune — şi, la sistemele static nedeterminate, redistribuirea momentelor — adaptarea între secţiuni — conduc la variate şi deseori importante rezerve de capacitate portantă a grinzilor supuse la încovoiere şi calculate în stadiul elastic.

Prin dimensionare şi calcul static în domeniul plastic — considerate izolat sau împreună — normele de proiectare din diferite ţări urmăresc să folosească aceste rezerve de capacitate portantă, mai ales la construcţiile metalice, la care economia de material prezintă un interes deosebit iar redistribuirea teoretică a eforturilor şi momentelor corespunde încercărilor experimentale.

În prezenta lucrare se studiază variaţia coeficientului de adaptare pe secţiune (α_A), de adaptare statică (α_S) şi cel de adaptare totală ($\alpha_T = \alpha_A \alpha_S$), pentru diferite grinzi, ca elemente de bază ale structurilor metalice.

1. *Adaptarea pe secţiune*, exprimată prin factorul de formă $\alpha_A = W_p/W_e$ [1], indică sporul de capacitate portantă a secţiunii în calculul plastic faţă de cel elastic. Grinzile metalice, având secţiuni eficiente la încovoiere, au o capacitate de adaptare mai mică ($\alpha_A = 1{,}10...1{,}20$) faţă de secţiunile curente folosite pentru alte materiale ($\alpha_A = 1{,}5...1{,}7...2$).

Variaţia coeficientului α_A (după axa x–x) pentru secţiunile I, utilizate în mod deosebit în construcţiile metalice, în funcţie de parametrii de grosime m şi n ai inimii şi, respectiv, ai tălpii, este reprezentată în diagramele din fig. 1 şi 2 unde intervalul utilizabil al sortimentelor (laminate sau sudate) este cuprins între liniile punctate.

La oţeluri laminate cu profil I (STAS 565—49) n variază între 0,054 şi 0,074, iar m între 0,082 şi 0,093, astfel că întregul nostru sortiment este cuprins în suprafaţa A_1, marcată haşurat pe diagrame.

Variaţia fiind mică se poate considera ca valoare unică de calcul $\alpha_A = 1{,}17$. Pentru axa y–y, $\alpha_A = 1{,}85$. Pentru oţeluri laminate cu profil [(STAS 554 — 49) : $\alpha_A = 1{,}20$ pentru axa x–x şi $\alpha_A = 2{,}10$ pentru axa y–y. (În toate calculele efectuate pentru modulele de rezistenţă, racordările şi pantele de laminare n-au fost luate în consideraţie, influenţa lor fiind neglijabilă).

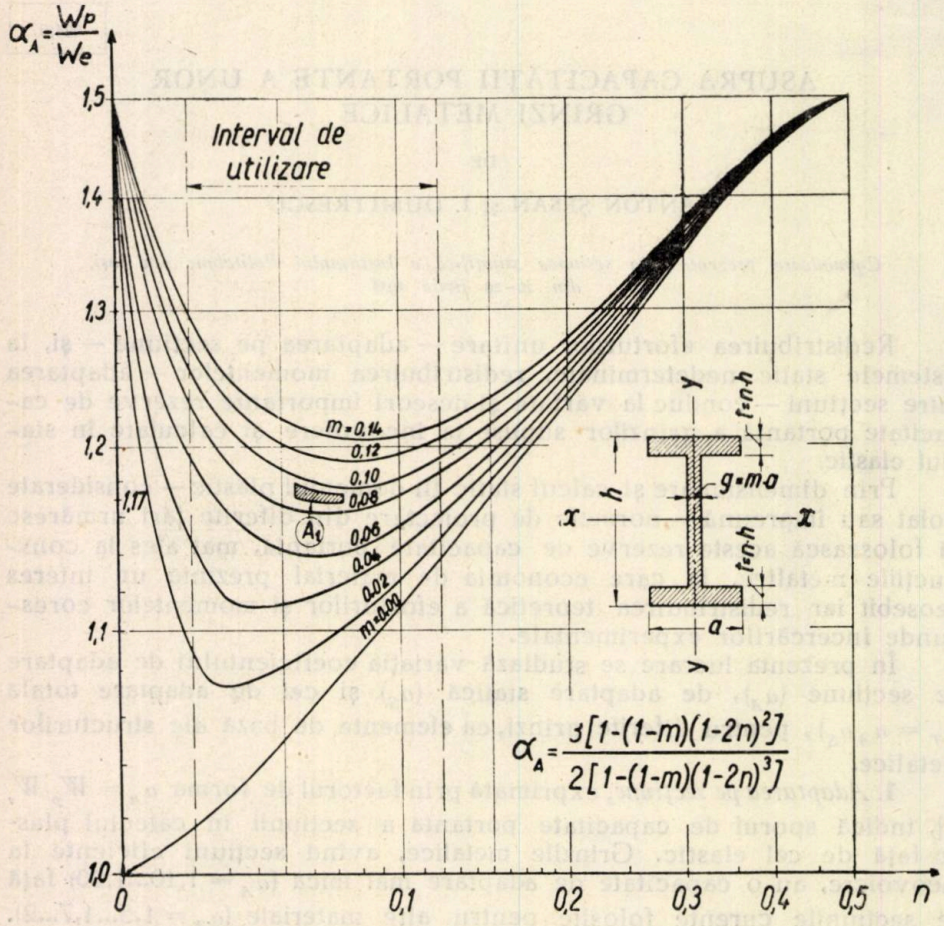


Fig. 1

Prin intermediul mărimilor m şi n curbele diagramelor din fig. 1 şi 2 permit determinarea coeficientului α_A pentru diferite profile I, şi a valorii W_p pentru un W_e cunoscut.

2. *Adaptarea între secţiuni* exprimată prin coeficientul $\alpha_S = P_r / P_e$ [2] (raportul dintre capacitatea portantă la formarea mecanismului şi cea

corespunzătoare limitei elastice) este influențată de felul și poziția sarcinii , de legăturile grinzii, de gradele de încastrare, cedările de reazeme, eforturile inițiale etc.

În fig. 3 este arătată variația coeficientului α_S pentru diferite poziții ($\xi = x/l$) ale sarcinii concentrate P.

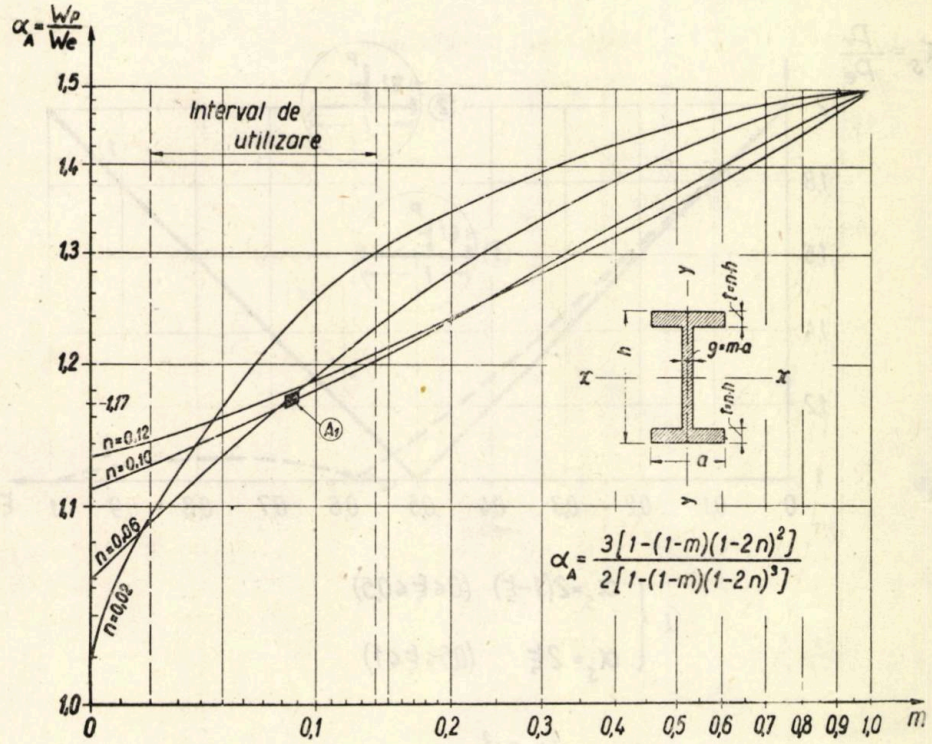


Fig. 2

Pentru $\xi = 0{,}5$ și $\xi = 0{,}585$ (cazurile *1* și respectiv *2* din fig. 3), momentele pozitive fiind egale, în calculul elastic, cu cele negative, adaptarea statică este nulă ($\alpha_S = 1$). Plecînd de la acest minim și independent de ordinea formării articulațiilor plastice [2], cînd forța se deplasează spre reazemele încastrate, $\alpha_S \to 2$, iar cînd deplasarea se face înspre reazemul articulat, creșterea coeficientului α_S este neînsemnată (fig. 3).

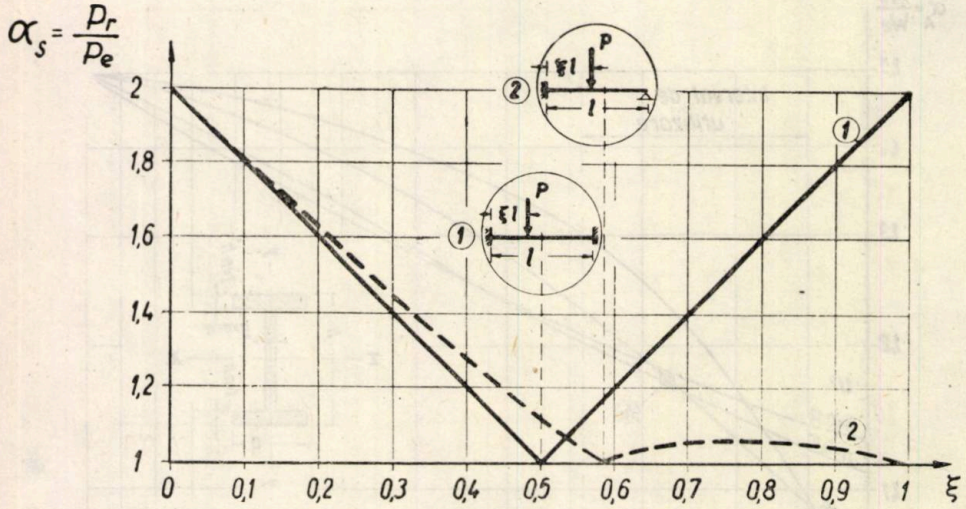
Pentru sarcinile distribuite s-a considerat ca reprezentativă încărcarea trapezoidală cu ordonatele de capăt q și $q(n+1)$. În fig. 4 este arătată variația lui α_S în funcție de n.

Variația secțiunii de moment maxim (unde se produce articulația plastică din cîmp) este indicată în fig. 5 și se obține prin rezolvarea ecuațiilor:

$dM^*/dx = 3nx^2 + 6lx - l^2(3+n) = 0$ — pentru cazul *1* şi

$dM^*/dx = 2nx^3 + 3l(1+n)x^2 + 6l^2x - l^3(3+n) = 0$ — pentru cazul *2*.

Grinda, considerată ca un element dintr-o structură oarecare, poate avea grade de încastrare diferite (subîncastrare, încastrare perfectă,



$$① \begin{cases} \alpha_s = 2(1-\xi) & (0 \leq \xi < 0{,}5) \\ \alpha_s = 2\xi & (0{,}5 \leq \xi < 1) \end{cases}$$

$$② \begin{cases} \alpha_s = \dfrac{(2-\xi)^2}{2} & (0 \leq \xi \leq 0{,}585) \\ \alpha_s = \dfrac{\xi(\xi^2 - 5\xi + 6)}{2} & (0{,}585 \leq \xi < 1) \end{cases}$$

Fig. 3

supraîncastrare). În toate cazurile, prin adaptarea statică, linia de referinţă a funicularului de încărcare se deplasează pînă la realizarea egalizării momentelor. În fig. 6 este reprezentată — pentru două cazuri de încărcare — variaţia lui α_S în funcţie de gradul de încastrare ϱ, egal la ambele capete.

În calculul elastic, la sistemele static nedeterminate, cedările de reazem produc eforturi importante care reduc, sau — la limită — consumă întreaga capacitate portantă a grinzii. Pe măsura adaptării plastice între

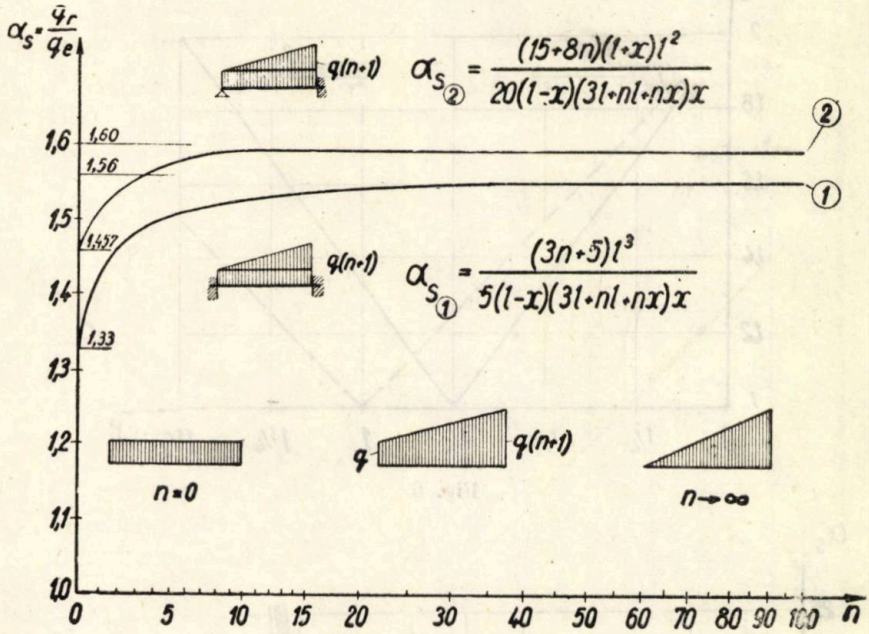

$\alpha_s = \frac{q_r}{q_e}$
q(n+1)
$\alpha_{s②} = \frac{(15+8n)(1+x)l^2}{20(1-x)(31+nl+nx)x}$
q(n+1)
$\alpha_{s①} = \frac{(3n+5)l^3}{5(1-x)(31+nl+nx)x}$
1,60
1,56
1,457
1,33
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
0 5 10 15 20 30 40 50 60 70 80 90 100 n
q
q(n+1)
n=0
n→∞
①
②

Fig. 4

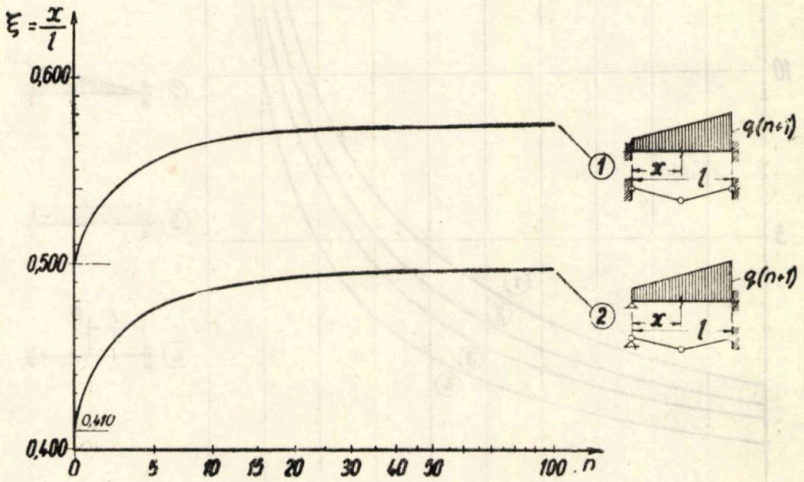

$\xi = \frac{x}{l}$
0,600
0,500
0,410
0,400
0 5 10 15 20 30 40 50 100 n
q(n+1)
x
l
①
q(n+1)
x
l
②

Fig. 5

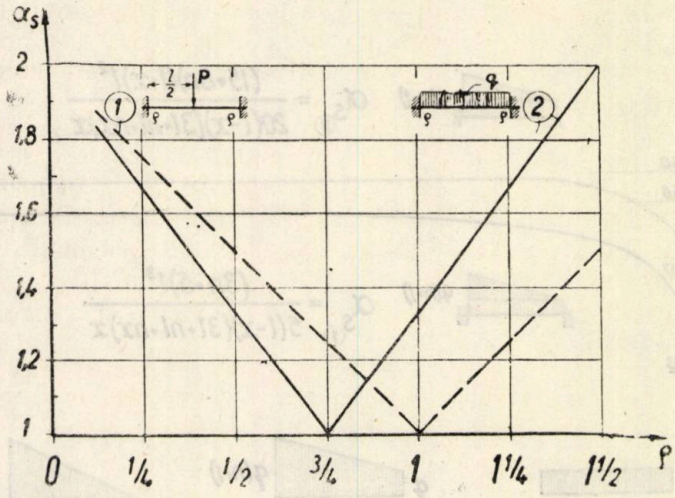

α_s
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0
1/4
1/2
3/4
1
1 1/4
1 1/2
ρ
P
q
1
2

Fig. 6

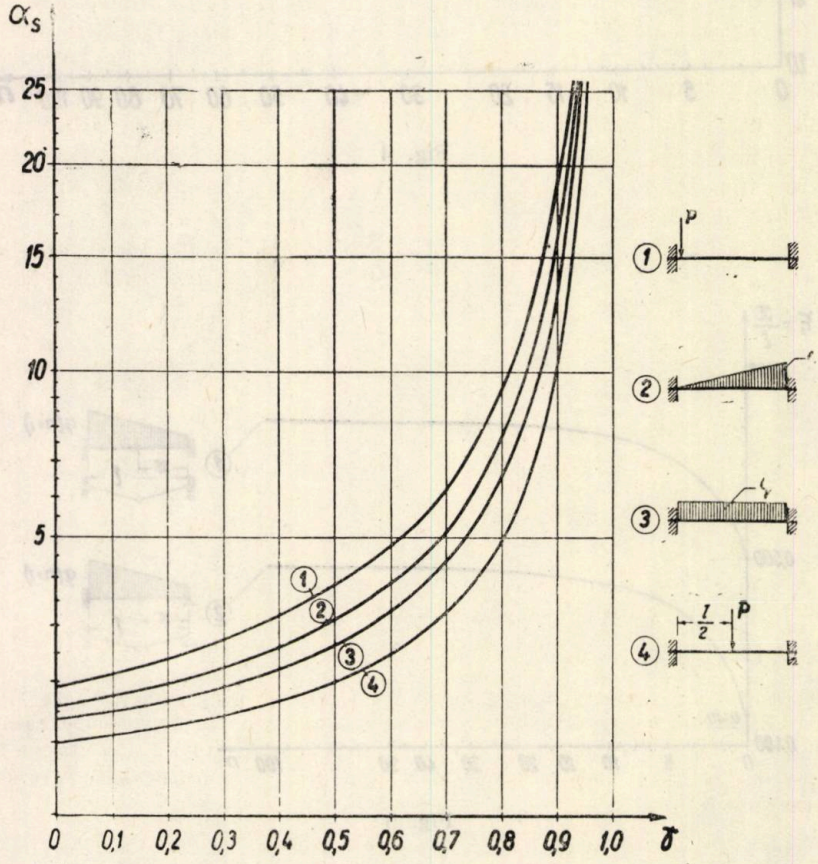

α_s
25
20
15
10
5
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
δ
1
2
3
4
P
q

Fig. 7

secțiuni, influența cedărilor de reazem se reduce în avantajul încărcării, pentru ca, în stadiul de sistem static nedeterminat care precede stării de cedare prin mecanism, această influență să dispară complet, eforturile datorindu-se exclusiv sarcinilor exterioare.

În diagrama din fig. 7 este reprezentată influența cedărilor de reazem în funcție de coeficientul γ (raportul dintre sarcina consumată prin efectul cedării de reazem și sarcina limită a grinzii, calculate elastic), rezultînd pentru α_S valori importante, mai ales cînd efectul cedărilor de reazem, în calculul elastic, [3], este însemnat.

3. *Adaptarea totală*, exprimată prin coeficientul $\alpha_T = \alpha_A \alpha_S$, permite determinarea rezervei reale de capacitate portantă a structurii, față de starea limită calculată pentru stadiul elastic. Acest coeficient poate avea, în unele cazuri, valori foarte importante; astfel, de exemplu, pentru o grindă din sortimentul nostru de laminate I, acționată de o sarcină concentrată P la $\xi = 0{,}2l$ și pentru $\gamma = 0{,}5$, rezultă $\alpha_T = 1{,}17 \cdot 3{,}2 = 3{,}74$.

În prezenta lucrare s-a făcut ipoteza că influența lui T și N este neglijabilă, că nu intervin probleme de pierderea stabilității și că deformațiile (săgeata și rotirea de adaptare în articulațiile plastice) nu depășesc limitele admise pentru elementul considerat și materialul folosit.

În concluzie trebuie reținut că în proiectare, chiar pentru un calcul condus în stadiul elastic, este absolut necesară cunoașterea coeficienților de adaptare plastică pe secțiune (α_A) și mai ales a celor de adaptare plastică între secțiuni (α_S) — care potrivit diagramelor studiate, pot căpăta valori importante — și, pe baza lor, a coeficientului de adaptare totală, ca măsură a rezervei de capacitate portantă și de apreciere a coeficientului real de siguranță.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Statică, Rezistență și Beton Armat

BIBLIOGRAFIE

1. Ржаницын А. Р., *Расчет сооружений с учётом пластических свойств материалов*, изд. 2-е, Госстройиздат, М., 1954.
2. Neal B. G., *The Plastic Methods of Structural Analysis*, Chapman & Hall, Ltd. London, 1956.
3. Hangan M., *Betonul Armat*, vol. I, ESAC, Buc, 1955

О НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ БАЛОК

(Резюме)

Исследуется вариация запаса реальной несущей способности металлических двугавровых балок, работающих на изгиб в упругой стадии, при распределении напряжений в сечении (выраженное коэффициентом формы α_A), а для статически неопределимых систем и при распределении моментов — (выраженное статическим коэффициентом α_S).

Диаграммы рис. 1 и 2 показывают вариацию коэффициента α_S (ось $x-x$) в зависимости от параметров толщины профиля (m — стенки и n — полки). Вариация коэффициента α_S в зависимости от разных положений сосредоточенной силы показана на рис. 3, а вариация в зависимости от различных линейно распределенных нагрузок показана на рис. 4 и 5.

Влияние степени жесткости заделки ϱ на распределение изгибающих моментов (α_S) показано на рис. 6, а влияние податливости опор выраженное коэффициентом γ (отношение силы израсходованной на податливость опоры к предельной силе в упругой стадии) показано на рис. 7.

Определение вариации коэффициентов α_A и α_S, а также полного запаса несущей способности ($\alpha_T = \alpha_A \alpha_S$) представляет интерес даже при проектировании балок в упругой среде.

SUR LA CAPACITÉ PORTANTE DE CERTAINES POUTRES MÉTALLIQUES

(Résumé)

Par rapport au calcul élastique on étudie pour les poutres métalliques en I, soumises à la flexion, la variation de la réserve réelle de capacité portante, en considérant la redistribution des efforts dans la section (exprimée par le facteur de forme α_A) et, pour les systèmes hyperstatiques, la redistribution des moments (exprimée par le facteur d'adaptation statique α_S).

Les diagrammes des fig. 1 et 2 présentent la variation du coefficient α_A (axe x-x) en fonction des paramètres d'épaisseur de l'âme et des ailes du profil, m et respectivement n, tandis que la variation du coefficient α_S en fonction des positions de la charge concentrée et des différentes charges linéaires réparties est représentée par la fig. 3 et, respectivement, par les fig. 4 et 5.

L'influence du degré d'encastrement ϱ sur la redistribution des moments (α_S) est indiquée dans la fig. 6, tandis que l'effet du tassement des appuis, exprimé par le coefficient γ (le rapport entre la charge correspondante au tassement et la charge limite — élastique — de la poutre), est représenté dans le diagramme de la fig. 7.

La connaissance de la variation des coefficients α_A et α_S, aussi bien que celle de la réserve totale de la capacité portante ($\alpha_T = \alpha_A \alpha_S$) présentent de l'intérêt même si le calcul est restreint au domaine élastique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

621.04

UNELE GENERALIZĂRI ALE METODEI KRÎLOV REFERITOARE LA DEFORMAŢIA GRINZILOR DREPTE

DE

ANTON ŞESAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Ecuaţia diferenţială

(1) $$y'' = -M/EI,$$

stabilită prin consideraţii geometrice referitoare la curbura şi rotirea din încovoire a secţiunilor, conduce, prin integrare, la relaţiile:

(2) $$\theta_x = \theta_0 - \int_0^x \frac{M}{EI}\,dx = \theta_0 - A'_{0x},$$

(3) $$y = y_0 + x\theta_0 - \int_0^x \frac{M}{EI}\,x\,dx = y_0 + \theta_{0x} - S'_{x0},$$

în care sarcinile — acţiunile primare — sînt exprimate *indirect*, prin intermediul momentului încovoietor, ca suprafaţă (A'_{0x}) sau, respectiv, ca moment static (S'_{x0}) a diagramelor reduse de momente (M/EI_x).

Relaţiile diferenţiale dintre M, T şi p, au permis lui Krîlov ca, plecînd de la ecuaţia diferenţială de ordinul patru, să stabilească pe cale pur matematică expresia axei deformate [1]:

(4) $$EIy(x) = -T_0\frac{x^3}{3!} - M_0\frac{x^2}{2!} + EI(\varphi_0 x + y_0) + \sum\frac{q_i(x-a_i)^4}{4!} - \sum\frac{q_i(x-b_i)^4}{4!} + \sum\frac{P_i(x-c_j)^3}{3!} - \sum\frac{M_k(x-d_k)^2}{2!},$$

ca funcţie explicită de acţiunile primare (sarcinile P, M, q şi parametrii de rezemare y_0, θ_0, M_0, T), expresie numită şi „ecuaţia universală a axei deformate" sau „forma parametrilor iniţiali".

Pentru aceleaşi încărcări (q, P şi M), R. Voinea [2], plecînd de la forma neintegrată a ecuaţiei diferenţiale (1), generalizează relaţia (4) pentru cazul grinzilor de secţiune variabilă, cuprinzînd totodată şi discontinuităţile axei deformate produse de legături intermediare incomplete (θ_i şi y_k).

Explicitînd termenul S'_{x0} al relaţiei (3) în funcţie de încărcări şi reacţiunile M_0 şi T_0, se poate ajunge la acelaşi rezultat.

În cele ce urmează vom prezenta unele generalizări ale metodei Krilov, — pentru sarcini oarecare, moment de inerţie variabil şi considerarea influenţei forţei tăietoare —,sub o formă simplă, ce nu trebuie memorizată, cu ajutorul *momentelor factoriale*, introduse de noi [3].

2. Sarcini oarecare şi moment de inerţie variabil

Folosind ca operatori momentele factoriale statice (M^k) şi elastice (M_ρ) de diferite ordine [3], şirul relaţiilor diferenţiale

$$\{y', y'', y''', y^{IV}\} = \{\theta, M, T, p\} \tag{5}$$

poate fi exprimat algebric, cuprinzînd suplimentar sarcinile triunghiular ($p' = \alpha x'$) şi parabolic ($p'' = \beta x'^2/2$) distribuite:

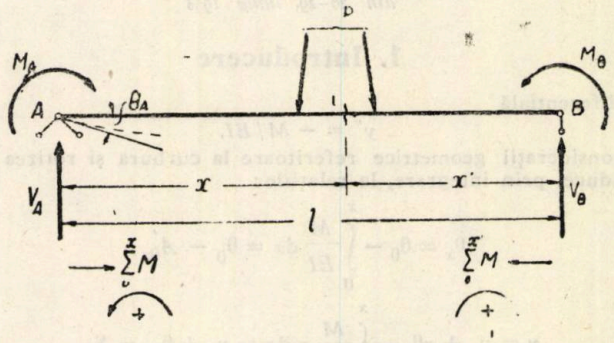


Fig. 1

$$\{M^{IV}, M^{III}, M^{II}, M^{I}, M^{0}, M^{-I}, M^{-II}, M^{-III}\} = \{y, \theta, M, T, p, p', p''\}. \tag{6}$$

Cunoscînd trecerea directă între diferitele momente factoriale

$$M^i_\rho = \frac{1}{\varrho} \cdot \frac{M^k\, d^{i-k}}{\{i-k\}!}, \qquad \{i-k\} = \begin{cases} (i-k)!, & i \geqslant k, \\ 1/(k-i)!, & i < k, \end{cases} \tag{7}$$

se poate calcula, pentru o secţiune x, valoarea unui moment factorial, ca sumă de momente factoriale, de acel ordin, produse de toate acţiunile din stînga sau din dreapta secţiunii; astfel, rotirea şi săgeata din secţiunea x (fig. 1) vor avea expresiile:

$$\begin{cases} \theta_x = M^{II}_{\rho(x)} = \sum_0^x (\pm M^{II}_\rho) = \sum_0^{x'} (\mp M^{II}_\rho), \\ y_x = M^{III}_{\rho(x)} = \sum_0^x (\pm M^{III}_\rho) = \sum_0^{x'} (\mp M^{III}_\rho), \end{cases} \tag{8}$$

convenţia de semne fiind indicată în fig. 1.

Relaţia (8) permite — pe baza relaţiilor (6) şi (7) — scrierea directă a formei explicite a deformaţiilor, în funcţie de acţiunile primare (exterioare sau de legătură) ale grinzii; astfel, pentru secţiunea x din fig. 2, expresia săgeţii va fi:

$$y = y_0 + \theta_{0x} - M_0 \frac{x^2}{2!\,EI} - T_0 \frac{x^3}{3!\,EI} + \sum \frac{P_i (x-a_i)^3}{3!\,EI} - \sum \frac{M_i b_i}{2!\,EI} +$$

$$(4') \qquad + \theta_i (x-l_i) + \sum \frac{p_i (x-c_i)^4}{4!\,EI} - \sum \frac{p_i (x-d_i)^4}{4!\,EI} + y_k +$$

$$+ \sum \frac{p' (x-e_i)^5}{5!\,EI} + \sum \frac{p'' (x-f_i)^6}{6!\,EI}.$$

În afara discontinuităţilor — termenii (7) şi (10) — relaţia (4') cuprinde suplimentar, faţă de relaţia (4), ultimii doi termeni care corespund sarcinilor p' şi p''.

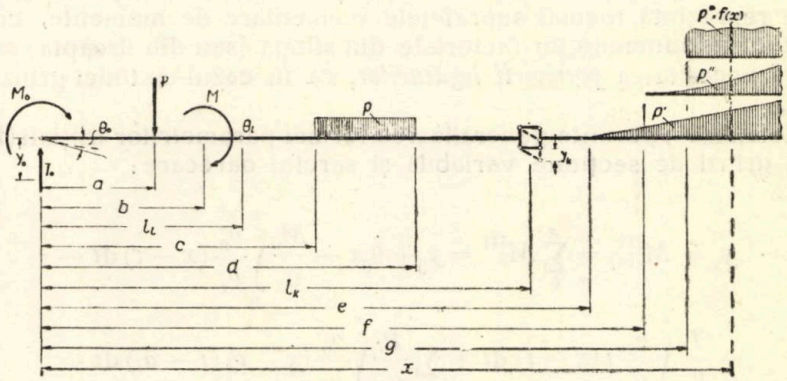


Fig. 2

Trebuie subliniat, că — potrivit relaţiei (7), pentru $i < k$ — valoarea lui θ_0 se calculează direct, asemănător reacţiunii unei grinzi:

$$\theta_0 = M^{II}_{p(0)} = \frac{\sum_0^l M^{III}_p}{l}.$$

Pentru a generaliza relaţia (4') pentru moment de inerţie variabil (I_x) şi sarcini oarecare ($p^* = f(x)$), acţiunile directe, discontinue sau oarecare trebuie exprimate prin funcţia diagramei de variaţie a unui moment factorial, de ordin superior sau cel puţin egal cu cel corespunzător acţiunii înlocuite.

Considerînd drept operatori de înlocuire suprafeţele elementare ale diagramelor momentelor factoriale de ordinul k, ($f^k(t)\,dt$), şi ştiind că aceştia reprezintă variaţia momentului factorial de ordin imediat

superior, relația (7) — de legătură între diferitele momente factoriale — se poate exprima sub forma generalizată:

$$M_{\varrho}^{i} = \frac{1}{\varrho_0} \cdot \frac{1}{(i-k-1)!} \int_0^x \frac{\varrho_0}{\varrho_x} (x-t)^{i-k-1} f^k(t)\, dt +$$

(7′)

$$+ \frac{1}{\varrho_0} \cdot \frac{1}{(i-j-1)!} \int_0^x \frac{\varrho_0}{\varrho_x} (x-t)^{i-j-1} F_0^j(t)\, dt + \sum \frac{M_{\varrho(0)}^{e} x^{i-e}}{(i-e)!},$$

în care ϱ reprezintă caracteristica elastică (EI), al doilea termen cuprinde parametrii de rezemare corespunzători momentelor factoriale statice de grad superior lui k (pentru $j \leqslant k$, termenul dispare), iar ultimul termen însumează momentele factoriale elastice din origine.

Dacă $k = I$, termenul doi dispare, iar pentru $i = III$ relația (10) se reduce la relația (2). Menționăm că deși în acest caz operatorii de înlocuire reprezintă tocmai suprafețele elementare de momente, considerarea tuturor momentelor factoriale din stînga (sau din dreapta) secțiunii înlătură necesitatea *potrivirii legăturilor*, ca în cazul metodei grinzii conjugate.

Relația (7′) permite generalizarea formei parametrilor inițiali (Krîlov) pentru grinzi de secțiune variabilă și sarcini oarecare:

$$y_x = M_{\varrho(x)}^{III} = \sum_0^x M_{\varrho}^{III} = y_0 + \theta_0 x - \frac{M_0}{\varrho_0} \int_0^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (x-t)\, dt -$$

$$- \frac{T_0}{\varrho_0} \int_0^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} t(x-t)\, dt + \sum \frac{P_i}{\varrho_0} \int_{a_i}^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (x-t)(t-a_i)\, dt -$$

(4″)

$$- \sum \frac{M_i}{\varrho_0} \int_{b_i}^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (x-t)\, dt + \theta_i (x-l_i) + \sum \frac{p}{2!\varrho_0} \int_{c_i}^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (x-c_i)^2 (x-t)\, dt -$$

$$- \sum \frac{p}{2!\varrho_0} \int_{d_i}^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (t-d_i)^2 (x-t)\, dt + y_k + \frac{1}{2!\varrho_0} \int_g^l \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (x-t)^2 f^T(t)\, dt +$$

$$+ \sum \frac{p'}{3!\varrho_0} \int_{e_i}^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (t-e_i)^3 (x-t)\, dt + \sum \frac{p''}{4!\varrho_0} \int_{f_i}^x \frac{\varrho_0}{\varrho_t} (t-f_i)^4 (x-t)\, dt,$$

în care $f^T(t)$ reprezintă diagrama de forță tăietoare corespunzătoare sarcinii oarecare $p^* = f(x)$.

Trebuie subliniat în mod deosebit că relaţiile stabilite (4′) sau (4″), *nu trebuie memorate*, ci se scriu cu uşurinţa unui moment static obişnuit, dacă se cunoaşte semnificaţia statică a diferitelor momente factoriale — relaţia (6) — şi legătura directă dintre ele — relaţia (7) sau (7′).

3. Considerarea influenţei forţei tăietoare asupra axei deformate

Relaţiile geometrice ce au condus la stabilirea ecuaţiei diferenţiale (1) nu corespund aspectului geometric diferit al deformaţiei elastice produsă de forţa tăietoare care — potrivit schematizărilor admise în Rezistenţa materialelor — se reduc la lunecări fără rotiri de secţiuni.

În acest caz ipoteza lui Bernoulli ne mai fiind respectată, rotirea capătă două semnificaţii distincte: rotire de secţiune şi rotirea tangentei la axa deformată, care, în cazurile anterioare coincideau. Specificul deformaţiei produsă de forţa tăietoare conduce la o semnificaţie deosebită a relaţiilor diferenţiale (5): astfel, în cazul cînd avem rotiri de secţiune săgeata este nulă (încărcare cu momente neechilibrate) iar în celelalte cazuri, cînd săgeata este diferită de zero, derivata ei reprezintă rotirea tangentei la fibra deformată; or, numai rotirea secţiunii — care în acest caz este nulă — se cuprinde în expresia generală a axei deformate.

Rezultă că influenţa forţei tăietoare poate fi luată în considerare doar în expresia săgeţii:

$$y_x^T = \int_0^x \gamma \, dx + y_0^T = \int k \frac{T}{GA} ds + y_0^T. \tag{9}$$

Folosind momentele factoriale relaţia (9) devine:

$$y_x^T = M^{\mathrm{I}\,(T)}_{p^*(x)} = \sum_{0\,(T)}^{x} (\pm M^{\mathrm{I}}_{p^*}), \tag{10}$$

termenii însumaţi cuprinzînd toate acţiunile (sarcini sau parametri de rezemare) pînă la nivelul de forţă tăietoare inclusiv, precum şi săgeata din origine, produsă de forţa tăietoare (y_0^T).

Explicitînd relaţia (10) în funcţie de diferite încărcări se obţin termenii reprezentînd influenţa forţei tăietoare, care s-ar adăuga la relaţia (4′)

$$(4')^T \quad y_k^T = y_0^T + \frac{k}{GA} T_0^{(T)} x - \sum \frac{k}{GA} P_i (x - a_i) - \sum \frac{k}{GA} p \frac{(x - c_i)^2}{2!} + \\ + \sum \frac{k}{GA} p \frac{(x - d_i)^2}{2!} - \sum \frac{k}{GA} p' \frac{(x - e_i)^3}{3!} - \sum \frac{k}{GA} p'' \frac{(x - f_i)^4}{4!},$$

iar pentru cazul general, în relaţia (4″) s-ar adăuga termenii:

$$y_x^T = y_0^T + \frac{k}{GA_0} T_0^{(T)} \int_0^x \frac{A_0}{A_x}(x-t)\frac{dt}{t} - \sum \frac{kP_i}{GA_0} \int_{a_i}^x \frac{A_0}{A_x} \cdot \frac{x-t}{t-a_i} dt -$$

$$(4'')^T \quad - \sum \frac{kp}{GA_0} \int_{d_i}^x \frac{A_0}{A_x}(x-t)\,dt - \sum \frac{k}{GA_0} p' \int_{e_i}^x \frac{A_0}{A_x}(t-e_i)(x-t)\,dt -$$

$$- \sum \frac{kp''}{2GA_0} \int_{f_i}^x \frac{A_0}{A_x}(t-f_i)^2(x-t)\,dt + \frac{k}{GA_0} \int_g^x \frac{A_0}{A_x} f^T(t)\,dt.$$

Nici aceşti termeni suplimentari — $(4')^T$ şi $(4'')^T$ —, datorită forţei tăietoare, nu trebuie memoraţi; ei se scriu cu uşurinţă, direct, pe baza relaţiilor (6), (7), (7') şi (10).

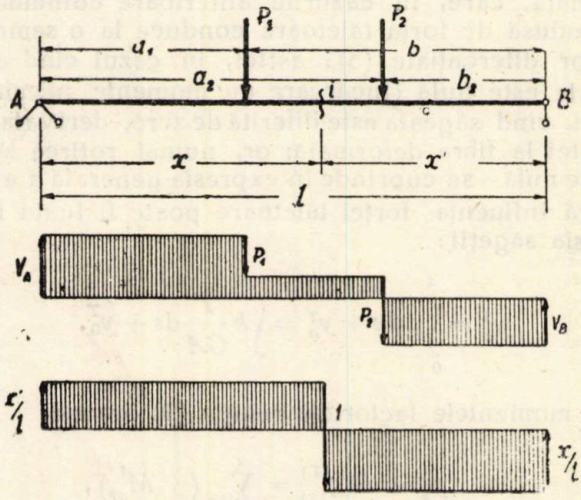


Fig. 3

Expresia generală a săgeţii, ţinînd seama şi de influenţa forţei tăietoare, va fi deci:

$$(11) \qquad y_x = M^{III}_{\rho(x)} + M^{I\,(T)}_{\rho^*(x)} = \sum_0^x \left[\pm M^{III}_{\rho} \right] + \sum_{0\,(T)}^x M^{I}_{\rho^*},$$

iar forma explicitată, după Krîlov, rezultă din însumarea relaţiilor generalizate, stabilite:

$$(12) \qquad y_x = y_x^M + y_x^T = (4'') + (4'')^T,$$

care, pentru cazul grinzilor de secţiune constantă, se particularizează sub forma mai simplă:

$$(12') \qquad y_x = (4') + (4')^T.$$

Folosirea operatorilor momente factoriale conduce şi la importante simplificări de calcul, astfel, de exemplu, expresia săgeţii din forţa tăietoare în secţiunea i, (fig. 3), folosind relaţia $(4')^T$ se scrie direct:

$$y_i^T = k\,[V_{ax} - P_i(x - a_1)]\,/\,(GA),$$

pe cînd relaţiile Mohr şi Vereşceaghin conduc la expresia:

$$y_i^T = \sum \int k \frac{T_p \overline{T}_i}{GA}\,ds = \frac{k}{GA}\left[\left(V_a a_1 \frac{x'}{l} + V_a - P_1\right)(x - a_1)\frac{x'}{l} - (V_a - P_1)(a_x - x)\frac{x}{l} + V_b b_2 \frac{x}{l}\right],$$

care necesită o serie de operaţiuni de calcul, pentru a ajunge la forma simplă a primei expresii.

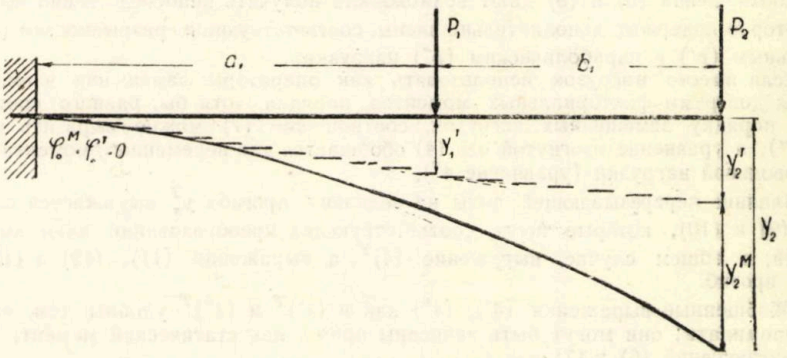


Fig. 4

Expresia săgeţii $y_B^T = 0 = \theta_A^T l - k[V_1 l - P_1(l - a_1) - P_2(l - a_2)]/(GA)$ verifică că rotirea θ_A^T este identic nulă întrucît termenul din paranteză, reprezentînd tocmai o condiţie de echilibru a grinzii, trebuie să fie totdeauna zero.

Ştiind că $\theta_0^T = \theta_2^T = 0$, expresia săgeţii — y_1^T — în secţiunea *1* (fig. 4), datorită sforţei tăietoare, se poate scrie direct ca sumă a momentelor factoriale, fie din stînga ecţiunii: $y_1^T = \sum_{0(T)}^{a_1} \left(\pm M_{Q^*}^{I}\right) = \frac{k}{GA}(P_1 + P_2)\,a_1\,/\,(GA)$, fie a celora din dreapta secţiunii:

$$y_1^T = \sum_{0(T)}^{b_1} \left(\mp M_{Q^*}^{I}\right) = y_2^T - k\,P_2 b_1\,/\,GA = k\,[(P_1 + P_2)\,l - P_1 b_1]\,/\,(GA) - k\,P_2 b_1\,/\,(GA) =$$
$$= k a_1 (P_1 + P_2)\,/\,(GA).$$

Dacă în calculul deformaţiilor din forţe tăietoare se pleacă totuşi de la expresia curburii, întrucît soluţia particulară a ecuaţiei diferenţiale rămîne aceeaşi, trebuie făcute pe parcurs corectările de „adaptare" a relaţiei diferenţiale pe seama condiţiilor limită, alterînd astfel semnificaţia statică a constantelor de integrare.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Statică, Rezistenţă şi Beton Armat

BIBLIOGRAFIE

1. Filonenko—Borodici M. M. ş. a., *Curs de Rezistenţa Materialelor*, Partea II-a, Ed. Tehn., Buc., 1952, pp. 78–95.
2. Voinea R., Ind. Constr. şi a Mat. de Constr., ASIT, 1959, *2*, pp. 77–80.
3. Şesan A., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1–2*, pp. 407–414.

НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ МЕТОДА КРЫЛОВА ДЛЯ ИЗГИБА ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ СТЕРЖНЕЙ

(Резюме)

Используя как операторы введеное понятие [3] о *факториальных моментах* статических (M^k) и упругих (M_p^i), связанных между собой соотношением (7), дифференциальные зависимости (5) выражают алгебраически, что позволяет произвести некоторые обобщения и упрощения метода начальных параметров — выражение (4) — установленного К р ы л о в ы м.

Соотношения (6) и (8) дают возможность получить непосредственно выражение (4′), которое содержит дополнительно члены, соответствующие разрывностям (θ_i и y_k), треугольным (p') и параболическим (p'') нагрузкам.

Если вместо нагрузок использовать как операторы замещения элементарные площади диаграмм факториальных моментов, порядка, хотя бы, равного соответствующему порядку замещенных нагрузок, соотношение (7) можно выразить в общем виде (7′), а уравнение изогнутой оси (4) обобщается для переменного момента инерции и произвольной нагрузки (уравнение 4″).

Влияние перерезывающей силы на величину прогиба y_x^T выражается соотношениями (9) и (10), которые после соответствующих преобразований дают выражения (4′) или, в общем случае, выражение $(4)^T$, а выражения (11), (12) и (12′) дают полный прогиб.

Обобщенные выражения (4′), (4″) как и $(4')^T$ и $(4'')^T$ удобны тем, что их не надо запоминать; они могут быть записаны прямо, как статический момент, на основании соотношений (6) и (7) или (7′).

Указывается, что специфика деформации произведенной перерезывающей силой ведет к особому осмыслению дифференциальных зависимостей (5), а упрощения расчетов, получающимися при пользовании факториальными моментами, показаны на примерах.

SOME GENERALITIES OF THE KRYLOV METHOD REFERRING TO STRAIGHT BEAMS DEFORMATIONS

(Summary)

Using as operators our notions introducted in [3], — the static (M^k) and elastic (M_Q^i) *factorial moments* of different orders, linked together by relation (7) –, the series of differential relations (5) may be expressed algebricailly, allowing certain generalities and simplifications of the „initial parameters form" — relation (4) — established by K r y l o v for beams deflexion analysis to be obtained.

The relations (6) and (8) make possible the direct writing of the relation (4′) which contains — moreover — the terms corresponding to the discontinuities (θ_i and y_k) and to the triangularly (p') and parabolicaly (p'') distributed loads.

If instead of direct actions, we use as substitution operators the elementary surfaces of the diagrams of a factorial moment, — having at least the same order with that corresponding to the substituted actions — the relation (7) may be expressed by general equation (7′), and the deformed axis equation is generalised (for variable moment of inertia and any loads) by relation (4″).

The influence of the shear force on the deflection y_x^T is expressed by relations (9) and (10), leading to explicitly to relations $(4')^T$ while relations (11), (12) and (12′), expresses the total deflection.

The generalised expressions (4′), (4″) as well as $(4')^T$ ane $(4'')^T$ offers the advantage — based on relations (6) and (7) or (7′) — of allowing a direct writting, as static moments, without it being necessary to learn them by heart.

It is pointet out that the specificity of the shear force deformation, leads to a particular meaning of the differential relations (5). The calculus simplifications obtained by the use of the factorial moments are illusirated through examples.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

STUDII PRIVIND PROIECTAREA FUNCŢIONALĂ A LOCUINŢELOR ŞI SOLUŢII ECONOMICE PENTRU PEREŢI LA CONSTRUCŢII DIN ORAŞUL IAŞI

DE

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN RADU [1])

1. Introducere

În cele ce urmează sînt prezentate rezultatele unor cercetări efectuate în cadrul facultăţii de Construcţii a Institutului politehnic din Iaşi, referitoare la problema reducerii preţului de cost al apartamentelor în oraşul Iaşi.

2. Proiectarea funcţională a locuinţelor

Plenara CC al PMR din 26...28 noiembrie 1958, analizînd succesele mari obţinute în ţara noastră în domeniul construcţiilor şi avînd în vedere volumul mare de construcţii de executat în anii ce vor urma, a trasat căile de orientare a activităţii din construcţii în direcţia reducerii preţului de cost al locuinţelor, prin proiectarea lor mai raţională, prin folosirea materialelor locale şi prin industrializarea construcţiilor.

A rezultat astfel importanţa cunoaşterii suprafeţei minime ce trebuie atribuită unui apartament în condiţiile unui confort corespunzător, în raport cu numărul membrilor familiei cazate şi a mobilierului necesar

Analiza amănunţită a suprafeţelor construite, necesare pe încăperi (fig. 1...7 şi tabelul 1), a condus la rezultatele prezentate în tabelul 2.

Adoptîndu-se schema funcţională prezentată în tabelul 3, suprafaţa construită minimă a apartamentelor ar putea fi stabilită în funcţie de numărul membrilor de familie conform datelor din tabelul 4.

În acest studiu nu s-au luat în consideraţie şi alţi factori care influenţează suprafaţa construită a apartamentelor, cum ar fi: vîrsta copiilor, numărul persoanelor adulte, ocupaţia lor etc. De asemenea ar putea să rezulte unele modificări ale suprafeţelor necesare dacă se

[1]) La această lucrare şi-au adus contribuţia şi studenţii: V. Beche, H. Brodel R. Grigorescu, G. Linaru, Gh. Popovici şi D. Precupan.

Tabelul 2

Nr. crt.	Destinaţia încăperii	Persoane	Dimensiuni (m)	Suprafaţa construită (m^2)
1	Dormitor părinţi	2	4,00×3,50	14,00
2	Dormitor copil	1	3,00×2,60	8,00
3	Dormitor copii	2	3,50×3,50	12,00
4	Nişa de dormit	1	—	4,00
5	Idem	2	—	8,00
6	Spaţiul pentru masă şi viaţa comună a familiei	3	—	14,00
7	Idem	4	—	17,00
8	Idem	5	—	19,00
9	Idem	6	—	21,00
10	Idem	7	—	24,00
11	Idem	8	—	26,00
12	Bucătărie	3...5	3,00×2,00	6,00
13	Idem	6...8	3,00×2,50	7,50
14	Baie cu WC	3...6	2,00×2,50	5,00
15	Baie fără WC	5...8	2,50×1,60	4,00
16	WC separat	6...8	1,50×1,00	1,50
17	Cameră	—	1,00×1,50	1,50
18	Vestibul	3...4	—	1,50
19	Idem	5...6	—	2,50
20	Idem	7...8	—	4,00
21	Scara de acces comună la două apartamente	—	5,00×2,60	6,50

Tabelul 4

Capacitatea apartamentelor	Numărul camerelor cu paturi / Numărul persoanelor cazate								
	2/3	2/4	3/4	3/5	3/6	4/6	4/7	4/8	5/8
Suprafaţa construită minimă (m^2)	53...57	60...64	64...68	70...75	83	88	95	100	105

prevăd obiecte sanitare speciale, încălzire centrală, sau cînd apartamentele pot fi grupate cîte trei sau patru la aceeaşi scară.

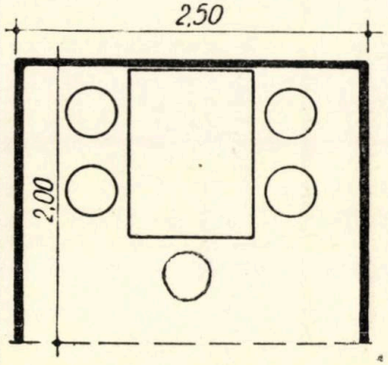
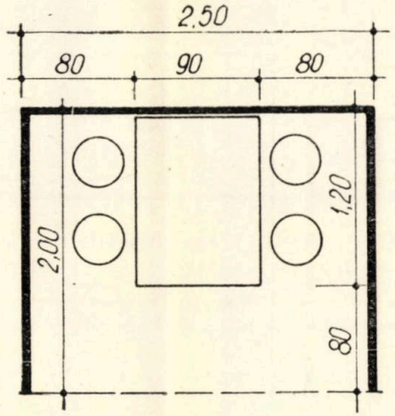
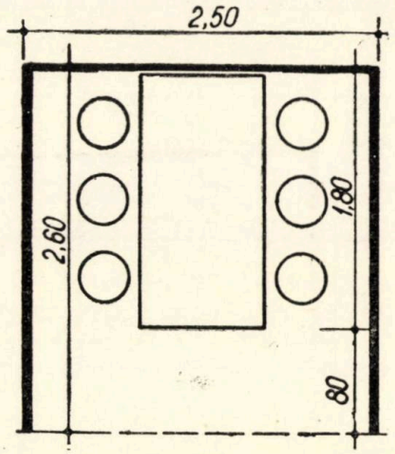
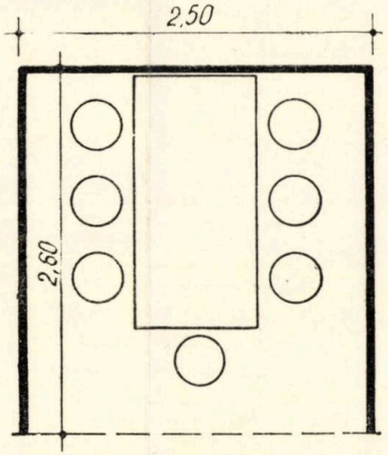
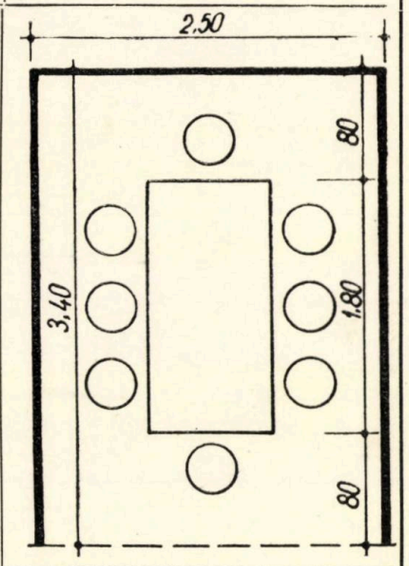
Analizîndu-se unele soluţii tip adoptate în RPR, datele obţinute au confirmat rezultatele prezentate în tabelul 4.

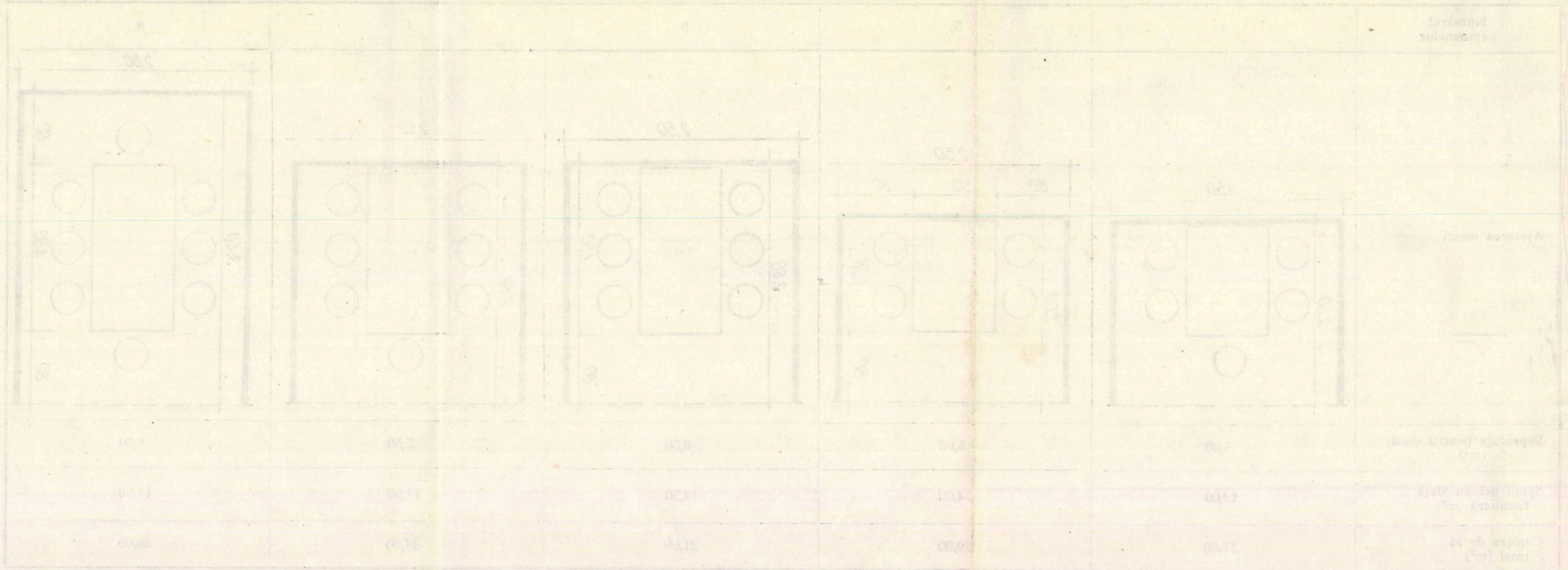
3. Structura preţului de cost

Analizînd preţul de cost al apartamentelor pentru cîteva blocuri executate în anul 1958 la Iaşi se constată că ponderea relativă a principalelor capitole de lucrări este cuprinsă între limitele prezentate în tabelul 5.

Tabelul 1

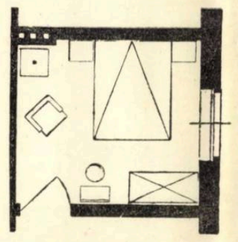
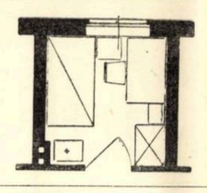
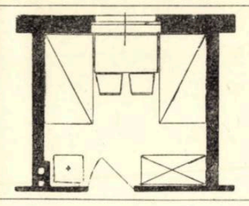
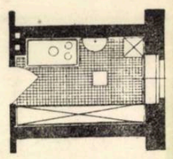
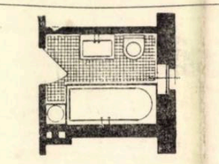
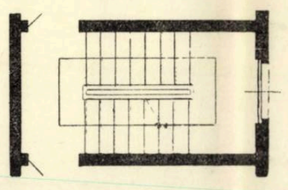
Spaţii pentru camera de zi

Numărul persoanelor	4	5	6	7	8
Aşezarea mesei					
Suprafaţa pentru masă (m^2)	5,00	5,00	6,50	6,50	8,50
Spaţii pentru viaţa familiară (m^2)	12,00	14,00	14,50	17,50	17,50
Camera de zi total (m^2)	17,00	19,00	21,00	24,00	26,00



Tabelul 3

Schema funcţională a apartamentelor pentru familii de 3 pînă la 8 persoane

FAMILIA:									
Capacitatea apartamentului	2/3	2/4	3/4	3/5	3/6	4/6	4/7	4/8	5/8
Dormitor părinţi									
Cameră copii									
Cameră copii	—	—							
Cameră copii	—	—	—	—	—				
Cameră de zi									
Bucătărie									
Baie şi WC							—	—	—
Baie	—	—	—	—	—	—			
WC	—	—	—	—	—	—			
Cămară									
Hol									
Casa scării									

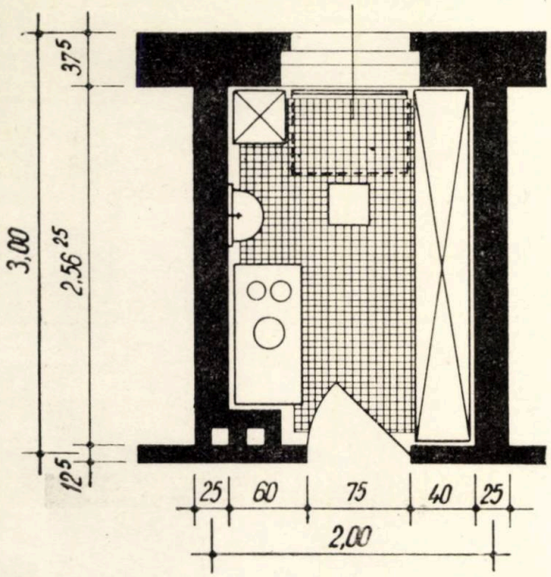


Fig. 5. — Bucătărie,
$S_c = 6{,}00$ m².

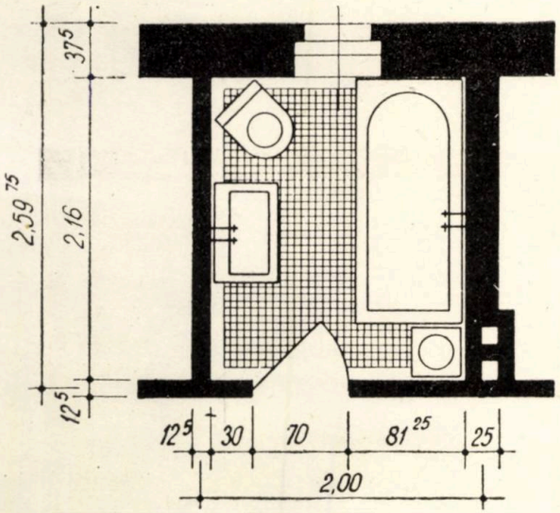
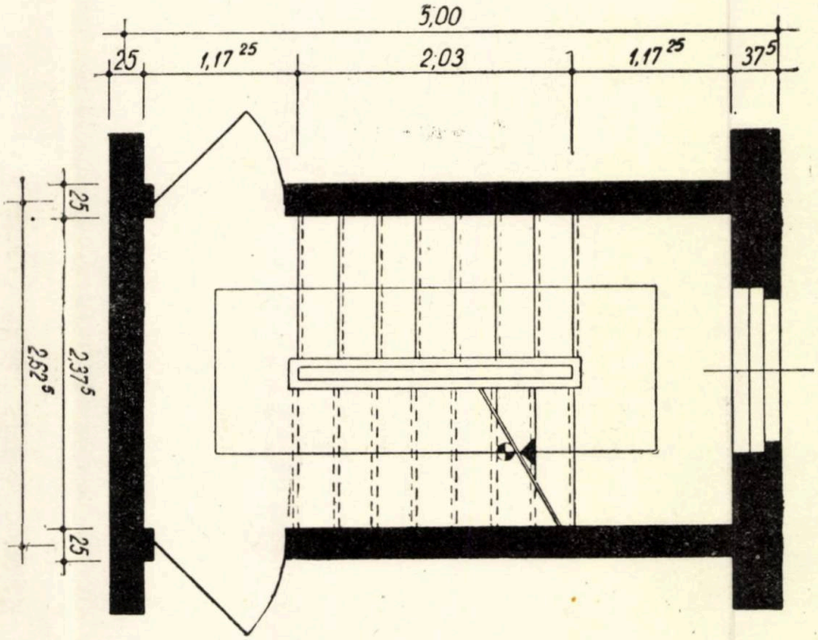
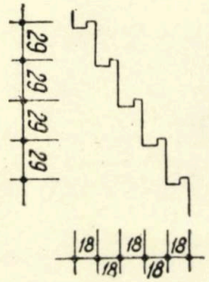


Fig. 6. — Cameră de baie cu lavoar, closet şi cadă normală,
$S_c = 5{,}00$ m².





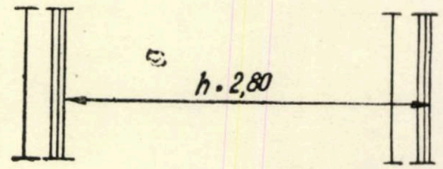
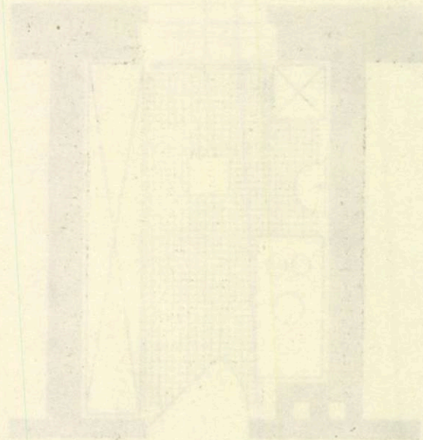
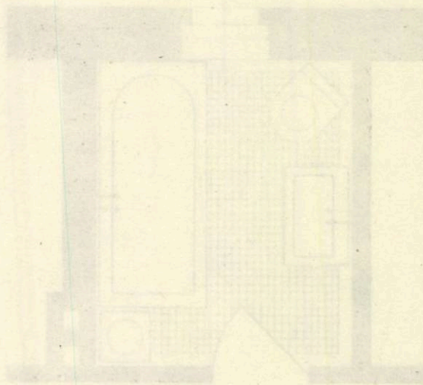


Fig. 7. — Scară de acces,
$S_c = 13{,}00$ m².





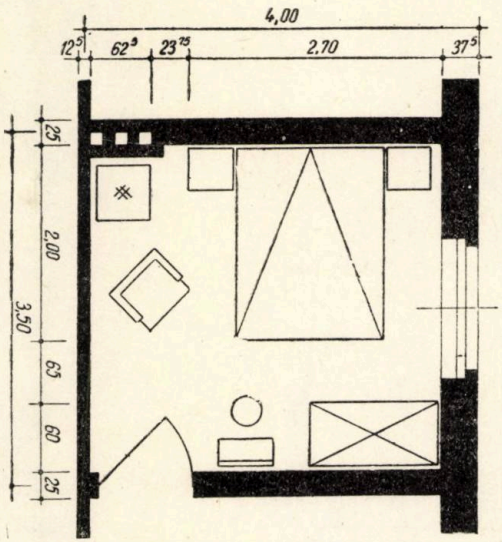


Fig. 1. — Cameră de dormit pentru părinţi, $S_c = 14{,}00$ m².

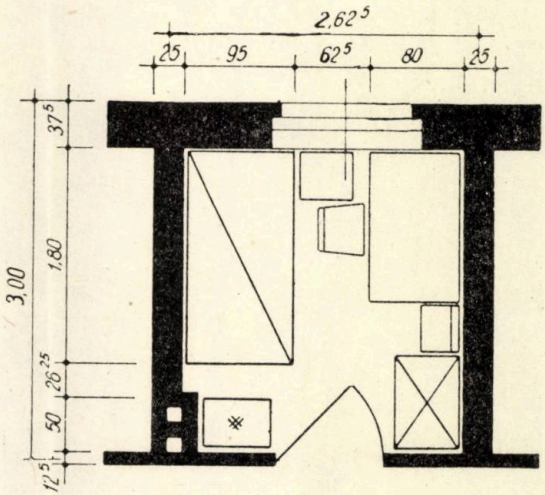


Fig. 2. — Cameră pentru 1 copil, $S_c = 8{,}00$ m².

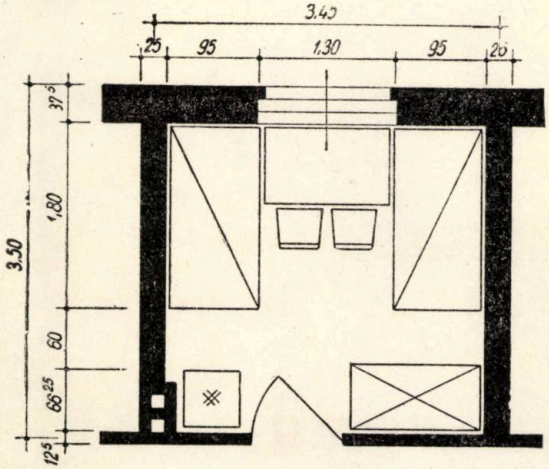


Fig. 3. — Cameră pentru 2 copii, $S_c = 12{,}00$ m².

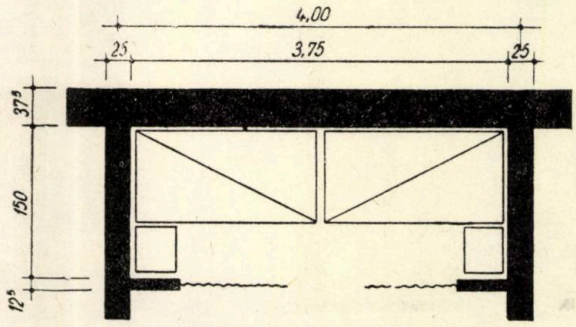


Fig. 4. — Nişă de dormit pentru 2 copii, $S_c = 7{,}60$ m².

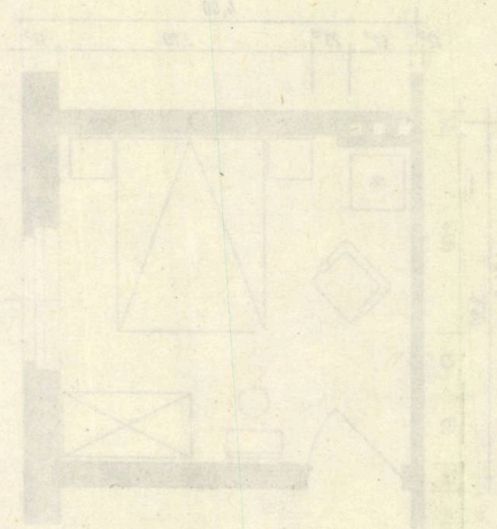


Fig. 1. — Camera de dormit pentru pășcași.
$S_1 = 14{,}00$ mp.

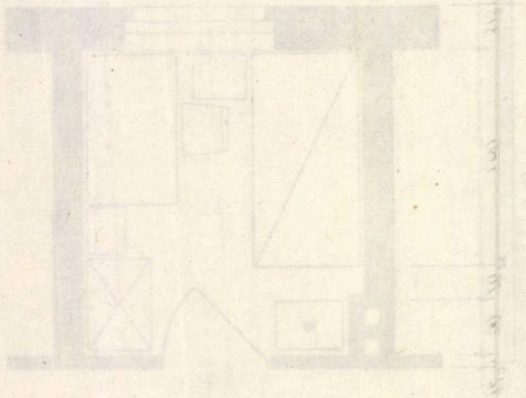


Fig. 2. — Camera pentru 1 copil.
$S = 8{,}00$ mp.

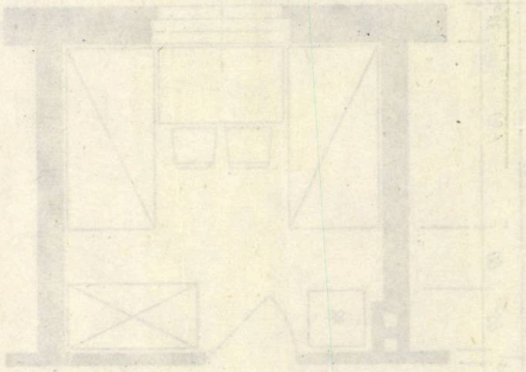


Fig. 3. — Camera pentru 2 copii.
$S_2 = 12{,}00$ mp.

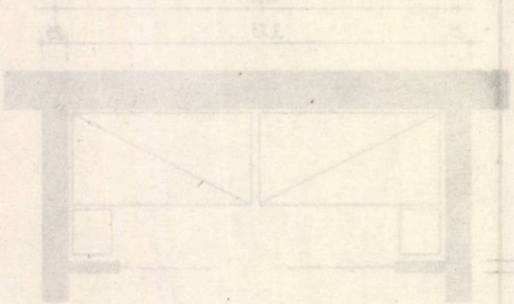
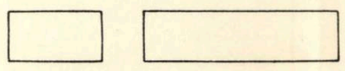
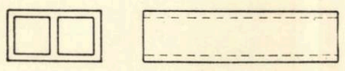
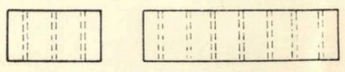
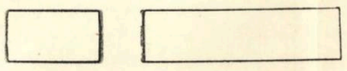
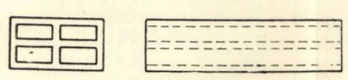
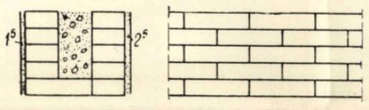
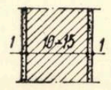
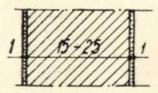
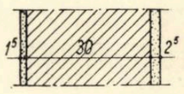
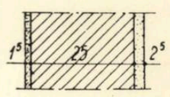
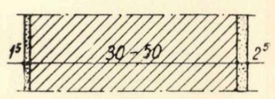
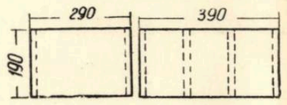
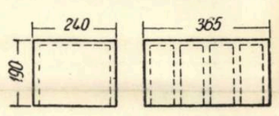
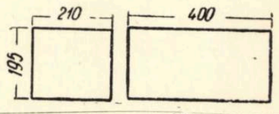
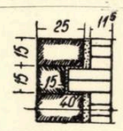
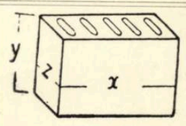
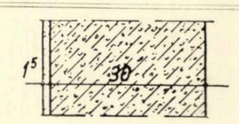


Fig. 4. — Hol de dormit pentru 2 copii.
$S_3 = 7{,}00$ mp.

Tabelul 6

Caracteristici tehnice ale materialelor şi pereţilor pentru clădiri de locuit din oraşul Iaşi

Nr. crt.	Soluţia constructivă	Forma	Dimensiunea cărămizilor sau a blocurilor (mm)	Greutatea cărămizilor sau a blocurilor (kg)	Greutatea specifică aparentă γ_a (kg/m³) a		Marca elementelor zidăriei		Rezistenţa zidăriei la compresiune R_r.	Grosimea pereţilor —interiori portanţi —exteriori autoportanţi, în clădiri la nivele diferite								Conductivitatea termică a zidăriei λ (kcal/mh°C)	Grosimea echivalentă cu rezistenţa termică cu zidul de 37,5cm		Grosimea tencuielii		Valoarea rezistenţei termice medii a zidăriei		Valoarea izolaţiei fonice a zidăriei		Greutatea pe mp de perete
					blocului	zidului	bloc	mortar		P	I	II	III	IV	V	VI	VII		teoretic	practic	interioară	exterioară	efectiv	indice	efectiv (db)	indice	(kg)
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
	I. *Perete de cărămidă din:*																										
1	Cărămidă ceramică plină		63×115×240	3...3,1	1700 1800	1750	75 100 125	4 10 25	1 2 2	62,5 50	50 50	50 50	50 36,5	36,5 36,5	36,5 36,5	25 36,5	25 36,5	0,68	36,5	36,5	1,5	2,5	4,987	1,00	56,00	1,00	638
2	Cărămidă ceramică cu goluri		63×115×240	2	1300	12:0	50 70	4 10	1 1	36,5 36,5	25 36,5	— —	— —	— —	— —	— —	— —	0,45	25	36,5	1,5	2,5	5,187	1,08	52,40	0,94	488
3	Cărămidă celulară ceramică (30%)		63×115×240	2,4	1400	1350	70 90	4 10	1 1	50 50	50 50	36,5 36,5	36,5 36,5	25 36,5	— —	— —	— —	0,52	28	36,5	1,5	2,5	4,936	0,99	53,00	0,95	525
4	Cărămizi silico-calcaroase pline		63×115×240	3,3	1900	1850	75 100 125 150	4 10 25 50	1 2 2 3	62,5 50	50 50	50 50	50 50	36,5 50	36,5 —	25 —	25 —	0,75	40	50	1,5	—	5,892	1,18	59,20	1,06	950
5	Cărămizi silico-calcaroase găurite		63×115×240	2,7	1700	1600	70 90	4 10	1 1	50 50	50 50	36,5 36,5	36,5 36,5	25 36,5	— —	— —	— —	0,60	32	36,5	1,5	2,5	4,022	0,81	65,10	1,16	575
6	Cărămizi silico-calcaroase pline în zidărie cu goluri umplute cu zgură		63×115×240	3,3	1650	1850	—	10	—	— 36,5	— 36,5	— —	— —	— —	— —	— —	— —	—	31	36,5	1,5	2,5	4,822	0,97	75,90	1,35	487
	II. *Perete din beton monolit cu:*																										
7	Agregate calcaroase de Bîrnova uşor armate		—	—	—	2200 2300	—	—	B 90...110	30 —	25 —	25 —	20 —	20 —	20 —	20 —	20 —	—	—	—	1	1	—	—	—	—	d=25 cm 550
8	Idem simplu		—	—	—	1800 1900	—	—	B 35...50	40 —	40 —	30 —	30 —	30 —	20 —	20 —	20 —	—	—	—	1	1	—	—	—	—	d=25 cm 462
9	Macroporos cu agregate de Repedea		—	—	—	1450	—	—	B 25	40 35	30 35	— —	— —	— —	— —	— —	— —	0,60	27	30	1,5	2,5	4,475	0,90	51,60	0,92	435
10	Argilă expandată		—	—	—	1500	—	—	B 30...50	35 40	30 40	25 30	20 30	— —	— —	— —	— —	0,50	23	25	1,5	2,5	4,037	0,81	52,00	0,87	375
11	Pămînt stabilizat cu ciment şi adaose fibroase		—	—	—	1400	—	—	B 25	30 40	30 40	— —	— —	— —	— —	— —	— —	0,40	22	30	1,5	2,5	4,637	0,93	51,30	0,917	420
	III. *Perete din blocuri mici din:*																										
12	Material ceramic cu goluri		190×290×390	21,5	1300	1300	50	10	17...7	40 30	30 30	— —	— —	— —	— —	— —	— —	0,45	25	30	1,5	2,5	4,257	0,854	50,65	0,905	390
13	Beton cu agregate de Repedea cu goluri		190×240×365	13,2	1500	1500	50 70	10 25	17...7 25...5	36,5 50	36,5 36,5	24 36,5	24 36,5	— —	— —	— —	— —	0,60	33	36,5	1,5	2,5	4,687	0,94	54,00	0,965	548
14	Calcar oolitic şi cochilifer de Repedea		195×210×400	23	1400	1400	70	25	30...0	40 40	40 40	20 40	20 40	— —	— —	— —	— —	0,80	40	40	1,5	2,5	4,212	0,845	54,90	0,98	560
15	Calcar şi cărămidă ceramică cu goluri		63×115×240 150×250×120	3	1400 1300	1300	—	10	...0	— 40	— 40	— 40	— 40	— —	— —	— —	— —	0,80 0,45	37	40	1,5	2,5	5,18	1,04	53,50	0,955	520
16	Pămînt stabilizat şi adaose fibroase		190×140×2	10,8	1400	1400	25	10	13...7	30 40	30 40	— —	— —	— —	— —	— —	— —	0,40	23	30	1,5	2,5	4,40	0,885	51,90	0,926	420
	IV. *Perete din blocuri mari din:*																										
17	Beton cu argilă expandată		x= 600...1500 y=1000...3000 z 200... 300	500 2000	1450	1450	70	25	30...7	40 40	30 40	20 30	20 30	— —	— —	— —	— —	0,50	23	30	1,5	—	4,475	0,90	51,60	0,92	435
	V. *Pereţi din panouri mari din:*																										
18	Beton cu argilă expandată		—	—	1450	1450	—	—	B 70...110	30 30	30 30	25 30	25 30	25 30	20 30	20 30	20 30	0,50	23	30	1,5	—	4,475	0,90	51,60	0,92	435

Tabelul 5

Nr. crt.	Grupa de lucrări	Procent din total
1	Fundații	6,30... 8,20
2	Planșee	10,20...12,45
3	Zidărie pereți	15,30...16,40
4	Tencuieli pereți	4,70... 8,12
5	Tencuieli tavane	1,30... 2,02
6	Tîmplărie	7,90... 8,25
7	Acoperiș	1,25... 2,50
8	Pardoseli	6,50... 9,60
9	Instalații sanitare	4,02... 7,00
10	Instalații electrice	2,40... 4,10
11	Instalații de încălzire centrală	0 ... 5,10
12	Organizare de șantier	2,32... 5,80
13	Diverse	21,00...25,40

Studiindu-se variația prețului de cost și a volumelor fizice pe m^2 construit, se constată din fig. 8 că acestea scad atunci cînd crește suprafața construită a apartamentului.

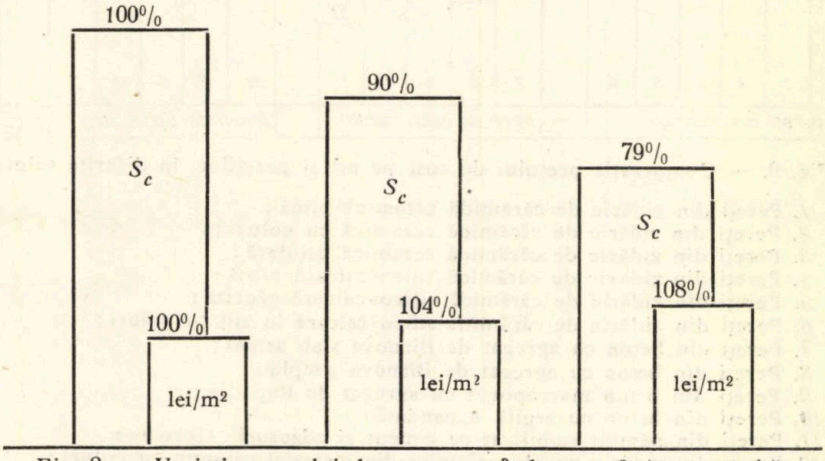


Fig. 8. — Variația prețului de cost pe m^2 de suprafață construită, în raport cu suprafața apartamentului.

4. Unele soluții economice pentru pereți

Ținînd seama de ponderea mare a pereților față de totalul costului apartamentelor s-a considerat utilă studierea unor soluții economice de alcătuire a acestor elemente de construcție în condițiile orașului Iași.

În studiu s-a considerat că suprafața corespunzătoare de perete interior și exterior pentru un apartament, în cazul unei structuri de rezistență cu pereți transversali portanți, poate fi calculată cu ajutorul coeficienților:

$c_1 = 0{,}915$ m² perete interior / m² suprafaţă construită,
$c_2 = 0{,}600$ m² perete exterior / m² suprafaţă construită.

Volumul efectiv de zidărie se poate stabili cu ajutorul coeficienţilor c_1 şi c_2 luînd în considerare grosimile efective rezultate din verificarea capacităţii portante şi a rezistenţei termice.

Structura de rezistenţă cu pereţi transversali portanţi şi perete exterior autoportant corespunde cel mai bine sortimentului de prefabricate disponibil, condiţiilor de izolare acustică şi condiţiilor impuse de gradul de seismicitate al regiunii, (gradul 7).

Factorii locali ce au fost luaţi în considerare sînt:

a) Regimul de construcţie (numărul de nivele) preconizat pentru oraşul Iaşi: clădiri cu 1...2 nivele, clădiri cu 3...4 nivele, clădiri cu 6...7 nivele.

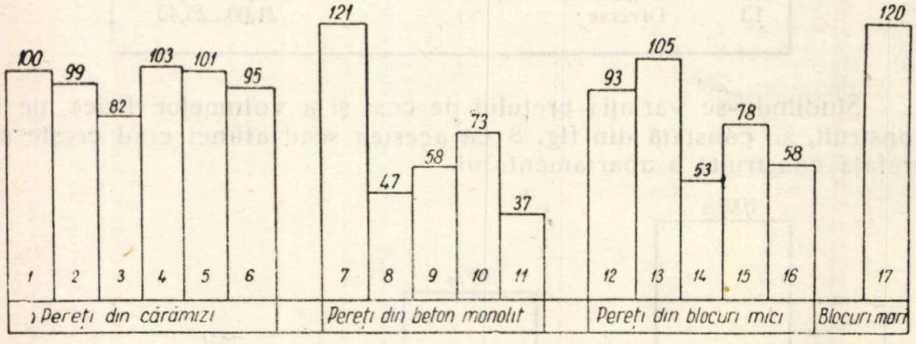


Fig. 9. — Comparaţia preţului de cost pe m³ al pereţilor, în diferite soluţii.

1. Pereţi din zidărie de cărămidă ceramică plină;
2. Pereţi din zidărie de cărămidă ceramică cu goluri;
3. Pereţi din zidărie de cărămidă ceramică celulară;
4. Pereţi din zidărie de cărămidă silico-calcară plină;
5. Pereţi din zidărie de cărămidă silico-calcară găurită;
6. Pereţi din zidărie de cărămidă silico-calcară în zid cu goluri;
7. Pereţi din beton cu agregat de Bîrnova slab armat;
8. Pereţi din beton cu agregat de Bîrnova simplu;
9. Pereţi din beton macroporos cu agregat de Repedea;
10. Pereţi din beton cu argilă expandată;
11. Pereţi din pămînt stabilizat cu ciment şi adaosuri fibroase;
12. Pereţi din zidărie cu blocuri mici din material ceramic cu goluri;
13. Pereţi din zidărie cu blocuri mici din beton cu agregate de Repedea cu goluri;
14. Pereţi din zidărie cu blocuri mici din calcar oolitic de Repedea;
15. Pereţi din zidărie mixtă de cărămidă ceramică şi blocuri mici de calcar;
16. Pereţi din zidărie cu blocuri mici din pămînt stabilizat cu adaosuri fibroase;
17. Pereţi din blocuri mari din argilă expandată.

b) Climatul local, cu temperatura exterioară de calcul $t_i = -21°$ C, inerţia termică considerîndu-se prin echivalenţă cu zidul de cărămidă de 37,5 cm.

c) Resursele locale de materiale existente şi cu posibilităţi de dezvoltare între care: cărămizi pline obişnuite şi silico-calcare, cărămizi găurite şi celulare, blocuri ceramice, piatră locală din masivul

Repedea, (situat la 12 km de orașul Iași), sub formă de blocuri mici de calcar oolitic și cochilifer și sub formă de agregate pentru beton macroporos turnat în cofraje de inventar, zgură de locomotivă, pământ stabilizat cu ciment și adaosuri fibroase pentru locuințe individuale în mediul rural și pentru clădiri în sectorul agrozootehnic.

d) Posibilități de mecanizare și industrializare oferite de organizațiile locale de construcții.

Caracteristicile tehnice ale materialelor și zidăriilor sînt prezentate centralizat în tabelul 6. Comparația între prețurile pe m^3 de perete se poate urmări în fig. 9, iar comparația între costul pe m^2 de perete echivalent din punct de vedere termic cu zidul de 37,5 cm din cărămidă – în fig. 10.

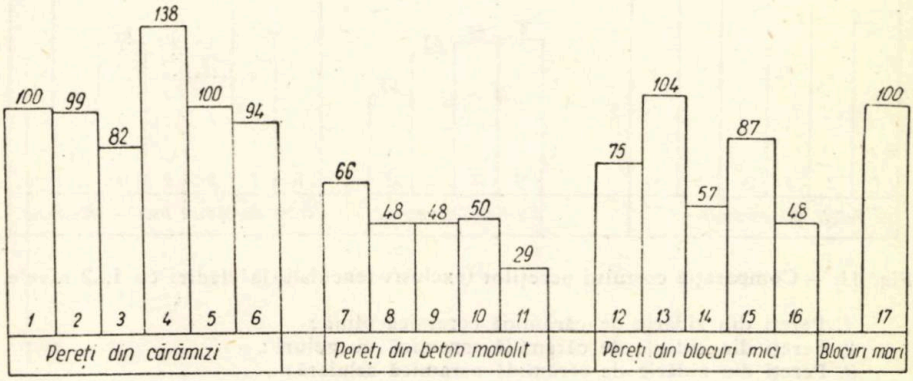


Fig. 10. Comparația prețului de cost pe m^2 la pereți echivalenți cu pereții de cărămidă de 37,5 cm. grosime.

1. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică plină;
2. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică cu goluri;
3. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică celulară;
4. Pereți din zidărie de cărămidă silico-calcară plină;
5. Pereți din zidărie de cărămidă silico-calcară găurită;
6. Pereți din zidărie de cărămidă silico-calcară în zid cu goluri;
7. Pereți din beton cu agregat de Bîrnova slab armat;
8. Pereți din beton cu agregat de Bîrnova simplu;
9. Pereți din beton macroporos cu agregat de Repedea;
10. Pereți din beton cu argilă expandată;
11. Pereți din pămînt stabilizat cu ciment și adaosuri fibroase;
12. Pereți din zidărie cu blocuri mici din material ceramic cu goluri;
13. Pereți din zidărie cu blocuri mici din beton cu agregat de Repedea cu goluri;
14. Pereți din zidărie cu blocuri din calcar oolitic de Repedea;
15. Pereți din zidărie mixtă de cărămidă ceramică și blocuri mici de calcar;
16. Pereți din zidărie cu blocuri mici de pămînt stabilizat cu adaosuri fibroase;
17. Pereți din blocuri mari din argilă expandată.

Comparația costului total al pereților la un apartament, în diferite soluții, este prezentată pentru clădiri cu 1...2 nivele în fig. 11, iar pentru clădiri cu 3...4 nivele, în fig. 12.

În calcule s-au luat în considerație prețurile reale ale diferitelor materiale și soluții.

Din studiul întocmit rezultă că pentru orașul Iași se pot lua în considerație soluții mai raționale pentru pereți analizînd situația în două etape:

a) soluții economice ce pot fi adoptate imediat în anul 1960;

b) soluții economice indicate în anii următori, pe măsura dezvoltării bazei locale de materiale, a industrializării și a producerii de sortimente noi.

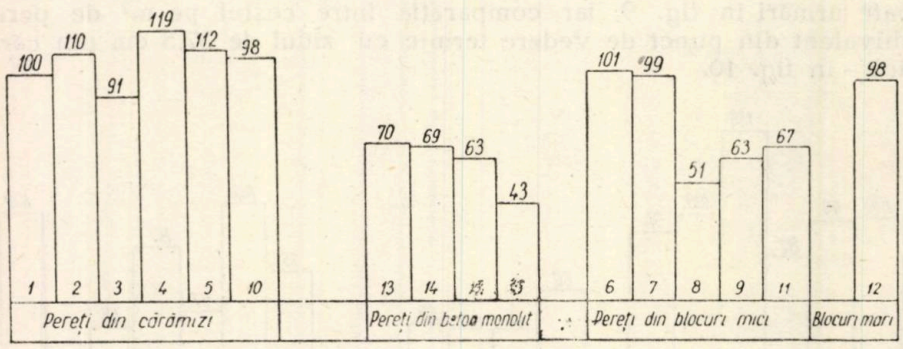


Fig. 11. — Comparația costului pereților (exclusiv tencuiala) la clădiri cu 1...2 nivele.

1. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică plină;
2. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică cu goluri;
3. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică celulară;
4. Pereți din zidărie de cărămidă silico-calcară plină;
5. Pereți din zidărie de cărămidă silico-calcară cu goluri;
6. Pereți din zidărie cu blocuri ceramice cu goluri;
7. Pereți din zidărie cu blocuri mici tip Crestianin din beton cu agregate de Repedea;
8. Pereți din zidărie cu blocuri mici de calcar cochilifer;
9. Pereți interiori din zidărie de calcar cochilifer și pereți exteriori din zidărie mixtă de cărămidă și blocuri de calcar;
10. Pereți interiori din cărămidă silico-calcară și pereți exteriori din zidărie de cărămidă silico-calcară cu goluri umplute cu zgură;
11. Pereți din zidărie de blocuri mici din pămînt stabilizat cu ciment și adaosuri fibroase.
12. Pereți din blocuri mari de argilă expandată;
13. Pereți interiori din beton monolit compact cu agregate de Repedea și pereți exteriori din zidărie de cărămidă celulară;
14. Pereți din beton macroporos monolit cu agregate de Repedea;
15. Pereți din beton monolit cu argilă expandată;
16. Pereți din pămînt stabilizat cu ciment și adaosuri fibroase, turnat în cofraje.

Deosebit de avantajoase apar soluțiile bazate pe utilizarea materialelor locale din masivul Repedea sub forma de pereți din beton macroporos și pereți de zidărie din blocuri de calcar oolitic sau sub formă de pereți interiori monoliți executați din beton obișnuit sau greu.

Pentru construcțiile cu 1...2 nivele pămîntul stabilizat apare cel mai indicat din punct de vedere economic.

Folosirea pereților din panouri mari, soluție din cele mai avantajoase din punct de vedere tehnic și economic, este condiționată de

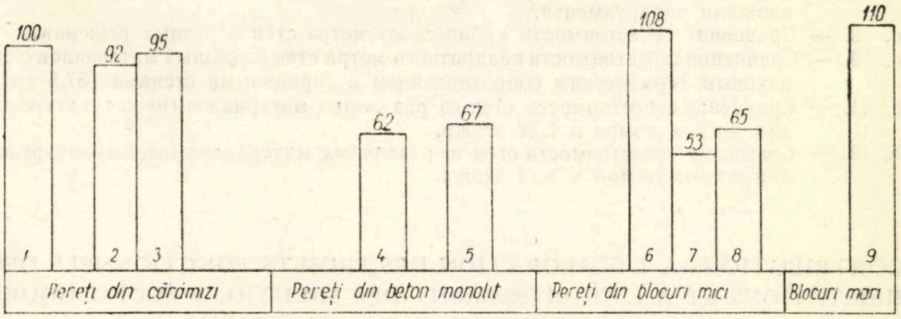


Fig. 12. — Comparația costului pereților (exclusiv tencuiala), la clădiri cu 3...4 nivele.

1. Pereți din zidărie de cărămidă ceramică plină;
2. Pereți interiori din zidărie de cărămidă silico-calcară și pereți exteriori din blocuri ceramice;
3. Pereți din zidărie de cărămidă celulară;
4. Pereți interiori din beton compact și pereți exteriori din zidărie de blocuri ceramice;
5. Pereți din beton monolit cu argilă expandată;
6. Pereți din zidărie cu blocuri mici din beton cu goluri;
7. Pereți din zidărie cu blocuri mici din calcar de Repedea;
8. Pereți interiori din zidărie cu blocuri mici din calcar de Repedea și pereți exteriori din zidărie mixtă de cărămidă și blocuri de calcar;
9. Pereți din blocuri mari de argilă.

existența în Iași a unui combustibil economic și de dezvoltarea atelierului de prefabricate din beton armat, existent în Iași.

Primit la 11 XII 1959

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Construcții

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФУНКЦИОНАЛЬНОМУ ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЖИЛИЩНЫХ ДОМОВ И ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ ДЛЯ КЛАДКИ СТЕН В ЯССКОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

(Резюме)

Исследования проведенные строительным факультетом ЯПИ по снижению себестоимости строющихся в Яссах жилищ охватывают следующие темы:

а) минимальная площадь квартиры для семьи в 3...8 человек;

б) экономическая эффективность некоторых решений для стен жилых домов, учитывая местные материалы, возможности индустриализации и климатические особенности Ясской области.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Спальная комната для родителей (S_c = 14,00 м²).

Рис. 2. — Комната для одного ребенка (S_c = 8,00 м²).

Рис. 3. — Комната для двух детей (S_c = 12,00 м²).

Рис. 4. — Спальный уголок для двух детей (S_c = 7,60 м²).

Рис. 5. — Кухня (S_c = 5,00 м²).

Рис. 6. — Ванная комната и уборная ($S_c = 5{,}00$ м²).
Рис. 7. — Лестничная клетка ($S_c = 13{,}00$ м²).
Рис. 8. — Вариация себестоимости квартирного квадратного метра в зависимости от площади аппартамента.
Рис. 9. — Сравнение себестоимости кубического метра стен в разных решениях.
Рис. 10. — Сравнение себестоимости квадратного метра стен из разных материалов с одинаковым термическим сопротивлением с кирпичными стенами (37,5 см).
Рис. 11. — Сравнение себестоимости стен из различных материалов (неоштукатуреных) для жилых домов в 1...2 этажа.
Рис. 12. — Сравнение себестоимости стен из различных материалов (неоштукатуреных) для жилых домов в 3...4 этажа.

CONTRIBUTIONS À L'ÉLABORATION DES PROJETS FONCTIONNELS DES HABITATIONS ET À L'ÉTABLISSEMENT DES SOLUTIONS ÉCONOMIQUES POUR JASSY CONCERNANT LA CONSTRUCTION DES PAROIS DES BÂTIMENTS

(Résumé)

La série des études ayant pour but la réduction du prix de revient des habitations à Jassy, élaborées auprès de la Faculté de Construction de l'Institut Politechnique de Jassy nous a conduit à quelques de résultats concernant:

a) la surface minima des appartements déstinés aux familles de 3 à 7 personnes;

b) l'efficacité économique de quelques solutions possibles pour la réalisation des parois des logements, en tenant compte des ressources locales, des conditions du climat spécifique de la région de Jassy et des possibilités d'industrialisation.

Explication des figures

Fig. 1. — Chambre à coucher pour parents ($S_c = 14{,}00$ m²).
Fig. 2. — Chambre pour un enfant ($S_c = 8{,}00$ m²).
Fig. 3. — Chambre pour deux enfants ($S_c = 12{,}00$ m²).
Eig. 4. — Retrait pour deux enfants ($S_c = 7{,}60$ m²).
Fig. 5. — Cuisine ($S_c = 6{,}00$ m²).
Fig. 6. — Chambre de bain avec toilette ($S_c = 5{,}00$ m²).
Fig. 7. — Escalier d'accès ($S_c = 13{,}00$ m²).
Fig. 8. — Variation du prix de revient au mètre carré construit par rapport à la surface de l'appartement.
Eig. 9. — Comparaison du prix de revient des parois par mètre cube.
Fig. 10. — Comparaison du prix de revient par mètre carré des parois équivalents au point de vue thérmique aux parois de briques ayant une épaisseur de 37,5 cm.
Fig. 11. — Comparaison du prix de revient par mètre carré des parois pour bâtiments à 1...2 niveaux.
Fig. 12. — Comparaison du prix de revient par mètre carré des parois pour bâtiments à 3...4 niveaux.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

624.07

EXPERIMENTAREA GRINZILOR CU ZĂBRELE ALCĂTUITE DIN ELEMENTE DIN BETON ARMAT PREFABRICAT, ASAMBLATE PRIN PRECOMPRIMARE, DUPĂ MAI MULTE DIRECŢII, DE LA PODUL ROMAN

DE

ANATOLIE MIHUL ŞI SILVIA PĂUN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Avantajele pe care le prezintă grinzile cu zăbrele alcătuite din elemente prefabricate, asamblate prin precomprimare, au determinat pe cercetătorii din domeniul construcţiilor să efectueze o serie de studii asupra acestor sisteme, pentru introducerea lor raţională în alcătuirea construcţiilor de mari deschideri.

Fig. 1

În ţara noastră, în anul 1955, Ministerul Construcţiilor şi a Materialelor de Construcţii a programat în acest scop experimentarea unor grinzi cu zăbrele alcătuite din elemente prefabricate, asamblate prin precomprimare după mai multe direcţii, pentru construcţia podului de cale ferată industrială cu ecartament de 600 mm, de 242 m lungime, peste rîul Moldova, la Roman (fig. 1).

Proiectul pentru construcţia podului a fost întocmit în cadrul Institutului de Proiectări de Construcţii Hidrotehnice de colectivul format din ing. Gh. Panaite, ing. Oreste Vorobciuc şi ing. Gh. Bilcea, iar lucrările de experimentare şi asistenţă tehnică au fost efectuate de Institutul de Cercetări în Construcţii — secţia Iaşi, în colaborare cu Catedra de Statică şi Beton Armat de la Institutul politehnic din Iaşi, prin autorii acestei lucrări.

Înainte de a se trece la construcţia propriu-zisă a suprastructurii podului s-a executat pe standul de încercare a Întreprinderii de Prefabricate—Roman o traveie de pod în mărime naturală, care a fost încercată pînă la pierderea capacităţii de rezistenţă. În baza rezultatelor obţinute la experimentarea operaţiilor de execuţie şi a comportării suprastructurii sub sarcină pe traveia de probă, s-au adus o serie de modificări proiectului iniţial în urma cărora s-a trecut la execuţia podului. Podul înainte de a fi dat în exploatare a fost încercat la sarcina de exploatare.

În lucrarea de faţă sînt prezentate cîteva concluzii referitoare la comportarea sistemelor încercate [1]).

2. Experimentarea traveii de probă

Traveia încercată [1] s-a realizat din două grinzi pricipale cu zăbrele, sistem dreptunghiular, de 19,75 m lungime, dispuse la distanţă de 1 m, cu diagonale comprimate şi montaţi întinşi. Rigidizarea transversală s-a făcut prin contravîntuiri în X dispuse din doi în doi montanţi şi longitudinal prin contravîntuiri la nivelul tălpii superioare, realizate de asemenea din panouri prefabricate în formă de X (fig. 2).

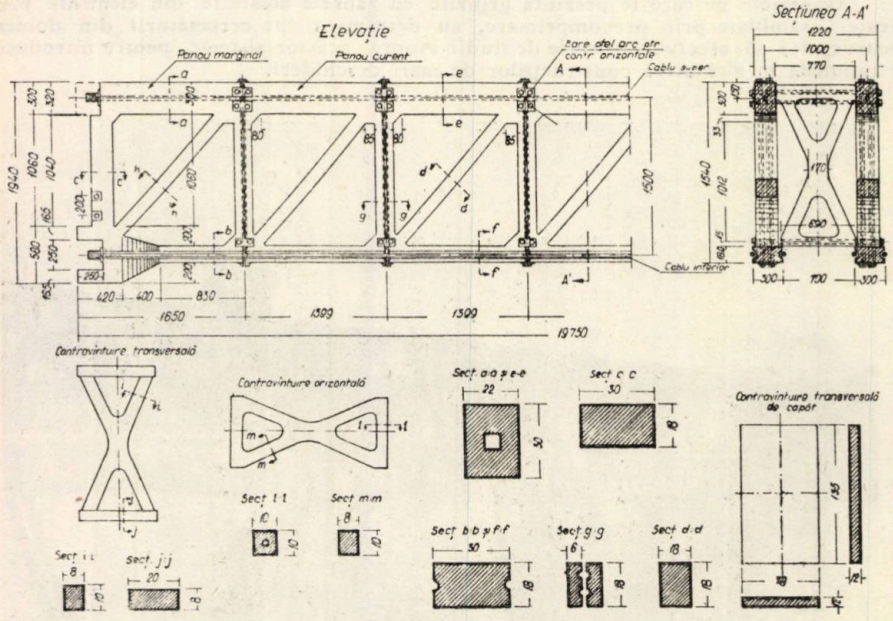


Fig. 2

În întregime, o traveie a fost alcătuită din 28 panouri pentru cele două grinzi principale (2×2 de capăt cu greutatea de 750 kg şi 2×12 curente cu greutatea de 530

[1]) Referatul detaliat, cu concluzii, în care sînt cuprinse problemele de execuţie şi de economie, se găseşte în manuscris la Catedra de Statică şi Beton Armat a Institutului politehnic din Iaşi şi a Institutului de Cercetări în Construcţii, Bucureşti şi secţia Iaşi.

kg), 8 panouri pentru contravîntuire verticală (6 curente şi 2 de capăt) şi 14 panouri pentru contravîntuire orizontală.

Asamblarea elementelor prefabricate, efectuată după trei direcţii, şi crearea unei stări iniţiale de tensiune în grindă s-a făcut în aşa fel încît la sarcina de exploatare toate elementele să fie comprimate.

Fiecare din cele două grinzi cu zăbrele s-a precomprimat în sens longitudinal cu trei cabluri: două pentru talpa inferioară (cu secţiune circulară, alcătuite din 29 corzi de $\varnothing$ 5 mm din oţel S.B.P.), dispuse în două şanţuri ovoidale, şi unul pentru talpa superioară (cu secţiune dreptunghiulară, alcătuit din 12 corzi $\varnothing$ 5 mm din oţel S.B.P.), dispus în golul acestei tălpi. Blocarea cablurilor din talpa inferioară s-a făcut la capete, prin pahare Korovkin, iar a celui din talpa superioară, la un capăt cu ajutorul unui pahar Korovkin şi la celălalt capăt cu ajutorul unui dorn de $\varnothing$ 50 mm introdus în bucla alcătuită din corzile îndoite ale cablului. Toţi montanţii s-au precomprimat cu cîte două bare din oţel arc de $\varnothing$ 18 mm, pentru montanţii de capăt şi de $\varnothing$ 16 mm, pentru restul montanţilor. Blocarea barelor, la capete, s-a realizat cu ajutorul piuliţelor. Precomprimarea transversală a grinzilor, în vederea solidarizării celor două grinzi, s-a realizat prin intermediul unor bare de $\varnothing$ 16 mm din oţel OLX 52. Eforturile de preîntindere au fost: 50 t pentru cablurile inferioare, 18,7 t pentru cablurile superioare, 4,5...13 t pentru montanţi şi 4,5 t pentru barele transversale.

Betonul folosit pentru confecţionarea panourilor prefabricate a fost de marcă B — 500, mortarul cu care s-au matat rosturile a fost de cel puţin 600 kg/cm^2, betonul pentru umplerea paharelor Korovkin, de rezistenţă 750 kg/cm^2. Corzile S. B. P. cu $\varnothing$ 5 mm au avut o rezistenţă la rupere de 130...150 kg/mm^2, limita de curgere tehnică de 100...127 kg/mm^2, iar alungirea relativă, măsurată pe probe de 10d, de 3,5..7,5%.

Încercarea traveii de probă s-a făcut pe un stand special amenajat în acest scop (fig. 3).

Încercarea grinzilor la sarcini verticale s-a făcut cu două prese de cîte 100 t, iar la sarcini orizontale cu o presă de 60 t.

Transmiterea sarcinilor verticale la talpa superioară s-a făcut prin intermediul a două grinzi metalice aşezate pe perne din lemn de stejar; sarcina orizontală a fost aplicată lateral, la mijlocul grinzii, pe talpa superioară.

Pentru măsurarea deformaţiilor pe verticală s-au folosit 10 amplificatoare duble de săgeţi şi 11 amplificatoare simple, cu precizia de măsurare 2.10^{-1}, amplasate în dreptul nodurilor, cu limita de măsurare de 15 cm.

Pentru măsurarea tasării reazemelor s-au folosit 4 comparatoare cu precizia de măsurare 1.10^{-2}. Scurtarea tălpilor inferioare a fost măsurată cu ajutorul a 4 comparatoare aşezate la cele două capete ale grinzilor. Pentru deplasări şi deformaţii pe orizontală s-au folosit 13 comparatoare cu precizia de 1.10^{-2}.

Măsurarea tensiunilor s-a făcut cu ajutorul tensometrelor mecanice şi electrice. S-au folosit în total 10 tensometre mecanice tip Huggenberger cu o precizie de $1{,}2.10^{-3}$, montate pe talpa inferioară în panourile centrale pe diagonalele şi montanţii de capăt ale grinzii şi 190 traductori electrici cu fir rezistent, dintre care 26 s-au montat pe armătură iar restul pe beton. Măsurarea deformaţiilor cu ajutorul tensometriei electrice s-a făcut cu două aparate: unul cehoslovac—tip Kowo, iar celălalt romînesc—tip 9 Mai.

Pentru a se elimina influenţele negative care pot conduce la rezultate eronate în utilizarea tensometriei electrice (variaţii de umiditate şi temperatură în timpul încercărilor, variaţie de umiditate şi temperatură în lungul grinzii, încălzire a firului de constantan) s-a scurtat la minimum timpul dintre două citiri consecutive, grupîndu-se cîte 10...20 traductori care se urmăreau în timpul unei încărcări. S-au făcut încărcări repetate de scurtă durată.

Etapele şi ordinea în care s-au făcut măsurătorile au fost:

a) în timpul precomprimării după cele trei direcţii,

b) după reîntinderea cablurilor la 24 ore de la terminarea precomprimării,

c) după prima încărcare a grinzii cu sarcina de exploatare corespunzătoare momentului de 193 tm (momentul maxim de 193 tm corespunde încărcării traveii cu greutatea permanentă totală şi cu un convoi alcătuit dintr-o locomotivă de 12 t şi vagoneţi cu capacitatea de 1 m^3; sarcina de exploatare a fost echivalată cu două sarcini concentrate aplicate la aproximativ 1/3 din deschidere),

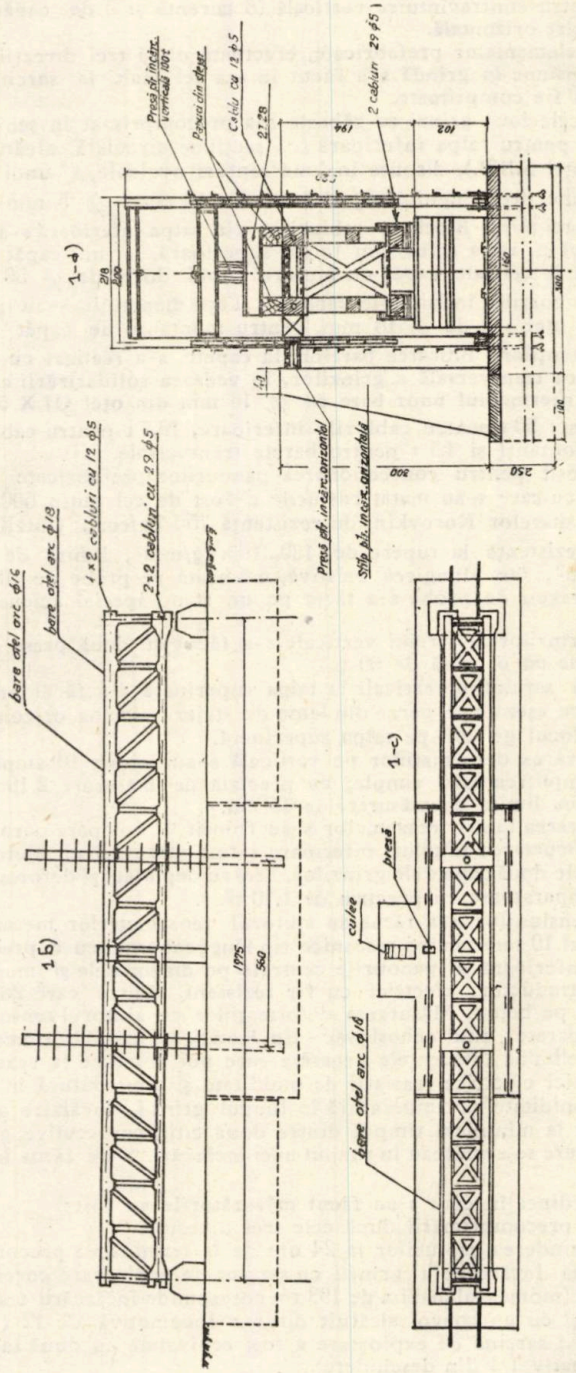

1-a)
1-b)
1-c)
Presă pt. încărc. orizontal
Stîlp pt. încărc. orizontală
bare oțel arc ϕ16
bare oțel arc ϕ18
1×2 cabluri cu 12 ϕ5
2×2 cabluri cu 29 ϕ5
culee
presă
1975
560
250
300
102
194

Fig. 3

d) după încărcări repetate cu sarcina de exploatare (de 15 ori),

e) după 24 ore de încărcare cu sarcina de exploatare,

f) după prima încărcare cu sarcina orizontală de 3,7 t,

g) după încărcări repetate cu sarcina orizontală,

h) după încărcarea cu sarcina verticală de exploatare, concomitent cu sarcina orizontală,

i) după încărcarea cu sarcina de fisurare,

j) după încărcări cu două sarcini verticale de 10 t, 20 t şi apoi în trepte de 5 t pînă la rupere.

Măsurătorile s-au făcut la sfîrşitul fiecărei etape de încărcare şi descărcare.

Din analiza rezultatelor obţinute la experimentarea traveii de probă s-au putut trage următoarele concluzii:

a) prin precomprimarea după trei direcţii a unor grupe de grinzi cu zăbrele alcătuite din elemente prefabricate, asamblate prin precomprimare, cu panouri de legătură de asemenea prefabricate, se realizează o conlucrare a întregului ansamblu, care lucrează spaţial ca un sistem monolit;

b) prin conlucrarea spaţială a sistemului, capacitatea portantă a traveii încercate a rezultat mai mare decît din calcul (la care nu s-a luat în considerare conlucrarea spaţială a sistemului). Coeficientul de siguranţă la rupere a rezultat de 2,81 faţă de cel calculat de 2,30, cu toate că betonul din care au fost realizate elementele nu a depăşit, în mod obişnuit, marca prescrisă;

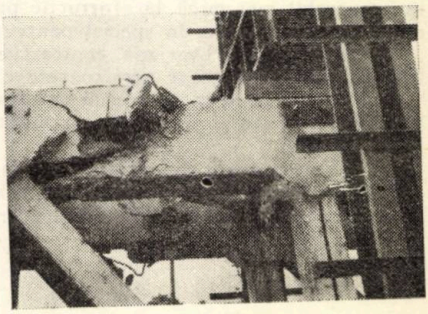


Fig. 4

c) pierderea capacităţii portante a traveii încercate s-a produs prin ruperea betonului din tălpile comprimate ale grinzilor cu zăbrele (fig. 4) fără ca să se producă ruperea cablurilor. Caracterul unei astfel de ruperi este menţionat în literatură ([2], [3]) la încercările efectuate în străinătate asupra altor grinzi alcătuite din elemente prefabricate asamblate prin precomprimare (după o singură direcţie);

d) din literatura străină rezultă că săgeata maximă la rupere a grinzilor cu zăbrele alcătuite din elemente prefabricate, asamblate prin precomprimare, folosite la construcţiile civile, este în jurul a 1/150 din deschidere. La traveia de pod încercată la Roman, datorită unei conlucrări spaţiale a sistemului şi precomprimării montanţilor, săgeata la rupere a ajuns la 1/120 din deschidere;

e) pierderile de tensiune din precomprimare la grinzile cu zăbrele încercate, alcătuite din elemente prefabricate, asamblate prin precomprimare, au rezultat mai mari decît cele ce se înregistrează la elementele precomprimate turnate continuu. Reduceri însemnate a pierderilor de tensiune s-au putut realiza prin pretensionarea timpurie a mortarului de matare, care a fost experimentată la execuţia traveilor curente de pod;

f) la transmiterea eforturilor de la presă la grindă prin şaibe, datorită strivirilor, neplaneităţii şaibelor şi deformaţiilor plastice ale armăturii şi ale betonului (imediat după terminarea precomprimării) se produc pierderi de tensiuni în cabluri. Valoarea acestor pierderi, înregistrate atît la cablurile inferioare cît şi la cele superioare, a rezultat de cca 10% din efortul total de precomprimare;

g) pierderile de tensiune înregistrate în cabluri după 24 de ore de la terminarea tensionării, au fost de 420 kg/cm^2, adică cca 5% din tensiunea măsurată la terminarea operaţiei de precomprimare. Eliminarea în mare parte a acestor pierderi de tensiune se poate face printr-o reîntindere a cablurilor după 24 de ore de la prima tensionare;

h) alungirea medie a cablurilor inferioare pentru efortul de 8000 kg/cm^2 a fost de 111 mm, iar la cablurile superioare de 98 mm, ceea ce reprezintă în medie 5,62% din lungimea totală iniţială a cablurilor;

i) repartiţia eforturilor înregistrată pe corzile unui cablu în aceeaşi secţiune este neuniformă. Deformaţiile au variat de la 3,9‰ la 4,7‰ ceea ce corespunde la o variaţie de tensiune în corzi de cca. 1500 kg/cm^2. Diferenţa dintre eforturile din corzi, raportată la tensiunea finală din întinderea cablului, este de cca 17%. Această diferenţă se datoreşte frecărilor care se produc între cabluri şi pereţii canalului de beton;

j) la unele corzi s-a constatat o mică variaţie de tensiune în lungul corzilor. Astfel s-a înregistrat o diferenţă de tensiune de 400 kg/cm^2 la capătul unor corzi (de unde s-a făcut întinderea) faţă de efortul de la mijlocul corzii. Această diferenţă se datoreşte frecărilor care se produc între cablu şi pereţii canalului de beton;

k) alungirea totală aparentă la precomprimare a barelor de ∅ 18 mm a rezultat de 12,6 mm din care 3,8 mm se datoresc eforturilor de întindere (măsurate cu ajutorul tensometriei), iar restul de 8,8 mm — strivirii betonului, rotirii şi deformării plăcilor metalice. La transmiterea efortului de la presă prin piuliţă la şaibă şi la beton s-au înregistrat pierderi de numai 4% din efortul iniţial. Pierderile de tensiune în barele montanţilor, după 24 ore de la terminarea întinderii, au fost de cca 400 kg/cm^2, apropiate de cele înregistrate la cabluri;

l) scurtarea tălpii inferioare pe toată lungimea ei a rezultat de 9,7 mm, adică de cca. 0,488 mm/ml;

m) scurtarea înălţimii montanţilor de capăt (precomprimaţi cu 13,0 t) a fost de 0,3 mm;

n) tensiunile măsurate din precomprimare sînt apropiate de cele rezultate din calcul. S-a înregistrat o variaţie destul de uniformă a tensiunilor repartizate pe lăţimea şi înălţimea secţiunilor tălpilor. Variaţia eforturilor pe lăţimea secţiunii transversale este incomparabil mai mică la eforturile provenite din precomprimare faţă de cele produse de sarcinile verticale, în special pentru primele trepte de încărcare;

o) urmărind variaţia contrasăgeţii, la diferite încărcări şi descărcări succesive (tabelul 1), se pot trage următoarele concluzii:

După prima încărcare cu sarcina de exploatare şi apoi descărcare, contrasăgeata grinzii s-a micşorat în toate secţiunile atingînd valoarea maximă la mijlocul deschiderii (2 mm).

Contrasăgeata a descrescut de la 18 mm (în mijlocul deschiderii grinzilor), adică 1/1100 din deschidere, la 16 mm (1/1250 *l*) după prima încărcare şi descărcare cu cîte două sarcini de cîte 20 t pe fiecare grindă. Variaţia contrasăgeţii în acest caz este arătată în fig. 5.

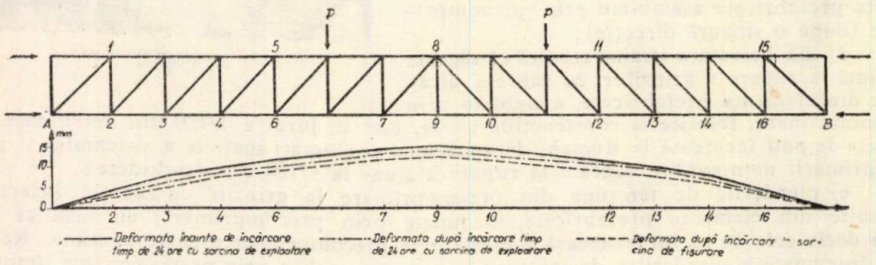


Fig. 5

După 15 încărcări şi descărcări cu sarcina de exploatare contrasăgeata s-a micşorat foarte puţin (cu 1 mm) valoarea ei fiind de 15 mm. Încărcările şi descărcările s-au făcut la intervale mici de timp, pentru a se putea citi în bune condiţiuni deformaţiile înregistrate de tensometria electrică. În fig. 6 este arătată deformaţia grinzii sub acţiunea sarcinii din greutatea proprie, în comparaţie cu cea stabilită prin calcul. Se constată că diferenţele de contrasăgeţi sînt mici, (1,85 mm, de la 15 mm — reală la 13,15 mm — calculată), ceea ce corespunde unei diferenţe de cca 10% din contrasăgeata reală totală. Comparînd contrasăgeata calculată cu cea obţinută imediat după precomprimare observăm o diferenţă de 4,85 mm, ceea ce corespunde la 25% din contrasăgeata totală reală.

După menţinerea grinzii timp de 24 ore sub sarcina de exploatare, apoi descărcare, contrasăgeata a descrescut în secţiunea de mijloc cu 1,7 mm ajungînd la o valoare de 13,30 mm, practic egală cu cea rezultată din calcul. (Încărcarea timp de 24 de ore cu sarcina de exploatare s-a făcut după ce, în prealabil, grinda fusese încărcată de 15 ori cu aceeaşi sarcină).

Tabelul 1

Variația contrasăgeții la încărcări și descărcări repetate

Nr. crt.	Condiții de încărcare	Valoarea contrasăgeții (mm)	Valoarea contrasăgeții în raport cu deschiderea grinzii f/l	Diferența față de contrasăgeata inițială (mm)	Diferența față de contrasăgeata anterioară (mm)	Descreșterea săgeții față de contrasăgeata inițială (%)	Diferența față de contrasăgeata calculată (mm)	Diferența față de contrasăgeata calculată %
1	Din pretensioare (imediat după terminarea precomprimării + + greutatea proprie)	18,00	1/1100	—	—	—	4,85	26,90
2	După ce grinda a fost încărcată o singură dată cu sarcina de exploatare	16,00	1/1250	2,0	2,0	11,3	2,85	17,80
3	După 15 încărcări succesive cu sarcina verticală de exploatare, exclusiv prima încărcare	15,00	1/1320	3,0	1,0	16,70	1,85	12,30
4	După 8 încărcări cu sarcina orizontală + 6 încărcări și descărcări cu sarcina orizontală concomitent cu cea verticală	14,90	1/1340	3,1	0,1	16,75	1,75	11,70
5	După menținerea grinzii timp de 24 ore sub încărcare cu sarcina de exploatare	13,30	1/1500	4,7	1,6	26,00	1,15	8,60
6	După încărcare cu sarcina de fisurare	2,40	1/1610	5,6	0,9	31,00	0,25	1,74

După încărcarea la sarcina de fisurare (corespunzătoare la două sarcini concentrate de cîte 30 t aplicate la 1/3 din deschidere) şi apoi descărcarea grinzii, s-a înregistrat scăderea contrasăgeţii, care a ajuns la o valoare de 12,40 mm (fig. 5), mai mică decît cea rezultată din calcul.

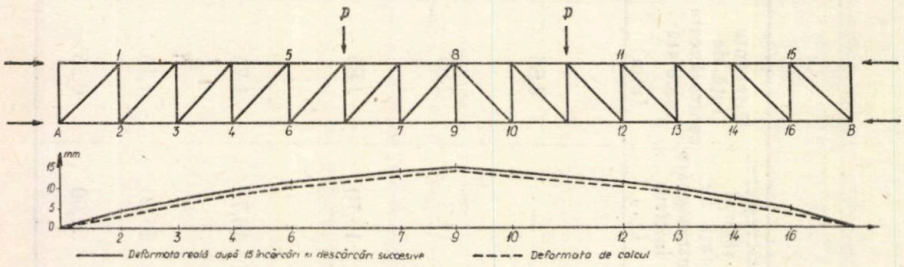


Fig. 6

Micşorarea contrasăgeţii faţă de cea obţinută imediat după precomprimare, după ce grinda a fost încărcată şi descărcată de 15 ori cu sarcina de exploatare, de 8 ori cu sarcina orizontală, de 6 ori cu sarcini verticale de exploatare concomitent cu cea orizontală, o dată încărcată cu sarcina de exploatare timp de 24 ore şi apoi încărcată pînă la fisurare, este de cca 30%;

p) la încărcări repetate cu sarcina de exploatare verticală şi orizontală grinda s-a comportat în ansamblu ca un sistem elastic fără a prezenta nici un fel de fisuri;

q) la încărcarea cu sarcina verticală de exploatare grinda a revenit la poziţia orizontală, contrasăgeata rezultată din precomprimare fiind foarte apropiată de valoarea

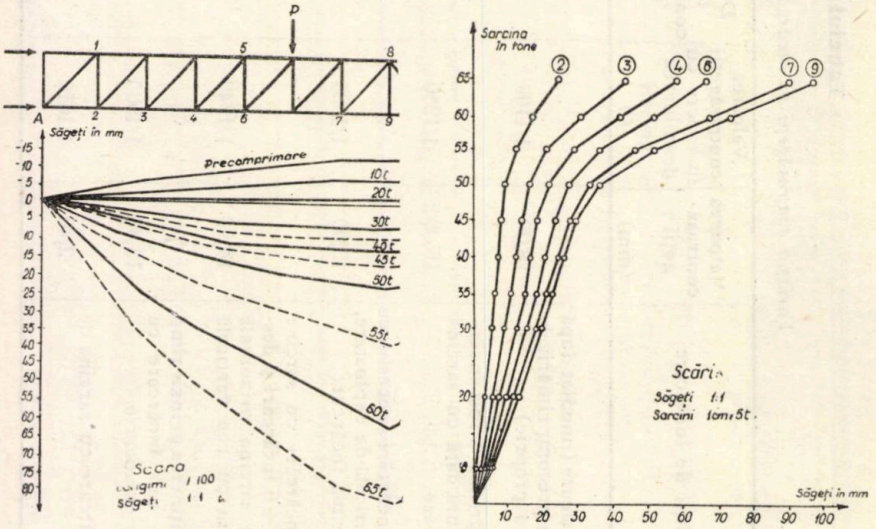


Fig. 7

săgeţii produsă de încărcare. La încărcarea cu sarcina de exploatare săgeata grinzii a rezultat de 1/1400 din deschidere, mai mică decît săgeata (1/1200) care s-a obţinut la încercările din străinătate pentru grinzi de acest tip, precomprimate numai în sens longitudinal, folosite în construcţii civile [2];

r) săgeţile travèii încercată la acţiunea sarcinilor verticale au variat liniar cu sarcinile pînă la încărcarea ce a depăşit cu cca 1,3 sarcina de fisurare (fig. 7). Aceasta

se explică prin precomprimarea spațială a traveii, care mărește simțitor limita elastică de deformare a întregului sistem;

s) primele fisuri au apărut în rostul matat din zona centrală a grinzii (fig. 8). Forța la care a fisurat grinda a fost mult mai mare decît cea calculată. Diferența dintre coeficientul de siguranță la fisurare obținut la încercare (1,55) față de cel calculat (1,30) se datorește în mare măsură legăturilor suplimentare de care nu s-a ținut seama în calcul. Secțiunile de mică rezistență, în ceea ce privește formarea și deschiderea fisurilor, se află în dreptul rosturilor matate dintre panouri. Deschiderea fisurilor în rosturile centrale, la o sarcină apropiată de cea de rupere, a depășit 1 cm. Variația deschiderii fisurilor din rostul central, rostul vecin celui central și a fisurii apărute la sarcina de 60 t în diagonala centrală, este arătată în fig. 9. Pînă la ruperea grinzii nu au apărut fisuri în tălpile întinse ale panourilor;

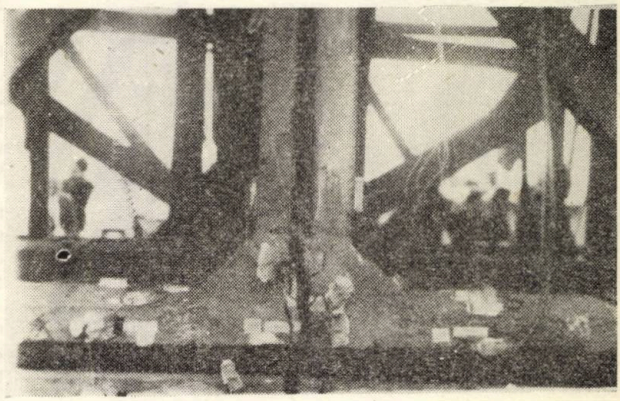


Fig. 8

t) rezultatele încercărilor permit a se aprecia că ipoteza de calcul static pentru aceste grinzi cu zăbrele, considerate cu noduri articulate, este, pentru proiectarea curentă, suficient de exactă; aceasta se explică prin faptul că elementele transversale de legătură a celor două tălpi (diagonale și montanți), pentru sistemul încercat, prezintă o rigiditate redusă;

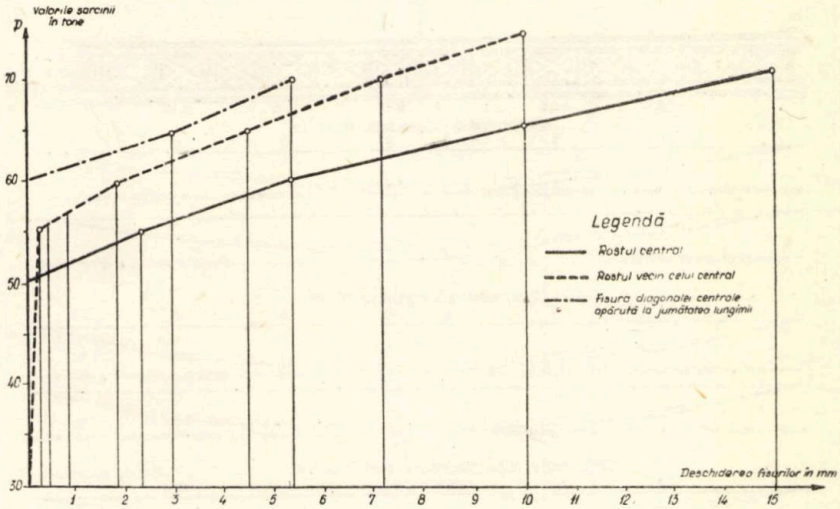


Fig. 9

u) datorită diferenței de lățime a diagonalelor și montanților față de tălpi, repartiția eforturilor pe lățimea secțiunii este neuniformă și neliniară, mai cu seamă pentru încărcările verticale, pînă la apariția deformațiilor plastice mari. Eforturile din zona

marginală (muchie) faţă de zona centrală, pentru unele încercări, au fost mai mici, uneori cu cca. 50%. Eforturile în tălpi, montaţi şi diagonale, pentru acelaşi panou, prezintă o variaţie de tensiune neuniformă pe înălţimea secţiunii, care diferă de la o secţiune la alta.

Eforturile medii pe secţiunile întinse şi comprimate sînt apropiate de cele calculate, fiind însă, la cele mai multe secţiuni, ceva mai mici decît cele rezultate din calcul;

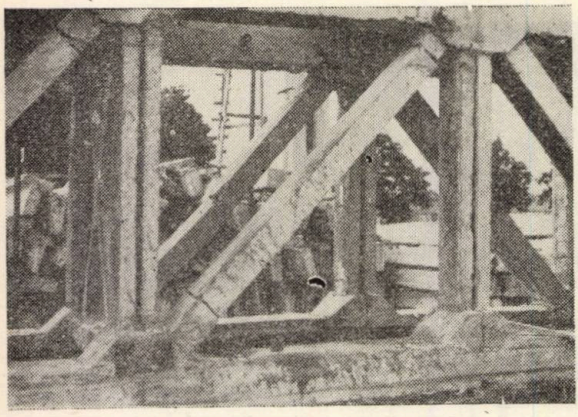


Fig. 10

v) după deschiderea puternică a fisurilor în rosturi sistemul de grinzi cu zăbrele încercat lucrează diferit de sistemul iniţial. Diagonalele centrale comprimate s-au fisurat datorită eforturilor de întindere (fig. 10);

w) valorile şi variaţia deformaţiei orizontale la acţiunea sarcinii orizontale şi verticale cu orizontale sînt redate în fig. 11.

Deformaţia orizontală maximă datorită acţiunii sarcinii orizontale (3,7 t) pentru talpa superioară este de 5,5 mm la prima încărcare şi 4,4 mm la a doua încărcare, iar pentru talpa inferioară, respectiv de 6,00 mm şi 4,92 mm. Cu toate că sarcina s-a aplicat la talpa superioară, deformaţia tălpii inferioare a rezultat mai mare decît cea a tălpii superioare, probabil datorită lipsei contravîntuirii orizontale a tălpii inferioare.

Acţiunea concomitentă a sarcinilor verticale cu cele orizontale nu modifică decît foarte puţin deformaţiile orizontale (fig. 11).

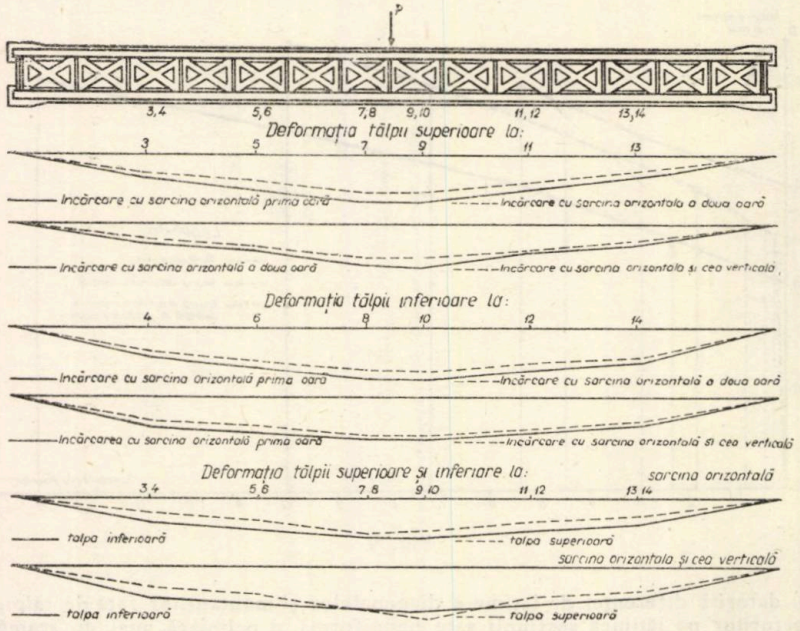


Fig. 11

În ansamblu traveia de pod s-a comportat satisfăcător la acțiunea sarcinii orizontale de exploatare, fără să fi apărut în beton nici un fel de fisuri. Deformațiile au devenit practic elastice după a doua încărcare și revenire a grinzii la descărcare;

x) în genere, se poate afirma, din analiza rezultatelor obținute, în ceea ce privește comportarea sub sarcină a ansamblului, că sistemul încercat din grinzi cu zăbrele, alcătuit din elemente prefabricate, asamblate prin precomprimare după trei direcții, prezintă o capacitate de rezistență și la fisurare mult sporită față de grinzile independente, cu zăbrele, precomprimate după o singură direcție, încercate în străinătate și o comportare elastică superioară.

3. Experimentarea podului

După experimentarea traveii de probă au fost aduse proiectului unele modificări care au avut drept scop să reducă numărul de bare necesare precomprimării și să simplifice unele lucrări de execuție. Astfel:

a) s-a eliminat precomprimarea montanților, executîndu-se montanți din beton armat obișnuit. Secțiunea diagonalelor și a montanților a fost mărită în așa fel încît fețele lor laterale, exterioare, să fie în același plan cu cele ale tălpilor superioare;

b) s-a modificat sistemul de alcătuire a contravîntuirilor orizontale și transversale curente. Panourile de contravîntuire orizontale au fost modificate de la forma în X la forma în V (fig. 12). Aceste panouri se asamblează prin sudarea la mijlocul diagonalei. Contravîntuirile transversale s-au menținut în formă de X.

Prin aceste modificări numărul de bare a fost redus la 276 bucăți față de 1334, cîte erau prevăzute în proiectul inițial, folosindu-se numai oțelul OL 50 (astfel s-a eliminat filetarea barelor de oțel arc, operație dificilă și costisitoare).

Încercarea traveilor de pod executate după soluția modificată, înainte de darea în exploatare a podului, s-a făcut numai pentru sarcinile verticale admisibile.

Podul a fost încercat la sarcina de exploatare formată dintr-un convoi de o locomotivă de 11,5 t și 8 vagoneți de 1 m^3 capacitate, cu greutate totală de 2,2 t, dispuși simetric față de locomotivă.

Aprecierea comportării grinzilor la acțiunea sarcinilor s-a făcut prin intermediul deformațiilor grinzilor pentru poziția cea mai defavorabilă a convoiului în stare de repaos și în mișcare cu viteza maximă de 20 km/oră (fig. 13).

Măsurarea săgeților s-a făcut cu amplificatoare de săgeți similare cu cele utilizate la încercarea traveii de probă. La fiecare traveie s-au montat 6 amplificatoare (cîte trei la fiecare grindă: unul la mijloc și două la capete), pentru a se putea lua în considerație și tasările reazemelor.

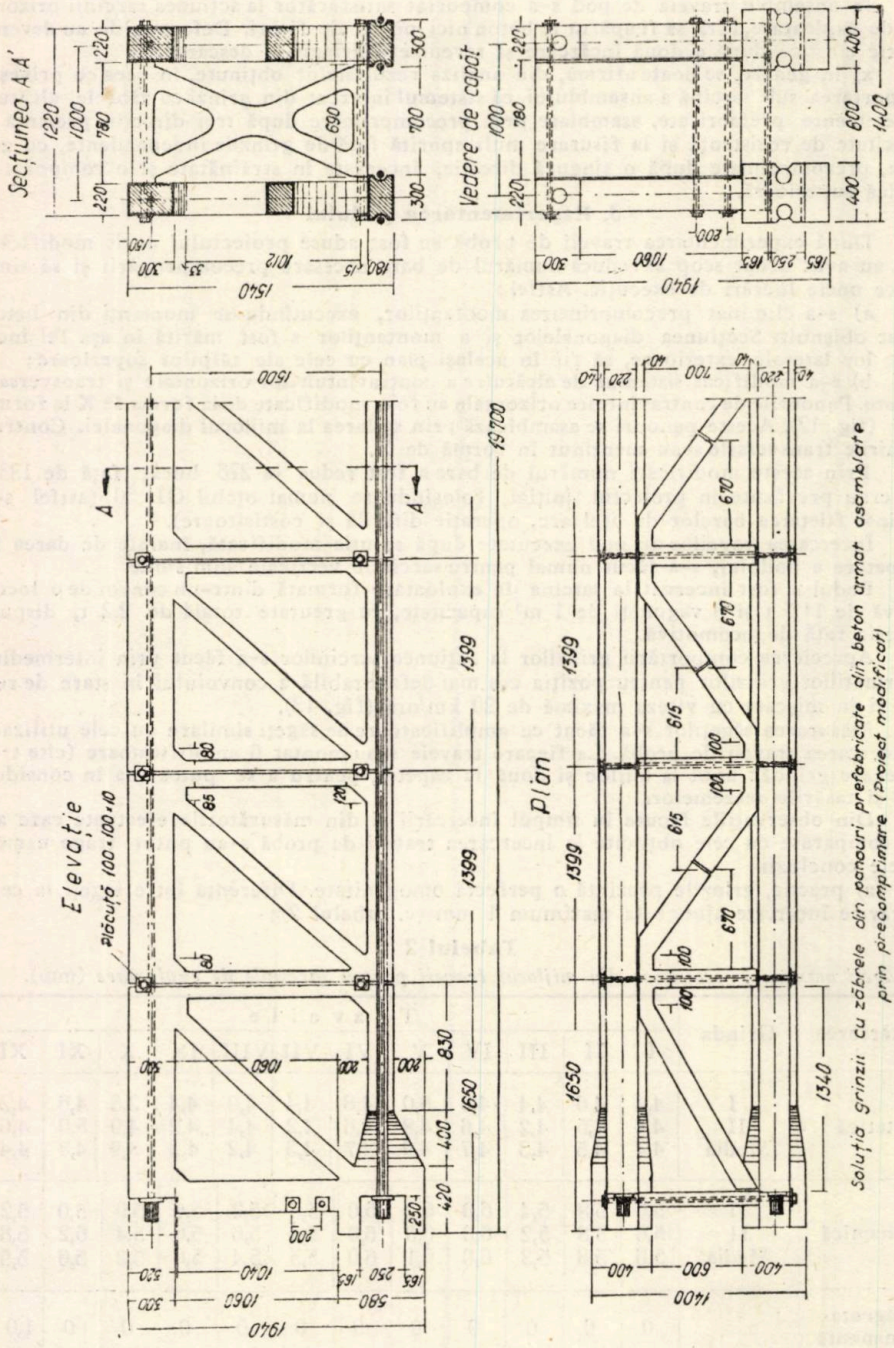
Din observațiile făcute în timpul încercării și din măsurătorile efectuate care au fost comparate cu cele obținute la încercarea traveii de probă s-au putut trage următoarele concluzii:

a) practic, grinzile prezintă o perfectă omogenitate. Diferența între săgeți la cele 12 traveie încercate ajunge la maximum 1 mm (v. tabelul 2);

Tabelul 2

Săgeți maxime în secțiunea din mijlocul traveii pentru sarcinile de exploatare (mm).

Încărcarea	Grinda	Traveile											
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Statică	I	4,4	4,6	4,4	4,8	5,0	4,8	4,4	4,0	4,4	3,8	4,6	4,2
	II	4,4	4,5	4,2	4,6	4,8	4,6	4,2	4,4	4,2	4,9	5,0	4,6
	Media	4,4	4,5	4,3	4,7	4,9	4,7	4,3	4,2	4,3	3,9	4,8	4,4
Dinamică	I	5,6	5,8	5,4	6,0	6,2	6,0	5,6	5,2	5,6	5,0	5,0	5,2
	II	5,6	5,8	5,2	6,0	6,0	6,0	5,4	5,6	5,6	5,4	6,2	5,8
	Media	5,6	5,8	5,3	6,0	6,1	6,0	5,5	5,4	5,6	5,2	5,6	5,5
Săgeata remanentă		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0



Soluția grinzii cu zăbrele din panouri prefabricate din beton armat asamblate prin precomprimare (Proiect modificat)

Fig. 12

b) săgeţile maxime la încărcarea statică au avut valori cuprinse între 3,9 şi 4,9 mm. Săgeata maximă de 4,9 mm reprezintă faţă de deschidere un raport de 1/4100 faţă de 1/1000 admisibil, deci o rigiditate mare la încovoiere;

c) săgeata maximă la încărcarea dinamică a convoiului (20 km/oră) a variat între 5,2 şi 6,1 mm. Săgeata maximă de 6,1 mm reprezintă faţă de deschidere un raport de 1/3000 faţă de 1/800 admisibil;

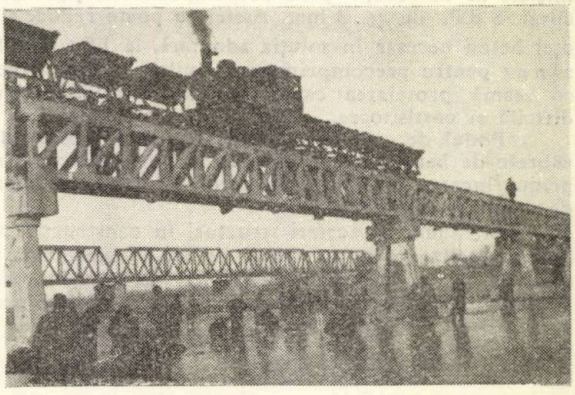


Fig. 13

d) săgeţile obţinute la încercarea traveilor de pod la sarcini verticale de exploatare sînt ceva mai mici decît cele obţinute la încercarea traveii de probă cu toate că în această soluţie montanţii nu au fost pretensionaţi. Aceasta se datoreşte mai cu seamă faptului că execuţia grinzilor de pod şi calitatea betonului au fost superioare celor din grinda de probă. Se apreciază, în baza acestor constatări, că grinzile puse în operă prezintă un coeficient de siguranţă la fisurare şi la pierderea capacităţii de rezistenţă mai mare decît cel calculat;

e) cele două grinzi care alcătuiesc o traveie sînt solidar legate prin sistemul preconizat antrenîndu-se în lucru una pe cealaltă. Diferenţa de săgeţi între cele două grinzi la aceeaşi traveie nu a depăşit, pentru sarcina statică 0,4 mm, iar pentru sarcina dinamică 0,6 mm, ceea ce denotă o conlucrare unitară a sistemului;

f) creşterea săgeţii la sarcina dinamică faţă de cea statică (corespunzătoare trecerii convoiului cu o viteză de 20 km/oră) variază între 0,8...1,3 mm, fiind la majoritatea traveilor de 1,1 sau 1,2 mm, adică cu cca. 25% mai mare (raportată la deformaţia din sarcina statică);

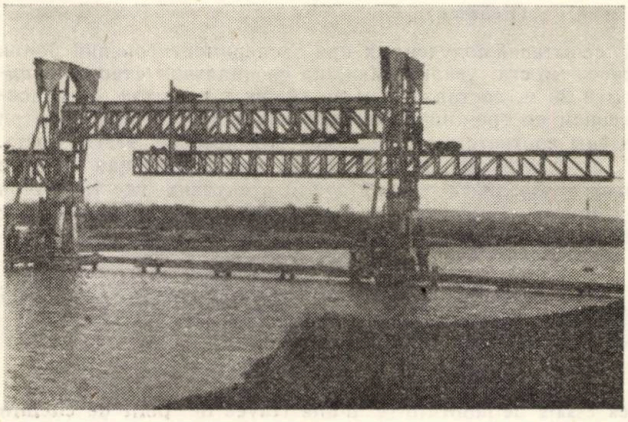


Fig. 14

g) după descărcare toate grinzile au revenit perfect la poziţia iniţială indicînd o comportare elastică a sistemului. Numai ultima traveie a prezentat o deformaţie remanentă de cca 1 mm, după prima încărcare. În continuare însă, la celelalte încărcări, ultima traveie nu a mai prezentat deformaţii remanente. Aceasta se explică prin faptul că ultima traveie, spre deosebire de celelalte travei peste care au trecut grinzile ce se montau, nu a fost solicitată pînă în ziua încercării podului. Montarea grinzilor de pod s-a făcut prin intermediul unei grinzi metalice cu consolă care se deplasa înaintea grinzilor de beton (fig. 14); grinzile de beton circulau pe traveile de beton montate anterior pînă cînd ajungeau pe grinda metalică. La grinda de probă s-a făcut aceeaşi observaţie şi anume, că după prima încărcare cu sarcina admisibilă a apărut o deformaţie remanentă de cca 2 mm care nu a mai crescut la celelalte încărcări decît cu valori neînsemnate. Aceasta este o deformaţie de adaptare;

h) rosturile nu au prezentat nici un fel de fisuri;

i) sarcina admisibilă la care poate fi exploatat podul este de cel puţin 1,5 ori mai mare decît aceea la care a fost încercat (sarcina curentă de exploatare la care urmează să fie solicitat podul);

j) sistemul adoptat poate fi încă îmbunătăţit prin introducerea unor tensiuni iniţiale în montanţi, prin precomprimarea prin aderenţă a acestora, cu armătură din corzi S B.P. de ∅ 3 mm. Astfel se poate reduce simţitor consumul de oţel de la 10 t oţel beton necesar în soluţia adoptată, la 1,5 t oţel S.B.P. Folosirea cablurilor Freyssinet pentru precomprimarea tălpilor ar simplifica unele operaţiuni de execuţie, mai cu seamă protejarea cablurilor din tălpile inferioare, care în soluţia adoptată este dificilă şi costisitoare.

Podul de cale ferată industrială, de peste Moldova de la Roman, din grinzi cu zăbrele de beton armat din panouri prefabricate, asamblate prin precomprimare, este prima lucrare realizată din beton armat precomprimat în Moldova şi prima lucrare de acest tip în ţară.

Introducerea acestei structuri în construcţia podurilor constituie prima experienţă care se realizează în acest nou sistem de execuţie a podurilor, cu rezultate bune, fiind indicată mai cu seamă în realizarea structurilor de rezistenţă a podurilor şi a altor construcţii de deschidere mare, acolo unde apare necesitatea reducerii greutăţii proprii.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Rezistenţă, Statică şi Beton Armat

BIBLIOGRAFIE

1. Panaite Gh. şi Vorobciuc O., Ind. Constr. şi a Mat. de Constr., ASIT, 1958. *11*, pp. 519—529.
2. Перельштейн Н. Л. и др., Нов. техн. и перед. опытвстройт, 1957, *2*, стр. 1—5,
3. Требесов А. Е., Ibid., 1957, *5*, стр. 14—16.

ИСПЫТАНИЯ РЕШЕТЧАТОЙ ФЕРМЫ ИЗ СБОРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, СОЕДИНЕННЫХ ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ НАПРЯЖЕНИЕМ ПО МНОГИМ НАПРАВЛЕНИЯМ, МОСТА ЧЕРЕЗ РЕКУ МОЛДОВА, В Г. РОМАН

(Резюме)

Приводятся результаний испытаний полученных при экспериментировании балок одного пролета железнодорожного моста узкоколейки, на специальном стенде, в натуральной величине, с пролетом в 20 м, составленным из сборных решоток, соединенным предварительным напряжением по трем направлениям. Один пролет был испытан до разрушения. Были произведены соответствующие изменения проекта этого моста.

Результаты испытаний дают возможность заключить, что испытанная система балок может быть использована с хорошими результатами в случаях где требуется применение решения структур мостов и других построек с большими пролетами и с необходимостью уменьшения собственного веса.

ESSAIS DES POUTRES EN TREILLIS DU PONT DE ROMAN, CONSTITUÉES DE PIÈCES PRÉFABRIQUÉES, ASSEMBLÉES PAR PRÉCONTRAINTE DANS PLUSIEURS DIRECTIONS

(Résumé)

On expose le résultat des essais de laboratoire d'une travée de pont de chemin de fer à voie étroite d'une portée de 20 m formée de pièces préfabriquées, assemblées par précontrainte dans trois directions.

Les résultats des essais permettent à constater que le système de poutres expérimenté peut être utilisé avec de bons résultats dans les constructions. Il est indiqué d'adapter ce système pour résoudre le problème des structures de résistance des ponts et d'autres constructions à grande portée, surtout dans le cas où il s'agit de réduire le plus possible le poids de la construction.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

691.2

STUDIUL ANDEZITELOR DE LA DORNIŞOARA ŞI DORNA-BURCUT

DE

AL. CHELĂRESCU, OREST NICHITA, ANATOLIE MIHUL, ELISABETA PĂUNEL şi ARIADNA BOGHIAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi din 26–29 iunie 1958

1. Introducere

Carierele de andezit de la Dornişoara şi Dorna-Burcut se află situate la extremitatea de nord a munţilor Călimani, la contactul cu rocile sedimentare de vîrstă eocenă [1], [2].

Aceste cariere constituie în Moldova o importantă sursă de piatră dură corespunzătoare pentru construcţia infrastructurii şi a suprastructurii drumurilor. Piatra de Dornişoara şi Dorna-Burcut prezintă de asemenea importanţă în Moldova pentru obţinerea betoanelor de mărci superioare în vederea introducerii pe scară largă a betoanelor pretensionate.

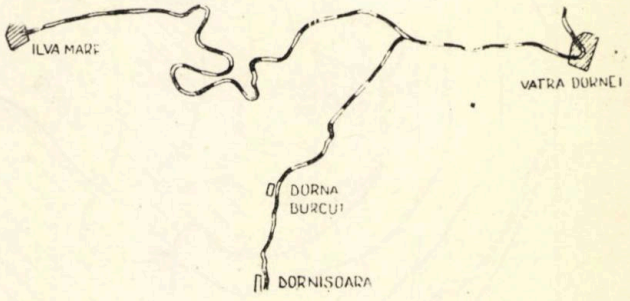


Fig. 1. — Amplasamentul carierelor de andezit de la Dornişoara şi Dorna-Burcut.

2. Amplasament, consideraţiuni mineralogice şi petrografice

Carierele Dornişoara şi Dorna-Burcut sînt situate (fig. 1) pe valea pîrîului Dorna, de-a lungul căii ferate Poiana Stampei-Dornişoara, distanţa între ele fiind de cca. 7 km. Cariera Dornişoara se găseşte la o distanţă de cca. 50 m faţă de staţia C.F.R. Dornişoara, iar cariera Dorna-Burcut, la cca. 200 m faţă de linia de cale ferată a haltei Dorna-Burcut.

a) *Cariera Dornişoara* se află situată pe malul stîng a văii Dornei şi anume, pe versantul de est al vîrfului Cicera între Dorne (fig. 2).

Acest vîrf apare ca o intrusiune care străbate vechiul fundament sedimentar format din stratele de grezii şi şisturi marnoase. Contactul între roca eruptivă şi cea sedimentară apare la zi în versantul de nord al vîrfului Cicera între Dorne, în malul stîng al pîrîului Dorna.

Grezia apare în straturi groase pînă la 30...40 cm, orientate după direcţia nord-vest 65° şi cu o înclinare de 30° sud-vest. Roca se prezintă compactă şi dură, de culoare gri închis; pe feţele de desfacere în plăci se văd fluturaşi de muscovit. După cum rezultă din analizele mineralogice este alcătuită în majoritate (50...60%) din gra-

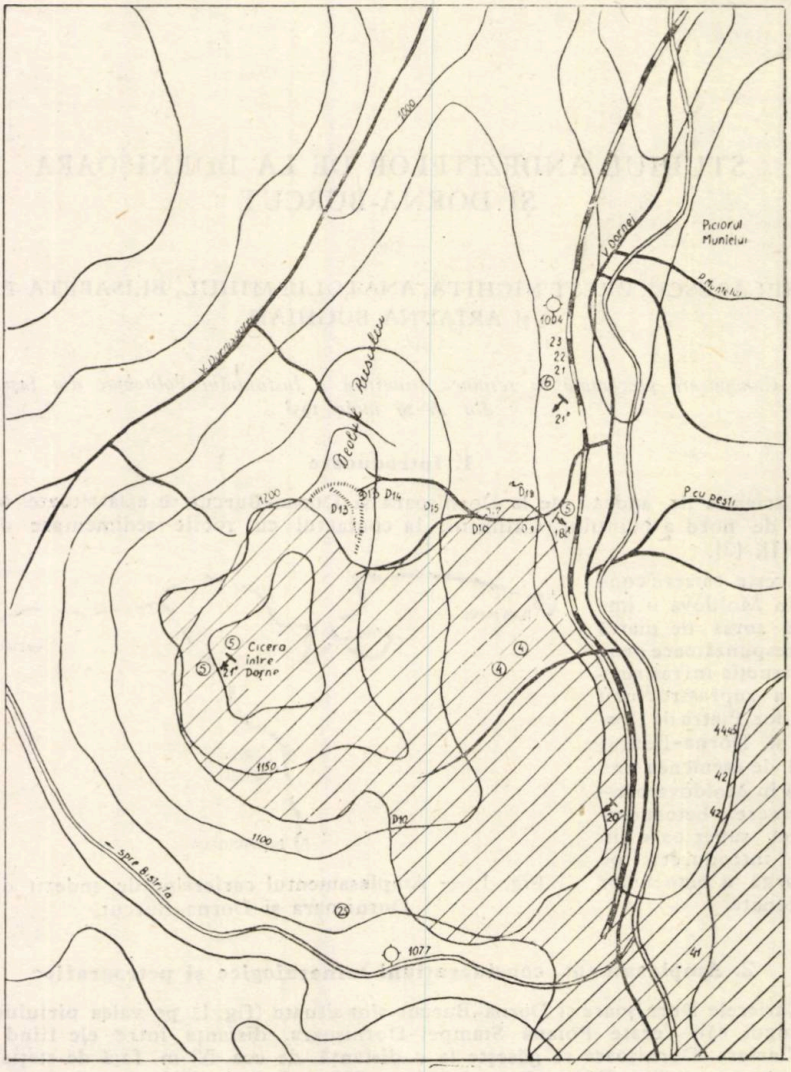


Fig. 2. — Schiţa carierei Dornişoara

nu'e de cuarţ semirotunjite şi cu mărimea pînă la 1,5 mm. Granulele se văd clare la microscop, rareori avînd incluziuni solide. Feldspatul este în parte alterat şi trecut în sericit, cuarţ şi caolin; apar şi rari cristali de plagioclas nealterat. Muscovitul este sub formă de baghete lungi, uneori drepte, alteori curbe, în general cu orientarea după planele de desfacere a rocii. Biotitul, în cantitate redusă faţă muscovit, este puternic

alterat. În masa rocii rareori se găsesc plaje de calcită şi granule de magnetit. Cimentul de legătură este alcătuit din calcit fin diseminat în masa rocii.

Şisturile marnoase apar în faţa haitului Dornişoara, unde formaţiunea sedimentară este descoperită din loc în loc în malurile drepte ale văii Dorna şi a afluenţilor, (Voroava, Zgîrciu şi Tihu). Aceste roci, de culoare variabilă de la gri-verzui pînă la negru, apar uneori friabile, iar alteori cu aspect de ardezie. La contactul direct între şisturile marnoase şi lava andezitică roca sedimentară a fost expusă unui metamorfism termic de contact, suferind doar un fenomen de coacere (cum se vede în haitul Dornei, fără ca roca să capete aspectul de corneană, după cum susţine şi Z. Török [1].

Andezitul apare în zăcămînt sub formă de bancuri groase cu fisuri orientate. Roca de culoare gri-albăstruie, prezintă fenocristali de hornblendă de culoare neagră şi plagioclaşi. Cristalii de plagioclas sînt în genere corodaţi şi numai rareori au contur propriu, sînt clari, maclaţi polisintetic şi uneori cu macla de Karlsbad, fiind un andezin cu 40...50% An. Elementul melanocrat din rocă este hornblenda sub formă de cristali prizmatici şi aciculari, în majoritatea cazurilor puternic transformată în opacit. Masa fundamentală a rocii este microlitică predominînd plagioclasul orientat uneori în jurul fenocristalilor, dînd aspectul unei texturi slab fluidală. În această masă fundamentală apar şi rare granule de magnetit şi uneori plaje de calcit. *Roca este un andezit cu hornblendă.*

Rezultatele obţinute la analiza chimică a acestui andezit sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Rezultatul analizei chimice a andezitului de la Dornişoara

Compoziţia	%
SiO_2	54,46
TiO_2	0,52
Al_2O_3	17,87
Fe_2O_3+FeO	6,91
CaO	8,72
MgO	3,54
MnO	0,08
Na_2O	2,98
K_2O	0,61
P_2O_5	
H_2O^-	0,70
H_2O^+	3,22
	99,61

Tabelul 2

Rezultatul analizei chimice a andezitului de la Dorna-Burcut

Compoziţia	%
SiO_2	51,22
TiO_2	0,70
Al_2O_3	16,70
Fe_2O_3+FeO	9,60
CaO	10,69
MgO	5,59
MnO	0,12
Na_2O	1,88
K_2O	0,67
P_2O_5	—
H_2O^-	1,06
H_2O^+	1,34
	99,57

Proporţia mai mică de 55% SiO_2 a acestor andezite arată că au un caracter bazic pronunţat.

Andezitul de Dornişoara se alterează uşor căpătînd la suprafaţă (chiar după o expunere de numai cîteva zile la acţiunea agenţilor atmosferici sau a apelor agresive) o culoare gri-verzuie, care cu timpul trece în gri-galben. În roca alterată hornblenda este complet transformată şi apar depuneri de hematită radială, uneori în mod izolat, iar alteori în lungul unor fisuri formînd adevărate filonaşe de hematită; mai rar hematita apare diseminată în masa rocii, pătrunzînd chiar în crăpăturile din interiorul cristalilor de plagioclas.

b) *Cariera Dorna-Burcut* se află situată în faţa haltei Dorna-Burcut. În frontiurile de lucru existente (fig. 3) andezitul apare sub două forme şi anume:

1. Un andezit cu masă fundamentală de culoare neagră-gri în care se observă cristali de hornblendă (deschiderea C_3 — fig. 3).

2. Un andezit cu masă fundamentală de culoare gri în care se află cristali de hornblendă, iar din loc în loc enclave de rocă sedimentară (deschiderea C_2 — fig. 3).

La sud de deschiderea C_1, în flancul vestic al malului drept al pîrîului Dorna, apare contactul între andezit şi grezii-marne.

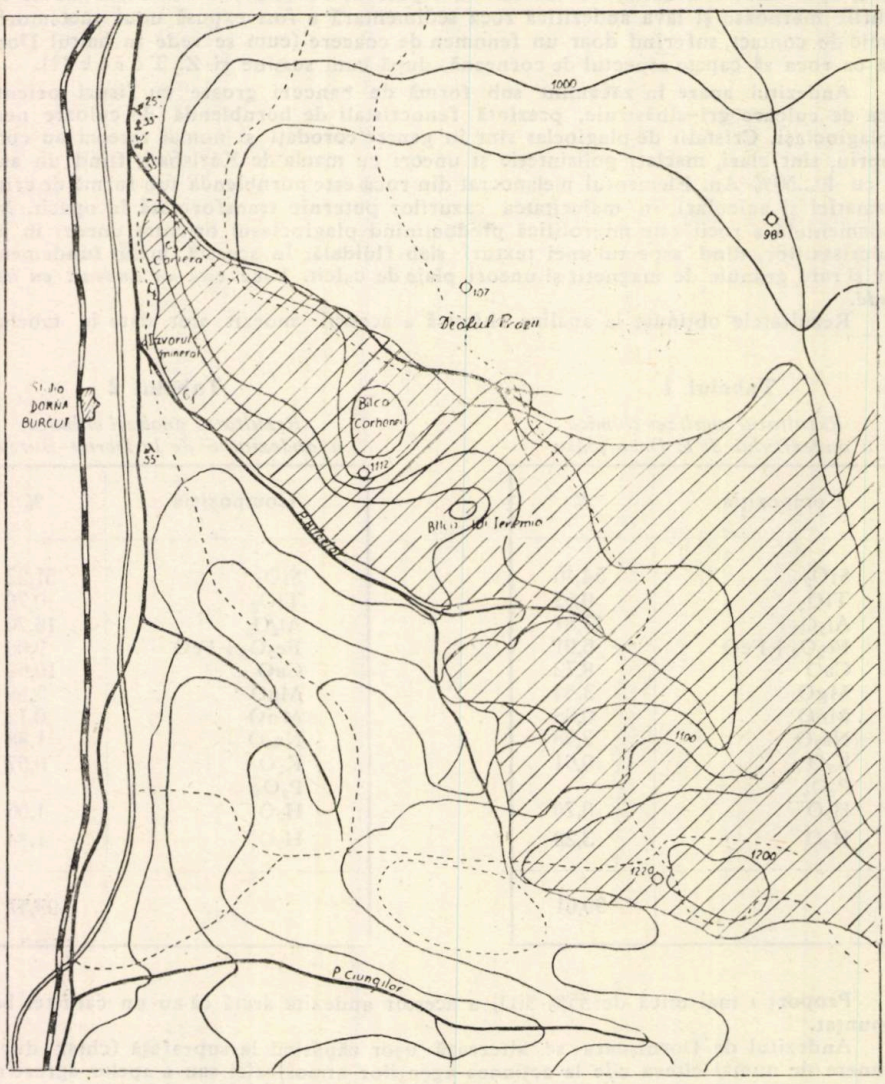


Fig. 3. — Schita carierei Dorna-Burcut.

Între deschiderile C_2 şi C_3 se văd intercalaţii de ardezie ca rezultat al metamorfismului termic la contactul marnelor cu topitura magmatică.

Andezitul cu masa fundamentală de culoare neagră este mai compact, mai dur şi mai casant decît andezitul cu masa fundamentală gri. Văzut la microscop se observă

fenocristalii de plagioclas şi de hornblendă; plagioclasul, în cantitate mai redusă decît hornblenda, apare curent sau sub formă de fenocristali maclaţi după macla polisintetică a albitului, în asociaţie cu macla de Karlsbad, fiind un labrador cu 50 ... 70% An; prezintă slabă structură zonară şi este bine păstrat. Hornblenda, de culoare brună şi înconjurată de o zonă groasă de opacit, este sub formă de cristali pînă la 4 mm; prezintă un pleucroism puternic de la galben la brun cu extincţie de 3...8°, fiind o hornblendă bazaltică. Masa fundamentală conţine microlite de plagioclas orientate mai ales în jurul fenocristalilor, granule de magnetit, mici granule de piroxen şi materie sticloasă. *Roca este un andezit cu hornblendă.*

Analiza chimică a acestui andezit este dată în tabelul 2.

Ca şi în cazul andezitului de Dornişoara, se constată caracterul pronunţat bazic a andezitului de Dorna-Burcut (SiO_2 în proporţie mai mică de 55%).

3. Proprietăţile fizico-mecanice ale andezitelor de la Dornişoara şi Dorna-Burcut

În tabelul 3 sînt prezentate rezultatele încercărilor fizico-mecanice ale andezitelor de la Dornişoara şi Dorna-Burcut.

Tabelul 3

Proprietăţile fizico-mecanice ale andezitelor de la Dornişoara şi Dorna-Burcut

Proprietăţile fizico-mecanice examinate	Dornişoara		Dorna-Burcut	
	Media	Limite	Media	Limite
Greutatea specifică	2,519		2,756	
Încercări pe cuburi				
Greutatea specifică aparentă γ_a (kg/m³)	2490	2490...2560	2720	2680...2780
Compactitatea	0,99		0,99	
Porozitatea totală (%)	1		1	
Higroscopicitatea (%)	2,75	1,80...4,07	0,93	0,48...1,66
Absorbţia de apă (%)	2,81		1,56	
Comportarea la încercarea de gelivitate	bună		bună	
Rezistenţa la compresiune — stare uscată (kg/cm²)	1900	900...2380	2300	900...3100
Rezistenţa la compresiune după încercarea la gelivitate (kg/cm²)	1370		2060	
Rezistenţa la uzură (g)	22,10	14,75...44	24,00	11,65...37,15
Rezistenţa la şoc (kg . cm/cm³)	100		220	
Încercări pe piatră spartă				
Rezistenţa la compresiune (%)	74		78	
Rezistenţa la uzura (Deval) (%)	25		18,5	
Coeficientul de calitate	16		21,0	
Rezistenţa la şoc (%)	96		96	

Greutatea specifică mai mare la andezitul de Dorna-Burcut (2,756 g/cm³) decît la andezitul de Dornişoara (2,519 g/cm³) se datoreşte conţinutului mai bogat în minerale melanocrate a andezitului de la Dorna-Burcut.

Alături de compoziţia mineralogică, structura şi textura imprimă de asemenea o greutate specifică aparentă mai mare la andezitul de Dorna-Burcut (2720 kg/m³) decît la cel de Dornişoara (2490 kg/m³) şi la ambele o porozitate foarte redusă (1%), proprietăţi care vor asigura o bună comportare a pietrei faţă de apă (higroscopicitate şi capacitate de absorbţie) cît şi la îngheţuri şi dezgheţuri succesive.

Ca o consecinţă a compoziţiei mineralogice, a structurii şi a porozităţii foarte reduse, andezitele de Dornişoara şi Dorna-Burcut au rezistenţe mecanice superioare (atît pe epruvete cît şi la piatra spartă, în stare uscată, după saturare cu apă şi după încercarea la gelivitate, v. tabelul 3).

Compoziţia granulometrică şi forma granulelor rezultate prin concasare sînt favorabile extinderii domeniilor de utilizare a acestor andezite (v. § 5).

Procentele de 54,46% SiO_2 la andezitul de Dornişoara şi de 51,22% SiO_2 la andezitul de Dorna-Burcut arată un pronunţat caracter bazic, care alături de alţi factori contribuie la realizarea unei bune adezivităţi a lianţilor hidrocarbonaţi la aceste roci (v. tabelul 6).

4. Date asupra exploatărilor de andezit de la Dornişoara şi Dorna-Burcut

Exploatarea carierei de andezit de la Dornişoara a început în anul 1914, cînd s-a montat linia de cale ferată Dornişoara-Bistriţa.

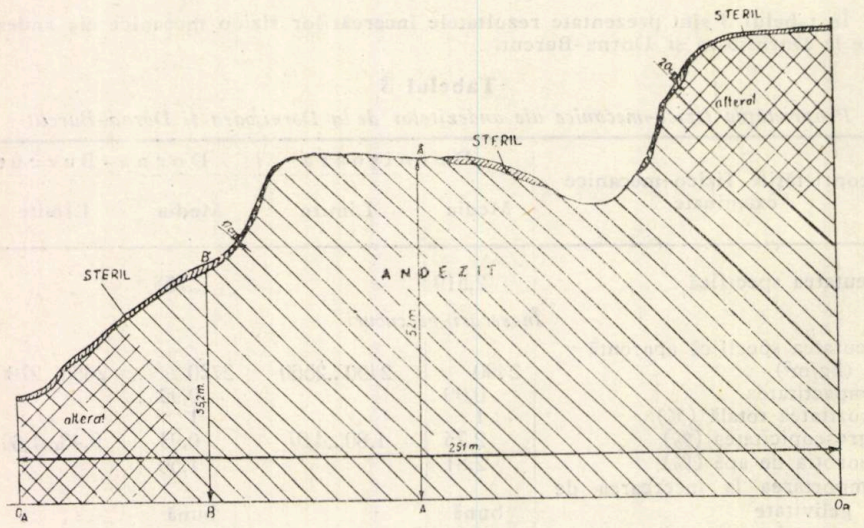


Fig. 4. — Profilul longitudinal al frontului de lucru din cariera Dornişoara.

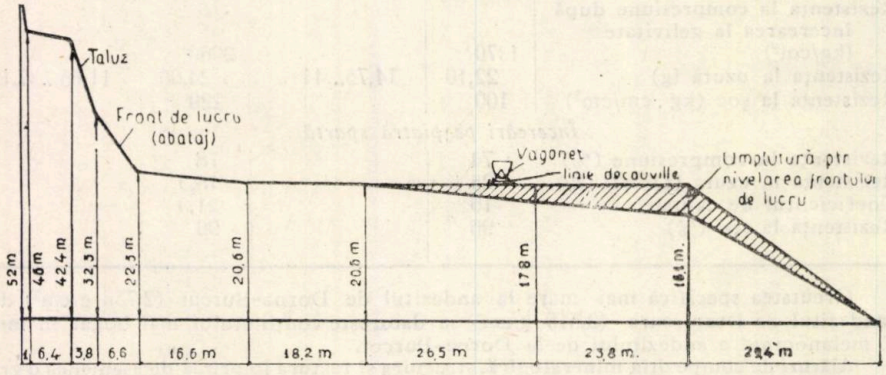


Fig. 5. — Profilul transversal a frontului de lucru din cariera Dornişoara.

Cariera se află situată în faţa gării Dornişoara. Lungimea frontului de lucru este de cca. 250 m (fig. 4), iar înălţimea de cca. 22 m (fig. 5).

Condiţiile naturale de lucru rezultate din amplasamentul carierei, care permit încărcarea prin cădere liberă a materialului exploatat, direct în vagoane, cît şi poziţia favorabilă faţă de gară, permit pentru viitor o amplă dezvoltare a carierei şi a mecanizării procesului de exploatare.

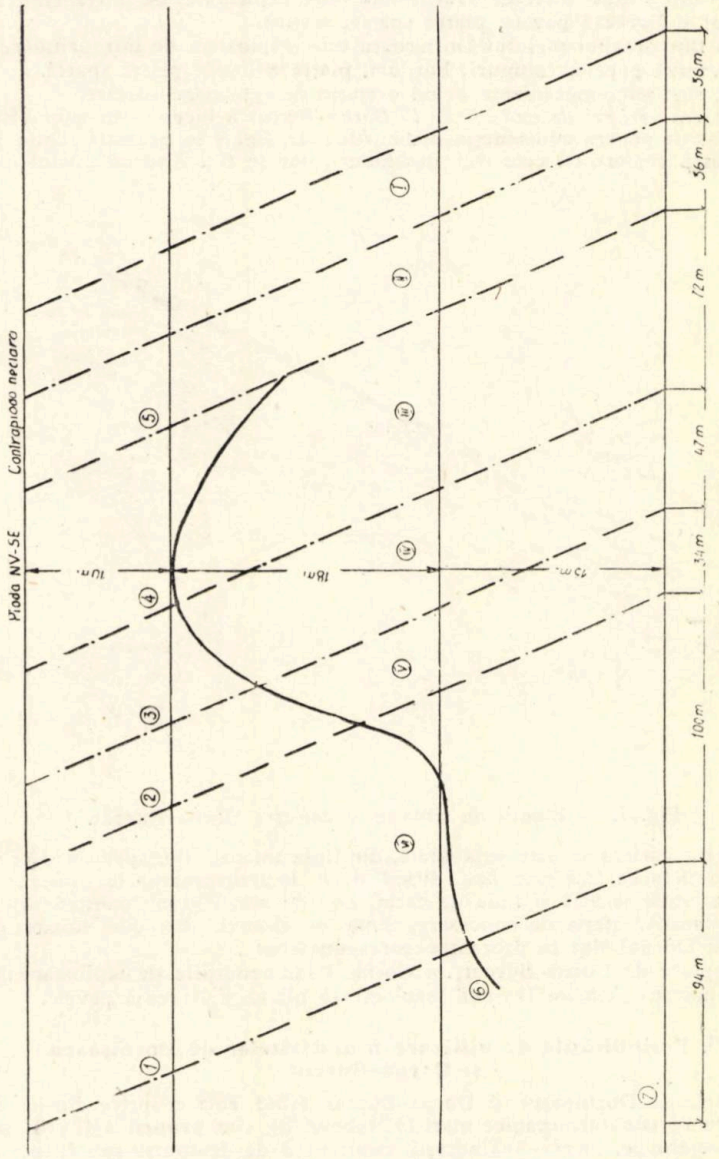


Fig. 6. — Zonele de alterare a andezitului din frontul de lucru al carierei Dornişoara.

În frontul de lucru se observă că cea mai mare parte din corpul andezitic este constituit din rocă nealterată (fig. 6 — III, IV, V) de culoare gri-albăstruie.

Planurile fisurilor sînt verticale şi cu orientarea nord 12...18° vest, corespunzător

piodei. Contrapioda şi tricantul sînt neclare. În vecinătatea fisurilor care separă bancurile de andezit se observă că pe o grosime de cîţiva mm, şi mai rar de cîţiva cm, andezitul este alterat căpătînd o culoare gri-brună, ca o consecinţă a acţiunii aerului şi a agresivităţii apelor.

În prezent cariera de la Dornişoara este exploatată de două întreprinderi:

a) Baza din stînga pîrîului Dornişoara este exploatată de întreprinderea Nr. 4 „Cariere"-Cluj şi livrează pavele, piatră spartă, savură.

b) Baza din dreapta pîrîului Dornişoara este exploatată de întreprinderea „Cheile Dornei" şi livrează pavele, calupuri, borduri, piatră brută şi piatră spartă.

Ambele sînt semi-mecanizate avînd o staţie de concasare-sortare.

Exploatarea carierei de andezit de la Dorna-Burcut a început în anul 1938, materialul fiind folosit pentru construcţia drumurilor. În fig. 3 se prezintă schiţa amplasamentului acestei cariere cu cele trei deschideri, iar în fig. 7 se dă planul de situaţie al carierei.

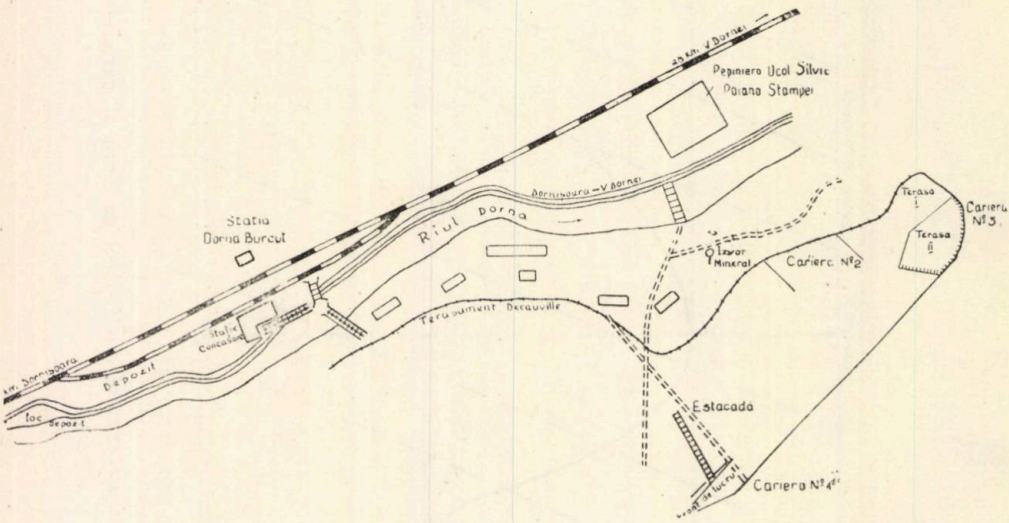


Fig. 7. — Planul de situaţie al carierei Dorna-Burcut.

În prezent cariera nu este exploatată, din lipsa amenajărilor speciale care se impun, deoarece accesul la carieră este mai dificil decît la Dornişoara, iar distanţa la halta Dorna-Burcut (unde se află şi linia de garaj) este de cca. 200 m; construcţiile vechilor exploatări (estacada, staţia de concasare, linia de decovil, bărăcile situate pe malul drept al rîului Dorna) sînt în prezent necorespunzătoare.

În apropiere de Dorna-Burcut, la Coşna, fiind condiţiile de exploatare mai favorabile, întreprinderea „Cheile Dornei" exploatează piatra şi livrează pavele.

5. Posibilităţile de utilizare a andezitelor de Dornişoara şi Dorna-Burcut

Andezitele de Dornişoara şi Dorna-Burcut fiind roci eruptive lipsite de cuarţ, compacte şi cu rezistenţe mecanice mari (v. tabelul 3), sînt proprii a fi utilizate pentru construcţii hidrotehnice, lucrări inginereşti, construcţii de drumuri, sub formă de piatră brută, semi-fasonată, fasonată şi ca agregate pentru betoane simple şi armate obişnuite şi betoane de mărci superioare.

Mai jos sînt date rezultatele cercetărilor referitoare la posibilităţile de folosire a andezitelor de Dornişoara şi Dorna-Burcut la construcţia drumurilor precum şi la posibilităţile de obţinere a betoanelor de mărci superioare.

Tabelul 4

Rezultatele concasărilor pentru obţinerea sorturilor cerute în construcţia drumurilor

Sorturile (mm)		Simplă concasare				Dublă concasare sort > 30 mm				Dublă concasare sort 5...30 mm			
		b/a		*c/a*		*b/a*		*c/a*		*b/a*		*c/a*	
5...8		0,58		0,31		0,66		0,38		0,65		0,37	
	Variind între (mm)		0,37...1		0,13...0,60		0,46...1		0,13...0,72		0,42...1		0,16...0,72
8..15		0,68		0,32		0,67		0,40		0,64		0,39	
	Variind între (mm)		0,39...1		0,20...0,81		0,32...0,93		0,16...0,80		0,39...0,92		0,19...0,67
15...25		0,70		0,36		0,72		0,45		0,76		0,43	
	Variind între (mm)		0,44...1		0,13...0,85		0,45...1		0,24...0,93		0,53...0,95		0,29...1,75
15...30		0,76		0,37		0,74		0,50		0,78		0,50	
	Variind între (mm)		0,46.. 0,95		0,19...0,87		0,48...1		0,25...0,80		0,60...1		0,32...0,95
> 30		0,75		0,42									
	Variind între (mm)		0,53...1		0,32...0,82								

Condiţii cerute pentru :
a) split : $b/a \geqslant 0{,}50$; $c/a \geqslant 0{,}25$;
b) criblură : $b/a \geqslant 0{,}66$; $c/a \geqslant 0{,}33$.

a) *Piatra pentru drumuri din adezit de la Dornişoara şi Dorna-Burcut*

Andezitul de Dornişoara se pretează pentru fasonarea pavelelor, calupurilor şi bordurilor; cu toate că este absent cuarţul, prelucrarea se face greu din cauză că tricantul şi contrapioda sînt neclare; prezenţa în zăcămînt a fisurilor după piodă denotă că pe această direcţie prelucrarea se face uşor.

Prezenţa în zăcămînt a zonelor de andezit alterat (fig. 6) indică necesitatea ca în procesul de exploatare, sortare şi fasonare să se aibă în vedere a se îndepărta andezitul alterat, care are proprietăţi fizico-mecanice inferioare faţă de cel nealterat şi care scad cu atît mai mult cu cît andezitul este mai alterat (culoarea tinde spre gri-galben).

Andezitul de Dorna-Burcut fiind mai compact, mai dur şi mai casant decît cel de Dornişoara, se prelucrează mai greu; se pot fasona totuşi pavele şi calupuri.

În ceea ce priveşte rezistenţele mecanice cerute pietrei fasonate pentru drumuri. atît andezitul de Dornişoara cît şi cel de Dorna-Burcut sînt corespunzătoare (v. tabelul 3).

Piatra spartă s-a obţinut prin simplă [1]) şi dublă concasare [2]) urmărindu-se în mod special andezitul de Dornişoara, care are tendinţa de a da prin concasare granule de formă lung prizmatică.

Cu toate că andezitul de Dornişoara îndeplineşte condiţiile de rezistenţă cerute pietrei sparte (v. tabelul 3) chiar sub formă de criblură, forma granulelor nu corespunde decît pentru anumite cazuri. Din datele centralizatoare cuprinse în tabelul 4 rezultă:

a) prin simplă concasare granulele rezultate, cu cît aparţin unui sort granulometric mai mic, tind spre o formă mai lung prizmatică;

b) prin dublă concasare se ameliorează forma, căci se obţin şi pentru granulele mici rapoarte *b/a* şi *c/a* care depăşesc cu puţin limita minimă cerută;

c) chiar dacă valorile medii ale rapoartelor *b/a* şi *c/a* sînt corespunzătoare, limitele de variaţie ale acestor rapoarte sînt foarte mari, ceea ce face să se conteze pe posibilitatea de obţinere numai a splitului corespunzător condiţiilor prevăzute de normative.

Prin concasare, procentele cele mai mari se obţin la sortul 15...30 mm (v. tabelul 5).

Tabelul 5

Rezultatele analizei granulometrice a andezitelor de Dornişoara şi Dorna-Burcut

Reziduu pe ciur ochi ∅ mm (%)	30	15	8	5	3	1	<1
Simplă concasare	17	46	15	8	5	4	5
Dublă concasare a sortului 30 mm	22	50	14	6	3	3	2

Adezivitatea satisfăcătoare pe care o prezintă bitumele la andezitele de Dornişoara şi Dorna-Burcut (v. tabelul 6), datorită faptului că sînt roci bazice (v. tabelele 1 şi 2), denotă că se pot folosi cu bune rezultate, din acest punct de vedere, la executarea îmbrăcăminţilor asfaltice.

În cazul pietrei sparte de asemenea trebuie să se evite părţile alterate, care pe lîngă faptul că au rezistenţe mecanice scăzute, dar şi adezivitatea bitumelor este nulă (v. tabelul 6).

---

[1]) Pentru simpla concasare s-a folosit un concasor cu fălci cu balansare simplă.

[2]) La dubla concasare s-a folosit un concasor de laborator cu fălci, cu balansare compusă, tip SERCUM. La concasarea granulelor mai mari rezultate de la primul concasor gura de descărcare a fost de 30... 21 mm, iar la concasarea sortului 5... 30 mm rezultat de la primul concasor, gura de descărcare a fost de 15... 10 mm.

b) *Betoane de mărci superioare din agregat obţinut din piatra de andezit de la Dornişoara şi Dorna-Burcut*

Ţinînd seama de faptul că raportul dintre rezistenţa de rupere a pietrei din care se obţine agregatul şi marca betonului trebuie să fie de cel puţin 1,8 (pentru ca rezistenţa agregatului să nu influenţeze negativ asupra rezistenţei betonului), ar rezulta că din andezitul de Dornişoara şi Dorna-Burcut se pot confecţiona betoane de mărci 400.. 800. Dificultatea pe care o prezintă însă andezitele de Dornişoara şi Dorna-Burcut constă în aceea că la concasare rezultă granule cu feţe netede, lucii, forma lor fiind aciculară şi plată, ceea ce nu asigură întotdeauna condiţiile optime pentru realizarea betoanelor de mărci superioare.

Tabelul 6

Adezivitatea bitumelor la andezitele de Dornişoara şi Dorna-Burcut

Denumirea rocii	Metoda Riedel-Weber, grade adezivitate, bitum tip *E*
Andezit Dornişoara:	
nealterat	8
alterat	0
Andezit Dorna-Burcut:	
nealterat	6
alterat	0

Pe de-o parte condiţiile favorabile de exploatare a pietrei (accesul la calea ferată), pe de altă parte cantităţile insuficiente de agregate de rezistenţă superioară în nordul Moldovei, impun găsirea unor metode de ameliorare a agregatului de andezit în ceea ce priveşte forma granulelor şi granularitatea pentru a se obţine la dozaje normale de ciment betoane de mărci superioare în care capacitatea de rezistenţă a agregatului să fie bine folosită.

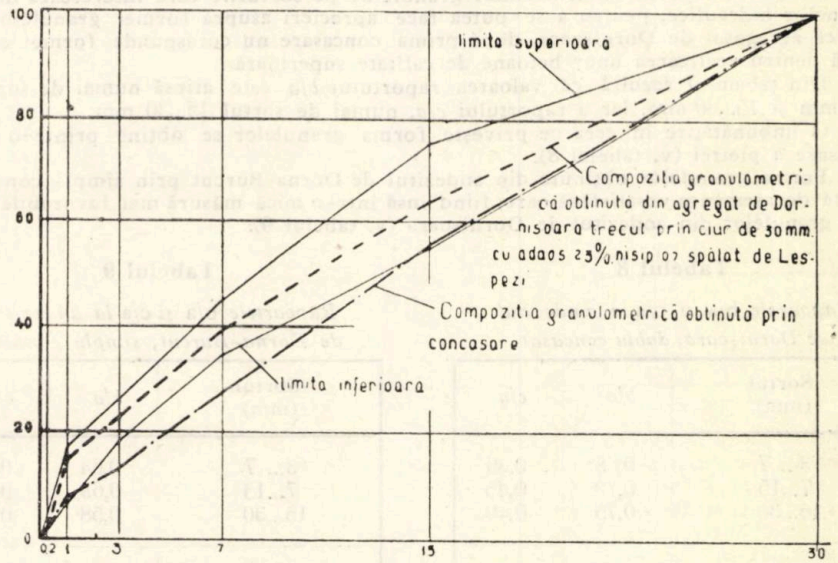


Fig. 8 — Rezultatele analizelor granulometrice ale andezitelor concasate, înainte şi după ameliorare.

Compoziţia granulometrică şi forma granulelor a fost analizată pe agregate rezultate din concasarea andezitelor de Dornişoara şi de Dorna-Burcut [3]).

[3]) Pentru concasare s-a folosit un concasor cu balansare compusă tip SERCUM, cu gura descărcare de 10...15 mm.

Analizînd compoziţia granulometrică a agregatului obţinut din prima concasare se constată că aceasta se situează sub limita inferioară a curbelor agregatelor indicate în normativ pentru betoane de mărci superioare (fig. 8).

Deoarece agregatul rezultat din concasare, chiar dacă ar fi avut o compoziţie granulometrică optimă, conţine partea fină (sub 1 mm şi chiar cea sub 3 mm) care este necorespunzătoare, este necesar a fi înlocuită cu nisip din carierele locale cele mai apropiate de punctele respective de lucru.

Tabelul 7

Rapoartele b/a *şi* c/a *la andezitul de Dornişoara, simplu concasat*

Sortul (mm)	*b/a*	*c/a*
3... 7	0,58	0,24
7...15	0,68	0,30
15...30	0,67	0,34
3...30	0,63	0,29
Conform normativelor	⩾0,66	⩾0,33

În vederea unei manopere mai reduse s-au studiat adaosele de nisip alese în aşa mod încît numărul de ciuruiri să fie minim. Din rezultatele încercărilor efectuate în acest scop a reieşit că o soluţie care rezolvă favorabil problema compoziţiei granulometrice este aceea de a amesteca sortul 1...30 mm (aşa cum rezultă din concasarea pietrei de andezit), cu nisip 0...7 mm extras din balastierele din Moldova în proporţie de cca 23%; un exemplu este dat în fig. 8, în care compoziţia granulometrică prezentată a fost realizată cu nisip de Lespezi. Amestecul optim se obţine folosind în total numai două ciuruiri. Fracţiunea 1...3 şi 3...7 mm din andezitul concasat completează fracţiunile deficitare ale nisipurilor din Moldova, obţinîndu-se un agregat cu o curbă optimă. În acest caz influenţa granulelor concasate asupra lucrabilităţii este neînsemnată.

Analizînd raportul dimensiunilor granulelor pe sorturile care interesează în cazul betoanelor hidraulice, pentru a se putea face aprecieri asupra formei granulelor, rezultă că agregatul de Dornişoara, după prima concasare nu corespunde formei optime cerută pentru realizarea unor betoane de calitate superioară.

Din tabelul 7 rezultă că valoarea raportului *b/a* este atinsă numai de sorturile 7...15 mm şi 15...30 mm, iar a raportului *c/a*, numai de sortul 15...30 mm.

O îmbunătăţire în ceea ce priveşte forma granulelor se obţine printr-o dublă concasare a pietrei (v. tabelul 8).

Forma granulelor obţinute din andezitul de Dorna-Burcut prin simplă concasare rezultă de asemenea nesatisfăcătoare, fiind însă într-o mică măsură mai favorabilă decît cea a granulelor din andezitul de Dornişoara (v. tabelul 9).

Tabelul 8

Rapoarele b/a *şi* c/a *la andezitul de Dornişoara, dublu concasat*

Sortul (mm)	*b/a*	*c/a*
3... 7	0,68	0,36
7...15	0,72	0,45
15...30	0,75	0,49
3...30	0,72	0,43
Conform normativelor	⩾0,66	⩾0,33

Tabelul 9

Rapoartele b/a *şi* c/a *la andezitul de Dorna-Burcut, simplu concasat*

Sortul (mm)	*b/a*	*c/a*
3... 7	0,64	0,35
7...15	0,63	0,30
15...30	0,58	0,29
3...30	0,62	0,32
Conform normativelor	⩾0,66	⩾0,33

Din încercarea pe cuburi confecţionate din beton cu agregat de andezit de Dornişoara, pentru granulozitatea optimă stabilită, au rezultat, în funcţie de dozajul de

ciment, calitatea cimentului şi factorul A/C, rezistenţele prezentate în tabelul 10 (valorile rezistenţelor reprezintă media încercărilor a cel puţin 9 cuburi).

Tabelul 10

Date asupra betoanelor de mărci superioare cu agregat din andezit de Dornişoara

Dozaj ciment (kg/m³)	Marca ciment. R_c la 28 zile	A/C	R_{c28}	Marca ciment R_c la 28 zile	A/C	R_{c28}
400	400 (396)	0,40 0,38 0,36	452 545 600	— — —	— — —	— — —
450	400 (396)	0,38 0,36	550 603	— —	— —	— —
500	400 (396)	0,38 0,36 0,34	592 609 641	500 (476)	0,38 0,36 0,33	650 660 680
550	400 (396)	0,32	670	500 (476)	0,32	690
600	—	— — —	— — —	500 (476)	0,31 0,30 0,29	690 701 716

Din observaţiile făcute la încercarea cuburilor de beton rezultă posibilitatea de folosire raţională a agregatului concasat de Dornişoara pentru obţinerea betoanelor de mărci superioare, cuprinse între marca B 400 şi B 600. Obţinerea mărcii de beton B 700 necesită un consum mult prea mare de ciment. Dozajele pentru care se obţin indici maximi de utilizare pentru betonul cu ciment sînt 400 şi 500 kg ciment la m³. Ruperea epruvetelor se produce prin piatra de ciment şi prin majoritatea granulelor de agregat; se constată şi cazuri cînd unele granule se zmulg din piatra de ciment, ceea ce considerăm că determină în general scăderea rezistenţelor betoanelor cu agregat din andezit faţă de cele confecţionate cu agregat din calcar sau grezie compactă de Catarg-Repedea [3], nefiind posibilă astfel folosirea întregii capacităţi de rezistenţă a pietrei.

6. Concluzii

1. Carierele de andezit de la Dornişoara şi Dorna-Burcut constituie surse principale pentru aprovizionarea şantierelor din Moldova cu piatră dură de origine magmatică.

2. Poziţia zăcămîntului şi amplasamentul carierelor de la Dornişoara şi chiar de la Dorna-Burcut oferă condiţii favorabile unei exploatări raţionale şi economice.

3. În zăcămîntul de la Dornişoara predomină un andezit cu hornblendă, de culoare gri, care apare sub formă de bancuri groase, cu fisuri orientate.

4. La Dorna-Burcut predominant este andezitul cu hornblendă, de culoare neagră, mai compact, mai dur şi mai casant decît cel de culoare gri.

5. Compoziţia chimică şi mineralogică, structura şi textura imprimă andezitelor de Dornişoara şi Dorna-Burcut greutăţi specifice aparente mari, compactităţi mari, bună comportare la îngheţuri şi dezgheţuri succesive, rezistenţe mecanice mari (Dornişoara: $R_c = 1900$ kg/cm², $R_u = 22$ g, $R_s = 100$ kg.cm/cm³; Dorna-Burcut: $R_c = 2300$ kg/cm², $R_u = 24$ g, $R_s = 220$ kg.cm/cm³).

6. Prezentînd compactitate şi rezistenţe mecanice mari şi pretîndu-se la fasonare, sînt proprii a fi întrebuinţate ca piatră brută şi fasonate în construcţii hidrotehnice, construcţii inginereşti şi sub formă de pavele pentru îmbrăcăminţi de drumuri.

7. Prin concasare andezitul de Dorna-Burcut dă granule de formă mai apropiată de cea optimă decît cel de Dornişoara, totuşi din ambele zăcăminte se pot obţine splituri corespunzătoare condiţiilor tehnice pentru folosirea lor la îmbrăcăminţi de drumuri cu lianţi hidrocarbonaţi faţă de care au o bună adezivitate, fiind roci bazice (v. tabelele 1, 2 şi 6).

8. Prin ameliorarea agregatului rezultat de la concasare se pot realiza betoane de mărci superioare (*B* 400 ... *B* 600).

9. Datorită calităţilor superioare pe care le prezintă aceste andezite, este indicat a se extinde exploatarea lor şi a se amplifica gradul de mecanizare.

Institutul Politehnic, Iaşi,
Catedra de Materiale de Construcţii

BIBLIOGRAFIE

1. Török Z., Dări de seamă ale şed. Comit. Geologic, 1952 – 1953, **XL**, pp. 111–112.
2. — Ibid., 1951–1952, **XXXIX**.
3. Chelărescu Al. şi colab, Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *1–2*, pp. 393–404.

ИЗУЧЕНИЕ АНДЕЗИТОВ ИЗ ДОРНИШОАРА И ДОРНА-БУРКУТ

(Резюме)

В работе приведены исследования почвы и результаты лабораторных работ в связи с химическим и минералогическим составами и физикохимическими своиствами на основании которых определяются возможности рационалного пользования андезитов из Дорнишоара и Дорна-Буркут,в строительстве.

Этот камень является основным материалом в виде бутового камня, обработанного камня и измельчённого для прокладки дорог и для гидротехнических сооружений.

Исследована также и возможность получения бетона высоких марок для предварительнонапряженного бетона.

Объяснение рисунков

Рис. 1. Расположение андезитных карьер Дорнишоара и Дорна-Буркут.
Рис. 2. План карьера Дорнишоара.
Рис. 3. План карьера Дорна-Буркут.
Рис. 4. Продольный профиль фронта работ карьера Дорнишоара.
Рис. 5. Поперечный профиль фронта работ карьера Дорнишоара.
Рис. 6. Зона разрушенного андезита в фронтальной части работ в Дорнишоаре.
Рис. 7. План расположения карьера Дорна-Буркут.
Рис. 8. Результаты гранулометрических исследований измельчённого андезита.

ÉTUDE DES ANDÉSITES DE DORNIŞOARA ET DORNA-BURCUT

(Résumé)

Dans ce travail on donne les résultats des études de terrain et des recherches de laboratoire quant à la composition chimique, minéralogique et les propriétés physiques et mécaniques des andésites de Dornişoara et Dorna-Burcut afin de pouvoir apprécier les possibilités de leur utilisation rationnelle dans les constructions.

Explication des figures

Fig. 1. L'emplacement des carrières d'andésites de Dornişoara et Dorna-Burcut.
Fig. 2. Schéma de la carrière Dornişoara.
Fig. 3. Schéma de la carrière Dorna-Burcut.
Fig. 4. Le profil longitudinal d'exploitation de la carrière Dornişoara.
Fig. 5. Le profil transversal d'exploitation de la carrière Dornişoara.
Fig. 6. Les zones d'altération de l'andésite de l'exploitation de la carrière Dornişoara.
Fig. 7. Le plan de situation de la carrière Dorna-Burcut.
Fig. 8. Les résultats de l'analyse granulométrique des andésites concassés, avant et après l'amélioration.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 1–2, 1959

624.05

BEITRAG ZUM PROBLEM DER SYNCHRONISIERUG DER ARBEITSPROZESSE BEIM UNRYTMISCHEN TAKTVERFAHREN

VON

TUDOR SILION

Mitteilung an der wissenschaftlichen Tagung der Technischen Hochschule, Jassy, 26-29 Juni 1958

1. In der Ausführung der Arbeitsprozesse im Bauwesen, um eine möglichst gute Benützung der Arbeitskräfte und der Maschinen zu erlangen ist es am geeignesten diese Arbeiten durch das Taktverfahren zu organisieren.

Das Taktverfahren enthält verschiedene Arten von Organisierung die von den Umständen abhängen in denen sich die Arbeitsprozesse entwickeln.

Der allgemeinste Fall den man in der Praxis begegnen kann ist das unrytmische Taktverfahren, bei dem man keine besondere Bedingungen betreffs der Zeit die in verschiedenen Arbeitssektoren verbraucht wird stellt. Hier zum Unterschied von dem rytmischen Verfahren, wo die Zeit auf einem Arbeitssektor gleich der Dauer des Arbeitstaktes sein muss oder ein vielfaches dieser Dauer, gibt es diese Bedingung nicht.

Die Synchronisierung dieser unrytmischen Arbeitsprozesse ist sehr schwer, da man für alle Arbeitsprozesse die Kontinuität versichern muss. Das Problem dieser Synchronisierung wurde von mehreren Autoren erörtert, wie Baturin [2], Pentkovski [1] u.a., die verschiedene Verfahren für die Lösung dieses Problems gegeben haben.

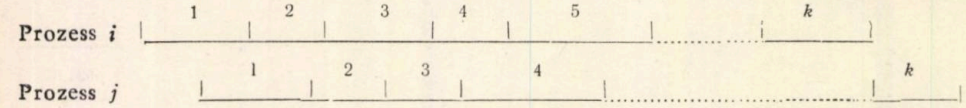
Vorstehende Arbeit gibt für dieses Problem eine Lösung mittels einer Rechentabelle.

2. Dass zwei aufeinanderfolgende Arbeitsprozesse die normale technologische Reihenfolge auf den Arbeitssektoren respektieren sollen, ist es nötig dass auf jedem Arbeitssektor folgende Bedingung zwischen den Prozessen existiert

$$\sum_{1}^{k} t_i \leqslant \sum_{0}^{k-1} t_j$$

in welcher: t_i — die Dauer des Prozesses i auf den verschiedenen Arbeitssektoren, t_j — die Dauer des Prozesses j auf den verschiedenen Arbeitssektoren, k — die Kennzahl eines bestimmten Arbeitssektors für den wir die Bedingung stellen.

Graphisch kann man die Bedingung in folgender Weise darstellen:



Wenn die Bedingung erfüllt ist, so bleibt der Arbeitssektor k eine Zeitlang nach der Beendigung des Prozesses i unbesetzt bis auf dem selben Arbeitssektor der Prozess j beginnt.

Dass die technologische Reihenfolge nicht gestört werden soll so muss im Grenzfall die Bedingung

$$\sum_{1}^{k} t_i = \sum_{0}^{k-1} t_j$$

erfüllt werden.

Wenn für einen beliebigen Arbeitssektor k die Bedingung nicht erfüllt werden kann, das heisst wenn

$$\sum_{1}^{k} t_i > \sum_{0}^{k-1} t_j$$

so muss man um die technologische Reihenfolge nicht zu stören die Arbeitsprozesse voneinander um die Zeit

$$\Delta t = \sum_{1}^{k} t_i - \sum_{0}^{k-1} t_j$$

entfernen, durch die Verschiebung des zweiten Arbeitsprozesses.

Wenn es sich um darauffolgende Arbeitsprozesse handelt, die die Bedingung nicht erfüllen, so wird die totale Zeitverschiebung der Dauer Δ gleich sein.

In diesem Fall wird die Gesamtdauer aller Arbeitsprozesse mit

$$T = \sum_{1}^{N} t_{1i} + \sum_{2}^{n} t_{Ni} + \Delta$$

gleich sein in welcher: t_{1i} — die Dauer des Arbeitsprozesses 1 im Arbeitssektor $1 \to N$, t_{Ni} — die Dauer der Arbeitsprozesse $2 \to n$ im Arbeitssektor N, N — die Zahl der Arbeitssektoren, n — die Zahl der Arbeitsprozesse.

Die nötigen Zeitverschiebungen Δt so wie die Gesamtdauer T und die Gesamtverschiebung Δ kann man aus einer Tabelle entnehmen die man mit der Dauer der Arbeitsprozesse auf allen Arbeitssektoren aufstellen kann.

Es seien vier Arbeitsprozesse auf fünf Arbeitssektoren angenommen, deren Dauer in der Tabelle 1 gezeigt wird.

Mit diesen Zahlen wird die Tabelle 2 zusammengestellt.

Um die grössten Verschiebungen zwischen den zwei darauffolgenden Prozessen zu bestimmen wenden wir die Bedingung

$$\sum_{1}^{k} t_i \leqslant \sum_{0}^{k-1} t_j$$

auf den verschiedenen Arbeitssektoren an.

Für die ersten zwei Arbeitsprozesse erhalten wir $3 > 2$; $5 > 3$; $10 > 4$; $12 > 6$, woher man sehen kann dass diese Bedingung nirgends erfüllt wird. Die grösste Verschiebung wird von sechs Tagen sein, und man erhält sie aus der Gleichung

Tabelle 1

		Arbeitsprozess			
		A	*B*	*C*	*D*
Arbeitssektor	*1*	1	2	4	1
	2	3	1	5	2
	3	2	1	2	3
	4	5	2	3	3
	5	2	3	2	2

$$\Delta t_{AB_{\max}} = \sum_{1}^{k} t_i - \sum_{0}^{k-1} t_j = 12 - 6 \text{ oder } 10 - 4.$$

Diese Zahl wird in die Tabelle 2 in der Reihe des Prozesses *B* eingetragen.

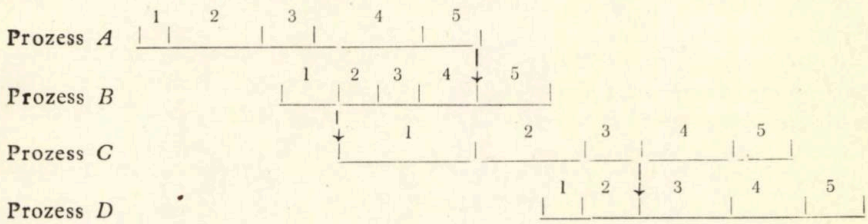
Tabelle 2

		Arbeitssektor					Δt
		1	*2*	*3*	*4*	*5*	
Arbeitsprozess	*A*	1	3	2	5	2	—
	B	2	1	1	2	3	6
	C	4	5	2	3	2	—
	D	1	2	3	3	2	4

Ähnlicher Weise kann man auch die anderen Verschiebungen erhalten, in unserem Falle zwischen den Arbeitsprozessen *C* und *D* erhält man eine Zeitverschiebung von vier Tagen die man gleichfalls in die Tabelle 2 einträgt.

Die Gesamtdauer aller Prozesse erhaltet man in dem man die erste senkrechte Reihe, die letzte waagrechte Reihe und die letzte senkrechte Reihe (Δt) summiert.

Dasselbe Resultat kann man auch auf graphischem Wege erhalten, wie es weiter unten angegeben wird.



Angegebene Methode besitzt den Vorteil dass man ohne jegliche graphische Darstellung schnell das gesuchte Resultat erhalten kann.

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl der Organisation und Planung

LITERATURVERZEICHNIS

1. Pentkovschi N. I., *Culegere de probleme în legătură cu organizarea şi planificarea lucrărilor de construcţii*, ESAC, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
2. Baturin V. I., *Metoda de lucru în lanţ n construcţiile civile şi industriale*, EMC, Buc., 1951, (trad. din l. rusă).

К ЗАДАЧЕ КООРДИНИРОВАНИЯ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ НЕРИТМИЧНЫМ ПОТОКОМ

(Резюме)

Разработана расчётная таблица для координирования рабочих процессов организованных методом неритмичных потоков.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL PROBLEMEI COORDONĂRII PROCESELOR DE LUCRU LA LANŢURILE NERITMICE

(Rezumat)

Se dă o metodă, bazată pe un tabel de calcul, pentru coordonarea proceselor de lucru organizate prin metoda lanţurilor neritmice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

677.05

UNTERSUCHUNG DER BEWEGUNG DES SCHÜTZEN DSURCH DAS FACH DES WEBSTUHLS

VON
N. IRIMICIUC und FILIP REICHER

Mitteilung an der wissenschaftlichen Tagung der Technischen Hochschule, Jassy, 26 — 29 Juni 1958

1. Vorwort

Die Untersuchung der Bewegung des Schützens kann man auf zwei Arten vornehmen:

1. Man kann von den realen Umständen der Bewegung ausgehen, so wie sie die experimentellen Tatsachen zeigen und aus den Bewegungsgleichungen die Bewegungsgesetze des Schützens ableiten, dabei inbegriffen die Abweichungen (augenblickliche Drehungen) die der Schützen hat von der idealen Bewegung (einer relativen geradlinigen Translation).

2. Man kann von den Gleichungen der idealen Bewegung ausgehen und aus diesen Gleichungen sowohl das Gesetz der Translation als auch die Bedingungen unter welchen diese ideale Bewegung stattfinden kann, ableiten.

Da es angenommen wurde dass es natürlicher ist die Umstände eines normalen Webprozesses festzusetzen, wurde in vorliegender Arbeit die zweite Arbeitsweise gewählt; die Forschung der Bewegung des Schützens durch das Fach wurde auf eine mannigfachere Weise durchgeführt, es wurden die Differentialgleichungen der Bewegung bestimmt und die Umstände angezeigt unter welchen die vereinfachten Gleichungen integriert werden können.

2. Allgemeine Betrachtungen

Die Bewegungsgleichungen entsprechen den von einem der Autoren der vorliegenden Arbeit festgelegten Gleichungen für die Relativbewegung des starren Körpers veränderlicher Masse [1]. Wenn der mit dem starren Körper unveränderlich verbundene Pol mit dem Massenzentrum desselben zusammenfällt, und wenn die Koordinatenachsen des mit dem starren Körper verbundenen Achsensystems mit den Hauptträgheitsachsen des starren Körpers zusammenfallen, nehmen die Gleichungen folgende Form an:

$$(2.1)\quad \begin{cases} M\ddot{x}'_{C\sigma} = F'_\sigma + R'_\sigma + F'_{Rr\sigma} + F^{i'}_{Ct\sigma} + F^{i'}_{Cc\sigma}, \\ I_{\sigma\sigma}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega_{t\sigma} + \omega_{r\sigma}) + \delta_{ij\sigma} I_{jj}(\omega_{ti} + \omega_{ri})(\omega_{tj} + \omega_{rj}) = \mathfrak{M}_{C\sigma} + \mathfrak{M}_{Lc\sigma} + \mathfrak{M}_{Rrc\sigma}, \\ (\sigma = 1, 2, 3;\quad i, j = 1, 2, 3). \end{cases}$$

Dabei sind: M — die Gesamtmasse des starren Körpers, $x'_{C\sigma}$ — die Koordinaten

des Massenzentrums des starren Körpers in Bezug auf das bewegliche Bezugssystem $\mathfrak{R}'$, F'_σ, R'_σ, $F'_{Rr\sigma}$, $F^{i'}_{Ct\sigma}$, $F^{i'}_{Cc\sigma}$ – beziehungsweise, die Projektionen der äusseren Kräfte, der Reaktionskräfte, der Transportträgheitskraft des Massenzentrums und der Coriolisträgheitskraft des Massenzentrums auf den Achsen $O'x'_\sigma$, ($\sigma = 1,2,3$), des Bezugssystems $\mathfrak{R}'$, $I_{\sigma\sigma}$ — die Hauptaxialträgheitsmomente des starren Körpers, $\omega_{t\sigma}$ — die Projektionen des Transportwinkelgeschwindigkeitsvektors auf den mit dem starren Körper verbundenen Achsen, $\omega_{r\sigma}$ — die Projektionen des Relativwinkelgeschwindigkeitsvektors auf den Achsen Ox_σ, $\mathfrak{M}_{C\sigma}$, $\mathfrak{M}_{LC\sigma}$, $\mathfrak{M}_{Rrc\sigma}$ — beziehungsweise, die Momente der äusseren Kräfte, der Reaktionskräfte und der relativen Reaktivkräfte bezüglich der Achsen des mit dem starren Körper unveränderlich verbundenen Bezugssystems $\mathfrak{R}$, $i, j = 1, 2, 3$ — stumme Summierungsindexe, $\sigma = 1, 2, 3$ — allgemeine Indexe, $\delta_{ij\sigma}$ — das Symbol von Levi-Civita.

Da aus der angenommenen Hypothese $\omega_{r\sigma} = 0$ folgt, und da die reaktiven Relativkräfte und ihre Momente für die Dauer eines Durchgangs durch das Fach unbeachtet werden können, nehmen die Bewegungsgleichungen die vereinfachte Form an:

$$(2.1') \quad M\ddot{x}'_{C\sigma} = F'_\sigma + R'_\sigma + F^{i'}_{Ct\sigma} + F^{i'}_{Cc\sigma}, \quad I_{\sigma\sigma}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\omega_{t\sigma}) + \delta_{ij\sigma} I_{jj}\,\omega_{ti}\,\omega_{tj} = \mathfrak{M}_{C\sigma} + \mathfrak{M}_{L\sigma}.$$

Es werden nun die kinematischen und dynamischen Parameter bestimmt, die in diesen Gleichungen auftreten.

3. Wahl der Koordinatenachsensysteme

Die drei Bezugssysteme, und zwar das unbewegliche $\mathfrak{R}''(O'', x''_1, x''_2, x''_3)$, das bewegliche $\mathfrak{R}'(O', x'_1, x'_2, x'_3)$ und das mit dem Schützen unveränderlich verbundene $\mathfrak{R}(O, x_1, x_2, x_3)$ werden folgendermassen angenommen. Das fixe System $\mathfrak{R}''$ hat die Achse $O''x_3''$ senkrecht, die Achse $O''x''_2$ fällt mit der fixen Schwingungsachse der Lade zusammen, während die wagrechte Achse $O''x''_1$ das dreiorthogonale rechtshändige System ergänzt. Der Ursprung des Systems befindet sich im Zentrum eines der Lager der Ladenachse.

Das bewegliche System $\mathfrak{R}'$, in Bezug auf welches die Relativbewegung des Schützens untersucht wird, ist mit der Lade fest verbunden. Der Ursprung O' fällt mit dem des fixen Bezugssystems zusammen, die Achse $O'x'_2$ fällt mit der fixen Schwingungsachse der Lade, folglich auch mit der Achse $O''x''_2$ zusammen, die Achse $O'x'_3$ befindet sich in der Axialebene der Lade π, während die Achse $O'x'_1$ das dreiorthogonale rechtshändige Achsensystem ergänzt.

Die Lage des Systems $\mathfrak{R}'$ gegenüber dem System $\mathfrak{R}''$ wird zu jedem Zeitpunkt durch den Winkel θ zwischen den Achsen $O''x''_1$ und $O'x'_1$ bestimmt, dessen Veränderungsgesetz bezüglich der Zeit durch folgende Gleichung ausgedrückt wird:

$$\theta = (r/h_0)\{(1 - \cos\omega_0 t) + [r/(2l)]\sin^2\omega_0 t\}.$$

Dabei sind: r — die Länge der Kurbel, h_0 — die Entfernung des Mittelpunktes des Ladenbolzens zur Ladenachse, ω_0 — die mit der Zeit veränderliche Winkelgeschwindigkeit der Kurbel, t — die Zeit, l — die Länge der Triebstange.

Das mit dem Schützen unveränderlich verbundene System $\mathfrak{R}(O_1, x_1, x_2, x_3)$ hat als Ursprung das Massenzentrum des mit Schussspule versehenen Schützens, und als Achsen, die Hauptträgheitsachsen desselben. Da angenommen wird dass der Schützen drei Symetrieebenen besitzt, was bei den meisten Schützentypen zutrifft, sind die an den

Schützen gebundenen Koordinatenachsen mit denen des Systems $\mathcal{R}'$ parallel, wenn man in Betracht zieht dass die Ladenbahn, auf der sich der Schützen bewegt, auf die Axialebene der Lade senkrecht ist.

4. Bestimmung der Gesetze der Transport - und Relativbewegungen

a) *Transportbewegungsgesetze*

In Betracht ziehend wie die Bezugssysteme und gewählt wurden, folgt:

Der Ortvektor des beweglichen Pols O' in Bezug auf den Pol O'': $\overline{r}_{O'} = 0$; Geschwindigkeit des beweglichen Pols O': $\overline{v}_{O'} = 0$; Beschleunigung des beweglichen Pols O': $\overline{a}_{O'} = 0$; Drehungswinkel in der Transportbewegung

$$\theta = (r/h_0)(1 - \cos\omega_0 t) + [r^2/(2lh_0)]\sin^2\omega_0 t; \tag{4.1}$$

Transportwinkelgeschwindigkeitsvektor (in erster Annäherung)

$$\overline{\omega} = (r\omega_0/h_0)\{\sin\omega_0 t + [r/(2l)]\sin 2\omega_0 t\}\overline{i}'_2; \tag{4.2}$$

Transportwinkelbeschleunigungsvektor (in erster Annäherung)

$$\overline{\varepsilon}_t \quad (r\omega_0^2/h_0)[\cos\omega_0 t + (r/l)\cos 2\omega_0 t]\overline{i}'_2. \tag{4.3}$$

b) *Daten betreffs der Relativbewegung*

In Anbetracht der am Anfang angenommenen Hypothese ergibt sich für die relative Bewegung: Relativdrehungswinkel: $\theta_r = 0$; Relativwinkelgeschwindigkeitsvektor: $\overline{\omega}_r = 0$; Relativwinkelbeschleunigungsvektor: $\overline{\varepsilon}_r = 0$; die Formel des Ortsvektors des an den starren Körper unveränderlich verbundenen Pols in Bezug auf das bewegliche Bezugssystem $\mathcal{R}'$: $\overline{r}'_0 = \overline{r}'_C = H\overline{i}'_3 + x_{C2}\overline{i}'_2$ wobei $H = h + b$, die Summe zwischen h (der Entfernung der Ladenbahn zur Schwingungsachse der Lade) und b (der Hälfte der Schützenhöhe $2b$) ist.

5. Bestimmung der Kräfte die auf den Schützen einwirken und ihrer Projektionen auf den Achsen der Bezugssysteme $\mathcal{R}'$ und $\mathcal{R}$

a) *Gewicht des mit Schussspule versehenen Schützens*

Bezeichnet man mit M die eigene Masse des Schützens, die in der Zeit konstant ist, und mit m die mit der Zeit veränderliche Masse der Schussspule, so hat das Gewicht folgende analytische Formel:

$$\overline{P} = (M + m)\,g\sin\theta\,\overline{i}_1 - (M + m)\,g\cos\theta\,\overline{i}_3, \tag{5.1}$$

in Bezug auf das System $\mathcal{R}$ und:

$$\overline{P} = (M + m)\,g\sin\theta\,\overline{i}'_1 - (M + m)\,g\cos\theta\,\overline{i}'_3, \tag{5.1'}$$

in Bezug auf das System $\mathcal{R}'$.

b) *Spannung des Schussfadens*

Es wird zunächst die Spannung des Schussfadens zwischen Schützen und Warenrand durch die Integrierung der Gleichungen des relativen Gleichgewichtes ermittelt,

in der Annahme dass als Kräfte die auf ein Fadenteilchem einwirken nur der Luftwiderstand und die Trägheitskräfte gelten.

Als Folge einiger vereinfachenden Hypothesen betreffs einiger Glieder aus den Gleichgewichtsdifferentialgleichungen (z. B. kleine Pfeilhöhen der Gleichgewichtskurve u. a.) die in vorliegendem Fall annehmbar waren, wurde folgende Formel für die Fadenspannung ermittelt:

$$T = \frac{cl}{12k}\sqrt{0{,}25 + 9k^2}\,\frac{[(H\theta - 2a)\,\ddot{x}'_{C2} - H\omega_t(x'_{C2} + d)]^2}{(H\theta - 2a)^2 + (x'_{C2} + d)^2}.$$

Dabei sind: c — der Proportionalitätskoeffizient aus der Formel des Luftwiderstandes, l — die Länge des Fadens, k — der Proportionalitätsfaktor zwischen der Maximalpfeilhöhe und der Fadenlänge gewöhnlich enthalten zwischen 1/100 und 1/200, a — die Hälfte der Schützenbreite, d — die Entfernung des Schützenauges zur Querebene des Schützens, die das Massenzentrum des Schützens enthält.

Die analytische Formel der Spannung in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}$ ist demnach:

$$\overline{T} = -\frac{cl}{12k}\sqrt{0{,}25 + 9k^2}\,\frac{[(H\theta - 2a)\,\ddot{x}_{C2} - H\omega_t(x'_{C2} + d)]^2}{[(H\theta - 2a)^2 + (x'_{C2} + d)^2]^{3/2}}\left[(H\theta - 2a)\cos\frac{\theta}{2}\,\overline{i}_1 + \right. \tag{5.2}$$

$$\left. + (x'_{C2} + d)\,\overline{i}_2 + (H\theta - 2a)\sin\frac{\theta}{2}\,\overline{i}_3\right],$$

und in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}'$:

$$\overline{T} = -\frac{cl}{12k}\sqrt{0{,}25 + 9k^2}\,\frac{[(H\theta - 2a)\,\dot{x}'_{C2} - H\omega_t(x'_{C2} + d)]^2}{[(H\theta - 2a)^2 + (x'_{C2} + d)^2]^{3/2}}\left[(H\theta - 2a)\cos\frac{\theta}{2}\,\overline{i}'_1 + \right. \tag{5.2'}$$

$$\left. + (x'_{C2} + d)\,\overline{i}'_2 + (H\theta - 2a)\sin\frac{\theta}{2}\,\overline{i}'_3\right].$$

c) *Reaktion der unter dem Schützen befindlichen Kettfäden*

Diese hat die Formel:

$$\overline{N}_1 = N_1\,\overline{i}_3 \tag{5.3}$$

in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}$ und:

$$\overline{N}_1 = N_1\,\overline{i}'_3 \tag{5.3'}$$

in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}'$.

d) *Reaktion des Blattes*

Da dieselbe zur Ebene des Blattes senkrecht ist, hat sie die Formel

$$\overline{N}_2 = -N_2\,\overline{i}_1 \tag{5.4}$$

in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}$ und:

$$\overline{N}_2 = -N_2\,\overline{i}'_1 \tag{5.4'}$$

in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}'$.

e) *Reibungskraft auf den Kettfäden*

Werden die Reibungskoeffizienten für den Fall der Transportbewegung μ_1 und für den Fall der Relativbewegung μ_1' notiert, so erhält man die analytischen Formeln der Resultante der Reibungskräfte auf den Kettfäden in Bezug auf die Bezugssysteme $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{R}'$:

$$\overline{F}_{f_1} = -\mu_1 N_1 \overline{i}_1 - \mu_1' N_1 \overline{i}_2, \tag{5.5}$$

beziehungsweise

$$\overline{F}_{f_1} = -\mu_1 N_1 \overline{i}_1' - \mu_1' N_1 \overline{i}_2'. \tag{5.5'}$$

f) *Reibungskraft auf dem Blatt*

Diese hat in Bezug auf beide Achsensysteme die analytischen Formeln:

$$\overline{F}_{f_2} = -\mu_2 N_2 \overline{i}_2, \tag{5.6}$$

beziehungsweise

$$\overline{F}_{f_2} = -\mu_2 N_2 \overline{i}_2', \tag{5.6'}$$

wobei μ_2 — der Reibungskoeffizient zwischen Schützen und Blatt ist.

g) *Transportträgheitskraft des Massenzentrums des Ganzen: Schützen-Spule*

Es wurde folgende analytische Formel dieser Kraft in Bezug auf das System ermittelt:

$$\overline{F}_{Ct}^{i} = -(M+m)\,\varepsilon_t H \overline{i}_1' + (M+m)\,\omega_t^2 H \overline{i}_3'. \tag{5.7}$$

h) *Coriolisträgheitskraft des Massenzentrums des Ganzen: Schützen-Spule*

Diese ist gleich Null, da die Vektoren $\overline{\omega}_t$ und $\overline{v}_{Cr}$ dieselbe Wirkungslinie besitzen:

$$\overline{F}_{Cc}' = 0. \tag{5.8}$$

6. Bestimmung der Momente der Kräfte bezüglich des Massenzentrums des Ganzen: Schützen-Schussspule

a) *Moment des Gewichtes*

Da der Anwendungspunkt mit dem Massenzentrum des Ganzen: Schützen-Spule zusammenfällt, ist das Moment des Gesamtgewichtes gleich Null

$$\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{P}) = 0. \tag{6.1}$$

q) *Moment der Fadenspannung*

Da die Koordinaten der Anwendungspunkte der Spannungskraft sind $(-a, d, 0)$, ist die analytische Formel des Moments der Fadenspannung T in Bezug auf das Bezugssystem $\mathfrak{R}$:

$$\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{T}) = -\frac{cl}{12k}\sqrt{0{,}25 + 9k^2}\,\frac{[(H\theta - 2a)\ddot{x}_{C2}' - H\omega_t(x_{C2}' + d)]^2}{[(H\theta - 2a)^2 + (x_{C2}' + d)^2]^{3/2}}\left\{ d(H\theta - 2a)\sin\frac{\theta}{2}\overline{i} + \right. \tag{6.2}$$

$$\left. + a(H\theta - 2a)\sin\frac{\theta}{2}\overline{i}_2 + \left[a(x_{C2}' + d) + d(H\theta - 2a)\sin\frac{\theta}{2}\right]\overline{i}_3 \right\}.$$

c) *Moment der Gesamtreaktion der Kettfäden*

Wird der Anwendungspunkt der Gesamtreaktion der Kettfäden mit D bezeichnet und dessen Koordinaten mit $x_{D\sigma}$, so ist das Moment dieser Gesamtraktion

$$\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{N}_1) = -x_{D2} N_1 \overline{i}_1 - x_{D1} N_1 \overline{i}_2 . \tag{6.3}$$

d) *Moment der Reaktion des Blattes*

Sind E der Anwendungspunkt dieser Reaktion und $x_{E\sigma}$ die Koordinaten dieses Punktes, so ist:

$$\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{N}_2) = -x_{E3} N_2 \overline{i}_2 + x_{E2} N_2 \overline{i}_3 . \tag{6.4}$$

e) *Moment der Reibungskraft an dem Blatt*

Dieses hat die Formel:

$$\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{F}_{f_1}) = x_{D3} \mu_1' N_1 \overline{i}_1 - x_{D3} \mu_1 N_1 \overline{i}_2 - (x_{D1} \mu_1' N_1 - x_{D2} \mu_1 N_1) \overline{i}_3 . \tag{6.5}$$

f) *Moment der Reibungskraft an dem Blatt*

Die analytische Formel dieses Momentes ist:

$$\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{F}_{f_2}) = x_{E3} \mu_2 N_2 \overline{i}_1 - x_{E1} \mu_2 N_2 \overline{i}_3 . \tag{6.6}$$

7. Die Bewegungsgleichungen des Schützens

Werden in dem System der Gleichungen (2.1) anstatt der dort genannten Grössen die in den Abschnitten **4, 5** und **6** ermittelten gleichwertigen Formeln benützt, so erhält man das System folgender Gleichungen:

$$\left\{\begin{aligned}
0 &= (M+m)\, g \sin\theta + T_1 - N_2 - \mu_1 N_1 - (M+m)\, \varepsilon_t H , \\
(M+m)\, \ddot{x}_{C2}' &= T_2 - \mu_1' N_1 - \mu_2 N_2 , \\
0 &= T_3 + N_1 + (M+m)\, \omega_t^2 H - (M+m)\, g \cos\theta , \\
0 &= \overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{T})_1 + x_{D2} N_1 - x_{D3} \mu_1' N_1 + x_{E3} \mu_2 N_2 , \\
I_{22} \dot{\omega}_t &= \overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{T})_2 - x_{D1} N_1 - x_{E3} N_2 - x_{D3} \mu_1 N_1 , \\
0 &= \overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{T})_3 - x_{E3} N_2 - (x_{D1} \mu_1' N_1 - x_{D2} \mu_1 N_1) - x_{E1} \mu_2 N_2 ,
\end{aligned}\right. \tag{7.1}$$

in welchem die Projektionen T durch die in (5.2') gewonnenen Formeln und die Projektionen $\overline{\mathfrak{M}}_C(\overline{T})_\sigma$ durch die in (6.2) gewonnenen Formel ersetzt werden müssen.

Die ersten drei Gleichungen führen zur Bestimmung der unbekannten Reaktionen N_1 und N_2, wie auch des Gesetzes der geradlinigen Translationsbewegung des Schützens, während die letzten drei Gleichungen zu manchen Schlussfolgerungen betreffs der Bedingungen einer normalen Bewegung des Schützens führen.

8. Bestimmung des Bewegungsgesetzes des Schützens

Wird aus der dritten Gleichung (7.1) die Reaktion N_1:

$$N_1 = -T_3 - (M+m)\, \omega_t^2 H + (M+m)\, g \cos\theta , \tag{8.1}$$

und aus der ersten Gleichung (7.1) die Reaktion N_2 ermittelt:

$$N_2=(M+m)\,g\sin\theta+T_1+\mu_1\,T_3-\mu_1(M+m)\,\omega_t^2\,H-\mu_1(M+m)\,g\cos\theta-(M+m)\,\varepsilon_t\,H\,, \tag{8.2}$$

und werden diese Grössen in der zweiten Gleichung des Systems (7.1) ersetzt, so erhält man folgende Differentialgleichung für das Bewegungsgesetz des Schützens:

$$\ddot{x}'_{C2}=\left(\frac{c\,(H\theta-2a)^2}{4\,(M+m)\,[(H\theta-2a)^2+(x'_{C2}+d)^2]}\left\{(H\theta-2a)\left[\sin\frac{\theta}{2}\,(\mu_1\,\mu_2-\mu'_1)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\,\mu_2\cos\frac{\theta}{2}\right]-(x'_{C2}+d)\right\}\right)\dot{x}'^2_{C2}+\left[(\mu'_1-\mu_1\,\mu_2)\,\omega_t^2\,H+\right. \tag{8.3}$$

$$\left.+\,g\,[(\mu_1\,\mu_2-\mu'_1)\cos\theta-\mu_2\sin\theta]+\mu_2\,\varepsilon_t\,H\right],$$

das heisst eine Gleichung die im wesentlichen folgende Form hat

$$\ddot{x}'_{C2}=f\,(x'_{C2},\,t)\,\dot{x}'^2_{C2}+g\,(t)\,. \tag{8.3'}$$

Wird aber die Fadenspannung ausser Acht gelassen, da ihre Grösse im Vergleich zu den Grössen der anderen Kräfte, die auf den Schützen einwirken, sehr klein ist; werden $\sin\theta$ und $\cos\theta$ in je eine Reihe zerlegt, und nur die ersten Glieder derselben berücksichtigt, da der Höchstwert des Winkels θ nur 11° beträgt; werden ferner θ, ω_t und ε_t als Funktionen des Drehwinkels $\varphi=\omega_0\,t$ der Hauptwelle ausgedrückt und folgende Formel angenommen:

$$\dot{\varphi}=\omega_m\,[1+(\delta/2)\cos 2\varphi], \tag{8.4}$$

wobei ω_m den Durchschnittswert der Winkelgeschwindigkeit der Hauptwelle und δ den Ungleichmässigkeitsgrad darstellen; wird nunmehr folgende Ersetzung durchgeführt: $\ddot{x}'_{C2}=\dot{v}_{Cr}=\dot{\varphi}\,\mathrm{d}v_{Cr}/\mathrm{d}\varphi$, wobei v_{Cr} die Relativgeschwindigkeit des Massenzentrums des Ganzen Schützen–Schussspule darstellt, so wird folgende Gleichung gewonnen:

$$\frac{\mathrm{d}v_{Cr}}{\mathrm{d}\varphi}=H(\mu'_1-\mu_1\,\mu_2)\,\omega_m\left(\frac{r}{h_0}\sin\varphi+\frac{r^2}{2lh_0}\sin 2\varphi\right)^2\left(1+\frac{\delta}{2}\cos 2\varphi\right)+$$

$$+\,\mu_2\,H\omega_m\left[\left(\frac{H}{h_0}\cos\varphi+\frac{r^2}{lh_0}\cos 2\varphi\right)\left(1+\frac{\delta}{2}\cos 2\varphi\right)-\right. \tag{8.5}$$

$$\left.-\left(\frac{r}{h_0}\sin\varphi+\frac{r^2}{2lh_0}\sin 2\varphi\right)\omega_m\,\delta\sin 2\varphi\right]-$$

$$-\,g\,\frac{\mu_2}{\omega_m}\cdot\frac{\{(r/h_0)\,(1-\cos\varphi)+[r^2/(2lh_0)]\sin^2\varphi\}}{1+(\delta/2)\cos 2\varphi}+\frac{g\,(\mu_1\,\mu_2-\mu'_1)}{\omega_m}\cdot\frac{1}{1+(\delta/2)\cos 2\varphi}=F(\varphi).$$

Daraus wird weiter gewonnen werden:

$$v_{Cr}=\int F(\varphi)\,\mathrm{d}\varphi+C_1=\Phi(\varphi)+C_1. \tag{8.6}$$

Die Integrierungskonstante C_1 kann auf Grund der Anfangsbedingungen bestimmt werden: $\varphi\,(0)=\varphi_0$, $v_{Cr}\,(0)=v^0_{Cr}$, $x'_{C2}(0)=x'^0_{C2}$ und man erhält demnach:

$$v_{Cr}=[v^0_{Cr}-\Phi(\varphi_0)]+\Phi(\varphi). \tag{8.7}$$

Wird $v_{Cr} = \dot{x}_{C2} = \dot{\varphi}\, dx'_{C2}/d\varphi$ geschrieben, so wird durch eine weitere Integrierung folgende Gleichung gewonnen:

$$(8.8)\quad x'_{C2} = C_2 + \frac{[v^0_{Cr} - \Phi(\varphi_0)]}{\omega_m}\int \frac{d\varphi}{1+(\delta/2)\cos 2\varphi} + \frac{1}{\omega_m}\int \frac{\Phi(\varphi)\,d\varphi}{1+(\delta/2)\cos 2\varphi} = \psi(\varphi)+C_2.$$

Werden wieder die Anfangsbedingungen in Betracht gezogen, so ergibt sich, nach der Bestimmung der Konstante C_2, das Bewegungsgesetz unter der Form:

$$(8.9)\quad x'_{C2} = [x'^0_{C2} - \psi(\varphi_0)] + \psi(\varphi).$$

9. Schlussfolgerungen

Aus der oben durchgeführten Untersuchung können einige Schlussfolgerungen gezogen werden, die wichtige praktische Folgen für den Webereiingenieur haben könnten.

So, zum Beispiel, gestattet die Formel (8.8) in der die Integrierungskonstante C mit dem in (8.9) erhaltenen Wert ersetzt wird, und die dann bezüglich v^0_{Cr} aufgelöst wird

$$(9.1)\quad v^0_{Cr} = \Phi(\varphi_0) + \frac{\omega_m}{\int \frac{d\varphi}{1+(\delta/2)\cos 2\varphi}}\left[x'_{C2} - x'^0_{C2} + \psi(\varphi_0) - \frac{1}{\omega_m}\int \frac{\Phi(\varphi)\,d\varphi}{1+(\delta/2)\cos 2\varphi}\right].$$

die Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit des Schützens, mit einer viel grösseren Genauigkeit als in den approximativen Berechnungen die gegenwärtig durchgeführt werden; dabei wird nur die Bedingung gestellt dass der Schützen das Fach in einem bestimmten Zeitabschnitt durchquert, beziehungsweise innerhalb eines bestimmten Veränderungsintervalls des Drehungswinkels der Hauptwelle.

Ebenso werden die letzten drei Gleichungen des Systems (7.1), in welchen angenommen werden kann: $x_{D3} = -b$, $x_{D1} = 0$, bezüglich x_{E1}, x_{E2} und x_{E3} aufgelöst, so können manche Auskünfte gewonnen werden über die Form die der Schützen haben sollte, um eine normale Durchquerung des Faches zu gewährleisten.

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl der Mechanik
und
Lehrstuhl der Textil-mechanische Technologie

LITERATURVERZEICHNIS

1. Irimiciuc N., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *1—2*, pp. 113—120.
2. Бородовский М. С., *Основы ткачества*, Гизлегпром, М., 1947, глава **III** и др.
3. Малышев А. П., *Основы проектирования ткацких станков*, Гизлегпром, М., 1946, стр. 383—385.

ОБ УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ ЧЕЛНОКА В ЗЕВЕ ТКАЦКОГО СТАНКА

(Резюме)

Устанавливается уравнение движения челнока в зеве ткацкого станка в случае относительного прямолинейного его поступательного движения вдоль основания батана.

Указывается возможность интегрирования уравнения при некоторых упрощающих предположениях, а также и возможность установить с большей точностью начальную скорость челнока при поступлении его в зев.

ASUPRA ECUAŢIILOR DE MIŞCARE A SUVEICII PRIN ROST

(Rezumat)

Autorii stabilesc în această lucrare ecuaţiile de mişcare a suveicii prin rostul războaielor de ţesut, în cazul unei translaţii rectilinii relative a suveicii faţă de podul vatalei.

Se arată, în continuare, posibilitatea de integrare a ecuaţiilor, în anumite ipoteze simplificatoare, precum şi posibilitatea de a se stabili, cu o mai mare precizie, viteza iniţială a suveicii, la intrarea în rost.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

677

THE UNIVERSAL FIBROGRAPH

BY

IOSIF IONESCU—MUSCEL, V. HANGANU, I. VLAD, EMILIA VLAD,
SEMERAD RĂDULESCU and BENONE COMAN

Communication presented in the Session of the Comission for Mutual Economical Assistance for coordinating scientifical research work, Bucharest, 14–20 November 1959

1. Introduction

In a previous communication [1] the Fibrograph type *L* was presented. This was a device designed for tracing two characteristic curves of cotton fibres: the length-frequency distribution and cummulated frequencies-curve, based upon number of fibres.

In order to reach a higher level in the fibres length metrology, a new apparatus, the Universal Fibrograph, was designed and built. With this apparatus complete and reproductible results are obtained in a short period of time. These results are recorded as diagrams, that could accompany test bulletins, cotton bales or cotton samples. In comparision to other available devices for determining the fibres length parameters [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], the Universal Fibrograph automatically and accurately traces three curves (Fig. 1): the length frequency distribution curve for fibres (n), the cummulated frequencies curve ($\sum n$) and the cummulated lenghts'curve ($\sum nl$). The first two curves are also obtained with the Fibrograph type *L*.

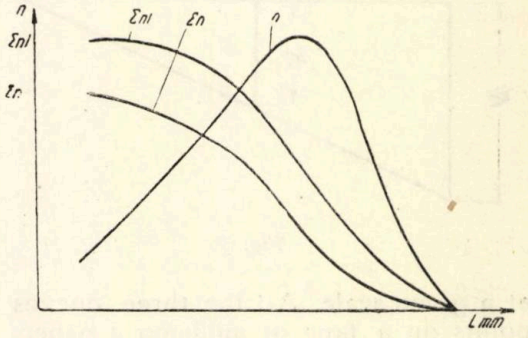


Fig. 1

By use of this three curves, the characteristics depending on the cotton fibre length result very easy, according to some rules that will be shown below.

2. Work principle for the Universal Fibrograph

The curves for frequency (n) and cummulated frequencies ($\sum n$) are obtained based on the principles established for the Fibrograph type L [1], namely the fibres sorting of the test bundle in groups wich differ by 0,25 mm in length; each group with a mean length l_i is now tested in order to determine the number of fibres n_i. The fonctional schema is shown in Fig. 2.

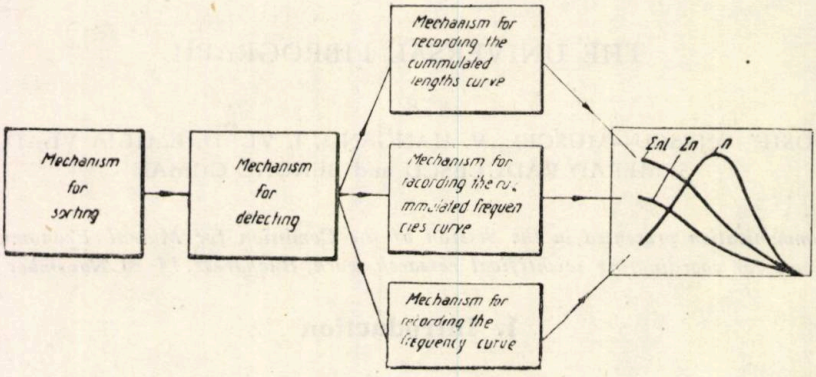


Fig. 2

The cummulated lengths'curve ($\sum nl$) is drawn by means of some counting and integrating mechanisms which are processing the sizes n_i and l_i given by the detecting and sorting fibres mechanisms.

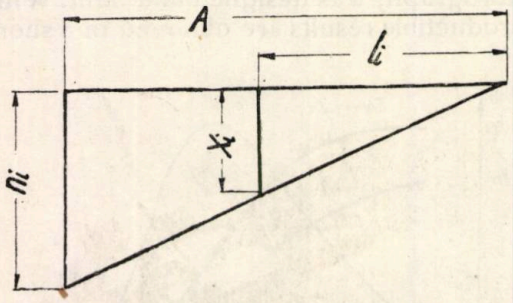


Fig. 3

The product $n_i l_i$ is obtained by means of a mechanism fitted with slots that operates upon the principle of similars triangles (Fig. 3).

It results from this figure that:

$$x_i = n_i l_i / A \ .$$

A mechanical integrator is summing up the quantities x_i, calculated for each sorted group so that $\sum n_i l_i$ is obtained at a given scale. All the three curves are simultaneously recorded as points on a tape of millimetric paper.

3. Description and fonctioning of the apparatus

This apparatus consists of the following basic mechanisms (Fig. 2): a) mechanism for sorting fibres, b) mechanism for detecting the fibres number, c) mechanism for recording the frequency curve, d) mechanism

for recording the cummulated frequencies curve and e) mechanism for recording the cummulated lengths'curve.

The first four groups of the mechanism are built upon the same principles as the Fibrograph type *L* and work according to these. The

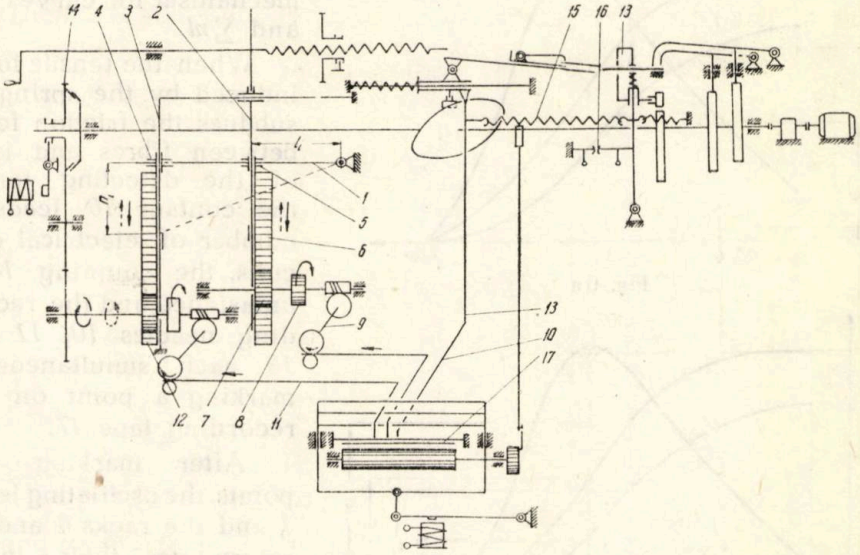


Fig. 4

mechanisms for processing data in view of recording the cummulated lengths'curve consist of (s. Fig. 4.): the oscillating lever *1*, the slide rod *2*, the rod *3* fixed to the frame, the double slots *4* and *5*, the rack *6* fixed on the slot *5*, the gear wheel *7* that is engaged to the rack above mentioned, the coupling *8* for single sense motion and the transmision *9* wich move the recording needle *10*.

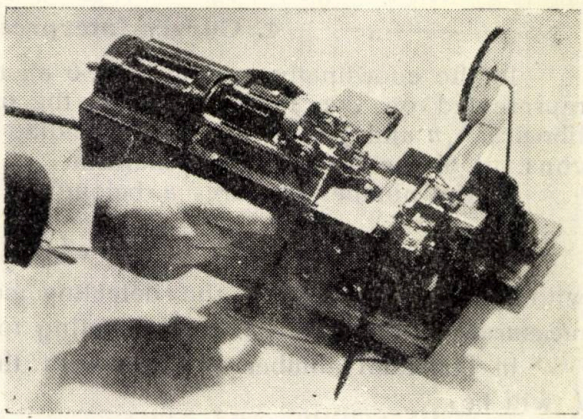


Fig. 5

The recording needle *11* for drawing the cummulated frequencies curve is driven by a series of mechanisms actuated by the rack *12* fixed on the slot *4*.

The needle *13*, fitted to the movable bracket of the sorting mechanism serves for recording the frequency curve.

Following the gripping of fibres belonging to the sorted group, in the detecting tongs *13*, an electric contact is closed and the coupling *14*, moved electromagnetically, is starting up, thus actuating mechanism for curves $\sum n$ and $\sum nl$.

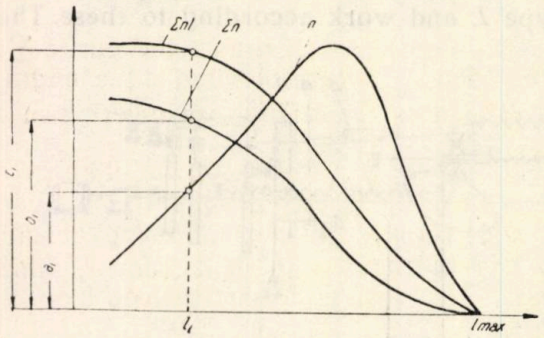


Fig. 6 a

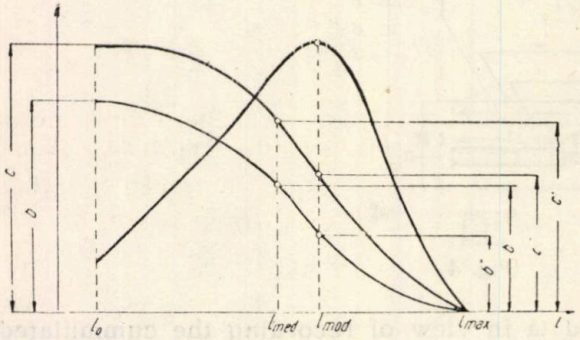


Fig. 6 b

When the tensile force induced by the spring *15* subdues the friction force between fibres and jaws of the detecting tongs, the contact *16* feeds a number of electrical circuits, the coupling *14* is unfastened and the recording needles *10*, *11* and *13* each simultaneously marking a point on the recording tape *17*.

After marking the points, the oscillating lever *1* and the racks *6* and *12* return to their initial position.

Fig. 5 represents the Universal Fibrograph.

4. Curves interpretation

In the coordinates system (Fig. 6 a), the cotton fibres length is represented on the abscissa and in the ordinate line—the number of fibres n, $\sum n$ and $\sum nl$ at the corresponding scales, determined by the constant of the respective mechanism.

a) The number of fibres n_i belonging to a sorted group will be:

$$n_i = k_1 a_i ,$$

with k_1 — the constant of the detecting mechanism, a_i — the ordinate measured on the curve n, corresponding to the length l_i.

b) The total number of fibres with the lengths between l_{max} and l_i will be:

$$\sum n_i = k_1 \sum a_i = k_1 k_2 b_i ,$$

with k_2 — the constant of the mechanism draws the curve $\sum n$, b_i — the ordinate measured on the curve $\sum n$, wich corresponds to the length l_i.

c) The cummulated length of all fibres with the lengths between l_{max} and l_i will be:

$$\sum n_i l_i = k_1 \sum a_i l_i = k_1 k_3 c_i,$$

with k_3 — the constant of the mechanism wich draws the curve $\sum nl$, c_i — the ordinate measured ont the curve $\sum nl$ corresponding to the length l_i.

The fibres characteristics related to the length are determined as follows (Fig. 6 b):

1. *The modulus length* (l_{mod}), defined as a length of the fibres with the greatest frequency, is directly read on the curve n.

2. *The mean length* (l_{med}) is expressed in the following relation, considering that the sorting of fibres belonging to the cotton sample is made by exhausting all fibres wich surpass 10 mm in length:

$$l_{med} = \frac{\sum_{i=0}^{max} n_i l_i}{\sum_{i=0}^{max} n_i} = \frac{k_1 k_3 c}{k_1 k_2 b} = k \frac{c}{b},$$

with k — the constant of the apparatus, b and c — the ordinate lines measured on the curves $\sum n$ and $\sum nl$, corresponding to the length l_0 (= 10 mm).

3. *The mean upper length* (l_{meds}), representing the mean length of the fibres with the length greater than the mean length, will be:

$$l_{meds} = k c' / b',$$

whith b' and c' — the ordinates measured on the curves $\sum n$ and $\sum nl$, corresponding to the length l_{med}.

4. *The spinner's length* (l_f), defined as the mean length of the fibres longer than the modulus length, will be:

$$l_f = k c'' / b'',$$

with b'' and c'' — the ordinates measured on the curves $\sum n$ and $\sum nl$, corresponding to l_{mod}.

5. *The uniformity* (U), defined as ratio between the mean length and the mean upper length [8], will be:

$$U\,\% = 100\, l_{med} / l_{meds}.$$

5. Conclusions

This apparatus draws directly the following three curves: the frequency curve based upon the number of fibres, the cummulated frequencies curve and the cummulated lengths'curve. The last curve facilitates in a large mesure the determination of the characteristics depending on length: the spinner mean- and upper mean-length and the uniformity; the modulus length is directly read on the frequency curve.

The results are reproductible due to the precision obtained in the detecting number of fibres.

The drawing process of this three curves is automatised, the time of testing being lower as 25 min., in which the following operations are included: preparation of the sample for sorting (homogenized cotton), reading and calculation of the characteristics:

$$l_{mod}, l_f, l_{med}, l_{meds}, U.$$

One test is sufficient for samples of homogenized cotton.

Due to the existence of the three curves, new possibilities arise for establishing characteristics of the cotton fibres (chiefly the uniformity).

Polytechnical Institute, Jassy,
Economical Science Institute, „V. I. Lenin", Bucharest
and
Textile Research Institute, Bucharest

REFERENCES

1. Ionescu Muscel I. a. o., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, pp. 453—458
2. Kukin G., *Studiul teoretic al materialelor fibroase*, IDT, Buc. 1949, (Transl. from Russian).
3. Ionescu Muscel I. a. o., St. şi Cerc. şt., Chimie, Acad. R. P. R., Filiala Iaşi, 1956, **VII**, *1*, pp. 201—213.
4. Hanganu V. a. o., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp. 432—438.
5. Lutz C. et Cuvellier G., Bul. Inst. Text. Fr., 1955, *51*, pp. 23—43.
6. Cuvellier G., Ibid., 1957, *70*, pp. 33—53.
7. *** Ibid., 1957, *70*, pp. 85—99.
8. A. S. T. M., *Standard on Textile Materials*, Oct. 1954.

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ФИБРОГРАФ

(Резюме)

Универсальный фиброграф служит для определения характеристик зависящих от длины хлопкового волокна, а именно: длина модуля, длина прядильщи: а, средняя длина, верхняя средняя длина и равномерность.

Для этого аппарат проводит три кривые: кривая частоты по длине, кумулятивная кривая частот и кумулятивная кривая длин — на основании числа волокон в отсортированных группах.

Аппарат отличается точностью работы, быстротой определения характеристик (до 25 мин.), легкостью манипулирования, а также открывает новые возможности для определения характеристик волокон и в особенности равномерности.

FIBROGRAFUL UNIVERSAL

(Rezumat)

Fibrograful universal serveşte pentru determinarea caracteristicilor dependente de lungimea fibrelor de bumbac, şi anume: lungimea modul, lungimea filatorului, lungimea medie, lungimea medie superioară şi uniformitatea.

Pentru acest scop aparatul trasează automat trei curbe: curba de frecvenţă după lungime, curba frecvenţelor cumulate şi curba lungimilor cumulate, bazate pe numărul de fibre din grupele sortate. Aparatul lucrează cu precizie, caracteristicile menţionate se determină în timp scurt (pînă la 25 min.), este uşor de manipulat, deschide noi perspective pentru stabilirea caracteristicilor fibrelor, îndeosebi a uniformităţii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

РАСЧЕТ НАГРУЗОК В СОЕДИНЕНИЯХ ЭЛЕМЕНТОВ НИЗА ОБУВИ

В. Н. ЦВЕТКОВ

Расчет величин нагрузок, возникающих в соединениях (швах) элементов низа обуви, связан с значительными трудностями, вследствие недостаточной изученности и нестабильности упруго-пластических свойств конструктивных элементов обуви, отсутствия данных об упругих свойствах поверхностей стопы человека, сложности геометрических пространственных форм обуви и стопы. Между тем, эти нагрузки в соединениях элементов низа обуви предопределяют прочность и долговечность её при эксплуатации и должны служить исходным материалом при разработке критериев оценки качества конструкций низа обуви. Представляет определенный интерес выявление хотя бы приближенно характера и величин нагрузок в соединениях элементов низа обуви.

Будем исходить из схемы нагружения низа обуви, описанной автором ранее [1]. Рассмотрим стелечную конструкцию обуви, в которой низ обуви в первом приближении представляет упругую двухслойную (сравнительно небольшой толщиной простилки пренебрегаем) плоскую пластину, работающую на изгиб в продольной плоскости.

Характер связей между слоями пластины определяется сопротивлением их сдвигающим усилиям в плоскости контакта слоев. Естественно, что ниточные соединения подошвы со стелькой не могут предотвратить их относительное скольжение, так как ниточные стежки не обладают жесткостью (в плоскости стежка). Штифтовые соединения подошвы со стелькой также не могут оказывать значительного сопротивления относительному скольжению вследствие сминаемости поверхности отверстий в подошвенных материалах.

Ни одно из существующих механических креплений низа обуви не может полностью устранить взаимное скольжение его элементов. Вследствие этого низ обуви обладает меньшей изгибной жесткостью, чем полностью сращенная (монолитная) пластина, состоящая из таких же элементов (по размерам и упругим свойствам), но лишенных возможности взаимного перемещения.

Это является результатом того, что изогнутый слой низа обуви, находящийся в зоне растяжения, нагружен дополнительно к основному изгибающему моменту еще моментом от действия продольной растя-

гивающей силы, передаваемой соседним слоем. А последний приобретает при этом дополнительное упругое основание в виде наружного слоя. Отсюда следует, что крепители низа обуви испытывают не только продольные, но и поперечные нагрузки, которые в ряде случаев приводят к появлению дополнительных нормальных напряжений в поперечных сечениях крепителей.

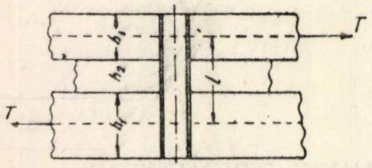


Рис. 1. Схема действия сдвигающей силы на жесткий крепитель в соединениях элементов низа обуви.

Помимо этого, взаимное скольжение подошвы и стельки создает изгибающий момент M_k для жесткого крепителя, равный произведению сдвигающей силы T на плечо l образующейся пары (рис. 1). Это плечо в первом приближении может быть принято равным полусумме толщин подошвы и стельки плюс толщина промежуточной простилки (затяжной кромки, подложки) :

$$(1) \quad M_k = Tl = T\,[0{,}5\,(h_1 + h_3) + h_2],$$

где T — сдвигающая сила (кГ/см), h_1 — толщина подошвы (см), h_2 — толщина простилки (подложки) (см), h_3 — толщина стельки (см).

Таким образом, картина нагружения крепителей низа обуви очень сложная и совершенно неизученная, а сами крепители работают в условиях пространственно-напряженного состояния. Можно при этом сделать вывод, что с увеличением плеча дополнительного момента (т. е. толщин элементов низа) условия эксплуатации крепления с точки зрения нагрузки на крепители и стенки проколов подошвенных элементов ухудшаются.

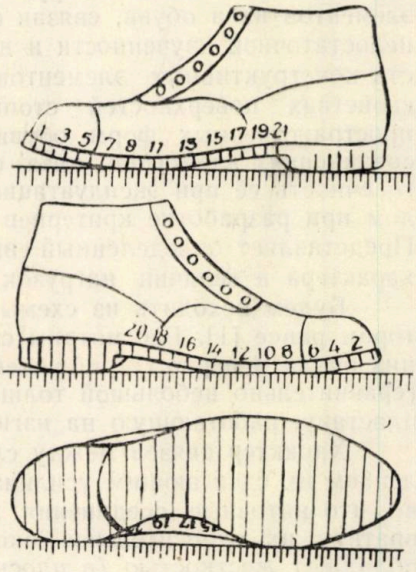


Рис. 2. Сечения подошвы, по которым фиксировались положения отдельных её участков при ходьбе и беге.

Для ориентировочного в первом приближении определения продольных нагрузок на крепители низа будем исходить лишь из изгибающих моментов, действующих на низ обуви.

Воспользуемся, как наименее благоприятным случаем, данными кривизны ($1/\varrho$) в сечениях подошвы (рис. 2) солдатского сапога при беге (для большей наглядности умножены на 10^2):

Сечение подошвы (N)	13	14	15	16	17
Кривизна ($см^{-1} \cdot 10^2$)	19,6	19,3	15,7	6,0	2,5

В сечениях *13* и *14*, $1/\varrho$ имеет самое большее значение (19,6 и 19,3 $см^{-1}.10^2$), затем быстро снижается до 6,0 $см^{-1}.10^2$ в сечении *16*, а особенно за последним сечением, т. е. после перехода на линейный участок (в сечении *17* до 2,5 $см^{-1}.10^2$).

Этот ряд цифр хорошо аппроксимируется алгебраическим уравнением четвертого порядка (в рассмотренной области):

$$(1/\varrho)\,10^2 = 19{,}6 - 3{,}35\,(N-13) + 6{,}55\,(N-13)^2 - 4{,}23\,(N-13)^3 + 0{,}627\,(N-13)^4. \quad (2)$$

Полученные значения кривизны $(1/\varrho)$ соответствуют экспериментальным данным (см. табл. 1).

Таблица 1

Расчетные и экспериментальные значения $1/\varrho$ в сечениях подошвы

Сечения подошвы №	Значения $(1/\varrho)\cdot 10^{-2}$	
	Расчетные	Экспериментальные
13	19,60	19,6
14	19,30	19,3
15	15,69	15,7
16	5,98	6,0
17	2,39	2,5

Поместив начало координат в сечении *13*, можно составить приближенное уравнение упругой линии для подошвы (с консолью, несущей поперечную нагрузку), при расстоянии между двумя смежными точками $N_n - N_{n-1} = 1$ см:

$$1/\varrho = d^2y/dz^2 = M/(Db) = (19{,}6 - 3{,}35z + 6{,}65z^2 - 4{,}23z^3 + 0{,}627z^4)\cdot 10^{-2}, \quad (3)$$

где D — цилиндрическая жесткость подошвы (кГ. см), b — ширина её (в сечении *13*) (см), M — изгибающий момент (кГ. см), z — расстояние до начала координат (см).

Расчитаем цилиндрическую жесткость подошвы приняв условно средние параметры конструкции низа обуви: толщину подошвы — 4,5 мм, её модуль упругости — 1600 $кГ/см^2$, коэффициент Пуассона — 0,4, ширину следа на рассматриваемом участке — 12 см.

Для принятых данных

$$D = Eh^3 / [12\,(1-\nu^2)] = 1600.0{,}45^3 / [12\,(1-0{,}4^2)] = 14{,}4 \text{ кГ.см}.$$

Отсюда уравнение для изгибающих моментов будет иметь следующий вид:

$$M = Db\,d^2y/dz^2 = 14{,}4\,.\,12\,d^2y/dz^2 = 1{,}75\,(19{,}6 - 3{,}35\,z + 6{,}65\,z^2 - 4{,}23\,z^3 + 0{,}627\,z^4) \text{ кГ.см}. \quad (4)$$

Эпюра изгибающих моментов показана на рис. 3.

Наличие в уравнении для изгибающего момента членов с отрицательным знаком было предсказано автором [1] еще при выдвижении рабочей гипотезы характера нагружения низа обуви.

Максимальный момент, равный 34,3 кГ. см, относится к сечению *13* (при $z = 0$). Правее сечения *17* (при $z > 4$ см) кривизна упругой линии столь мала, что эту линию можно считать прямой. Иначе говоря

при $z > 4$ см изгибающий момент и, следовательно, перерезающая сила близка к нулю.

Таким образом, поперечная нагрузка q на подошву распределена в основном на участке от $z = 0$ и до $z = 4$ см; при равномерном распределении с постоянной интенсивностью она составит $q = 2M/l^2 = 2.34{,}3/4^2 = 4{,}3$ (кГ/см подошвы).

Таблица 2

Кривизна подошвы солдатского сапога с наружной и внутренней стороны при ходьбе

Номер сечений подошвы	Наружная сторона		Внутренняя сторона	
	ϱ (см)	$1/\varrho$ (см$^{-1}$)	ϱ (см)	$1/\varrho$ (см$^{-1}$)
13	6,2	0,161	6,4	0,157
14	6,0	0,167	5,8	0,173
15	6,9	0,146	8,7	0,115
16	6,8	0,147	11,3	0,087

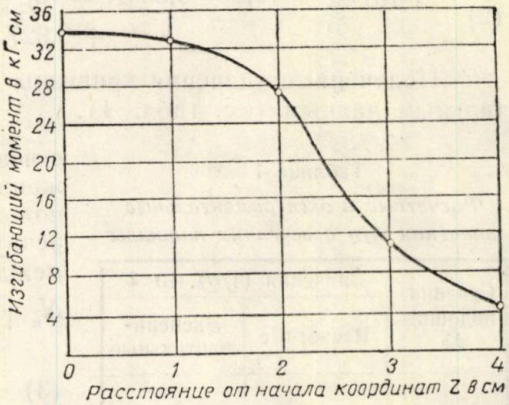


Рис. 3. Эпюра изгибающих моментов, действующих на подошву солдатского сапога.

Как известно, по обеим продольным сторонам подошвы расположены два шва. Для расчета используем данные о кривизне этих сторон подошвы солдатского сапога (на кожаной подошве) при ходьбе с минимальными значениями радиусов кривизны (табл. 2).

Из таблицы 2 видно, что кривизна наружной стороны подошвы больше чем внутренней (кроме сечения *14*). Разница между данными для обеих сторон в сечениях подошвы с максимальной кривизной не превышает 5%. Для наших приближенных расчетов это дает достаточное основание считать, что распределение нагрузки между внутренней и наружной сторонами (следовательно и швами) подошвы примерно одинаковым. В этом случае средняя нагрузка на 1 см шва солдатского сапога при беге будет $4{,}3 \cdot 0{,}5 = 2{,}15$ кГ/см. Приближенное уравнение (2) изгибающих моментов — четвертого порядка, следовательно поперечная нагрузка на подошву распределяется неравномерно. Перерезающая сила по участкам составляет (при абсциссах соответственно 0,5; 1,5; 2,5 и 3,5 см): 0...1 см — 0,6 кГ, 1...2 см — 6 кГ, 2...3 см — 16,8 кГ и 3...4 см — 6,3 кГ (правее абсциссы 4 см считаем перерезающую силу практически равной нулю). Из величин перерезающей силы видно, что среднее значение интенсивности результирующей поперечной нагрузки на подошву по участкам составляет соответственно: — 5,4 кГ/см; — 10,8 кГ/см; + 10,5 кГ/см; + 6,3 кГ/см.

Под действием положительных поперечных нагрузок подошва отрывается от стельки; отрицательные нагрузки действуют в обратном направлении. В данном случае снова подтверждается предложенная

Таблица 3

Фактическая прочность и расчетные нагрузки при ходьбе на швы соединений деталей низа обуви

Вид обуви	Крепление низа	Прочность шва (среднетипичная) (кГ/см)		Расчетная нагрузка на шов (кГ/см)		Запас прочности			
						при средней нагрузке		при максимальной нагрузке	
		в первом этапе носки	во втором этапе носки	Средняя	Максимальная	в первом этапе носки	во втором этапе носки	в первом этапе носки	во втором этапе носки
Сапог армейский	Деревянношпилечное	30	15	2,2	5,3	14	7	6	3
Сапог офицерский	Винтовое	35	20	1,7	4,2	20	12	6	5
Ботинок гражданский	Рантопрошивочное	25	10	1,2	3,0	20	8	8	3
Сапог тяжелый с резиновой подошвой	Гвоздевое	30	5	1,2	3,0	25	4	10	2

Примечание. 1. Показатели прочности шва даны по наименее прочному сопряжению: по стельке в первом этапе носки, по подошве во втором этапе.

2. Показатели запаса прочности округлены.

автором гипотеза нагружения низа обуви [1] ; на отдельных его участках происходит изменение знака поперечной нагрузки (вследствие наличия стопы, подошва которой представляет упругое основание).

Определим коэффициент неравномерности распределения поперечной нагрузки. Для нагрузки, отрывающей подошву от стельки он сравнительно велик : $\varkappa = 10{,}5 / 4{,}2 = 2{,}45 \cong 2{,}5$.

Таким образом, максимальная нагрузка на 1 пог. см шва солдатского сапога при беге составит при деревянношпилечном и винтовом креплении ≅ 5,3 кГ/см. При ходьбе в солдатском сапоге деревянношпилечного крепления средняя нагрузка на 1 пог. см шва несколько ниже и составляет ≅ 1,6 кГ/см при максимальной нагрузке ≅ 4,0 кГ/см.

Для гражданского ботинка рантопрошивного метода крепления средняя нагрузка при ходьбе на 1 пог. см составляет ≅ 1,2 кГ/см при максимальной нагрузке ≅ 3,0 кГ/см.

Для офицерского сапога винтового крепления средняя нагрузка при ходьбе составляет 1,7 кГ/см при максимальной нагрузке ≅ 4,2 кГ/см.

Приведенные расчеты являются ориентировочными, дающими представление лишь о порядке величин нагрузок на швы в соединениях элементов низа обуви.

Все приведенные данные относятся к креплению кожаной подошвы. Для резиновой подошвы нагрузки на шов значительно ниже. Так, при толщине резиновой подошвы винтового крепления равной 6 мм и модуле упругости 300 кГ/см², её цилиндрическая жесткость составляет $D = 300 \cdot 0{,}6^3 / [12 (1 - 0{,}5^2)] = 7{,}3$ кГ.см, т. е. почти в два раза ниже цилиндрической жесткости жесткой кожаной подошвы. Соответственно этому при остальных постоянных параметрах во столько же раз снижаются поперечные нагрузки на подошву, максимум которых составляет ≅ 3,0 кГ/см (в тяжелой обуви) против ≅ 5,3 кГ/см для кожаной подошвы.

В таблице 3 сопоставлены подсчитанные величины нагрузок на швы с действительными среднетипичными значениями их прочности.

Величины, приведенные в таблице 3 являются ориентировочными; они дают лишь представление (в первом приближении) о нагрузках и запасах прочности механических креплений низа обуви.

Надежные данные о характере и величинах нагрузок на низ обуви и его отдельные элементы и швы могли бы служить исходными параметрами при конструировании обуви, расчете ея на прочность и износ и для разработки технологических процессов и конструкций машин по научной основе.

Поступила 29 VII 1959 г.

Московский Технологический Институт Легкой Промышленности, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Цветков В. Н., Bul. Inst. Polit. Iaşi, 1959, **V (IX)**, *1—2*, pp. 409—414.

CALCULATION OF LOADS IN JOINS OF ELEMENTS OF POOTWEAR BOTTOM

(Summary)

The construction of footwear bottom working at the bend in the longitudinal area is considered.

On the principle of the received equation of the elastic line for the sole and the calculation of its cylindrical stiffness and the experimental data concerning the curvature of the sole footwear while walking the loads calculated on seam joining of elements of footwear bottom were received.

By comparing with actual firmness of the sole seams the reserves of the firmness were defined.

Explanation of the figures

Fig. 1. — Shearing force's action diagram in joins of elements of footwear bottom.
Fig. 2. — Sole sections fixing the positions of the various parts of it while walking and running.
Fig. 3. — Plot of the bending moments acting on the soldier's boot sole.

CALCULUL SARCINILOR DIN ÎMBINĂRILE ELEMENTELOR PĂRŢII DE JOS A ÎNCĂLŢĂMINTEI

(Rezumat)

Partea de jos a încălţămintei este considerată ca o placă plană elastică dublă, ce lucrează la încovoiere în planul longitudinal.

În baza ecuaţiei liniei elastice şi a rigidităţii cilindrice a tălpii, precum şi din datele experimentale asupra curbării tălpii în timpul mersului, se deduc sarcinile de calcul ale cusăturilor din talpa încălţămintei.

Se determină coeficienţii de siguranţă a rezistenţei cusăturilor.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Diagrama forţei de forfecare ce acţionează asupra sistemelor rigide de prindere a elementelor părţii de jos a încălţămintei.
Fig. 2. — Secţiunile prin talpă după care se fixează poziţiile în timpul mersului şi a fugii ale diferitelor zone ale tălpii.
Fig. 3. — Epura momentelor încovoietoare ce acţionează asupra tălpii cizmei soldăţeşti.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

338.07

ÎNSEMNĂRI LA O JUMĂTATE DE MILENIU DIN ISTORIA CONTABILITĂŢII

DE

D. RUSU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Perioada cuprinsă între 395, an ce marchează căderea imperiului Roman şi 1453, cînd Mahomed al II-lea ocupă Constantinopolul, este cunoscută sub denumirea de Evul mediu. În acest răstimp de peste o mie de ani nu întîlnim decît pe la sfîrşitul lui o literatură în care problemele economice să ocupe un loc mai însemnat.

Evul mediu îşi are caracteristicile sale. Pe aceeaşi arie unde s-au întîlnit cu cîteva secole mai înainte civilizaţia şi cultura elină cu demnitatea şi civilizaţia romană, formarea individului şi cultura sa nu se mai puteau dobîndi decît din două izvoare: biblia şi învăţăturile lui Aristotel.

Era firesc ca fiecare să se supună breslei, comunităţii politice, dar mai ales celei religioase. Întreaga activitate economică era încadrată în maxima: atîtea bunuri se consumă, atîtea trebuie să se producă.

Dezvoltarea forţelor feudale de producţie se lovea tot mai mult de cadrul îngust al relaţiilor de producţie feudale. În genere se observă în această orînduire (feudală) un ritm lent de dezvoltare a producţiei, rutină şi o formidabilă putere a tradiţiilor.

În a doua jumătate a Evului mediu viaţa economică, politică şi socială face un pas hotărît înainte. Din ruinile războaielor şi de pe urma luptelor politice şi religioase s-au ivit pe pămîntul Italiei cetăţi puternice: Amalfi, Pisa, Genova, Florenţa, Veneţia. Aceste oraşe colaborează dar se şi duşmănesc. Luptele lor au, înainte de toate, un substrat economic—rivalitatea comercială.

Deşi în învăţătura scolasticilor comerţul era dispreţuit şi tradiţionalismul tăgăduia rolul unei activităţi economice, locuitorii acestor oraşe-cetăţi ignorează multe din aceste precepte. Circuitul de bunuri între orientul îndepărtat şi cele mai nordice ţinuturi ale Europei, comerţul cu răsăritul, se făcea prin intermediul şi cu ajutorul lor. Comerţul cu Asia şi cu China, cu India, cu Africa de Nord, expediţiile militare, controlul drumurilor şi al pasurilor care legau Europa de sud cu nordul, prin munţi, au adus în favoarea oraşelor italiene bogăţii uriaşe şi întinse teritorii în stăpînire. Puterea lor era incomensurabilă.

În această epocă se naşte o mare goană după bani. Locuitorii oraşelor italiene îşi aleg ocupaţiuni care să le aducă cît mai mulţi bani. Ei sînt negustori, armatori, bancheri, schimbători de monede şi cămătari.

Legăturile ce se crează între oraşele italiene, orientul mijlociu, nordul Africii şi centrul Europei, prin Augsburg, Gand, Brugges, cu Lübeck, Londra, Bergen, Cracovia, Novgorod şi Moscova, dau naştere la convenţii comerciale, la schimburi de bunuri de proporţii nemaiîntîlnite [1, p. 57].

Apare comerţul mondial şi piaţa mondială [1]).

---

[1]) Trecerea de la modul de producţie feudal la cel capitalist s-a făcut în două feluri: pe de o parte diferenţierea micilor producători de mărfuri a dat naştere întreprinzătorilor capitalişti, pe de altă parte capitalul comercial reprezentat de negustori şi-a subordonat în mod nemijlocit producţia [1, p. 63].

Oraşele italiene devin centre de economie capitalistă ceea ce a avut drept urmare destrămarea parţială a feudalismului şi eliberarea iobagilor.

În Italia, unde producţia capitalistă s-a dezvoltat mai devreme ca în alte ţări, tot mai devreme s-au desfiinţat şi raporturile de iobăgie. Iobagul s-a eliberat aici—spune Marx—înainte de a fi izbutit să-şi asigure dreptul asupra pămîntului. De aceea eliberarea îl preface îndată în proletar care imediat îşi găseşte stăpîni în oraşe.

Eliberarea iobagilor a fost determinată de nevoile industriei în dezvoltare, care în Florenţa, de pildă, a luat formele tipice ale industriei manufacturiere. În Florenţa se dezvoltă, spre deosebire de celelalte oraşe italiene, nu numai comerţul ci mai ales industria şi băncile. În secolul al XIV-lea Florenţa era considerat cel mai puternic centru financiar din Europa, iar despre bancherul florentin s-a spus că este un al V-lea element nu mai puţin trebuincios decît aerul, focul, apa şi pămîntul.

Veneţia nu putea vedea cu ochi buni succesele comerciale ale Genovei şi după lupte îndelungate, Veneţia şi-a asigurat supremaţia comercială.

„Corăbiile veneţiene apar la ţărmul Siriei şi în Alexandria încă din secolul al IX-lea. Pe la începutul secolului al XIV-lea, cînd Veneţia ajunsese la culmea puterii sale, flota veneţiană număra nu mai puţin de 3000 corăbii. Numeroase colonii precum insulele Ionice, Candia, oraşe în Dardanele ş. a. sprijineau tendinţele de expansiune comercială ale Veneţiei" [2, p. 32].

În altă ordine de idei o mare însemnătate capătă în oraşele italiene folosirea cifrelor arabe şi metodele de calcul răspîndite prin lucrarea lui Leonardo Pisano din anul 1202.

Pisano a scris în 1202 o lucrare de 459 pagini, în care, bazat pe sistemul numerelor arabe, tratează cele patru operaţiuni fundamentale cu numere întregi şi zecimale precum şi diferite calcule cu aplicaţiuni practice la viaţa comercială.

Se cunoaşte faptul că în această perioadă, în care schimbul de bunuri ajunge la un volum considerabil, se înfiinţează şcoli menite să dea o instrucţie în direcţia cunoaşterii vieţii economice, în mare dezvoltare. La Florenţa 1200 tineri învăţau în 6 şcoli noile cunoştinţe care se cristalizează în viaţa economică: „l'abaque et le calcul commerciel". Noile cunoştinţe matematice cu cifre arabe şi calculul comercial se dovedesc utile în viaţa oraşelor italiene. Cît au fost de utile noile cunoştinţe economice ne dovedeşte existenţa celor 6 şcoli de învăţămînt practic economic în slujba activităţilor creatoare de valori. Învăţămîntul acesta cu caracter practic trebuie socotit ca o mare victorie şi ca un început de viaţă nouă în domeniul economic.

Sîntem spre sfîrşitul Evului mediu, se afirmaseră concepţii noi de viaţă dar dezvoltarea ştiinţelor economice şi a gîndirii economice întîrzie.

Lucrările lui Toma d'Aquino, Nicola Oresme etc. tratau problema dobînzii, despre monedă etc.

În lumea aceasta a circulaţiei valorilor economice se cerea inventată însă o busolă de orientare. O generalizare a practicii într-o teorie cuprinzătoare se lăsa de mult aşteptată.

Era firesc ca pe pămîntul Italiei—bogata succesiune romană—să se nască un avînt spre concepţii noi nu numai în literatură şi artă ci şi în domeniul realităţilor social-economice.

Măreaţa epocă a Renaşterii a lărgit orizontul oamenilor şi l-a deschis către forme mai înalte de viaţă.

În Renaştere „planta umană" a înflorit bogat. Este o explozie a puterilor omeneşti în toate direcţiile. Individul vrea să ştie, să cunoască în adevărat realitatea. Vrea să devină „uomo universale" — om universal. Italianul acestei epoci aspiră să-şi însuşească toate ştiinţele şi toate măiestriile [3].

Leonardo da Vinci este pictor, arhitect şi sculptor, filozof, poet şi compozitor, matematician, fizician şi anatomist, constructor de instrumente muzicale etc. Michel Angelo este sculptor, pictor, arhitect şi poet. Leone Batista Alberti este pictor, arhitect, economist şi moralist.

Orînduirea sclavagistă dispreţuia munca şi îndemînarea. Renaşterea le preţuieşte în gradul cel mai înalt.

Activitatea profesională şi producţia manufacturieră, organizarea întreprinderilor şi viaţa comercială intensă, toate solicitau ajutorul ştiinţelor şi al tehnicii ştiinţifice. În aceste împrejurări vedem necesitatea apariţiei unui studiu de economie concretă, acum o jumătate de mileniu.

În adevăr, s-a aflat un cugetător care să aştearnă într-un tratat reguli de conduită economică, inspirat din practica vremii. El a fost Benedetto Cotrugli. Din informaţiile bibliografice reţinem că Benedetto Cotrugli a jucat într-o vreme un rol politic important în Ragusa, locul său natal. Din Ragusa a fost exilat la Neapole şi aici, în 1458, a terminat manuscrisul vast intitulat *Della mercatura e del mercante perfetto.*

Lucrarea lui B. Cotrugli cuprinde 4 părţi împărţite în cîte 50 capitole. Sînt prezentate noţiuni despre comerţ în general, se tratează în lucrare despre virtuţile civice şi viaţa de familie a negustorului.

Capitolul al XV-lea din prima carte autorul îl dedică contabilităţii. În capitolul intitulat *Dell'ordine di tener le scritture mercantile* sînt prezentate reguli generale privitoare la mecanismul registrelor (straţa-memoriale, jurnal-giornale şi cartea mare-quaderno) precum şi reguli pentru închiderea registrelor.

Astfel, acum 500 de ani Cotrugli are meritul de a fi cel dintîi să rezume într-o lucrare scrisă probleme de economie comercială şi să prezinte esenţa contabilităţii în partidă dublă şi rolul ei deosebit în viaţa economică.

Profesorii Galperin, Kiparisov şi Leontiev arată că Benedetto Cotrugli prezintă ţinerea registrelor comerciale şi înfăţişează mecanismul lor într-o ordine care este posibilă numai la o deplină aplicare a contabilităţii duble [4, p. 234].

Lucrarea lui Cotrugli a fost tipărită abia în anul 1573 şi a doua ediţie în 1602. De asemenea a fost tradusă în 1582 în limba franceză şi editată la Lyon. Totuşi influenţa ei nu a fost prea mare. În schimb o influenţă covîrşitoare a exercitat asupra gîndirii secolelor următoare lucrarea lui Luca Paciolo, *Tratatus de comptis et scripturis*, editată la 1494, scurt timp după inventarea tiparului de către Gutenberg.

Luca Paciolo s-a născut la Borgo San Lorenzo în 1445 şi a studiat la Veneţia cu Dominico Bragallino, cunoscut ca specialist în matematici, care l-a iniţiat şi l-a instruit în aritmetică şi algebră.

În 1470 Paciolo compune prima sa lucrare, un tratat de matematică, şi apoi este atras de curentul la modă pe atunci, îmbrăcînd haina de călugăr şi devenind astfel fratele Luca de Borgo San Sepulcri, cum îl găsim citat de autori, în lucrări ulterioare.

Luca Paciolo a fost un eminent matematician. A predat lecţii de matematică şi algebră la Roma şi la Neapole. A ocupat cîtva timp catedra de matematici în Milano şi către sfîrşitul secolului al XV-lea se afla în Veneţia. La Milano lecţiile sale au fost audiate şi de Leonardo da Vinci. Către 1501...1502 era înscris în rîndul lectorilor şcolii din Bologna. S-a stins din viaţă în 1509.

În 1494, la Veneţia, a publicat cea mai de seamă lucrare a sa sub titlul *Suma de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita.*

Enciclopedia italiană precizează că lucrarea lui Paciolo este înscrisă în istoria matematicii, pentru că este primul tratat general de aritmetică, de aritmetică practică şi algebră şi pentru că această carte pentru prima oară tratează problema calculului în partidă dublă.

Paciolo exercită o puternică influenţă asupra contemporanilor săi: Leon Batista Alberti, Leonardo da Vinci etc. şi cu aceeaşi tărie, poate mai mult, influenţa se resimte în sfera ştiinţelor economice.

Ştiinţele economice au venit mai tîrziu în marea familie a ştiinţelor. Totuşi, la 1494, alături de aritmetică şi geometrie, Paciolo abordează probleme de economie concretă dezvoltînd într-un tratat contabilitatea dublă.

Lucrarea lui Paciolo *Suma de Arithmetica...* se împarte în două părţi principale: aritmetica şi geometria. A doua secţiune din partea I cuprinde în al XI-lea „*tractat*" cea dintîi descriere imprimată a sistemului de calcul contabil.

Sistemul de calcul economic prezentat de Paciolo are în centrul său contul *Capital*, Sezisarea pe care o face Paciolo cu prilejul trecerii operaţiunilor din inventar în jurnal este remarcabilă. El formulează prima egalitate folosind doi termeni, casa şi capital. Analizînd înţelesul acestora el formulează o judecată care s-a ridicat la rangul de principiu: „*Prin casă se înţelege a ta proprie şi prin capital, averea ta prezentă. Acest capital trebuie să fie trecut (pentru numerar) ca creditor şi casa ca debitor.*

Trebuie să ştii că din toate posturile pe care le-ai format în jurnal, se fac întotdeauna cîte două în cartea mare, anume unul în debit (dare) şi altul în credit (avere) [2].

Desprindem că la 1494 noţiunea de „capital" exprima într-o singură sumă valoarea totală a mijloacelor iniţiale de lucru, de unde rezultă egalitatea $A = C$ (Avere = = Capital).

Aşezarea contului *Capital* în centrul sistemului de conturi la 1494, invederează puternic, spune prof. Galperin, noile relaţii de producţie ce s-au ivit ca urmare a începutului descompunerii societăţii feudale.

Caracterul progresist pentru acea vreme al lucrării lui Paciolo, caracterul ei de clasă, se observă din faptul că el luptă împotriva feudalismului în descompunere şi arată rolul capitalului comercial.

Despre importanţa negustorului şi despre rolul comerţului, Paciolo pomeneşte în repetate rînduri în tratatul său.

De pildă Paciolo spune „*se cere mult mai mult pentru a fi un bun negustor decît pentru formarea unui doctor în drept*" sau „*capul negustorului a fost nu odată comparat cu un cap ce are 100 ochi*" şi în fine afirmă Paciolo răspicat că „*negustorii trebuie să ocupe un loc de frunte printre ceilalţi locuitori ai Italiei*" [4, p. 235].

Prin aceasta se relevă în mod pronunţat caracterul de clasă al concepţiei sale şi al teoriei noi, progresiste, pe care o elaborase. Într-adevăr el a elaborat o teorie legată de realitatea social-economică şi a construit un sistem de calcul a valorilor aflate în mişcare.

Paciolo porneşte de la inventar şi fundamentează tehnica operaţiunilor economico-contabile în: memorial, jurnal şi carte mare, scoţînd astfel la iveală metoda clasică — veneţiană (*scrittura doppia*), care de fapt exista în practică [5, p. 151].

Mai departe Paciolo utilizează contul ca un mijloc de calcul şi stabileşte o „cheie" a contabilităţii duble numită „*bilancio*". *Bilancio* este balanţa de verificare care înfăţişează aspectul formal al aplicării sistemului de calcul digrafic realizat prin egalitatea $D = C$.

Sistemul lui Paciolo cuprinde conturi pentru cunoaşterea mişcării banilor, a lucrurilor mobile şi imobile, pentru mărfuri şi decontări.

Profitul îşi află justificarea, în concepţia lui Paciolo, prin însăşi crearea unui cont distinct *Profit şi pierdere* sau cum îl numea Paciolo *Pro e Danno* sau *Avanzi e Disavanzi*.

El stabileşte corelaţia dintre contul *Profit şi pierdere* şi *Capital* şi indică astfel poziţia rezultatelor în sistemul său.

Regulile lui Paciolo, închegate într-o teorie unitară, şi observaţiile sale privind un grup de fenomene social-economice au devenit un sistem ştiinţific în momentul cînd s-au axiomatizat.

Privită sub unghiul progresivităţii, teoria creată la 1494, în legătură cu „partida dublă", a rămas o teorie deschisă, adică capabilă să se îmbogăţească tot timpul cu valori noi care pot să contrazică pe cele vechi şi să asigure astfel progresul disciplinei.

Inventarea contului ca mijloc de calcul şi însăşi *scrittura doppia* cu mănunchiul de reguli cristalizate într-un sistem, prezentat de Paciolo, coincide cu marile călătorii, cu marile descoperiri geografice şi ştiinţifice dar şi cu un început de viaţă nouă economică.

Epoca modernă primeşte în rîndul primelor mijloace de progres un tratat de economie comercială şi un sistem de calcul aplicat la realităţile vieţii economice — sistemul de contabilitate în partidă dublă. Paciolo a scos din practică regulile sale şi a generalizat practica. El spune: „*ne vom ţine de uzul practicii oraşului nostru veneţian*".

Scoasă din practică, această nouă sistematizare de cunoştinţe află teren de aplicare în cîmpul vieţii economice, ale cărei manifestări le înregistrează, iar printr-o metodă specifică indică rezultatele. Sîntem deci în faţa unei concepţii pozitiviste.

Cu Paciolo se deschide, în domeniul economic, un curent de gîndire privind organizarea activităţilor economice în vederea obţinerii bunurilor în cantitate cît mai mare şi cu jertfe de valori cît mai mici.

Ideile înscrise de Paciolo în lucrarea sa, la 1494, erau puse într-o poziţie de independenţă faţă de artele liberale (gramatica, logica, retorica, aritmetica, muzica şi astronomia, care dădeau titlul de „*maître ès arts*" celui ce le poseda).

Noua teorie era o construcţie aparte, îndreptată spre cunoaşterea vieţii economice în plină dezvoltare.

Este bine să ştim că aşa cum secolele XIII şi XIV erau frămîntate de diferite curente filozofice care reuşeau să formeze şcoli noi, tot aşa pe la sfîrşitul secolului al XV-lea şi începutul secolului al XVI-lea *magistri* în arta calculului economic şi în predarea noii arte — *scrittura doppia* — formau adevărate şcoli şi din multe părţi veneau tineri să-i asculte şi să dobîndească noua învăţătură.

Mărturisirea lui Matthäus Schwarz fost şef contabil la firma Fugger din Augsburg este grăitoare. El a călătorit prin oraşele italiene şi la Genova a început să înveţe contabilitatea dublă.

Nu a găsit un „magistru"... deşi erau destui... şi abia la Veneţia a aflat un maestru cu numele de Antonio Fior, care avea o mare reputaţie. Lukaci Rem, care îşi făcuse ucenicia în Italia, trimite pe fiul său Iacob, de asemenea în Italia, la cei mai renumiţi magistri să înveţe „afacerile", calculul şi contabilitatea [6].

De pe pămîntul Italiei, ideile înscrise în tratatul lui Paciolo s-au răspîndit în oraşele italiene din nord în direcţia nord-vest, în Franţa, Ţările de jos, Anglia şi în răsărit, în direcţia Cracovia-Moscova-Novgorod.

După unele păreri lucrarea lui Paciolo cunoaşte două ediţii: una la 1504 şi alta la 1523. Influenţa lucrării însă se resimte secole de-a rîndul asupra operelor economice şi asupra uzanţelor comerciale.

La 1549, Domenico Manzoni editează *Libro mercantile ordinato col suo giornale e alfabeto per tener conti doppi al mondo di Veneţia.* În acelaşi an apare la Nürnberg, lucrarea lui Wolfgang Schweicker sr. *(Zwifachi Buchhalten...)* care pe lîngă îndrumările practice prezintă şi o monografie contabilă a unei case de comerţ. Cartea lui Schweicker răspîndeşte în centrele germane ideile din lucrarea lui Paciolo.

În 1570, în Danzig, apare lucrarea lui Sebastian Gamersfelder *Buchhalten durch zwey Bücher nach Italienischer Art.*

Iată deci că menţiunea se face chiar în titlul cărţii (după metoda italiană), lucru ce îl vom afla şi la 1594 (adică după un secol de la apariţia lucrării lui Paciolo) în opera lui Paschier Goessens: *Buchhalten, sein Kurtz zusammengefasst und begriffen nach Art und weise der Italiener.*

În secolul al XVII-lea ştiinţele economice se dezvoltă vertiginos sub influenţa ideilor mercantiliste. Se naşte un raport între contabilitate şi drept. Celebra ordonanţă de comerţ a lui Ludovic al XIV-lea din 1673 consfinţeşte acest raport. Un comerciant nu se putea apăra contra acuzaţiilor de bancrută frauduloasă decît numai cu registrele de contabilitate.

În acelaşi an apare lucrarea lui De la Porte *Le guide des négociants et tenneure de livre,* iar la 1675, tot de pe urma realizărilor în domeniul teoretic şi practic al contabilităţii, se inspiră în Franţa, Jacques Savary, în lucrarea sa *Le parfait négociant.*

În Germania, Marperger dă la iveală în 1701 *Probierstein der Buchhalter,* urmată de *System der Kaufmannschaft* a prof. Karl Günther Ludovici de la Universitatea din Leipzig (1752...1756) şi mai apoi de lucrarea lui Johann Michel Leuchs *System des Handels,* apărută în anul 1804.

Ludovici aşează contabilitatea, în sistemul său, în rîndul ştiinţelor de bază privind economia şi organizarea comerţului [7].

Leuchs face observaţia caustică la adresa celor ce nu înţeleg esenţa contabilităţii în partidă dublă şi se încurcă în formele ei variate, spunînd că ei nu văd pădurea din cauza copacilor [5, p. 160].

Este util să arătăm că deşi la 1804 autorul francez Ed. de Granges face pasul inovator spre metoda jurnal-cartea mare, totuşi la 1832 apare la Drezda o lucrare a autorului C. D. Fort, care trimite din nou la metoda italiană simplificată. Lucrarea sa se intitulează *Vereinfachte doppelte Italienische Buchführung oder die doppelte Buchführung nach einer neu erfindenen vereinfachten Form.*

În Flandra cartea lui Paciolo a fost prelucrată de Jean Ympyn la 1543, în limba flamandă; ea a fost tradusă apoi în limba rusă, la 1783, sub titlul *Cheia comerţului.*

Lucrarea lui Ympyn a fost tradusă în limbile franceză şi engleză. În Anglia se publică în secolul al XVIII-lea lucrarea lui J. Collins *In introduction to Merchants-Accounts".*

În ultimul sfert al secolului al XVII-lea au apărut în limba rusă patru cărţi care au expus în mod sistematic bazele contabilităţii şi organizarea comercială.

Din 1888 pînă în 1904 a apărut în Rusia jurnalul „Contabilitatea" şi, în sfîrşit, lucrarea originală a lui Paciolo a fost tradusă în limba rusă în 1898.

Cercetările de arhivă întreprinse în Oraşul Stalin arată că negustorii vechiului Braşov, important punct de tranzit internaţional, nu erau străini de regulile fixate de Paciolo. Urme scrise sub forma unor lucrări de contabilitate dublă apar abia către jumătatea secolului al XIX-lea (D. Jarcu, I. Ionescu de la Brad, etc.).

În epoca contemporană un număr nesfîrşit de autori, aproape în fiecare ţară, dezbat fundamentul ştiinţific al contabilităţii şi adaugă cîte o verigă în lanţul teoriilor contabile.

Pe măsură ce contabilitatea şi-a făurit o teorie grefată pe realităţile social-economice, concomitent cu crearea unui limbaj specific, propriu, ea a împrumutat din patrimoniul ei ştiinţific termeni şi altor discipline ştiinţifice în formare.

Influenţa lui Paciolo s-a răsfrînt şi asupra unor gînditori din vremurile apropiate, în dezvoltarea teoriilor contabile, iar alţii au încercat să facă o legătură între capitalism şi contabilitatea dublă.

Marx a observat deplin rolul imens al acestei discipline şi geniul său a pătruns în mecanismul unor operaţiuni evidenţiate cu ajutorul sistemului de calcul digrafic [8].

De asemenea Marx observă încă un lucru important pentru acea vreme şi anume, că noţiunea de contabilitate cuprinde şi determinarea sau calculul preţurilor şi precizează : *„contabilitatea, în calitate de control şi de sintetizare ideală a procesului, devine cu atît mai necesară cu cît mai mult procesul se efectuează pe scară socială şi îşi pierde caracterul pur individual ; ea este deci mai necesară în producţia capitalistă decît în producţia făr mîţată a exploatării meşteşugăreşti sau ţărăneşti, este mai necesară în producţia în comun decît în producţia capitalistă"* [9].

În economia socialistă contabilitatea a primit un conţinut cu totul nou. Superioritatea ei derivă din însăşi superioritatea sistemului economic socialist faţă de sistemul capitalist.

Secolul nostru marchează contribuţii însemnate ale autorilor sovietici în legătură cu bazele teoretice ale evidenţei socialiste. Se disting în această direcţie lucrările prof. I. M. Galperin, prof. N. A. Kiparisov, Sumţov, Makarov-Belousov etc. În domeniul contabilităţii de ramură o valoroasă contribuţie au adus autorii M. H. Jebrak (evidenţă industrială), Delving-Sokolov (evidenţă comercială), Moroz-Sibarov (evidenţa în industria carboniferă) etc.

Precizări însemnate s-au făcut în legătură cu obiectul şi metoda disciplinei. Aport de contribuţii au şi autorii din celelalte ţări socialiste. Se precizează sfera de preocupări a evidenţei contabile, se fac propuneri valoroase privind planurile de conturi, îmbunătăţirea metodologiei preţului de cost şi mecanizarea evidenţei.

În faţa lucrătorilor ştiinţifici şi a practicienilor stă spre rezolvare problema simplificării şi raţionalizării metodelor practice de contabilitate, îmbunătăţirea metodologiei calculului preţului de cost şi simplificarea dărilor de seamă.

Evident, rezolvarea cu succes a problemelor practice de contabilitate se leagă organic şi de progresul teoriei evidenţei contabile, de înţelegerea şi aprofundarea conceptelor ştiinţifice.

Raza de acţiune a contabilităţii se întinde astăzi asupra proprietăţii de stat şi asupra sectorului cooperatist-socialist. Apărarea integrităţii avutului obştesc prin calcule sistematice în conturi şi determinarea preţului de cost în economia întreprinderii pentru a se putea stabili corect preţul de stat de vînzare cu amănuntul, sînt obiectivele principale ale contabilităţii.

Oferind o riguroasă ilustrare a fenomenelor din trecut şi din prezent, contabilitatea permite sezisarea celor mai bune căi pentru atingerea acţiunilor viitoare. Datele contabilităţii servesc ca principală sursă de documentare la efectuarea reviziei şi controlului asupra activităţii economice. Bilanţul şi anexele lui permit un studiu aprofundat al tuturor laturilor activităţii întreprinderilor, instituţiilor şi organizaţiilor economice.

De aceea *„un economist capabil, în locul unor teze neglijabile va studia bilanţuri, cifre, date, va examina experienţa noastră practică proprie şi va spune : greşeala e acolo, ea trebuie îndreptată în felul următor. Pe baza unui asemenea studiu un administrator capabil va propune sau va efectua el însuşi o transferare de personal, o modificare a evidenţei, o restructurare a aparatului administrativ* [11].

Contabilitatea stă în legătură directă cu Economia politică, Matematicile şi Dreptul şi în raport de interdependenţă cu alte discipline ştiinţifice. Ea a înscris pe frontispiciul vieţii economice ordinea şi echilibrul financiar

Există în contabilitate principii şi reguli izvorîte dintr-o concepţie ştiinţifică avînd la bază o logică specifică. Contabilitatea are istorie proprie. De-a lungul veacurilor a format o profesiune de o anumită ţinută morală. Etica contabilului în economia socialistă se încadrează în înaltele principii ale moralei comuniste.

Economia planificată impune însă pregătirea temeinică a cadrelor de economiști contabili cu o educație și cultură economică aleasă. Aceste cerințe nu se pot realiza prin cursuri întîmplătoare, ci cu stăruință, în școli menite să dezvolte metodic nu numai facultățile intelectuale ci și dragostea pentru realizările social-economice în patria noastră și mai ales simțul răspunderii față de avutul obștesc.

Cine studiază și aprofundează contabilitatea o înțelege și o poate aplica cu succes dar nu toți cei ce o aplică o înțeleg.

În întîmpinarea tezei leniniste cu privire la însemnătatea luptei pentru evidență și control în economia țării trebuie să pregătim cadre competente, cu calificare superioară, capabile să răspundă înaltei îndatoriri de economist.

Însemnările de mai sus nu pot acoperi bogata contribuție a unui număr mare de autori valoroși, nici rolul contabilității în prefacerile social-economice într-o jumătate de mileniu. Prima lucrare, scrisă acum o jumătate de mileniu de Benedetto Cotrugli, în legătură cu contabilitatea dublă și așezarea calculului contabil, la 1494, alături de aritmetică, geometrie și studiul proporțiilor, cu aprecieri asupra noilor forme de organizare economică, este un eveniment care s-a răsfrînt asupra gîndirii economice a secolelor următoare.

La a 500-a aniversare însemnăm progresul deosebit al disciplinei noastre axat pe indestructibila legătură dintre știință și producție.

Nici o ramură a științei nu apare înaintea și în afara producției. Contabilitatea a izvorît din necesitatea dezvoltării producției, din practica socială a oamenilor. Ea își justifică existența prin mărea ei utilitate și mai ales prin cunoașterea ce o oferă în toate compartimentele economiei naționale.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra de Economie de Ramură

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Manual de Economie Politică*, ESPLP, Buc., 1957, p. 57.
2. Voina D., *Faze din evoluția contabilității*, Cluj, 1932.
3. Vianu T., *Studii de literatură universală*, ESPLA, Buc., 1955.
4. Galperin M. I. și colab., *Curs teoretic de evidență contabilă*, Buc., 1949, (trad. din l. rusă).
5. Schär J. Fr., *Einfache und doppelte Buchhaltung*, Berlin, 1921.
6. Penndorf B., *Geschichte der Buchhaltung in Deutschland*, Leipzig, 1913.
7. * * * *Handwörterbuch der Betriebswirtschaft*, Bd. **I**, Stuttgart, 1938, S. 932.
8. Marx K., *Capitalul*, vol. **III/1**, ESPLP, 1953, Buc., pp. 314—315.
9. — Ibid, vol. **II**, Edit. PMR, 1951, p. 112.
10. Ленин В. И., *Избранные труды*, т. **26**, М., стр. 17.

ОЧЕРК ПО ИСТОРИИ ПЯТИСОТЛЕТНЕЙ БУХГАЛТЕРИИ

(Резюме)

Автор, подчёркивает по случаю пятисотлетия бухгалтерии её развитие, основанное на неразрывной связи между наукой и производством. Откуда следует, что источник бухгалтерии — необходимость развития производства, социальная практика человечества. Её существование основано на пользе ею приносимой, на указания которые она даёт во всей совокупности секторов национальной экономии.

CENNI SULLA STORIA DELLA CONTABILITÀ ALL'OCCASIONE DEL SUO QUINTO CENTENARIO

(Sunto)

L'Autore ne fa cenno dello sviluppo della contabilità all'occasione del quinto centenario di questa scienza la cui crescenza ne è indissolubilmente collegata a quella della produzione. Donde ne deriva il fatto che le fonti della contabilità constano nella necessità dello sviluppo della produzione, nella pratica sociale dell'uomo. L'esistenza della contabilità è basata sulla sua utilità, sulle indicazioni che essa ne da nella totalità dei settori dell'economia nazionale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3—4, 1959

331.215

STUDIU PRIVIND ÎMBUNĂTĂŢIREA SALARIZĂRII LA ÎNTREPRINDEREA „ŢESĂTURA"—IAŞI

DE

I. HĂLĂLĂU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Problema îmbunătăţirii salarizării a reprezentat şi reprezintă o sarcină importantă a politicii economice a partidului şi a statului nostru democrat popular.

Primul sistem de salarizare, corespunzător relaţiilor noi de producţie create prin existenţa sectorului socialist al economiei naţionale, ca urmare a naţionalizării principalelor mijloace de producţie, a fost introdus cu începere de la 1 ianuarie 1949, pe baza indicaţiilor plenarei CC al PMR din decembrie 1948. Cu această ocazie se pune la baza sistemului de salarizare, pentru prima dată în ţara noastră, principiul socialist de repartiţie.

Acest sistem de salarizare a dat rezultate bune. A contribuit la dezvoltarea producţiei, la ridicarea nivelului de trai al oamenilor muncii şi la cointeresarea lor materială. Pe măsura dezvoltării tot mai complexe a economiei noastre naţionale, a creării de ramuri şi subramuri noi şi a ridicării nivelului de organizare a producţiei şi a muncii a devenit necesară şi îmbunătăţirea corespunzătoare a sistemului de salarizare.

Îmbunătăţirea sistemului de salarizare nu presupune schimbarea principiului fundamental al salarizării, ci schimbarea formelor concrete ale sistemului care trebuie puse de acord cu formele noi ale organizării producţiei şi ale organizării muncii, cu ridicarea nivelului tehnic al producţiei.

Pe linia îmbunătăţirii sistemului de salarizare, în etapa 1951...1954, în numeroase ramuri ale economiei naţionale, în industria cărbunelui, în industria alimentară, construcţii, montaj, textilă, au fost luate o serie de măsuri. În etapa 1955...1956 s-au mai adus îmbunătăţiri ale salarizării şi în alte ramuri ale producţiei materiale, anume, în GAS şi în SMT, în industria chimică, petroliferă, a energiei electrice ş. a.

Îmbunătăţirile aduse s-au referit atît la mărirea cîştigurilor muncitorilor cît şi la unele elemente ale sistemului de salarizare. Aşa, spre exemplu, în industria cărbunelui şi în exploatarea căilor ferate s-a înlocuit salarizarea pe categorii cu cea pe funcţiuni, iar într-o serie de ramuri ale industriei s-au fixat salarii tarifare diferenţiate în raport cu condiţiile de muncă şi în raport cu importanţa ramurii şi a întreprinderii în cadrul economiei naţionale. De asemenea au fost elaborate o serie de măsuri privind îmbunătăţirea sistemului premial.

Ca rezultat al tuturor acestor măsuri, nivelul de trai al muncitorilor a crescut continuu, totuşi, aşa cum a arătat Congresul al II-lea al PMR, nivelul de trai al oamenilor muncii, cu toate acestea, nu era mulţumitor. Ca urmare, în lumina sarcinilor centrale trasate de congres—îmbunătăţirea sistematică a condiţiilor de viaţă şi de muncă ale oamenilor muncii — plenara CC al PMR din decembrie 1956 a analizat lipsurile care mai dăinuiau în organizarea producţiei şi a muncii şi a hotărît măsuri pentru lichidarea lor.

Una din problemele importante analizate de plenară a fost şi aceea a deficienţelor care existau în aplicarea sistemului de salarizare şi normare a muncii, precum şi a măsurilor ce trebuie luate pentru lichidarea acestor dificienţe.

Studiind lipsurile subliniate de plenară şi măsura în care ele se manifestă în cadrul unităţilor *A* şi *B* [1]) ale întreprinderii „Ţesătura" din Iaşi, am constatat următoarele:

a) În etapa premergătoare introducerii sistemului îmbunătăţit de salarizare, greutatea specifică a salariului tarifar, în totalul cîştigului muncitorului, era redusă, reprezentînd 49%, restul fiind completat de depăşirile la acord, premii, plăţi suplimentare etc.

b) Nu exista o reţea tarifară (plata salariilor se făcea pe baza listelor de funcţiuni iar indicatorii tarifari din aceste liste deveniseră necorespunzători).

c) În sistemul normării muncii, pentru a se asigura un cîştig mediu la nivelul celui planificat, existau serioase lipsuri. Se aplicau pe scară largă norme „largi", nereale, se aplicau norme chiar şi la acele categorii de munci unde nu erau justificate (de exemplu cantaragii, curăţitorii iţe, transportorii bobine etc.) Unii muncitori pentru a realiza cîştiguri mari neglijau calitatea producţiei, obţinînd depăşiri exagerate de norme. În atelierele auxiliare normele se stabileau după terminarea lucrării, fenomen ce a dus la mari depăşiri de norme (de exemplu Tarbă Iulius, lăcătuş, a realizat o depăşire de normă de 206%). La o serie întreagă de munci normele au devenit necorespunzătoare, fenomen care a dus la diminuarea productivităţii muncii.

d) Plata în acord se făcea şi pentru munci specifice de regie, fenomen care era dăunător îmbunătăţirii calităţii producţiei. S-a manifestat tendinţa de a se restrînge munca în regie şi de a se extinde munca în acord chiar şi la muncile specifice de regie.

e) Existau serioase neajunsuri ale sistemului de premiere.

Faţă de toate acestea, ca urmare a sarcinilor primite din partea organelor tutelare, folosind experienţa întreprinderilor în care s-a experimentat sistemul îmbunătăţit de salarizare, conducerea întreprinderii „Ţesătura", antrenînd în muncă întregul colectiv, fiind sprijinită de organizaţia de partid, a trecut la introducerea experimentării şi aplicării sistemului îmbunătăţit de salarizare.

Ca principale obiective urmărite prin introducerea sistemului îmbunătăţit de salarizare, subliniem următoarele:

a) creşterea ponderii salariului tarifar, în totalul cîştigului muncitorilor, conform sarcinii trasate de plenara CC al PMR din decembrie 1956, pînă la 75%...85%, urmărind ca procentul de creştere a cîştigurilor la categoriile inferioare de salarizare să fie mai mare decît la categoriile superioare;

b) trecerea de la forma de stabilire a salariilor pe baza listelor de funcţiuni, la forma de stabilire a acestora pe baza reţelei tarifare. Paralel cu trecerea de la listele de funcţiuni la reţeaua tarifară s-a urmărit acordarea unei atenţii sporite şi întărirea rolului comisiilor de încadrare, ţinîndu-se seama că în condiţiile creşterii salariului tarifar, în totalul cîştigului muncitorilor, cîştigul acestora este determinat în primul rînd de categoria lor de încadrare;

c) îmbunătăţirea sistemului de normare a muncii şi crearea unor condiţii prielnice pentru aplicarea normelor, cu motivare tehnică. De asemenea, s-a urmărit elaborarea şi aplicarea — în legătură cu aceasta — la fiecare loc de muncă, a unor măsuri tehnico-organizatorice concrete care să asigure desfăşurarea întregului proces de producţie, pe baza introducerii tehnicii noi, a perfecţionării organizării muncii, a folosirii celor mai bune metode de lucru proiectate de fruntaşi. Operaţia de reaşezare a normelor fiind însoţită de introducerea măsurilor tehnico-organizatorice, va avea ca efect, în cele din urmă, sporirea cîştigurilor muncitorilor;

d) studierea posibilităţilor de trecere a unor munci de la forma de salarizare în acord la cea în regie şi invers. Revenirea la salarizarea în regie, acolo unde este cazul, să se facă ţinîndu-se seama ca aceasta să nu ducă la scăderea productivităţii muncii şi nici a cîştigurilor muncitorilor respectivi;

e) folosirea cu mai multă eficacitate a sistemului de premiere asigurînd o mai strînsă legătură între sistemul premial şi rezultatele tehnico-economice ale întreprinderii, repartizarea fondului de premii urmînd a se face în raport cu efortul individual depus de fiecare muncitor la obţinerea succeselor în producţie.

---

[1]) Fosta întreprindere „Victoria" care prin comasare, în 1955, a devenit unitatea *B* a întreprinderii „Ţesătura".

Ținînd seama de lipsurile constatate în etapa premergătoare introducerii sistemului îmbunătățit de salarizare și luînd în considerare principalele obiective pentru îmbunătățirea salarizării, în întreprinderea „Țesătura", unitățile *A* și *B*, s-a trecut la acțiunea de îmbunătățire a salarizării în două etape.

Prima etapă, cuprinzînd perioada 1 aprilie 1957...31 iulie 1957 a constat din consultarea muncitorilor și personalului întreprinderii cu privire la lipsurile vechiului sistem de salarizare, cît și cu privire la căile ce trebuie urmate pentru introducerea sistemului îmbunătățit. Pentru aceasta au fost organizate ședințe pe secții, cu toate schimburile, după care au urmat consultații zilnice date de cabinetul tehnic. Cu această ocazie s-au făcut o serie de propuneri privind trecerea la o serie de meserii, de la munca în acord la munca în regie, acordarea sporului de tehnicitate la unele locuri de muncă, ierarhizarea funcțiunilor, comasarea unor locuri de muncă ș. a. S-a elaborat un plan cuprinzînd 61 de măsuri tehnico-organizatorice, în principal măsuri pentru crearea condițiilor de reașezare a normelor cu motivare tehnică, pentru mărirea productivității utilajului și creșterea productivității muncii.

Printre principalele măsuri tehnico-organizatorice propuse semnalăm următoarele:

a) creșterea indicilor de utilizare a mașinilor;

b) creșterea randamentului în țesătorie cu 0,8% față de randamentul planificat.

Unele măsuri au fost chiar depășite, așa spre exemplu indicii de utilizare a mașinilor au crescut peste prevederi.

În etapa a doua, care a durat de la 1 august 1957 la 31 decembrie 1957, s-a trecut la realizarea experimentală a tuturor obiectivelor propuse.

Ca urmare a măsurilor luate în tot cursul experimentării sistemului îmbunătățit de salarizare, în cele două unități ale întreprinderii „Țesătura", s-au produs o serie de schimbări, și anume:

a) cîștigul mediu al muncitorilor a crescut cu 4% față de cel planificat;

b) în țesătorie cîștigul mediu a crescut cu 17,60%;

c) în filatură, cîștigul mediu a crescut cu 11,27%;

d) s-a modificat structura cîștigului mediu. În tabelul 1 este redată structura cîștigului mediu pe întreprindere înainte și după introducerea măsurilor de îmbunătățire a salarizării.

Tabelul 1

Cîștigul mediu înainte și după introducerea sistemului îmbunătățit de salarizare

	Media trimestrului II 1959	Media lunară pe timpul experimentării
Cîștigul mediu real	considerat 100%	considerat 100%
Salar mediu tarifar	49,0%	77,1%
Depășiri de acord	30,7%	9,1%
Premii	2,2%	6,5%
Concedii	3,8%	4,7%
Alte sporuri	14,3%	2,6%

Din compararea rezultatelor obținute în domeniul modificării structurii cîștigului mediu pe ansamblul întreprinderii, în etapa de după introducerea sistemului îmbunătățit de salarizare, constatăm:

a) o creștere a ponderii salariului tarifar în cîștigul mediu real, de la 49,0% la 77,1% (se depășește limita minimă fixată de plenara CC al PMR din decembrie 1956, de 75%);

b) o micșorare a depășirilor de acord în cîștigul mediu real, de la 30,7% la 9,1%, ceea ce demonstrează o mai justă normare a muncii, ca rezultat al reașezării normelor cu motivare tehnică;

c) o creştere a ponderii premiilor în cîştigul mediu real, de la 2,2% la 6,5%, ceea ce demonstrează o îmbunătăţire a modului de repartizare şi folosire stimulatorie a premiilor.

Concomitent cu îmbunătăţirea ponderii salariului tarifar în structura cîştigului mediu real, s-a făcut şi trecerea de la modul de stabilire a salariului pe baza listelor de funcţiuni, la forma de stabilire a salariului pe baza reţelei tarifare.

În tabelul 2 este dat un exemplu referitor la modul de realizare a acestor modificări.

Tabelul 2

Salariul tarifar pe 8 ore la diverse funcţiuni, înainte şi după introducerea sistemului îmbunătăţit de salarizare

Denumirea funcţiunilor (în sectoarele de bază)	Înainte de experimentare				După experimentare	
	categoria I		categoria II			
	regie	acord	regie	acord	regie	acord
Filatură						
Filator flyer	14,08	15,44	13,52	14,88	—	21,96
Filator ring	12,32	13,52	11,76	12,96	—	21,96
Curăţitor pneumatic al cardelor	10,24	11,20	9,76	—	19,60	—
Ţesătorie						
Ţesător A	—	16,19	—	15,43	—	21,96
Încleietor	13,84	15,28	13,20	14,56	21,96	—
Canetator	9,28	10,24	8,88	9,76	—	19,60

Din datele tabelului 2 rezultă următoarele observaţii:

a) prin înlocuirea listelor de funcţiuni cu sistemul reţelei tarifare, în loc de două categorii de încadrare, există o singură categorie;

b) salariul tarifar orar s-a îmbunătăţit substanţial în toate sectoarele de producţie. Astfel, în filatură, salariul tarifar pe 8 ore la filator ring (acord-categoria I-a) creşte de la 13,52 lei la 21,96 lei, iar în ţesătorie (la canetator-acord categoria I-a) de la 10,24 lei la 19,60 lei;

c) în ansamblu, la toate funcţiunile (meseriile) salariile tarifare cresc, ritmul de creştere fiind mai mare la muncitorii cu salarii mici.

S-au produs schimbări şi în modul de încadrare a diverselor funcţiuni (meserii) pe cele 8 categorii de încadrare, ţinînd seama de nivelul mediu de calificare, de condiţiile în care se desfăşoară procesul de muncă şi de greutatea executării muncii.

Pentru aceasta s-a întărit rolul comisiilor de încadrare. Comisia a avut următoarea structură:

preşedinte . . . directorul adjunct,

secretar . . . . şeful compartimentului de la normarea muncii,

membrii . . . . şeful secţiei din care face parte muncitorul, maistrul specialităţii respective şi delegatul organizaţiei sindicale.

Comisiile au lucrat cu mult simţ de răspundere.

În timpul experimentării sistemului îmbunătăţit de salarizare s-a efectuat şi îmbunătăţirea normării muncii.

Prin aplicarea în practică a tuturor propunerilor de măsuri tehnico-organizatorice făcute de muncitori în prima etapă a experimentării, s-au creat condiţii pentru aplicarea normelor cu motivare tehnică.

Analizînd datele referitoare la modul în care s-a făcut trecerea de la o salarizare în regie la cea în acord, rezultă următoarele:

a) numărul persoanelor plătite după forma de regie crește, pe ansamblul întreprinderii, de la 17,8% (iulie 1957) la 51,3% (ianuarie 1958), aceasta în defavoarea personalului plătit în acord;

b) pe sectoarele productive situația prezintă același aspect și anume:

α) în filatură personalul plătit în regie crește de la 21,2% (iulie 1957) la 44,3% (ianuarie 1958);

β) în țesătorie personalul plătit în regie crește de la 14,5% (iulie 1957) la 33,9% (ianuarie 1958);

γ) în finisaj personalul plătit în regie crește de la 5,8% (iulie 1957) la 100% (ianuarie 1953).

Din cele de mai sus rezultă că o serie de funcțiuni (meserii) care erau plătite pe bază de norme, în cea mai mare parte neștiințific determinate, au fost trecute la forma de remunerare în regie. S-a menținut plata în acord numai la acele funcțiuni pentru care s-au putut determina norme cu motivare tehnică, ceea ce reprezintă un fapt pozitiv, în sensul că s-a trecut de la aplicarea pe scară largă a unor norme nereale „umflate", (cu scopul de a asigura muncitorilor un cîștig egal cu cîștigul mediu planificat) la norme științifice cu motivare tehnică.

Vechea formă de stabilire a normelor făcea ca norma să fie mult mai scăzută decît producția obținută efectiv, în medie, de fiecare muncitor. Aceasta explică motivele creșterii de la an la an a nivelului mediu de realizare a normelor, fără ca unui asemenea nivel să-i corespundă și o creștere similară a productivității muncii.

Trecerea la plata în regie a o serie de funcțiuni, în sectorul finisaj, a avut ca rezultat îmbunătățirea calității producției. Astfel, de exemplu, secția încleiat a început să producă suluri mai bune reducînd numărul sulurilor tăiate în sala de războaie precum și a sulurilor cu alte defecte.

Fixarea de norme cu motivare tehnică la o serie de funcțiuni, care au permis acest lucru în etapa respectivă, a atras după sine o schimbare a gradului de îndeplinire a normelor. Aceste rezultate sînt redate cifric în tabelul 3.

Tabelul 3

Gradul de îndeplinire a normelor de către muncitori înainte și după introducerea sistemului îmbunătățit de salarizare

Anul	Nr. de muncitori	Gruparea muncitorilor după gradul de îndeplinire a normelor (%)						
		sub 100	100...110	110...120	120...130	130...150	150...200	peste 200
1957	100	1,23	8,96	14,32	25,98	18,88	25,58	5,05
1958	100	2,74	15,19	30,72	28,36	20,18	2,81	—

Din datele cuprinse în tabelul 3 rezultă următoarele observații:

a) înainte de introducerea normelor cu justificare tehnică, ponderea muncitorilor care depășeau norma în proporție de 150...200% și peste 200% reprezentau 30,63% din numărul total al muncitorilor ocupați la lucrări normate. La același procent de depășire a normei întîlnim astăzi doar 2,81%, din numărul total de muncitori;

b) din numărul total al muncitorilor ocupați la lucrări normate doar 23,28% se situau cu gradul de îndeplinire a normei între 100...120%. Astăzi ponderea acestor muncitori reprezintă 45,91%;

c) numărul de muncitori care nu îndeplinesc norma este foarte redus (2,74% din numărul total). Organele de resort din întreprindere, folosind diverse metode, vor trebui să se preocupe de problema ridicării nivelului activității acestor muncitori la cel al fruntașilor.

Pentru a sublinia caracterul stimulator, mobilizator, al noilor norme aplicate în întreprindere, în cele ce urmează urmărim dinamica cîştigului mediu realizat de muncitori, în raport cu gradul de îndeplinire al normelor, înainte şi după introducerea normelor şi a sistemului îmbunătăţit de salarizare.

Pentru exemplificare considerăm funcţiile principale din sectoarele de bază ale întreprinderii (v. tabelul 4).

Tabelul 4

Gradul de îndeplinire a normelor şi cîştigul mediu înainte şi după aplicarea sistemului îmbunătăţit de salarizare

Funcţiuni din sectoarele de bază	iulie 1957		decembrie 1957	
	Cîştigul mediu la 204 ore (lei)	Gradul de îndeplinire a normei (%)	Cîştigul mediu la 204 ore (lei)	Gradul de îndeplinire a normei (%)
Filator ring	600	203	740	117,7
Ţesător	576	206	730	111,1
Pe total muncitori ocupaţi la lucrări normate	557	179,9	666	119,8

Din datele cuprinse în tabelul 4, atît cele referitoare la funcţiunile principale din sectoarele de bază, cît şi din totalul mediei pe întreprindere, rezultă că noile norme pot îndeplini cu succes rolul de instrument pentru planificare şi rolul de regulator al salariilor, după cantitatea şi calitatea muncii depuse.

După cum am arătat mai sus, introducerea noilor norme reprezintă un fapt pozitiv, totuşi trebuie să subliniem că sistemul de plată în regie este preponderent în întreprindere (reprezintă 51,3%) ceea ce constituie un fapt negativ. După cum se ştie salarizarea în acord trebuie să reprezinte forma principală de retribuire întrucît aceasta permite aplicarea directă a principiului socialist de retribuire după cantitatea şi calitatea muncii depuse, crează o cointeresare mai directă a muncitorilor, asigură sporirea cîştigului acestora pe măsura creşterii producţiei în unitatea de timp. În această ordine de idei, întreprinderea va trebui ca ţinînd seama de situaţia concretă din fiecare sector, din fiecare loc de muncă, de înzestrarea tehnică a acestora şi de gradul de calificare al muncitorilor care lucrează în fiecare din aceste subunităţi, în mod treptat, în timp, să treacă la stabilirea de norme cu justificare tehnică, la o serie de funcţiuni care permit acest lucru şi care astăzi sînt remunerate după forma în regie. Este necesar ca forma de remunerare a muncii în acord să devină preponderentă, să devină principala formă de remunerare a muncii în întreprindere.

O altă măsură principală de îmbunătăţire a salarizării în întreprindere o reprezintă folosirea în bune condiţii a sistemului de premii. Fondul de premiere reprezintă o cotă obţinută prin aplicarea unui anumit procent din fondul de salarii planificat al muncitorilor. Suma astfel rezultată capătă o destinaţie unică, neputînd fi utilizată pentru alte scopuri. În afară de aceasta, conducerii întreprinderii i s-a pus la dispoziţie un fond special de premii, pentru realizări excepţionale.

Pentru comparaţie subliniem faptul că volumul premiilor plătite, în medie, pe lună, în cursul trimestrului II al anului 1957, înainte de începerea experimentării sistemului îmbunătăţit de salarizare, se cifrează la suma de 45 932 lei, pe cînd media lunară a premiilor plătite în cursul trimestrului IV al aceluiaşi an, etapă finală a experimentării, a ajuns la 160 104 lei, din care pentru realizări excepţionale 21 538 lei. Faptul că în trimestrul IV s-a plătit ca premii o sumă mult mai mare (peste 3 ori) şi mai ales

garanția stabilității acestor premii reprezintă un aspect pozitiv important al sistemului îmbunătățit de salarizare.

Pentru a sublinia influența exercitată de introducerea sistemului îmbunătățit de salarizare asupra principalilor indicatori ai activității întreprinderii prezentăm cîteva din rezultatele obținute în această direcție.

In etapa a doua de experimentare a sistemului îmbunătățit de salarizare (1 august ...31 decembrie 1957), întreprinderea a realizat:

a) volumul producției globale, în proporție de 108,2%;

b) planul productivității muncii, în proporție de 104,4%;

c) creșterea fondului de salarii (se reflectă în prețul de cost la producția de marfă comparabilă cu o majorare) de 2,87%;

d) economii peste plan în sumă de 310 000 lei, obținute în principal pe seama reducerii consumului specific la bumbac puf și fire, precum și pe seama reducerilor la elementele de cost materiale directe și a cheltuielilor generale ale întreprinderii.

Pentru a se asigura reușita ulterioară a acțiunii de îmbunătățire a salarizării în întreprindere este necesar să se urmărească:

a) respectarea strictă a principiilor de încadrare a muncitorilor în categoriile rețelei tarifare conform indicatoarelor tarifare;

b) îmbunătățirea continuă a organizării producției în scopul creșterii productivității muncii și reducerii prețului de cost prin aplicarea măsurilor tehnico-organizatorice prevăzute în proiectul de contract colectiv și în special acele măsuri privitoare la utilizarea mai bună a timpului, realizarea ritmică, utilizarea capacității reale a mașinilor, extinderea metodelor folosite de fruntași ș. a.;

c) corectarea normelor actuale la anumite etape, pe măsura introducerii unor utilaje perfecționate care modifică condițiile de lucru;

d) studiul atent, cu răbdare, în timp, a posibilităților de trecere a unei serii de funcțiuni remunerate astăzi după forma în regie, la forma în acord, în așa fel încît această formă de remunerare a muncii să devină preponderentă în întreprindere.

Institutul Politehnic, Iași,
Catedra Economia de Ramură

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ЗАРПЛАТЫ В ЯССКОЙ ФАБРИКЕ „ЦЕСЭТУРА"

(Резюме)

Повышение культурного и материального уровня трудящихся является одной из главных задач экономической политики нашего народно-демократического государства.

Повышение зарплаты представляет собой одно из условий этих задач. На основание директивов пленума ЦК Румынской Рабочей Партии, от декабря 1956 г., автор исследует систему зарплаты в ясской текстильной фабрике, указывает предложенные им меры для улучшения этой системы, форму под которой предложенные меры были введены на этой фабрике и отражение этих нововведений на улучшении главных качественных показателей продуктивности предприятия.

ÉTUDE CONCERNANT L'AMÉLIORATION DES SALAIRES AUPRÈS DE L'ENTREPRISE „ȚESĂTURA" À JASSY

(Résumé)

Le problème de l'élévation du niveau matériel et culturel des hommes du travail représente une des tâches les plus importantes dans le cadre de la politique économique du

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM 1848 KÖNYVTÁRA

notre État démocrate-populaire. C'est dans l'amélioration des salaires que consiste une des formes de réalisation de cette tâche.

L'Auteur, tout en suivant les indications de la séance plénière du Comité Central du Parti Ouvrier Roumain du mois de décembre 1956, expose quelques aspects concernant le système de la distribution des salaires auprès des entreprises de l'industrie textile, tant que les mesures préconisées afin de l'améliorer. On examine ensuite les réalisations relatives à l'amélioration du système de la distribution des salaires auprès de l'entreprise „Ţesătura" à Jassy tant que l'essor qui en résulte des indicateurs calitatifs principaux quant à l'activité de cette entreprise.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

338.064.41

CONTRIBUŢII LA METODOLOGIA CALCULULUI PREŢULUI DE COST ÎN INDUSTRIE

DE

D. RUSU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului Politehnic din Iaşi, din 26–29 iunie 1958

Preţul de cost al producţiei este cel mai important indice sintetic al calităţii întregii activităţi a întreprinderii. El reflectă volumul producţiei, calitatea ei, gradul de utilizare a forţei de muncă, productivitatea muncii, întrebuinţarea chibzuită a fondului de salarii, folosirea raţională a materiilor prime şi a altor materiale cum şi metodele de organizare a producţiei.

În preţul de cost al producţiei se oglindeşte întreaga activitate de producţie, de organizare şi de desfacere a întreprinderii.

Atenţia deosebită de care se bucură preţul de cost este determinată de faptul că scăderea sa provoacă creşterea acumulărilor socialiste.

Problema coborîrii preţului de cost se află nu numai în centrul atenţiei conducerii întreprinderii ci şi a lucrătorilor ştiinţifici din institutele de învăţămînt superior şi de la institutele de cercetări ale Academiei RPR.

Partidul şi guvernul acordă o deosebită atenţie acestei probleme. *„Reducerea preţului de cost trebuie privită ca o problemă centrală a întregii organizări a producţiei, trebuie să devină o preocupare vie şi permanentă a ministerelor şi direcţiilor generale, a conducerilor întreprinderilor şi a organelor şi organizaţiilor de partid, a comitetelor sindicale, a fiecărui om al muncii şi în primul rînd al fiecărui comunist"* [1].

Este dat drept exemplu faptul că reducerea numai cu 1% a preţului de cost în industria textilă ar echivala cu o mărire a producţiei cu 5 600 000 m ţesături de bumbac, iar în industria de încălţăminte cu o creştere a producţiei cu cca. 216 000 perechi încălţăminte pantofi bărbăteşti.

Cunoaşterea precisă a cheltuielilor de producţie şi stabilirea nivelului corect al preţului de cost pe baze ştiinţifice revine contabilităţii industriale, anume, sectorului de calcul al preţului de cost.

Împărtăşim părerea economiştilor formulată în sensul că prima etapă a complexelor lucrări legate de studierea preţului de cost din punct de vedere organizatoric este de resortul contabilităţii [2].

Asupra cheltuielilor de producţie şi a formării preţului de cost în întreprinderile economiei naţionale, contabilitatea îşi manifestă întreaga ei putere de cunoaştere.

Întreprinderea trebuie privită în economia naţională ca o unitate de sine stătătoare şi o organizaţie specializată care execută un complex de procese de producţie după un plan sistematic şi metodic. Fiind organizată pe bază de hozrasciot, întreprinderea are o independenţă operativă.

Aspectul economic al independenţei operative a întreprinderilor de stat se asigură în primul rînd prin alocarea şi repartizarea resurselor necesare. Resursele acţionează sub voinţa raţională a conducerii, în vederea obiectivului propus a fi atins.

Prima fază în mişcarea resurselor o constituie trecerea lor de la forma bănească la aceea de mijloace de producţie. Unitatea economică întreprinde astfel un act de aprovizionare care în repetarea lui continuă determină o funcţie organică a întreprinderii socialiste — funcţia aprovizionării.

În faza următoare mijloacele economice intră în producţie pe diferite căi şi sub formele cele mai variate. Procesul de producţie este în acelaşi timp şi un act de consum. Din producţie se obţin produse. Obţinerea unui produs — crearea lui — presupune consumaţia unor valori şi acestea se lasă identificate în tot ceea ce concură la fabricaţie şi se consumă în procesul de producţie.

Prin urmare un produs nu trebuie să fie considerat ca ceva nou decît în măsura în care el înfăţişează o formă nouă a unor elemente preexistente.

Celui de al doilea moment al circuitului îi corespunde funcţia producţiei din întreprinderi.

În fine, produsele fabricate intră în depozite pînă în momentul livrării lor clienţilor. Livrarea produselor şi încasarea banilor marchează a treia fază a circuitului — realizarea — sinonimă cu a treia funcţie operativă a întreprinderii.

Este deci evident faptul că întreprinderilor industriale le sînt proprii trei funcţii operative: aprovizionarea, producţia şi desfacerea.

Funcţia aprovizionării este îndreptată din exteriorul spre interiorul întreprinderii. Aprovizionarea se extinde asupra mijloacelor de producţie, asupra obiectelor muncii şi asupra forţei de muncă. Aprovizionarea tehnico-materială apare în economia naţională ca o problemă indispensabilă a procesului de producţie.

Producţia este orientată în interiorul uzinei. Aici se manifestă principiile productivismului raţional.

Funcţia desfacerii este orientată din interiorul întreprinderii spre piaţă.

Aprovizionarea şi desfacerea formează procesul circulaţiei.

Timpul în care mijloacele de producţie se află în faza aprovizionării şi desfacerii formează timpul circulaţiei, iar timpul în care mijloacele se află în faza producţiei îl numim timpul producţiei.

Dacă însemnăm durata circuitului economic cu C, iar cu t_c — timpul circulaţiei şi cu t_p — timpul producţiei, obţinem relaţia:

$$C = t_c + t_p.$$

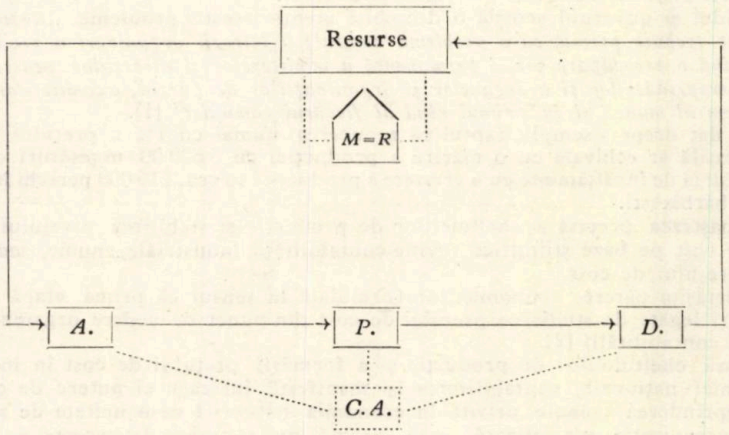


Fig. 1. Funcţiile economice ale întreprinderii [1]).

[1]) $M = R$ (Mijloace = Resurse).

Mai intervine aci un element caracteristic al activității economice. Circuitul nu se desfășoară la întîmplare. Toate mijloacele și resursele întreprinderii acționează sub voința rațională a conducerii. Conducerea este o funcție suplimentară. Fără de ea producția nu se poate desfășura sau s-ar desfășura defectuos.

Privită în această lumină întreprinderea reprezintă un anumit tot economic și o unitate organizatorică care se conduce după principiile gospodăririi chibzuite (fig. 1).

Gospodărirea chibzuită, ca metodă de conducere socialistă, presupune comensurarea în expresie valorică bănească a cheltuielilor întreprinderii și rezultatele activității ei economice, acoperirea cheltuielilor cu veniturile proprii și asigurarea rentabilității producției. Ea exprimă necesitatea economică a dezvoltării planice. Apare evidentă necesitatea unor calcule economice menite să înfățișeze precis și clar situația valorilor puse în mișcare. Baza de plecare o constituie sistemul de calcul digrafic. Calculele se extind asupra mijloacelor și resurselor în mișcare și transformarea lor continuă, asupra activității productive și asupra circulației monetare (fig. 2 și 3).

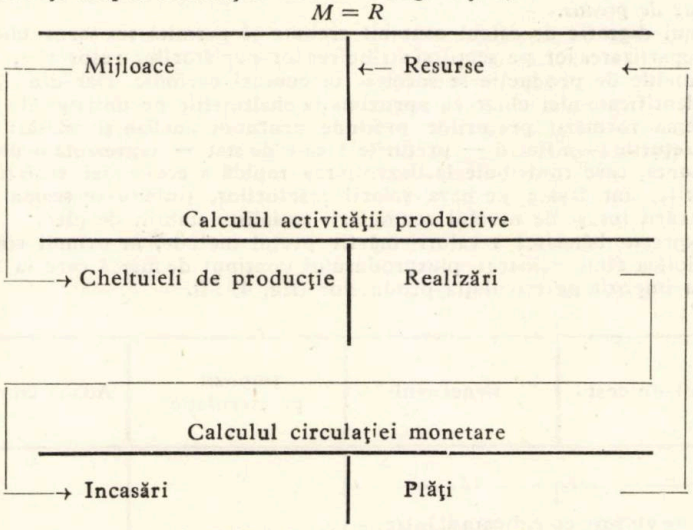


Fig. 2. Calculul asupra bazei economice.

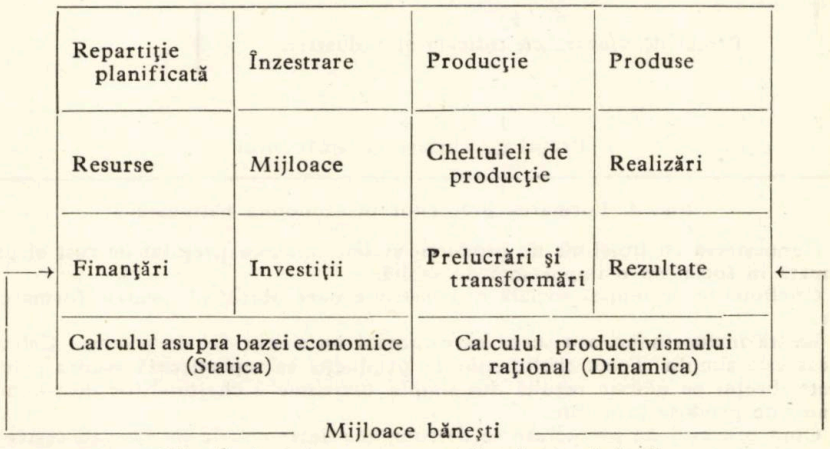


Fig. 3. Activitatea economică a întreprinderii.

Desprindem cele două direcţii ale calculului economic: a) un calcul legat de baza economică, urmărind conţinutul egalităţii $M = R$ şi b) un calcul menit să înfăţişeze productivismul raţional [3].

Primul calcul evidenţiază valoric mijloacele de lucru şi modul întrebuinţării lor în procesul de producţie, relaţiile cu furnizorii şi clienţii, asigurarea resurselor şi rentabilitatea, adică actele de administraţie şi relaţiile cu piaţa, reflectate în fenomenele de aprovizionare şi desfacere.

Al doilea calcul reflectă viaţa internă a întreprinderii, avînd drept obiectiv urmărirea întregului proces de producţie, de la materia primă pînă la produsul finit.

Primul se reflectă în contabilitatea comercială sau exterioară, celălalt este redat de contabilitatea producţiei. Calculul exterior se referă cu deosebire la aprovizionare şi desfacere, cu accent pronunţat asupra executării planului financiar. *Astfel desfacerea devine indicatorul cel mai important al activităţii exterioare.*

Contabilitatea interioară urmăreşte productivismul raţional şi determină preţul de cost pe unitate de produs.

Sistemul digrafic de calcul contabil trebuie să permită sezisarea cheltuielilor de producţie, repartizarea lor pe secţii şi atribuirea lor purtătorilor respectivi, adică produselor. Cheltuielile de producţie se socotesc în conturi periodic. Dar din indicaţiile lor nu pot fi identificate nici chiar cu aproximaţie cheltuielile pe unitatea de produs.

Problema formării preţurilor pretinde profunde analize şi sezisări în economia naţională. Preţurile planificate — preţurile fixate de stat — reprezintă o pîrghie economică importantă, care contribuie la dezvoltarea rapidă a economiei socialiste.

Preţurile sînt fixate pe baza valorii mărfurilor, ţinîndu-se seama de preţul de cost al fabricării lor şi de nivelul acumulării socialiste stabilit de plan.

Ca expresie bănească a valorii mărfii preţul include, în primul rînd, preţul de cost, în al doilea rînd, valoarea plusprodusului conţinut de marfă care ia forma beneficiului şi ca impozit pe circulaţia produselor (fig. 4) [4].

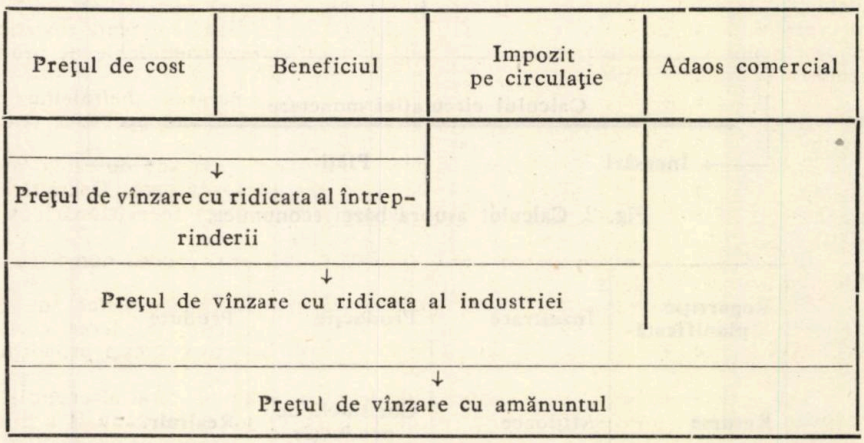


Fig. 4. Formarea preţurilor în economia naţională.

Cunoaşterea cheltuielilor de producţie şi determinarea preţului de cost al producţiei capătă în socialism o importanţă deosebită.

Cheltuielile de muncă socială se constituie bază obiectivă pentru formarea preţurilor.

Există întreprinderi sau secţii care fabrică un singur fel de produs. Calculul în acest caz este simplu. Toate cheltuielile de producţie se repartizează asupra produselor fabricate. Preţul pe unitate rezultă din simpla diviziune a cheltuielilor de producţie la cantitatea de produse fabricate.

Cînd procesul de prelucrare se descompune într-o serie de faze succesive independente, cînd anumite produse trec prin toate secţiile, altele numai prin unele, unde

mașinile nu sînt folosite uniform, acolo unde se fabrică mai multe sorturi de produse, tehnica operațiilor se complică și sistemul de conturi nu mai poate oferi ușor calculul pe unitate. Lucrarea aceasta complicată revine calculației.

Cuvîntul calculație își are originea în latinescul *calculatio*. În accepțiunea studiului nostru calculația se referă la determinarea prețului de cost pe unitatea de produs și formează în contabilitate un sector distinct.

Deosebim antecalculul, postcalculul și calculul după normativ.

Calculul prețului de cost dezvoltă evidența cheltuielilor de producție analitic și anume, pe fiecare fel de produs.

În fazele succesive de prelucrare a produsului prețul de cost crește necontenit adăugîndu-se cheltuieli mereu noi.

Urmărind creșterea prețului de cost al producției metodologia calculului descompune procesul de producție pe faze și stabilește cheltuielile de producție pe fiecare fază, pînă la desăvîrșirea produsului.

Calculul prețului de cost va fi precis dacă urmărește nemijlocit procesul tehnologic al fabricării produselor și mai ales precizia lui rezidă în cunoașterea cheltuielilor efective de producție, contabilizate pe locuri de producție și pe fiecare produs.

Sezisarea cheltuielilor de producție, repartizarea lor pe secții și atribuirea lor purtătorilor respectivi sînt operații mijlocite de sistemul de conturi.

În cei zece ani scurși de la naționalizare s-au făcut progrese însemnate în domeniul metodologiei calculului prețului de cost. Avem o nomenclatură unitară a cheltuielilor de producție pe elemente primare și pe articole de cheltuieli. Gruparea pe elemente primare conduce la determinarea producției globale, la cunoașterea compoziției organice a cheltuielilor de producție și la sezisarea gradului de mecanizare al proceselor de producție. Gruparea pe articole orientează spre stabilirea producției marfă, conduce la determinarea cheltuielilor pe unitatea de produs și reprezintă indicatorul de bază în planificarea acțiunilor viitoare. Statica și dinamica prețului de cost se observă cu ajutorul celor două grupări. Din compararea celor două grupări obținem lucrări sinoptice asupra îndeplinirii planului cheltuielilor de producție, tabloul șah al cheltuielilor de producție sau centralizatorul șah (v. tabelul 1). S-a folosit cu real folos experiența sovietică, s-au elaborat planuri de conturi și reguli de bază în legătură cu cheltuielile de producție și formarea prețurilor.

Delimitarea în timp a cheltuielilor de producție, separarea cheltuielilor care nu sînt legate direct de fabricație și individualizarea pe produs, sînt probleme centrale în metodologia calculului.

Problema delimitării se referă la grevarea fiecărei perioade de calcul numai cu acele cheltuieli care privesc fabricația produselor din perioada dată. Delimitări se fac cu precădere în sfera producției dar ele nu lipsesc nici din sfera aprovizionării ori a desfacerii.

Individualizarea pe produs pretinde încărcarea fiecărui produs numai cu cheltuielile ocazionate de fabricarea lui.

Cheltuielile directe se pot individualiza cu ușurință. Caracteristica lor poate fi înfățișată astfel: în volumul total al cheltuielilor de producție, ponderea cheltuielilor directe pe unitate de produs este invariabilă; volumul lor total crește proporțional cu creșterea producției (fig. 5 și 6).

Altă caracteristică au cheltuielile indirecte. În volumul total al cheltuielilor de producție greutatea lor specifică este variabilă. La o creștere substanțială a producției greutatea lor specifică rămîne neschimbată și se reduce pe unitatea de produs (fig. 7 și 8).

Dintre cheltuielile indirecte ne referim cu deosebire la poziția contului 134—*Cheltuielile generale ale întreprinderii*. Aici se colectează, cum este firesc, toate cheltuielile generale ale întreprinderii. Neputîndu-se afecta direct produsului, ele formează marea masă a cheltuielilor indirecte.

Proiectul de reguli de bază fixează nomenclatura tip a articolelor, cheltuielilor generale ale întreprinderii, astfel: a) cheltuieli administrative de conducere, b) cheltuieli gospodărești comune ale întreprinderii, c) impozite, taxe și contribuții și d) cheltueli cu caracter neproductiv.

Conținutul grupei d) cuprinde: amenzi, penalizări, dobinzi pentru credite restante, pierderi din întreruperi din motive exterioare, lipsuri de materiale la magaziile întreprinderii, deteriorarea materialelor și produselor în timpul păstrării lor în magaziile întreprinderii și alte cheltuieli neproductive.

Tabelul 1

Tablou-şah al cheltuielilor de producţie (în mii lei)

Articole de calculaţie / Elemente primare	Materii prime şi materiale directe	Deşeuri recuperabile (se scad)	Salarii de bază directe	Chelt. cu întreţ. şi funcţ. utilajului	Chelt. ale secţiilor de fabricaţie	Chelt. generale ale întreprinderii	Pierderi din rebut	Total preţ de cost al producţiei
Materii prime şi materiale de bază	1 000							1 000
Materii auxiliare	350				100			450
Combustibil din afară	40			15	20	20		95
Deşeuri recuperabile (se scad)								
Energie din afară					10	10		20
Amortizarea mijloacelor fixe					20	15		35
Compensarea uzurii obiect. de inventar					8	5		13
Salarii de bază şi suplimentare			30	5	15	10		60
Contribuţii asupra salariilor			3	1	2	1		7
Alte cheltuieli băneşti				4	8	5		17
Total cheltuieli producţie globală	1 390		33	25	183	66		1 697
Modif. soldului producţiei neterminate	[90]		[10]	[2]	[22]	[16]		[140]
Cheltuieli pentru producţia marfă	1 300		23	23	161	50		1 557

Dobinzile plătite pentru creditele restante află justificare economică ca element al prețului de cost. Celelalte componente ale grupei d) nu pot fi supuse unei analize economice și se pot formula obiecțiuni științifice la adresa lor ca elemente structurale ale prețului de cost.

Se pune întrebarea în ce măsură se pot justifica amenzile plătite și penalizările, ca elemente ale prețului de cost. Nici apariția lipsurilor de materiale și produse la magaziile întreprinderii sau pierderile din rebuturi, pierderile din întreruperi ș. a. nu pot fi justificate din punct de vedere economic în prețul de cost.

S-a născut în bibliografia de specialitate părerea că toate cheltuielile neproductive și pierderile sînt legate de producerea produselor și ca atare ele trebuie incluse în pre-

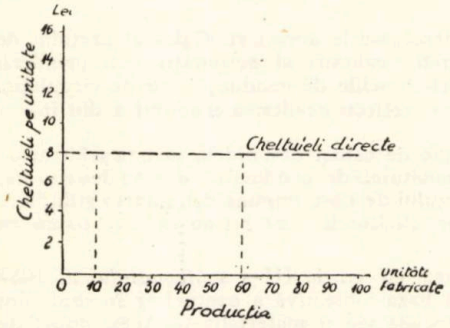


Fig. 5. — Cheltuieli directe pe unitate.

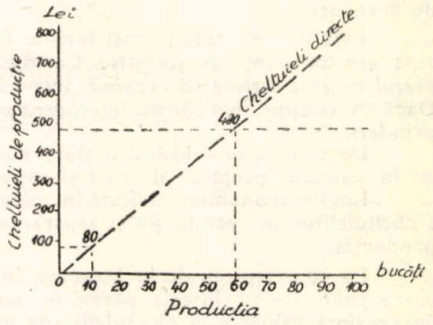


Fig. 6. — Cheltuieli directe totale.

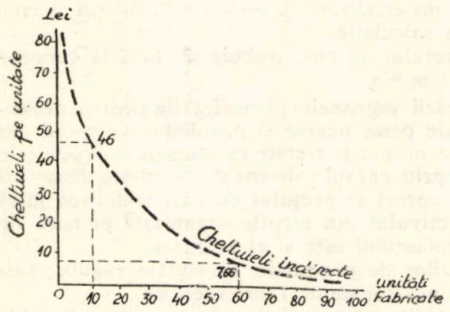


Fig. 7. — Cheltuieli indirecte pe unitate.

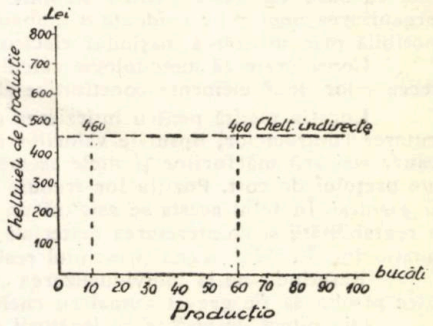


Fig. 8. — Cheltuieli indirecte totale

țul de cost de uzină (locații pentru vagoane nedescărcate, amenzi pentru nerespectarea contractului etc.).

„*Excluderea unor asemenea elemente din calculul prețului de cost,* spune L. Cantor [5], *crează aparența că în activitatea întreprinderii cu gospodărire chibzuită totul merge bine*". Concluzia autorului este să se greveze prețul de cost cu cheltuielile întreprinderii, provocate de activitatea lor nesatisfăcătoare.

Nu o aceeași opinie exprimă S. Tatur, care spune că în prețul de cost ca parte a valorii nu se pot include cheltuielile neproductive.

Opinia prof. Afanaseev este și mai concludentă: „*ar fi rațional ca sumele amenzilor plătite să fie excluse din calculul prețului de cost*" [6].

În ipoteza că unitatea economică încasează amenzi și cuantumul lor este mai mic decît suma amenzilor plătite, diferența să se treacă asupra contului *Beneficii* și *Pierderi* [6].

Afanaseev nu este tot atît de categoric în legătură cu celelalte feluri de cheltuieli neproductive. În această privinţă am desprins din regulamentul nostru, privind dările de seamă şi bilanţurile, următoarele:

„*Pierderile provenite din lipsuri de materiale şi mărfuri (după scăderea plusurilor stabilite cu ocazia inventarierii,) în cazul în care valoarea lor nu poate fi incasată de la cei vinovaţi, precum şi datoriile provenite din lipsuri, risipă şi sustrageri de materiale şi de mărfuri, a căror urmărire a fost respinsă de justiţie, pierderile pentru produsele rebutate în anii trecuţi, dar identificate în anul reportat, se includ în cheltuielile de producţie şi în preţul de cost al producţiei din perioada raportată*" [7].

Se mai precizează că lipsurile valorilor materiale peste norme precum şi cele provenite din cauza stricăciunii mărfurilor, în cazurile în care ele nu s-au datorat vinii cuiva, se trec pe seama cheltuielilor de producţie sau de circulaţie, în anumite condiţii de aprobare.

Faţă de cele arătate mai înainte facem următoarele aprecieri. Calculul preţului de cost are un conţinut ştiinţific. Ca indice sintetic calitativ al activităţii întreprinderii *preţul de cost trebuie să exprime* într-adevăr cheltuielile de producţie sau de circulaţie. Dacă va conţine ingrediente eterogene el nu mai reflectă realitatea economică din întreprinderi.

De altă parte folosind o atare metodologie de calcul deschidem poarta arbitrariului în calculul preţului de cost şi noţiunea „cheltuieli de producţie" devine denaturată.

Logica economică aplicată în calculul preţului de cost impune delimitarea ştiinţifică a cheltuielilor de producţie şi separarea acelor cheltuieli care nu au nimic comun cu producţia.

La consfătuirea de la Moscova în legătură cu ediţia III-a a *Manualului de Economie politică* s-au înscris păreri în sensul că baza obiectivă a preţurilor în socialism nu prezintă valoarea ci cheltuielile de muncă socială vie şi materializată. Acest punct de vedere a fost abordat de V. A. Sobol (Dir. C. S. Moscova) iar A. I. Kaţ (Institutul de cercetări ştiinţifice în domeniul muncii) susţinînd acest punct de vedere a afirmat că baza obiectivă pentru stabilirea justă a preţurilor poate fi găsită numai prin organizarea unei vaste evidenţe a muncii vii şi materializate în om-ore. Problema devine posibilă prin utilizarea maşinilor electronice în calculaţie.

Considerăm că metodologia calculului preţului de cost trebuie să ducă la cunoaşterea celor două elemente constitutive ale sale: $m + v$.

Locaţia plătită pentru întîrzierea descărcării vagoanelor, penalizările pentru neexecutarea contractelor, lipsurile valorilor materiale peste norme şi pagubele provenite din cauza stricării mărfurilor şi altele asemănătoare nu pot fi tratate ca elemente structurale ale preţului de cost. Poziţia lor trebuie fixată prin contul colector de rezultate *Beneficii şi pierderi.* În felul acesta se asigură un calcul corect al preţului de cost, stabilirea justă a rentabilităţii şi cointeresarea materială a colectivului din secţiile organizate pe bază de hozrasciot. În felul acesta principiul realităţii bilanţului este şi el asigurat.

Referindu-ne la individualizarea cheltuielilor de producţie formulăm regula: fiecare produs să fie grevat numai cu cheltuielile ocazionate de fabricarea lui.

Din punct de vedere al legăturii cu fabricarea fiecărui produs toate cheltuielile de producţie le grupăm în două categorii: directe şi indirecte.

Cheltuielile directe sînt evidenţiate şi imputate direct pe produs. Cheltuielile indirecte se repartizează în mod convenţional pe produse. Sînt folosite în metodologia calculului preţului de cost pentru repartizare cheile de repartizare.

Intervine aici o situaţie distinctă. Unele cheltuieli sînt indirecte faţă de produs, dar directe faţă de secţie. Alte cheltuieli indirecte derivă din decontările între secţii.

Trebuie să se separe mai întîi cheltuielile ocazionate în secţiile neindustriale. Asemenea cheltuieli neutre se referă la gospodăria anexă, club, creşă, cămin de zi etc.

Repartizarea cheltuielilor indirecte ale secţiilor pe produs are la bază diferite chei stabilite după experienţa secţiei. Practica foloseşte în mod frecvent salariile ca bază a suplimentării.

Se iau în considerare uneori materiile prime sau materialele directe sau se face o combinaţie salarii + materiale directe.

Întrucît cheile de repartizare sînt cifre alese tocmai pentru a întări exactitatea calculaţiei ar fi util ca repartizarea cheltuielilor pe diferite secţii să aibă la bază gru-

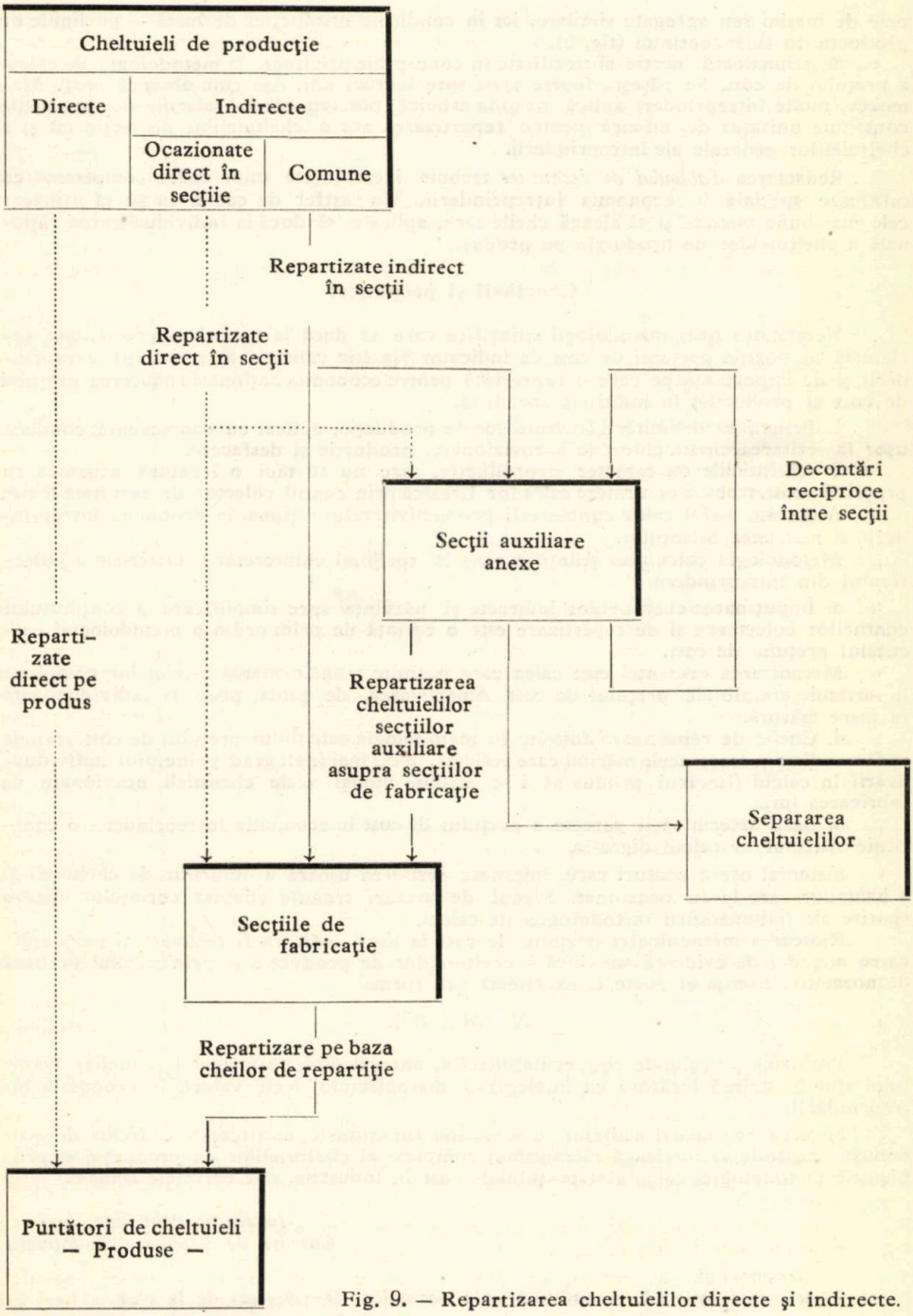


Fig. 9. — Repartizarea cheltuielilor directe și indirecte.

pele de maşini sau agregate similare, iar în condiţiile producţiei de masă — pe liniile de producţie în flux continuu (fig. 9).

Se semnalează inerţie şi sterilitate în concepţiile privitoare la metodologia de calcul a preţului de cost. Se păşeşte foarte greu spre lucruri noi. Aşa cum observă prof. Afanaseev, multe întreprinderi aplică metoda arhaică, potrivit căreia salariile de producţie constituie unitatea de măsură pentru repartizarea atît a cheltuielilor de secţie cît şi a cheltuielilor generale ale întreprinderii.

Redactarea *Tabloului de decontare* trebuie încredinţată unor cadre competente cu calificare specială în economia întreprinderii. Un astfel de cadru va şti să utilizeze cele mai bune metode şi să aleagă cheile care, aplicate, să ducă la individualizarea raţională a cheltuielilor de producţie pe produs.

Concluzii şi propuneri

Necesitatea unei metodologii ştiinţifice care să ducă la un calcul precis, este reclamată de poziţia preţului de cost ca indicator sintetic calitativ al activităţii întreprinderii şi de importanţa pe care o reprezintă pentru economia naţională reducerea preţului de cost al producţiei în industria socialistă.

1. Principiul delimitării cheltuielilor de producţie, aplicat cu consecvenţă, conduce uşor la sezisarea cheltuielilor de aprovizionare, producţie şi desfacere.

2. Cheltuielile cu caracter neproductiv, care nu au nici o legătură organică cu preţul de cost, trebuie să urmeze calea lor firească prin contul colector de rezultate $B+P$.

Asigurăm astfel calea cunoaşterii productivismului raţional în economia întreprinderii şi realitatea bilanţului.

Metodologia calculului ştiinţific vine în sprijinul cointeresării materiale a colectivului din întreprindere.

3. Împuţinarea cheltuielilor indirecte şi năzuinţa spre simplificare a conţinutului conturilor colectoare şi de repartizare este o cerinţă de prim ordin a metodologiei calculului preţului de cost.

Mecanizarea evidenţei este calea care permite transformarea articolelor complexe în articole simple ale preţului de cost. Amortizarea, de pildă, poate fi individualizată în mare măsură.

4. Cheile de repartizare folosite în metodologia calculului preţului de cost trebuie să fie studiate şi alese acele mărimi care reflectă, în cel mai înalt grad principiul individualizării în calcul (fiecărui produs să i se atribue numai acele cheltuieli ocazionate de fabricarea lui).

5. Baza determinării corecte a preţului de cost în economia întreprinderii o constituie sistemul de calcul digrafic.

Sistemul oferă conturi care înlesnesc sezisarea uşoară a felurilor de cheltuieli şi a locurilor care le-au ocazionat. Planul de conturi trebuie adaptat cerinţelor mereu sporite ale îmbunătăţirii metodologiei de calcul.

Ridicarea metodologiei preţului de cost la nivel înalt va fi realizată şi prin aplicarea metodei de evidenţă analitică a cheltuielilor de producţie şi prin calculul pe bază de normativ. Esenţa ei poate fi exprimată sub forma:

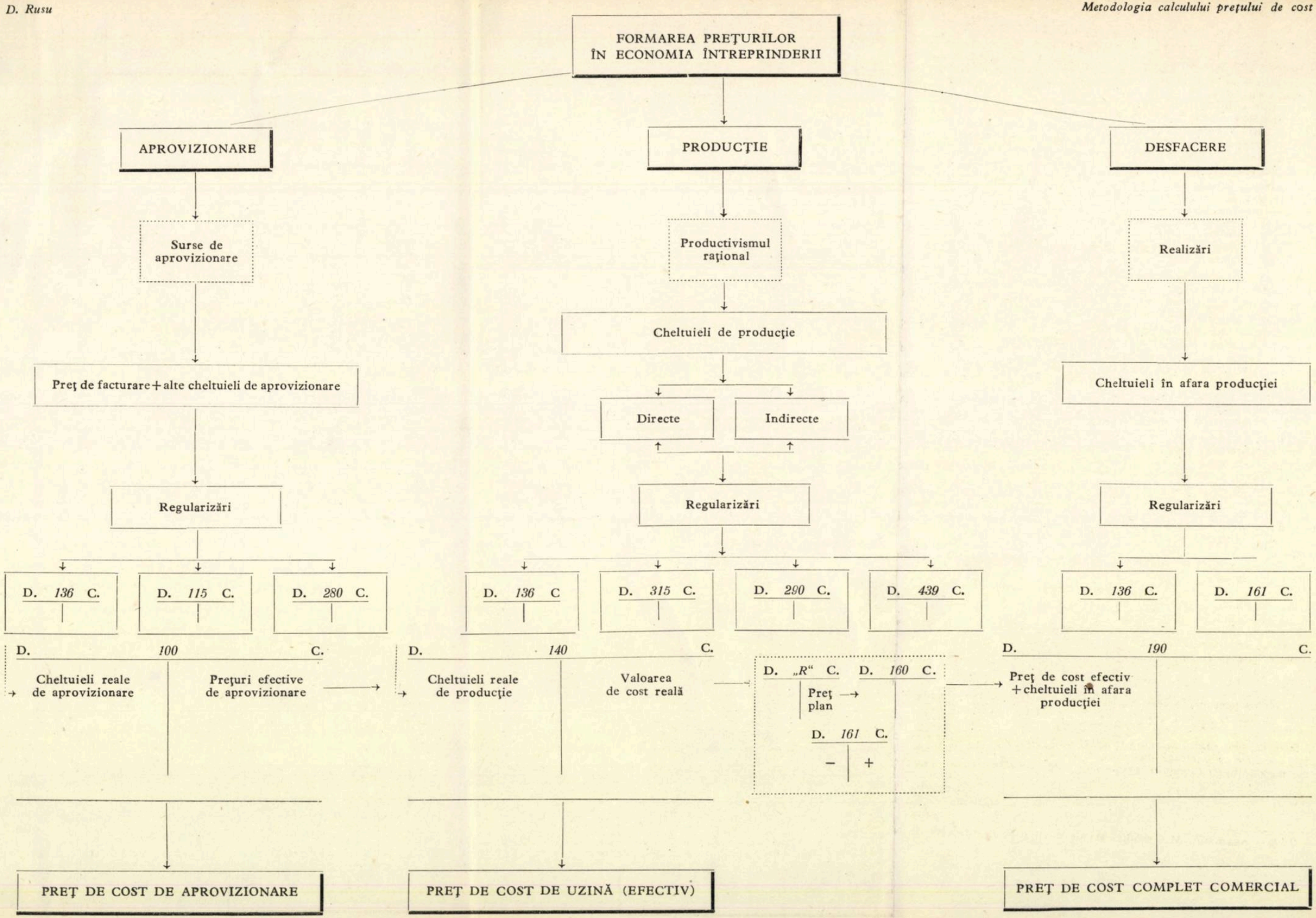
$$N \pm M \pm D^{2}).$$

Problema preţului de cost, rentabilitatea, antecalculul, postcalculul şi analiza bilanţului sînt în strînsă legătură cu înţelegerea mecanismului legii valorii în economia întreprinderii.

Sistarea pendulării cadrelor în serviciile funcţionale, calificarea cadrelor de economişti capabile să înţeleagă mecanismul complex al cheltuielilor de producţie şi problemele metodologiei calculului preţului de cost în industrie, sînt cerinţele actuale.

Institutul Politehnic, Iaşi
Catedra de Economie de Ramură

2) N — normativ, M — modificări ale normelor, D — devieri de la plan.


FORMAREA PREŢURILOR ÎN ECONOMIA ÎNTREPRINDERII
APROVIZIONARE
PRODUCŢIE
DESFACERE
Surse de aprovizionare
Productivismul raţional
Realizări
Preţ de facturare + alte cheltuieli de aprovizionare
Cheltuieli de producţie
Cheltuieli în afara producţiei
Directe
Indirecte
Regularizări
Regularizări
Regularizări
D. 136 C.
D. 115 C.
D. 280 C.
D. 136 C
D. 315 C.
D. 290 C.
D. 439 C.
D. 136 C.
D. 161 C.
D. 100 C.
Cheltuieli reale de aprovizionare
Preţuri efective de aprovizionare
D. 140 C.
Cheltuieli reale de producţie
Valoarea de cost reală
D. „R" C.
D. 160 C.
Preţ plan →
D. 161 C.
− +
D. 190 C.
Preţ de cost efectiv + cheltuieli în afara producţiei
PREŢ DE COST DE APROVIZIONARE
PREŢ DE COST DE UZINĂ (EFECTIV)
PREŢ DE COST COMPLET COMERCIAL

BIBLIOGRAFIE

1. *** *Raportul de activitate al CC al PMR la Congresul al II-lea al PMR*, ESPLP, Buc, 1955, p. 60.
2. Savinski D. V., *Curs de statistică industrială*, Ed. de Stat, Buc., 1951, (trad din l. rusă).
3. Lungu O., *Principii fundamentale în contabilitate.*
4. *** Probl. econ., 1958, *2*
5. *** Вопр. Экон., 1954, *11.*
6. Afanaseev A. A., *Bazele întocmirii bilanțului*, Ed. de Stat, Buc., 1954, p 72, (trad. din l. rusă).
7. *** *Proiect de reguli de bază pentru planificare, evidență și calculație.*
8. Krüger G., *Die Kalkulation*, Beck-Verlag, München u. Berlin, 1949.

МЕТОДОЛОГИЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СЕБЕСТОИМОСТИ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ

(Резюме)

Автор, подчёркивая современные требования промышленности состоящие в закреплении кадров в функциональных службах, в калификации кадров экономистов способных понять комплексный механизм расходов на производстве, а также и задачи методологии вычисления себестоимости, устанавливает, в рамках научной методологии, критерии вычисления себестоимости в промышленности. Заключения и предложения находящиеся в излагаемой статье, имея в виду важнейшее значение непрестанного уменьшения себестоимости в социалистической промышленности, останавливаются на исследовании: 1. Принципа ограничения расходов по производству; 2. Места расходов непродуктивного характера; 3. Путей ведущих к упрощению содержания счётов колектирования и репартизации и др.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Экономические функции предприятия.
Рис. 2. — Вычисление экономической базы.
Рис. 3. — Экономическая деятельность предприятия.
Рис. 4. — Образование цен в национальной экономии.
Рис. 5. — Прямые единичные расходы.
Рис. 6. — Прямые общие расходы.
Рис. 7. — Костенные единичные расходы.
Рис. 8. — Костенные общие расходы.
Рис. 9. — Репартиция прямых и костенных расходов.

SOPRA LA METODOLOGIA DEL CALCOLO DEL PREZZO DI COSTO NELL'INDUSTRIA

(Sunto)

L'Autore, tenendo conto dell'insigne importanza della riduzione del prezzo di costo nell'industria socialista, ne stabilisce una serie di procedimenti atti a condurre ad una metodologia adequata del calcolo del prezzo di costo nell'industria.

Spiegazione delle figure

Fig. 1. — Le funzioni economiche di un'impresa industriale.
Fig. 2. — Il calcolo concernente la base economica.
Fig. 3. — L'attività economica di un impianto industriale.
Fig. 4. — La formazione del prezzo nell'economia nazionale.
Fig. 5. — Spese dirette unitarie.
Fig. 6. — Spese dirette totali.
Fig. 7. — Spese indirette unitarie.
Fig. 8. — Spese indirette totali.
Fig. 9. — La ripartizione delle spese dirette ed indirette.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

RECENZII РЕЦЕНЗИИ
BOOK REVIEWS COMPTES RENDUS
BUCHBESPRECHUNGEN RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. STRUBECKER K., *Einführung in die höhere Mathematik*, Bd. **I**, *Grundlagen*, Verlag R. Oldenbourg, München, 1956, XV+821 S.

După o îndelungată experienţă didactică, în timpul căreia s-a adresat în primul rînd viitorilor fizicieni, tehnicieni, chimişti sau biologi, prof. K. Strubecker şi-a propus să înfăţişeze într-un tot unitar bazele matematicilor superioare, indispensabile în aplicaţii. Manualul d-sale, planificat în trei volume, se adresează fireşte matematicienilor puri, cu interes în primul rînd teoretic, dar poate în mai mare măsură se adresează practicienilor. Din această cauză expunerea îmbină rigoarea necesară cu un vast material exemplificator. Tot în vederea necesităţilor practicienilor se dă o deosebită atenţie exemplelor numerice şi metodelor grafice, mai toate duse pînă la capăt. În fond autorul doreşte să-şi convingă cititorii de adevărul apoftemei lui Boltzmann pe care o citează: *„Nimic nu este mai practic ca o bună teorie"*. În ce ne priveşte credem că şi sub acest aspect lucrarea prof. Strubecker este o frumoasă reuşită.

Ordinea materiei se deosebeşte într-o oarecare măsură de cea curentă pînă acum. Numerele reale sînt introduse în parte intuitiv, în parte axiomatic, cu indicarea problemei necontradicţiei, rezolvată pentru numerele întregi de către Gentzen şi pentru numerele reale de către Lorenzen.

Un subcapitol clarifică pe deplin calculul cu numere aproximative şi un altul expune teoria elementară a numerelor, cu o frumoasă aplicaţie a fracţiilor continue la stabilirea formulei lui Balmer.

Capitolul II este consacrat numerelor complexe, funcţiei liniare şi patratice, fracţiilor raţionale, vectorilor plani, polinoamelor şi ecuaţiilor algebrice; menţionăm de asemenea numeroasele aplicaţii geometrice, definiţia unei geometrii oarecare printr-un grup de transformări şi utilizarea numerelor duale în construcţia geometriei planului izotrop şi în extensiunea metodei lui Graeffe. Capitolul se termină cu o expunere amănunţită a geometriei metrice, afine şi proiective a planului, tratate în spiritul concepţiei lui Lie.

Capitolul III tratează teoria limitelor. Iniţial se defineşte noţiunea de punct limită şi se stabileşte ca o completare a teoremei lui Bolzano-Weierstrass existenţa limitei superioare şi a limitei inferioare (cazul şirurilor mărginite). Ulterior se introduce în mod natural noţiunea de limită a unui şir şi se stabilesc cu minuţiozitate proprietăţile şirurilor care au limită. Urmează teoria seriilor numerice, de asemenea foarte îngrijit tratată, şi care conţine şi unele rezultate mai rar întîlnite (de ex. teorema lui Olivier). Capitolul se termină cu studiul convergenţei seriilor de puteri în domeniul real şi apoi, după necesara pregătire topologică, în domeniul complex.

Capitolul IV studiază noţiunea de funcţie (după definiţia lui Lobacevski-Dirichlet) şi în particular de funcţie continuă; funcţiile elementare sînt studiate monografic. Studiul seriilor de funcţii şi al unor instrumente matematice simple (rigla de calcul) încheie capitolul şi volumul.

Într-o scurtă recenzie este imposibil de semnalat particularităţile expunerii. Este suficient să spunem că lectura textului, deseori umanizat prin indicaţii istorice, este plăcută şi folositoare, iar unele pasagii dau o impresie de plenitudine rar provocată de texte matematice.

În ansamblu credem că autorul a reuşit să expună atrăgător şi riguros această gîndire concentrată, cum califica d-sa matematica.

*

L'auteur du compte-rendu est d'avis qu le traité du prof. Strubecker est une belle réussite et que certains chapitres provoquent une impression de plénitude rarement provoquée par un texte mathématique. *Al. Climescu*

2. KOPAL Z., *Numerical Analysis*, London, Chapman a. Hall, 1955, XIV + 556 pp.

Volumul profesorului Kopal, specializat în analiză numerică şi astronom bine cunoscut, se compune din 8 capitole şi 5 note în apendice; un indice de nume şi un altul de chestiuni, ambele dezvoltate, încheie lucrarea.

Despre conţinutul cărţii, care rezultă destul de bine din titlurile capitolelor care se reproduc mai jos, nu este nevoie de spus mai mult decît că se limitează la problemele legate de analiza numerică a funcţiilor de o singură variabilă, presupunîndu-se cunoscute metodele de rezolvare numerică a ecuaţiilor algebrice, respectiv a sistemelor de astfel de ecuaţii (mai cu seamă a sistemelor liniare). Instrumentul fundamental de lucru este aproximaţia polinomială a funcţiilor continue, bazată pe teorema fundamentală a lui Weierstrass şi realizată în moduri variate cu ajutorul diferenţelor simple şi divizate, a polinoamelor lui Cebîşev etc.

Lectura cărţii nu cere decît foarte puţine cunoştinţe preliminarii şi este de asemenea uşurată pentru cineva care urmăreşte în primul rînd însuşirea rapidă a metodelor practice, prin nereproducerea demonstraţiilor complicate.

Prin bogăţia materialului, care include numeroase rezultate recente sau puţin cunoscute şi foarte multe exemple numerice, cartea este indiscutabil utilă în limitele pe care şi le-a fixat autorul. Ea poate servi şi ca punct de pleçare pentru cercetări noi, ţinînd seama de întinsele indicaţii bibliografice şi de problemele enumerate la sfîrşitul fiecărui capitol, din care unele sînt dificile şi pentru care autorul însuşi, aşa cum o spune expres, ar dori să cunoască soluţia.

Sînt de asemenea interesante observaţiile cu caracter general exprimate în introducere. Una din observaţii se referă la utilitatea lucrului analistului numeric, care construieşte soluţii specifice ale unor metode matematice valabile pentru situaţii fizice distincte; o alta apreciază ca posibilă valoarea teoretică a construcţiei de soluţii numerice ale căror proprietăţi pot arunca oarecare lumină asupra proprietăţilor unei soluţii oarecare.

În fine, trebuie subliniată observaţia cu privire la inexistenţa de fapt a numerelor iraţionale în analiza numerică. Autorul nu trage însă de aci concluzia care ni se pare că se impune şi anume, necesitatea construcţiei directe a unei ramuri a analizei bazată exclusiv pe numerele raţionale.

Tabla de materii. I. Introducere (p. 1); II. Interpolaţia polinomială (p. 18); III. Derivarea numerică (p. 87); IV. Integrarea ecuaţiilor diferenţiale ordinare (p. 168); V. Probleme la contur: metode algebrice (p. 240); VI. Probleme la contur: metoda variaţională, iterativă şi altele (p. 299); VII. Cuadraturi numerice (p. 347); VIII. Rezolvarea numerică a ecuaţiilor integrale şi integrodiferenţiale (p. 440). Apendice I—V (pp. 486—545). Indice de nume (p. 546). Indice de chestiuni (p. 551).

*

Le livre du prof. Z. Kopal, très utile comme manuel d'analyse numérique, est aussi très intéressant par les observations d'ordre général faites par l'auteur.

Al. Climescu

3. KREYSZIG E., *Differentialgeometrie*, Leipzig, 1957, Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.–G., IX+421 S.

Este un manual de geometrie diferenţială a curbelor şi suprafeţelor din spaţiul euclidian tridimensional, care se remarcă printr-o expunere clară, riguroasă şi sugestivă (cartea conţine un număr de 105 figuri). Ea poate fi recomandată în special studenţilor de la facultăţile de matematică.

Autorul a divizat materialul în opt capitole, după cum urmează: I. Noţiuni preliminare; II. Teoria curbelor; III. Noţiuni asupra suprafeţelor (forma I-a fundamentală, bazele calculului tensorial); IV. Forma a II-a fundamentală, curbura totală şi curbura medie a unei suprafeţe; V. Curbura geodezică, linii geodezice; VI. Reprezentări (conforme, etc.); VII. Diferenţiala absolută şi transportul paralel; VIII. Suprafeţe speciale (minimale, suprafeţe paralele, de curbură constantă, suprafeţe Weingarten).

Metoda vectorială şi tensorială de care uzează, i-a permis autorului să trateze un număr destul de vast de probleme într-un spaţiu relativ restrîns. Cu introducerea noţiunilor de diferenţială absolută şi de transport paralel, autorul deschide cititorului perspectiva studiului geometriilor riemanniene a spaţiilor n-dimensionale şi în acelaşi timp încadrează în acest studiu varietăţile bidimensionale, tratate în capitole anterioare.

Multiplele probleme din cuprins precum şi soluţionarea lor la sfîrşitul manualului vin în ajutorul celui ce studiază geometria diferenţială. Cartea este prevăzută de asemenea şi cu un text în care sînt expuse, pe scurt, formulele mai importante, stabilite în diferitele capitole, cu semnificaţia lor.

*

Le réf. expose ci-dessus quelques détails concernant ce traité moderne de géométrie différentielle qui peut être utilisé avec beaucoup de succès par les étudiants des facultés des sciences mathématiques. *V. Murgescu*

4. РОМАНОВСКИЙ В. И., *Избранные труды*, I, *Введение в анализ*, второе издание, Изд. АН Узб. ССР, Ташкент, 1959, 501 стр.

Referentul expune pe scurt conţinutul cărţii şi o recomandă studenţilor de la facultăţile de matematici. De asemenea remarcă modul cu totul deosebit, în care autorul şi-a conceput lucrarea.

*

The first volume of the works of the late Prof. V. I. Romanovsky, *Introduction in analysis*, has been published in a second edition under the patronage of Prof. S. H. Sirajdinov, associate member of the Uzbeg Academy of Sciences.

The book may be successfully used by students in mathematics and also by those teaching mathematical analysis. It is divided in 4 parts (21 chapters) which can be summed up as follows: real and complex numbers; elementary functions of real or complex variable, continuity of functions; series of real and complex numbers; double series; infinite products: series of functions of real or complex variable (continuity, derivability and integrability). Each chapter contains many exercises and problems with their solutions.

From the above, it can be observed that the reader must be acquainted with the operations of derivation and integration, which the author doesn't explain but which he uses when writing about other problems.

The author has conceived his work in a very special way, that is he has put at the foundation of it „the notion of sequence" and has worked out a parallelism between the real and the complex domains.

The problems are systematically, rigorously and clearly exposed. Even if this textbook cannot be considered as a modern introduction in analysis (it was written in 1939), yet it is quite different from any other similar work. Some proofs belong to the author himself.

All students in mathematics may find in this book useful information concerning the problems mentionned above and especially about the infinite processes in the real and complex domain.

We must welcome this new edition of a work which is as remarkable as the man.

V. Murgescu

5. ROBIN L., *Fonctions sphériques de Legendre et fonctions sphéroïdales*, t. **II**, 1958, VIII + 384 pp.; t. **III**, 1959, VIII + 289 pp., Gauthier-Villars Editeur, Paris.

Cele două volume, constituind continuarea tomului **I**, recenzat în paginile acestui *Buletin* (1958, **4** (**8**), *3-4*, pp. 434-435), sînt ca şi primul, redijate în vederea aplicaţiilor şi se adresează numeroşilor cercetători de astăzi care se interesează de funcţii sferice.

Cele trei capitole din vol. **II** (cap. IV-VI) sînt consacrate, respectiv, studiului funcţiilor asociate ale lui Legendre de tip general, dezvoltărilor asimptotice ale acestor funcţii precum şi seriilor de polinoame Legendre, de funcţii asociate Legendre şi de polinoame Laplace, pe cînd tomul **III** (cap. VII-X)—formulelor şi teoremelor de adiţiune pentru funcţii Legendre, zerurilor lor, aplicaţiilor funcţiilor Legendre la suprafeţe de revoluţie, polinoamelor şi funcţiilor Gegenbauer precum şi funcţiilor sferoidale.

Ref. subliniază următoarele caracteristici ale acestei lucrări deosebit de utile. În general demonstraţiile sînt date. Acolo unde ele lipsesc se indică izvoare în care se pot găsi. Lucrarea conţine un foarte mare număr de formule ce-şi găsesc astăzi variate aplicaţii în diverse domenii ale ştiinţei şi tehnicii înalte. Cu deosebită grije se indică domeniile de validitate. Autorul s-a străduit să elimine, rectificîndu-le, mai multe erori sau greşeli de tipar care au apărut în şiruri de lucrări anterioare consacrate acestui subiect. Indicele de materii din tomul **II** precum şi anexa II din tomul **III** sînt folositoare, prima complètînd tabla de materii şi uşurînd munca de consultare a cărţii, iar a doua oferind cercetătorului lista tablelor numerice consacrate funcţiilor Legendre, apărute pînă la finele anului 1958.

*

Ces tomes constituent la suite du tome **I**, dont le compte rendu a été déjà inséré dans ce *Bulletin* (1958, **4** (**8**), *3-4*, pp. 434-435). Comme celui-ci, ils ont été rédigés surtout en vue des applications et s'adressent à tous ceux qui s'intéressent aux fonctions sphériques.

En général les démonstrations sont données. Sinon, on indique d'une façon précise où elles peuvent être trouvées. L'ouvrage contient un très grand nombre de formules utiles. Le domaine de validité est précisé dans chaque cas. Le réf. donne ci-dessus quelques détails concernant ces volumes, tout en mentionnant ici entre autres, les efforts de l'auteur de faciliter la consultation de l'ouvrage et de ses annexes naturelles. On les observent surtout en consultant l'Index alphabétique du tome **II** et l'Annexe II—Liste de tables numériques des fonctions de Legendre existant à la fin de 1958. *L. Constantinescu*

6. KNESCHKE A., *Differentialgleichungen und Randwertprobleme*, Band **I**, *Gewöhnliche Differentialgleichungen*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1957, 504 S.

Autorul, renunţînd la teoremele de existenţă, pune accentul principal al cărţii asupra metodelor de integrare a ecuaţiilor diferenţiale. Prin aceasta răspunde la nevoia mereu crescîndă a cercetătorilor naturii şi a inginerilor, oferindu-le o carte în care se expun numeroase metode de investigaţie noi în domeniu, menite a le permite urmărirea literaturii de specialitate ce foloseşte din ce în ce mai adînci şi mai delicate procedee de matematică modernă. Acest volum se mărgineşte la studiul problemelor relative la ecuaţii diferenţiale ordinare, urmînd ca într-un alt volum, în pregătire, să se expună, din acelaşi punct de vedere al nevoilor practice de astăzi, metodele de integrare a ecuaţiilor cu derivate parţiale şi serii de probleme la contur, corespunzătoare. Conţinutul cărţii, fără a ieşi din cadrele materialului obişnuit în domeniul ecuaţiilor ordinare, poate fi deosebit de uşor urmărit şi înţeles de către studenţii ingineri întrucît conţine numeroase exerciţii numerice, luate adesea din practica inginerească. Din ansamblul capitolelor referenţii atrag îndeosebi atenţia asupra cap. 6 şi 7 consacrate dezvoltărilor în serii după funcţii arbitrare şi metodelor de calcul numeric interesînd ecuaţiile diferenţiale ordinare. Aici îşi găsesc loc probleme de ortogonalizare şi normare a şirurilor de funcţii precum şi expunerea detaliată, în cadrul problemelor la contur liniare, a problemei Sturm-Liouville, a dezvoltărilor Fourier, Lagrange şi Bessel sau metode de aproximaţie succesivă, a diferenţelor ş. a. Literatura folosită reflectă şi marele aport al specialiştilor sovietici în acest domeniu, numeroase cărţi consacrate ecuaţiilor diferenţiale fiind traduse din limba rusă de cunoscutele edituri din RDG: VEB Verlag

Technik, VEB Dtsch. Verlag d. Wiss., B. G. Teubner, Leipzig, Akad. Verlagsges., Leipzig ş. a.

*

Les réf., tout en soulignant le contenu des deux derniers chapitres consacrés au développement en séries de fonctions et aux méthodes de calcul numériques où ont trouvé place les séries de Fourier, Legendre, Bessel et les méthodes Runge-Kutta, des approximations successives, des différences finies, donnent ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant ce livre qui répond au nécessités immédiates des ingénieurs et des physiciens. Nul doute que le second volume consacré aux problèmes de l'ingénieur relatifs aux équations différentielles aux dérivées partielles trouvera un accueil favorable auprès des chercheurs. *M. Bercovici, A. Triandaf*

7. ГЕРОНИМУС Я. Л., *Многочлены, ортогональные на окружности и на отрезке. Оценки, асимптотические формулы, ортогональные ряды.* Серия „Современные проблемы математики" журнала УМН, Физматгиз, М., 1958, 240 стр.

Teoria polinoamelor ortogonale constituie obiectul atenţiei numeroşilor cercetători Aceas taîntrucît sisteme de astfel de polinoame—oferind mijloace de investigaţie în numeroase domenii ale ştiinţei şi tehnicii moderne—sînt totuşi cele mai simple, situîndu-se imediat după sistemul ortogonal de funcţii trigonometrice, deosebit de simplu. Una din cele mai interesante şi importante probleme, relative la teoria polinoamelor ortogonale, constă în stabilirea condiţiilor de convergenţă a seriilor procedînd după astfel de polinoame şi constituind dezvoltări ale diferitelor funcţii ce interesează teoria şi practica actuală. Aici intervin numeroase probleme delicate privitoare la proprietăţile lor asimptotice, adică rezultatele studiilor, întreprinse cu concluzii strălucite de acad. S. N. Bernstein (*Opere*, II, 1954, pp. 7–106) şi G. Szegö (*Orthogonal polynomials*, 1939, revised with new material, 1959, 421 pp.).

Autorul, bine cunoscut cercetătorilor specializaţi şi pentru volumul său consacrat polinoamelor ortogonale (М.-Л., Гостехиздат, 1950), consacră această excelentă monografie, în curs de traducere în limba engleză din iniţiativa societăţii London Mathematical Society, studiului şi adîncirii următoarelor trei probleme: a) deducerea formulelor asimptotice în condiţii mai generale decît acelea folosite de autorii mai sus citaţi; b) determinarea condiţiilor în care un sistem de polinoame este mărginit în tot intervalul de ortogonalitate sau într-o parte a acestuia; c) stabilirea ordinii de creştere a polinoamelor ortogonale în funcţie de indicele lor. Volumul conţine studiul acestor importante probleme pentru polinoame ortogonale pe o circumferinţă unitară şi pe un segment finit de axă reală. Consultarea acestei bogate monografii este uşurată prin introducerea a nouă tabele (pp. 197–216) care permit sublinierea şi compararea rezultatelor fundamentale obţinute într-însa în diferite cazuri apropiate unul de altul (de pildă, variate proprietăţi ale polinoamelor ortogonale pe segmentul $-1, +1$ sau a, b, ş. a.). Dezvoltînd şi adîncind unele metode şi idei relative la teoria polinoamelor ortogonale, expuse îndeosebi de V. A. Steklov, S. N. Bernstein, V. I. Smirnov, A. N. Kolmogorov, N. I. Ahiezer, M. G. Krein, G. Szegő, P. Erdös, P. Turán, G. Freud, autorul reuşeşte să ne ofere în volumul recenzat şi o serie de importante aplicaţii ale teoriei, ce nu vor întîrzia să fie reluate de alţi cercetători. Astfel, de ex., în paginile acestui *Buletin* s-a expus teoria unor noi clase de polinoame ortogonale pe unele domenii plane sau spaţiale.

*

Le réf., tout en soulignant l'importance de cette monographie, dont la traduction en anglais est déjà annoncée et d'autres traductions ne tarderons pas à venir, donne ci-dessus quelques détails concernant ce volume dédié à l'étude des polynomes orthogonaux sur une circonférence et sur un segment de droite. *D. Mangeron*

8. MIKUSIŃSKI J., *Operational Calculus*, Pergamon Press, London-New York-Paris-Los Angeles, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 495 pp.

Acest volum este a cincia ediţie a cărţii: prima—în limba polonă (Varşovia, 1953)' a doua—în limba rusă (Moscova, 1954), a treia—în limba germană (Berlin, 1957), a patra—

în limba polonă (Varşovia, 1957). Faţă de cele precedente volumul este mărit cu 112 pagini ce conţin demonstraţiile pentru un şir de teoreme omise în ediţiile precedente; noi rezultate în domeniul calculului operaţional obţinute de diferiţi cercetători după apariţia primei ediţii; expunerea unui studiu relativ la calculul operaţional şi legăturile sale cu alte domenii ale matematicii ca, de ex.: algebra abstractă, teoria distribuţiilor, spaţiile Banach ş. a.; trecerea în revistă a problemelor încă nesoluţionate.

Conţinutul de bază al cărţii, recenzată pozitiv în numeroase reviste din ţară şi străinătate (a se vedea, de ex. РЖМат., 1955, *3*, № 1343 К, В. И. Левин), constă (dacă nu se ţine seama de numeroasele adnotări interesante ale lui A. I. Plesner în ediţia în limba rusă) într-o expunere sistematică a calculului operaţional, cu foarte numeroase aplicaţii, elaborată fără folosirea aparatului bazat pe transformata lui Laplace. Noua fundamentare a calculului operaţional, expusă de autor într-un şir de studii (1950...1952) constă în considerarea unui inel de funcţii, continue pe semiaxa $t \geqslant 0$, adunarea şi scăderea fiind definite în mod obişnuit, înmulţirea însă, printr-o compoziţie. Pentru inelul comutativ fără divizori nuli, astfel obţinut, se construieşte cîmpul de relaţii, elementele a/b ale cîmpului fiind numiţi operatori. Cartea se subdivide în şapte părţi: I. Algebra operatorilor; II. Succesiuni şi serii de operatori; III. Calculul diferenţial al operatorilor; IV. Teoria generală a ecuaţiilor diferenţiale cu coeficienţi constanţi; V. Calculul integral al operatorilor; VI. Apendice, (p. 342); VII. Formule şi tabele. Acestea din urmă conţin tabele de valori ale unor funcţii speciale (funcţia gamma, funcţia de distribuţie a erorilor, funcţiile Bessel); un „dicţionar" de calcul operaţional; aplicaţii la electrotehnică; ecuaţia circuitului, curent staţionar, scheme simple de cuadripoli şi matricile corespunzătoare acestora.

Numărul mare de ediţii apărute în diferite limbi într-un interval scurt, paralel cu apariţia neîncetată în mai toate revistele de specialitate din lume a articolelor destinate aplicării noului calcul operaţional la variate probleme practice sau comparării puterii de investigaţie a acestuia cu acel bazat pe transformata Laplace cu interval de integraţie finit sau nu, pledează de la sine pentru valoarea şi importanţa volumului apărut.

*

The present edition, in English, is the fifth. It has been enlarged by the addition of an Appendix of 112 pages, containing: a) the proof of theorems omitted in the earlier editions; b) new results in the operational calculus obtained since the publications of the first edition; c) a discussion of the relations between the operational calculus and other branches of mathematics (such as abstract algebra, the theory of distributions and the Banach spaces); d) problems as yet unsolved.

The precedent four editions have been: the first in Polish (Warsaw, 1953), the second in Russian (Moscow, 1954), (see the reviews published in the РЖМат., 1955, *3*, № 1343 К, В. И. Левин; Ibid., 1957, *3*, 2475 К, В. В. Немыцкий), the third in German (Berlin, 1957) and the fourth in Polish (Warsaw, 1957).

The Rev. gives above in Rumanian some details concerning this valuable book related to a systematic explanation of the operational calculus without using the Laplace transforms with finite (M. Picone and Rev., s. *Mémorial Sci. Math.*, **CXXVII**, 1954, pp. 49-50) and infinite (G. Doetsch) intervals. *D. Mangeron*

9. FOX L., *The numerical solution of two-point boundary problems in ordinary differential equations*, Monographs on Numerical Analysis, General Editors: E. T. Goodwin, D. R. Hartree, Oxford University Press, London, XI+371 pp.

Creşterea vertiginoasă în ultimii ani a ansamblului de cercetări în domeniul calculului numeric a făcut să apară numeroase lucrări de sinteză ştiinţifică consacrate la început domeniilor mai largi, cum sînt, de exemplu, problema de calcul a autovalorilor, problema de calcul a soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale ordinare ş. a.

Prezentul volum este o lăudabilă încercare de sinteză a unei serii de cercetări originale în domeniul şi mai îngust, referindu-se la expunerea procedeelor de calcul numeric interesînd probleme la contur pentru ecuaţii diferenţiale ordinare. Oprindu-se îndeosebi la probleme la contur pentru ecuaţii diferenţiale ordinare de ordinul al doilea, ce se întîlnesc în atîtea domenii ale fizicii matematice şi ingineriei, autorul expune în prealabil calculul cu diferenţe finite şi problema rezolvării ecuaţiilor algebrice (pp. 6-64), pentru a trece apoi la tratarea sistematică a diferitelor metode şi procedee de calcul numeric, începînd cu teoria iteraţiei, metodele de relaxare, iteraţia matricială ş. a. Ref.

menţionează îndeosebi efortul lăudabil al autorului de a sublinia în repetate rînduri necesitatea aranjării calculelor în vederea folosirii adecvate a diverselor blocuri din cadrul maşinilor electronice de calcul. Un capitol introductiv se ocupă de probleme similare pentru ecuaţii diferenţiale de ordin mai mare decît doi şi mai mic sau egal cu patru. Ultimele două capitole sînt importante prin faptul că se consacră analizei problemei de precizie şi de evaluare a erorilor comise în cazul aplicării diferitelor metode expuse de rezolvare a problemelor la contur precum şi expunerii unor metode mixte mai noi, printre care şi puternica metodă de aproximare a lui Galerkin. Note şi o bibliografie parţială se găsesc la finele fiecărui capitol, iar un index de materii întregeşte volumul.

*

In this book only the boundary-value class of problems is considered, in which more than one point is involved in these conditions. Problems of this class, which arise quite naturally in many fields in mathematical physics and engineering, either directly or as a step in the solution of certain partial differential equations, have hitherto received little attention from writers of books on numerical methods. Numerical techniques are given here in considerable detail (Iterative method, Relaxation methods, Galerkin method, Matrix iteration a. s. o.), with many illustrative examples, for equations of orders up to four, for simultaneous equations and for eigenvalue problems. Various kinds of boundary problems are considered and the requirements of practical computer have been take into consideration. *Şt. Ruscior*

10. PICONE M., FICHERA G., *Trattato di Analisi Matematica*, **II**, Tumminnelli Editore, Roma.

Calificativul de tratat „cu totul modern" acordat în paginile cunoscutei reviste sovietice РЖМат. (1959, 7, № 6764 К) celui de al treilea volum consacrat calculului diferenţial şi integral (ed. 2-a, Berlin, Walter de Gruyter und Co., 1955, XI+320 S.) elaborat de O. Haupt, G. Aumann şi C. Pauc (cel de al treilea autor este elevul prof. M. Picone) trebuie fără îndoială repetat şi în cazul volumului referat. Membru de onoare al Academiei R. P. Polone, M. Picone, cunoscut cercetătorilor romîni atît ca autor al unui lung şir de lucrări de specialitate, cît şi al unui mare număr de tratate şi opere didactice de valoare (a se vedea de ex., recenziile prof. Al. Climescu, I. Creangă şi ale ref. apărute în acest *Buletin*, 1947, **2**, *1*, pp. 235—240), a reuşit, împreună cu elevul său G. Fichera să introducă, în urma unei elaborări adecvate, un mare număr de probleme, procedee, puncte de vedere noi, publicate pentru prima oară într-o carte didactică. Astfel, de pildă, la pp. 166—175 se expune o metodă generală de interpolare pentru calculul rădăcinilor reale ale unei ecuaţii ce nu este în mod necesar algebrică; pp. 175—199 sînt dedicate calculului rădăcinilor unei ecuaţii algebrice oarecare pe baza seriei de rezultate cu totul noi, datorite lui L. Cesari; pp. 330-337 conţin o teorie matematică riguroasă relativă la conexiunea cîmpurilor plane; pp. 369—371 cuprind teoreme noi care extind formulele lui Green şi Cauchy la domenii nelimitate avînd frontiera limitată; pp. 487 şi urm. sînt consacrate problemei parametrului mononormal al unei varietăţi regulate dintr-un spaţiu euclidian, expusă la cel de al IV-lea Congres al Matematicienilor romîni (mai, 1956) şi recenzată elogios de cunoscutul specialist sovietic prof. S. Finikov (РЖМат., 1959, *5*, № 5174). Renunţînd la a trece în revistă în mod sistematic mulţimea bogată de contribuţii de seamă din acest important volum, ne vom mărgini în cele ce urmează la următoarele precizări. Conţinutul nr. *81*, consacrat studiului minimului unei funcţii continue reale precum şi rezolvării sistemelor de ecuaţii generale, îşi are la bază posibilităţile ce le oferă astăzi cercetătorului maşinile matematice de calcul. Nr. *100* conţine expusă o teorie nouă şi generală a sistemelor de ecuaţii diferenţiale liniare ordinare, bazată pe introducerea matricei rezolvente.

*

La mole delle numerosissime opere di grande rilievo di cui resoconto è stato già inserito in vari fascicoli anteriori del codesto *Bollettino* (vedasi, ad es., 1947, **2**, *1*, pp. 235—240) dovuti al prof. M. Picone e scritti da solo oppure in collaborazione con alcuni dei Suoi alievi aumenta vieppiù.

Il rif. indica qui sopra in lingua romena alcuni particolari concernenti questo veramente moderno secondo volume del *Trattato di Analisi Matematica* di Picone e

Fichera, sottolineando tra la grande varietà dei risultati completamenti nuovi, che colmano sentite lacune nell'Analisi Matematica, i Nri. *58*, *59* e *60* relativi al problema del parametro mononormale di una varietà regolare dello spazio euclideo, esposto per la prima volta al IV Congresso dei Matematici romeni (Maggio, 1956) ed elogiamente resocontato dall'insigne geometra sovietico S. Finikov (vedasi РЖМат., 1959, *5*, № 5174).

D. Mangeron

11. MELLOR J. W., *Higher Mathematics for Students of Chemistry and Physics*, IVth ed., Dover Publications, New York, 1955, 641 pp.

În această carte autorul prezintă sub o formă foarte clară noţiuni de matematici superioare necesare chimiştilor şi fizicienilor. Volumul are 11 capitole cu următorul conţinut: calcul diferenţial, geometrie analitică, funcţii cu proprietăţi singulare, calcul integral, serii şi utilizarea lor, rezolvarea ecuaţiilor numerice, rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale, calculul probabilităţilor şi teoria erorilor, calculul variaţional şi determinanţi. În ultima parte este dată o colecţie de formule şi tabele uzuale. Astfel găsim tabele de valori numerice ale funcţiilor $\exp x$, $\exp(-x)$, $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$, $\exp x^2$, $\exp(-x^2)$, tabele de logaritmi ai funcţiei gamma, valori numerice a două integrale folosite în calculul probabilităţilor ş. a. Pentru ca să poată cuprinde cît mai mult material teoretic, utilizat în probleme cu caracter practic, autorul evită demonstraţiile prea lungi şi chiar renunţă la unele precizări, făcînd trimiteri la alte tratate de specialitate. La fiecare capitol sînt prezentate un număr de exemple numerice, extrase din probleme practice, cu date experimentale luate din diferite laboratoare. Pentru calculul diferenţial, autorul introduce un subcapitol din termodinamică (pp. 79—82); la capitolul dedicat seriilor Fourier arată aplicarea lor la problema de difuzie a sărurilor în soluţie sau la problema de conductibilitate termică (pp. 483—493) ş. a.

Ref. consideră deosebit de importantă introducerea cap. V şi IX în care se arată modul în care se prelucrează datele experimentale folosindu-se teoria erorilor şi se subliniază utilitatea metodelor folosite în vederea schematizării teoretice a rezultatelor experimentale. Cu acest prilej se introduc, în afară de părţile de matematici deja citate şi teoria diferenţelor finite şi teoria interpolării. Prin exemplele practice ce le conţine, cartea stimulează interesul viitorilor ingineri chimişti pentru matematicile superioare şi justifică pe deplin fraza autorului din cadrul introducerii că *„în curînd calculul matematic va fi tot at t de util chimistului ca şi balanţa"*.

*

Dans ce livre l'auteur présente sous une forme très claire les notions de mathématiques supérieures nécessaires aux chimistes et aux physiciens. Les onze chapitres du livre contiennent le calcul différentiel, la géométrie analytique, les fonctions aux propriétés singulières, le calcul intégral, les séries, les équations algébriques et différentielles, le calcul des probabilités, la théorie des erreurs, le calcul des variations et les déterminants. À la fin du volume on trouve une collection de formules et de tableaux numériques usuels. Par des nombreux exemples pratiques y contenus, le livre est bien intéressant pour les chimistes et les physiciens, qui trouveront là-dedans un appui dans leur travail.

Şt. Ruscior

12. SAATY L. T., *Mathematical Methods of Operations Research*, McGraw-Hill Book Company, New York-Toronto-London, 1959, IX+421 pp.

Volumul constituie rezultatul eforturilor autorului de a cuprinde, în cadrul unui curs închegat ce presupune cunoştinţe de matematică din domeniile ce se expun în primii doi ani de studii universitare, bogata literatură de specialitate înserată an de an în diferite reviste şi consacrată problemelor ce au la bază calculul probabilităţilor, fiind grupate astăzi în teoria programării, teoria jocurilor, statistică, teoria deservirii de masă ş. a. ş. a., prezentate, în parte, în cadrul unor lucrări originale, de specialişti de seamă, în paginile acestui *Buletin* (a se vedea, de ex., un studiu al acad. B. V. Gnedenko, 1959, 5 (9), *1–2*, pp. 111–118). Primele trei capitole cuprind o schematizare istorică, matematică şi logică a problemelor făcînd parte astăzi din domeniul cercetărilor operaţionale. Capitolul 4 prezintă problema generală a căutării de extreme, trecînd apoi la pro-

gramarea liniară şi patratică precum şi la o introducere în teoria jocurilor. Ref. remarcă lipsa cel puţin a unui paragraf introductiv, ce poate fi înţeles cu acelaşi bagaj de cunoştinţe matematice, relativ la fundamentala problemă de programare neliniară. Partea a treia (pp. 235 şi urm.) cuprinde aplicaţii ale calculului probabilităţilor la statistică şi teoria deservirii de masă (teoria cozilor). Este de un real folos şi se practică pe scară largă şi la noi introducerea unor paragrafe conţinînd probleme şi *teme de creaţie ştiinţifică*. Aşa cum se observă adesea şi astăzi în multe cărţi editate în ţările anglo-saxone, vasta literatură sovietică şi în parte şi cea germană nu este reflectată în volumul recenzat decît pe baza de traduceri, ce au început să fie extrem de numeroase abia în ultimii ani. Acest lucru scade din valoarea cărţii, de altfel utilă pentru un curs propedeutic în domeniu.

*

In this work the author presents the first graduate level text in the field developing mathematical methods of operations research. The principal mathematical methods are covered, and the previously scattered theoretical and illustrative literature is brought together. For a second edition of this book many important russian and german books and articles must be taken into consideration. The first three chapters give an initial orientation toward operations research (1) historically, (2) scientifically, and (3) mathematically and logically. Optimisation, Programming, and Game Theory are exposed in chapters 5...7 (Part. 2). Interesting and useful applications of probability to Statistics and Queueing Theory are given in chapters 9...11. Rev. remarks an assay on creative thinking (chap. 12). Elementary analytical problems and projects (95) as well as an Index are on the end of this useful book. *A. Oprea*

13. METZGER R. W., *Elementary mathematical programming*, John Wiley. a Sons, Inc., New York, Chapman and Hall, Ltd., London, 1958, IX+246 pp.

Creşterea vertiginoasă, în ultima decadă, a cercetărilor în domeniul maşinilor electronice de calcul, a teoriei programării, teoriei informaţiei, teoriei jocurilor ş. a., reflectate într-un spaţiu din ce în ce mai mare afectat analizei lucrărilor înserate în diferite reviste de specialitate din lumea întreagă, în paginile revistelor de bibliografie matematică cu caracter internaţional, a făcut necesară elaborarea la diferite nivele a cărţilor de sinteză ştiinţifică a rezultatelor obţinute interesînd astfel de probleme.

Volumul analizat, cuprinzînd mai puţin decît ar putea sugera titlul său, nu se ocupă decît de prezentarea unor metode de *programare liniară*, fiind destinat cititorilor cu o pregătire matematică redusă, în vederea stabilirii deprinderii de a folosi în practică programarea matematică. Meritul cărţii constă în prezentarea unei expuneri elementare detaliate a *problemei transportului*, adică a problemei de minimizare a costului total în cazul deplasării unui număr de nave într-un număr de porturi, precum şi a unui algoritm finit de iteraţie standard menit a rezolva o problemă de programare liniară *(metoda simplex)*. Volumul constă în expunerea unei succesiuni de cazuri particulare care sînt uneori mult prea simplificate faţă de realitatea obiectivă. Nici o teoremă nu este demonstrată sau riguros formulată, forma de investigaţie matematică folosită cu precădere fiind de regulă acea aritmetică.

*

In the book under review we find, in spite of the title, the treatment limited to linear programming methods. The most valuable aspects of this book „designed for the reader with a limited background in mathematics" are the very clear step-by-step explanations of the arithmetic of solving the transportation problem of linear programming and applying the simplex method and some variants. The emphasis is entirely on applications. An extensive bibliography restricted only to english spoking authors provide suitable reference for the reader interested in further study in this and allied areas of operations research. *N. Boţan*

14. КЕЛЬЗОН А. С., *Динамические задачи кибернетики*, Судпромгиз, Л. 1959, 295 стр.

Autorul, avînd la bază un şir de lucrări originale sau în colaborare cu O. V. Grigorieva consacrate problemelor de urmărire şi navigaţiei proporţionale (a se

vedea, de ex., РЖМех., 1958, *6*, No. 6289, Е. Н. Березкин; Ibid., 1959, *10*, No. 11187, К. Е. Шурова, precum şi acest *Buletin*, 1957, 3 (7), *3-4*, pp. 43-48), prezintă în această carte, urmînd ordinea de idei a metodelor de cibernetică inginerească, expuse în cartea lui H. S. Tsien (*Engineering cybernetics*, New York, 1954, tradusă şi în limba rusă, M., 1956) un număr de probleme dinamice de cibernetică. Cartea este împărţită în patru părţi, începe cu o expunere metodică a istoricului problemei şi se termină cu cinci anexe conţinînd unele tabele, calcule auxiliare de integrale sau de integrare de anumite ecuaţii diferenţiale, precum şi cu o bogată bibliografie (27 lucrări de autori sovietici, 62 de lucrări ale autorilor străini) şi un indice de materii. Cap. I se ocupă de problema de dinamică de urmărire a unei ţinte sub un unghi de prevenire egal cu zero; cap. II—de problema de urmărire de a lungul curbei teoretice corespunzătoare la un unghi de prevenire constant; cap. III—de dinamica de urmărire a ţintei de a lungul curbei reale de urmărire precum şi de a lungul curbei reale de unghi de prevenire constant; cap. IV—de dinamica de urmărire a ţintei bazată pe metoda de navigaţie proporţională. Ref., în imposibilitate de a se opri aci cu mai multe detalii asupra conţinutului acestei monografii meritorii, expusă clar şi metodic în cadrul domeniului de cibernetică fixat, subliniază mai jos contribuţia originală a autorului, conţinută în cap. IV. Aici se studiază posibilitatea de lovire a ţintei cu o rachetă dirijată în ipoteza că ţinta se mişcă uniform şi rectiliniu, iar racheta este obligată să meargă pe baza legii de navigaţie proporţională, pentru care viteza unghiului de rotire a vectorului viteză a rachetei este proporţională cu viteza unghiului de rotire a curbei descrisă de ţintă. Pe baza ecuaţiilor diferenţiale ale mişcării (ecuaţia mişcării centrului de masă şi ecuaţia momentului cinetic) plane a rachetei, se arată, în ipotezele admise, posibilitatea lovirii precise a ţintei. Se indică, în fine, realizarea certitudinii de lovire a ţintei în prezenţa abaterilor de la legea de navigaţie proporţională, prin introducerea dispozitivelor speciale electronice de ghidaj. Se subliniază, în sfîrşit, susţinuta atenţie ce se acordă în timpul expunerii întregii cărţi, problemelor de folosire raţională a dispozitivelor electronice, atît în cadrul expunerii teoretice cît şi cu ocazia construirii schemelor de reglare automată a mişcării.

★

Le réf., dans l'impossibilité de s'enfermer à long ici sur le contenu de ce livre systématique et métodique consacré à l'application de la cybernétique aux problèmes de la poursuite, donne ci-dessus quelques détails concernant surtout la contribution originale de l'auteur a ce sujet (v. РЖМех, 1958, *6*, No. 6289; Ibid., 1959, *10*, No. 11187 et ce *Bulletin*, 1957, 3 (7), *3-4*, pp. 43-48.). *D. Mangeron*

15. ARROW K. J., HURWICZ L., UZAWA H., *Studies in linear and non-linear programming*. With contributions by Chenery H. B., Johnson S. M., Karlin S., Marschak T., Solow R. M., Stanford University Press, Stanford, Cal., 1958, 229 pp.

Teoria *programării liniare* ce constă din punct de vedere matematic în minimizarea (maximizarea) unei forme liniare $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$, $x_i \geqslant 0$, supusă la un şir de relaţii liniare $\sum_{i=1}^{n} b_{ij} x_i = c_j$, $j = 1, 2, \ldots, m$, de fundamentală importanţă în analiză tehnico-economică, s-a dezvoltat mult în ultimii zece ani, mergînd paralel cu vasta adîncire a studiilor relative la problema de intrare-ieşire referitoare la maşinile matematice de calcul (electronice), precum şi a cercetărilor în domeniul teoriei jocurilor. Teoria matematică ce constă în minimizarea sau maximizarea unor funcţii neliniare supuse la relaţii neliniare se numeşte *programare neliniară*.

Colecţia de 15 articole de specialitate cuprinse în acest volum, încadrîndu-se în lunga serie de articole ale lui Arrow, Harris, Marschak ş. a., înserate de regulă în *Econometrica* (începînd cu 1951) şi recenzate în РЖМат., Math. Rev. ş. a., consideră mai multe aspecte noi ale programării şi ale maximizării condiţionate. Printre studiile de anvergură cuprinse în volum trebuie menţionată problema programării cu un număr infinit de dimensiuni, demonstraţia şi analiza completă a metodei gradientului relativă la probleme de programare conţinînd funcţii concave şi unele funcţii mai generale şi unele demonstraţii simplificate pentru teoremele de existenţă fundamentale, de programare liniară şi neliniară.

Partea I-a a volumului (pp. 23—116) conţine patru articole relative la structura programării liniare şi neliniare, dezvoltînd teoria programării liniare în spaţii topologice liniare. Partea II-a (6 articole) este consacrată adîncirii diferitelor laturi ale metodei gradientului ce constă în studiul următorului sistem de ecuaţii diferenţiale: $\dot{X}_i=0$ dacă $F_{X_i}<0$ şi $X_i=0$; $\dot{X}_i=F_{X_i}$ în alte cazuri, $\dot{Y}_j=0$ dacă $F_{Y_j}>0$ şi $Y_j=0$ şi $\dot{Y}_j=-F_{Y_j}$ în alte cazuri, cu privire specială la determinarea punctelor de şea (X şi Y sînt vectori de componentele X_i, Y_j; $F(X, Y)$ este o funcţie de variabile reale; $\cdot\equiv$ derivata în raport cu timpul). Metoda poate fi folosită în vederea determinării optime a problemelor de programare. Paralel cu proprietăţile metodei se discută şi diferite cazuri de calcul la maşini cifrice. Partea III-a se referă la unele probleme particulare ce au drept scheme matematice probleme de programare liniară sau patratică, aceasta din urmă fiind un caz particular al programării neliniare, în care funcţia extremizantă cît şi relaţiile de condiţie sînt funcţii patratice de x, formele patratice corespunzătoare fiind semidefinite.

*

The theory of *linear programming*, which deals with minimization or maximization of a linear function subject to linear constrains, as well as his nonlinear analogous called *nonlinear programming*, has been developped mainly during the last decade and, along with input-output analysis and game theory, is one of the most important contributions in economic analysis.

This integrated collection of research papers considers many new aspects of programming and constrained maxima. One of the most interesting chapters is that devoted to infinite-dimensional programming problems. We find here also a continuation of the author's efforts concerning the gradient method for programming problems with concave and more general functions (Part II, pp. 117 – 178) as well as some particular methods of linear and quadratic programming.

The book maintains a high mathematical level with no sacrifice of clarity. There are, however, some ways in which the level of the book could be raised even higher. The Rev. gives even in Rumanian some details concerned this book that is certainly to be recommended to anyone working in the field of mathematical economics and operational research as well as to mathematicians and engineers alike. *Gh. Vasiliu*

16. MEYER-EPPLER W., *Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie*, Bd. I, *Kommunikation und Kybernetik in Einzeldarstellungen*, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959, XVIII+446 S.

Reflectînd extrem de rapida dezvoltare din ultimul deceniu a aplicaţiilor în cele mai variate domenii nematematice a unor teorii avînd la bază calculul probabilităţilor, iniţi te îndeosebi de şcoala sovietică a acad. A. N. Kolmogorov, A. I. Hincin, I. M. Gelfand, A. M. Iaglom ş. a. şi de şcoala americano-engleză a lui C. E. Shannon, N. Wiener, R. A. Fisher, C. Cherry, W. Jackson ş. a., revistele de bibliografie matematică cu caracter internaţional (РЖМат., Math. Rev., Z.f. Math.) s-au văzut silite să introducă capitole aparte consacrate recenzării lucrărilor din ce în ce mai numeroase, publicate în periodicele de specialitate, consacrate ciberneticii, teoriei informaţiei, teoriei jocurilor, teoriei deservirii de masă, semanticii ş. a.

Cu toate rezervele ce se pot face faţă de unele laturi ale problemelor expuse, eforturile pline de ingeniozitate şi de rod bogat ce exteriorizează pătrunderi din ce în ce mai adînci în noi domenii ale realităţii obiective, au început să se cristalizeze într-o serie de volume consacrate problemelor pasionante menţionate mai sus.

Acest volum, consacrat bazelor şi aplicaţiilor teoriei informaţiilor, este primul din seria dedicată problemelor de cibernetică şi comunicaţie, iniţiată de către editura Springer.

Referentul expune mai jos, în limba rusă, unele detalii asupra acestui volum, ce constituie fără îndoială o lăudabilă şi meritorie încercare de sinteză a unei vaste serii de articole de revistă ce gravitează în jurul problemelor de teoria structurală a semnalelor, statistica simbolurilor, teoria codării, studiul organelor sensoriale considerate ca receptoare de informaţii ş. a. ş. a. Ajunge să se sublinieze cu acest prilej faptul că, în afară de puternice aparate matematice de investigaţie ştiinţifică (teoria spectrelor, statistica matematică, calculul operaţional etc. etc.), care pledează—dată fiind actualitatea problemelor tratate—pentru absoluta necesitate de neîntîrziată revizuire şi lărgire con-

siderabilă a programelor de matematici din cadrul învăţămîntului tehnic superior, volumul se încheie cu un foarte îngrijit indice de materii (pp. 410–446), care conţine aproximativ 4000 de termeni sau noţiuni, multe din ele fiind noi şi necesitînd crearea cuvintelor corespunzătoare potrivite cu originalele adaptate de autorii ce i-au folosit şi introdus pentru prima oară.

*

Современная математика—определяемая акад. А. Н. Колмогоровым и А. Д. Александровым как наука о количественных отношениях и пространственных формах во всей их общности, включающих, стало быть не только „пространственные" отношения и формы, но также и сходные с пространственными по своей структуре-требует, наряду с совместным напряжением творческих сил специалистов различных уклонов и специальностей, радикального пересмотра учебных планов по математике, в связи с её новым, *вероятносным*, подходом к объяснению явлений объективного мира.

Непрестанно растущий диапазон применения марковских процессов охвативших теперь даже и такие задачи классического анализа как теория потенциала, всё более обширные как в качественном так и в количественном отношении рамки исследований по теории вероятностей, рефлектированные на страницах журналов исследующих мировую литературу (РЖМат., Math. Rev., Z. f. Math.), устанавливают обязательное указывание должного внимания многогранным областям развивающимся быстрыми темпами кибернетики, теории информации, теории игр, семантики и др., несмотря на дискуссионный характер некоторых связанных с ними вопросов (см., напр., *Проблемы кибернетики*, под ред. А. А. Ляпунова, Физматгиз, М., 1598, I, 268 стр.).

Реферируемая книга представляет собою основы и приложения теории информаций первый том серии посвященной задачам сообщения и кибернетики. Исходя из математической теории кодирования Шеннона, работ Фишера, Винера и др., получивших в последнее десятилетие необычайно широкие применения в различных внематематических областях (см., напр., известные тома работ по теории информации совещаний проводимых под руководством советских учёных А. И. Хинчина, Д. К. Фаддеева А. Н. Колмогорова, И. М. Гельфанда, А. М. Яглома, И. П. Цареградского, с участием V. Rényi, I. Balatoni, Ch. Tse-Pei и др., труды лондонских конгрессов 1950, 1952, 1955 гг. и др.), автор излагает, на основе весьма обширных литературных предпосылок, определения *цепи сообщений* структурную теорию сигналов, вычисления количества информации (РЖМат., 1958, *5*, № 3936), данные о потоке и плотности информации и др. Начиная с девятой главы (стр. 282), автор излагает вопросы связанные с высшей ступенью сообщений—человеческой речью. В связи с задачами и методами структурной лингвистики (гл. 10), последняя глава посвящена проблемам реальной передачи речи. Автор подчёркивает трудности установления терминологии, встреченные при этой первой попытке систематизировать многочисленные журнальные статьи включаемые в настоящее время в этот ,новый отдел, тесно связывающий науку и технику.

Реф., указывая на широкий интерес этого тома и на трудности передать в немногих строках богатство его содержания, указывает на его насыщение математическими и физическими данными, а также на хорошо подготовленные приложения и таблицы, среди которых отмечается особо таблица введенных понятий и цитируемых имен.

C. Onu

17. *** *International Congress of Mathematicians, Proceedings*, 1958, Edited by J. A. Todd, F. R. S. Cambridge University Press, London, 1959, LXIV+573 pp.

O prezentare cît de cît substanţială într-un spaţiu tipografic restrîns a conţinutului lucrărilor expuse în cadrul unui congres internaţional, în orice domeniu al ştiinţei sau al tehnicii, este astăzi o sarcină insurmontabilă. Ea apare însă şi mai dificilă atunci cînd este vorba de un congres internaţional consacrat ştiinţelor matematice. Aceasta întrucît matematica a pătruns, datorită puternicelor şi extrem de variatelor metode de investigaţie ştiinţifică de care dispune actual şi potenţial, în cele mai variate domenii ale activităţii omeneşti, culminînd, în ultimile două decenii, prin crearea şi aplicarea la scară din ce în ce mai largă a maşinilor matematice (electronice) de calcul.

O dare de seamă asupra unei astfel de opere rămîne prin urmare, prin forţa lucrurilor, cu totul incompletă, mărginindu-se la sublinierea tendinţelor de dezvoltare,

deduse şi ele adesea doar din simpla considerare numerică a lucrărilor prezentate pe secţii şi reflectînd uneori domeniul de activitate al referentului.

Organizatorii Congresului, desfăşurat în cadrul cunoscutelor tradiţii matematice din sînul vechii Universităţi din Edinburgh, au adoptat o soluţie nouă cu ocazia tipăririi lucrărilor Congresului. Astfel, volumul editat conţine darea de seamă asupra festivităţii de deschidere, adresele de salut ale conducătorilor marilor delegaţii, concluziile rostite de preşedintele Comitetului de organizare la şedinţa de închidere, rapoartele Comisiei de decernare a medaliilor instituite în memoria regretatului matematician F i e l d s, precum şi lista scurtelor comunicări prezentate în şedinţele pe secţii: I. Logică matematică şi Fundamentele matematicii, 23; II. Algebră şi Teoria numerelor, 106; III. Analiză clasică şi funcţională, 174; IV. Topologie, 38; V. Geometrie algebrică şi diferenţială, 59; VI. Calculul probabilităţilor şi Statistică matematică, 55; VII. Matematică aplicată, Fizică matematică şi Calcul numeric, 142; VIII. Istorie şi probleme de învăţămînt matematic, 25. Volumul cuprinde reproduse in extenso doar conferinţele generale de sinteză (19) pe domenii de anvergură, de durată de o oră fiecare, elaborate de către invitaţii comitetului de organizare, precum şi conferinţele generale pe secţii, de durată de cîte o jumătate de oră, elaborate şi ele de către invitaţii aceluiaşi comitet (I, 3; II, 5; III, 8; IV, 4; V, 8; VI, 4; VII, 3; VIII, 2). Ref., subliniind prezenţa printre scurtele comunicări a unui număr de lucrări datorite cercetătorilor din RPR, şi menţionînd faptul că numeroase conferinţe generale expuse de către iluştrii matematicieni sovietici sînt tipărite, după o regulă ce devine o tradiţie, în volumele consacrate lucrărilor congreselor internaţionale ce s-au desfăşurat în ultima vreme în ţările din occident, în limba rusă, socoate util, pentru a ilustra problematica temelor generale, să reproducă mai jos titlurile conferinţelor de durată de cîte o oră. A. D. A l e x a n d r o v, *Dezvoltări moderne de teoria suprafeţelor*; N. N. B o g o l i u b o v şi V. S. V l a d i m i r o v, *Unele probleme matematice de teoria cuantică a cîmpului*; H. C a r t a n, *Asupra funcţiilor de mai multe variabile complexe şi asupra spaţiilor analitice*; C. C h e v a l l e y, *Teoria grupurilor algebrice*; S. E i l e n b e r g, *Aplicaţiile algebrei homologice în topologie* (articolul nu s-a inserat în volumul recenzat neprimindu-se manuscrisul); W. F e l l e r, *Unele legături noi între probabilitate şi analiză clasică*; L. G a r d i n g, *Unele direcţii şi probleme relative la ecuaţii liniare cu derivate parţiale*; A. G r o t h e n d i e c k, *Teoria cohomologică a varietăţilor abstracte algebrice*; F. H i r z e b r u c k, *Varietăţi complexe*; S. C. K l e e n e, *Logică matematică: operaţii constructive şi neconstructive*; C. L a n c z o s, *Probleme la contur generalizate*; L. S. P o n t r i a g h i n, *Procese optimale de reglare*; K. F. R o t h, *Aproximaţii raţionale ale numerelor algebrice*; M. S c h i f f e r, *Probleme extremale şi metode variaţionale în reprezentare conformă*; E. N. S t e e n r o d, *Operaţii cohomologice şi produse simetrice* (articolul nu s-a inserat în volumul recenzat neprimindu-se manuscrisul); G. T e m p l e, *Liniarizarea şi deliniarizarea*; R. T h o m, *Varietăţi triangulate pe varietăţi diferenţiabile*; G. E. U h l e n b e c k, *Unele probleme fundamentale de fizică statistică*; H. W i e l a n d t, *Direcţii de dezvoltare în teoria structurii grupurilor finite*.

În rezumat, volumul de lucrări al acestui Congres, conţinînd lucrările matematicienilor din toate colţurile lumii, elaborate în limbile engleză, franceză, germană sau rusă, constituie un document de valoare marcînd o etapă actuală importantă de dezvoltare a ştiinţei matematice. El va servi drept focar din care vor izvorî numeroase rezultate noi în anii imediat următori.

*

This volume contains the official record of the International Congress of Mathematicians held in Edinburgh in August 1958. The main body work comprises of the complete text of seventeen one-hour and thirty-three half-hour addresses given in Edinburgh at the invitation on the Programme Committee. The Rev. gives above some details concerning this international and up-to-date record of mathematicas knowledge, that will undoubtedly serve as a focal point from which many of the results of the next few years will be derived. *V. Sciurevici*

18. SCHLICHTING H., *Grenzschichttheorie*, Dritte, neubearbeitete und erweiterte Auflage, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1958, XV+603 S.

Autorul, cunoscut pentru susţinuta sa activitate ştiinţifică în domeniul scurgerii fluidelor vîscoase, primită favorabil în paginile revistelor de bibliografie de specialitate

cu caracter internaţional (a se vedea, de ex., referatele unora din lucrările sale recente în РЖМех., 1959, *6*, № 6173; Ibid., 1959, *3*, № 2506) a reuşit — după cum spun redactorii responsabili în prefaţa la traducerea primei sale ediţii în limba rusă (M., ИЛ, 1956) — să-şi impună opera *„graţie stilului clar şi accesibil, consecvenţei metodice şi expunerii complete a materialului"*. Aprecierile similare ale specialiştilor au făcut ca să se epuizeze în numai cîţiva ani cea de a doua ediţie în limba engleză. Printre alte merite ale cărţii, subliniate şi ele în aceeaşi prefaţă şi urmărite cu atenţie de autor în vederea deplinei lor satisfaceri şi în această a treia ediţie, trebuie scoasă în evidenţă permanenta preocupare de a se reliefa fenomenul fizic aflat în spatele puternicelor aparate de investigaţie ştiinţifică folosite în expunere, precum şi de a însera sistematic în text un foarte mare număr de formule, direct aplicabile în cadrul soluţionării variatelor probleme practice de hidroaerodinamică. Întrucît cititorul romîn cunoaşte conţinutul cărţii din prezentarea ei critică, făcută asupra primei ediţii, în paginile revistei Studii şi Cerc. de Mec. apl. (1958, **IX**, *2*, pp. 490—492, T. Oroveanu), Ref. se mărgineşte aici la a sublinia adăugirile survenite în cea de a treia ediţie, soldate, prin completarea cu datele din literatura ştiinţifică la zi a paragrafelor şi capitolelor existente în primele două ediţii, cu peste 100 pagini noi de text, circa 80 figuri noi (totalul figurilor este de 374), precum şi cu completările adecvate corespunzătoare la indicele de nume (peste 800) şi de materii.

Autorul, urmărind cu grijă serii noi de articole originale în domeniul teoriei stratului limită (în ultimii ani media anuală de pe glob este de circa 100) şi conservînd cele patru subdiviziuni existente ale cărţii (legile fundamentale ale scurgerii cu frecare, straturi limită laminare, trecerea din scurgeri laminare în scurgeri turbulente, straturi limită turbulente), a adăugat, după o temeinică prelucrare, rezultate substanţiale noi la cap. IX, XIII şi XV (soluţii exacte pentru ecuaţii relative la problema plană a stratului limită staţionar; interdependenţe între straturi limită; straturi limită la fluide compresibile) din partea II-a; la cap. XVII, în care s-au prelucrat numeroase exemple ce ilustrează aplicarea teoriei stabilităţii; la cap. XXII, prelucrat în întregime, avînd însă aceeaşi temă consacrată stratului limită turbulent în cazul căderii sau urcării presiunii ş. a.

O dată cu aceste completări, cartea, ce şi-a găsit de pe acum noi aprecieri deosebit de favorabile (a se vedea, de ex., P. de Haller, Z. angew. Math. u. Phys., 1959, **10**, *1*, S. 108—109), constituie un izvor bogat în domeniu, atît pentru aplicaţii practice cît şi pentru noi investigaţii.

*

Настоящее, третье издание этой ясной по стилю, методической и весьма полной по содержанию книги, посвященной современным задачам пограничного слоя, глубоко интересующих прикладную гидроаэродинамику, сохраняя те же четыре раздела и соответствующие главы первых изданий, существенно увеличило свой объем по сравнению с предыдущими двумя изданиями на немецком языке, с изданием на английском языке и с переводом на русский язык (М., ИЛ, 1956): здесь новых более чем 100 страниц, более чем 80 рисунков (374 рис. в этом издании) и много дополнений в разделах цитированной литературы и именного и предметного указателей.

Вопросы пограничного слоя в сжимаемых течениях, теплопередачи, взаимодействия пограничного слоя и скачков уплотнения, получившие особенно бурное развитие в последние годы (общий средний годовой прирост оригинальных работ помещенных в научных журналах мира в областях относящихся к реферируемой книге равен приблизительно 100) нашли себе место в главах IX, XIII, XV, XVII, XXII.

Достоинства книги, отмеченные в предисловии к русскому переводу полностью сохранились и в этом издании. Физическая трактовка математических результатов подчёркнута замечательно, а большое количество расчётных формул, пригодных для непосредственного использования при решении практических задач прикладной гидроаэродинамики, стало просто обильным. Три издания книги на немецком языке, подготовление быстрыми темпами 2-го английского издания и успешно проведенное издание уже цитированное на русском языке — в короткий семилетний период — говорят сами за себя.

C. Ciobanu

19. GRIMSEHL, *Lehrbuch der Physik*, Bd. **1**, *Mechanik, Wärmelehre, Akustik*, 17 Aufl., 1957, 636 S., 722 Abb.; Bd. **2**, *Elektromagnetisches Feld*, 14 Aufl., 1959, 563 S., 680 Abb., B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig.

Cursul de fizică al lui Grimsehl, bine cunoscut şi mult apreciat de fizicieni, apare într-o nouă ediţie, sub redacţia prof. W. Schallreuter, directorul Institu-

tului de fizică de la Universitatea din Greifswald — RDG. Ultima ediţie îngrijită de prof. R. Tomaschek apăruse în 1942 şi conţinea 3 volume. Noua ediţie a cursului lui Grimsehl va conţine 4 volume, din care se recenzează primele două.

Primul volum conţine mecanica, căldura şi acustica. Spre deosebire de vechile ediţii, mecanica este tratată în largă măsură pe bază vectorială. În acest scop s-a introdus la sfîrşitul cărţii şi un capitol de calcul vectorial, care vine în ajutorul cititorului. De asemenea în nota generală de modernizare a cursului se tratează şi capitolul oscilaţii şi unde. Capitolul de căldură şi termodinamică a fost lărgit prin introducerea noţiunilor de entalpie, rezistenţă termică etc. Totuşi ar fi necesar ca unele capitole să fie tratate mai pe larg, cum ar fi fenomenele de transport în gaze. În sfîrşit acustica a suferit o prelucrare mult mai profundă, în deosebi în ce priveşte mărimile ce caracterizează cîmpul sonor, ultraacustica şi electroacustica. Trebuie remarcată aici contribuţia cunoscutului specialist prof. Bergmann, care a pus la dispoziţia redactorului o serie de fotografii din domeniul ultrasunetului.

Al doilea volum cuprinde electricitatea şi magnetismul. După electrostatică se tratează magnetostatica, apoi curentul continuu, legătura între curent şi cîmpul magnetic, curentul electric în lichide şi gaze. Urmează inducţia electromagnetică, curentul alternativ şi oscilaţiile şi undele electromagnetice. Se remarcă şi aici tendinţa de a duce cursul la nivelul actual al ştiinţei, în care scop întreg volumul a suferit o nouă prelucrare. Au fost introduse unele capitole noi despre transistori, cavităţi rezonante etc.

Drept sistem de unităţi se întrebuinţează sistemul lui Gauss care este avantajos din punct de vedere didactic. În sistemul practic întrebuinţat, voltul şi amperul reprezintă unităţi fundamentale iar unitatea de forţă este 10^7 dyn. Credem că ar fi fost mult mai potrivit să se aleagă ca sistem practic sistemul MKSA, care poate fi folosit sub o formă unitară în toate domeniile fizicii.

Menţionăm că acest curs este introdus ca manual de studiu în institutele de învăţămînt superior din RDG. Noua ediţie, tipărită în condiţiuni tehnice excelente, va găsi desigur o primire favorabilă în rîndurile profesorilor şi studenţilor.

*

Le *Cours de Physique* par Grimsehl, bien connu et apprécié par les physiciens, vient à paraître dans une nouvelle édition, rédigée par le prof. W. Schallreuter, directeur de l'Institut de Physique de l'Université de Greifswald (Rép. Dém. Allemande). Cette édition comprendra quatre volumes, dont on passe en revue les deux premiers. La dernière édition, parue en 1942 et rédigée par W. Tomaschek, en comprenait trois. Dans la nouvelle édition on remarque la tendance générale de moderniser le cours, pour l'amener au niveau actuel de la science. Dans ce but la matière a été remaniée et complétée.

Le premier volume contient la Mécanique, la Chaleur et l'Acoustique. Par opposition aux anciennes éditions, la mécanique est en grande mesure exposée à l'aide du calcul vectoriel, exposé d'ailleurs, pour faciliter la compréhension du livre, dans un chapitre séparé. On y trouve aussi un chapitre sur le calcul des petites grandeurs, très utile aux physiciens. La Chaleur, la Thermodynamique et surtout l'Acoustique ont été reconsidérés. On a ajouté de nouveaux paragraphes (par ex. l'un d'eux a été consacré à l'enthalpie) et on a élargi d'autres (les grandeurs du champ sonore, les ultrasons, l'électroacoustique).

Le deuxième volume comprend l'Électricité et le Magnétisme. Cette partie du cours a été remaniée et on a ajouté quelques chapitres nouveaux dédiés aux transistors, aux résonateurs à cavité et d'autres encore. Le système des unités utilisé est celui de Gauss. Il est indiqué surtout du point de vue didactique. Quant au système pratique nous croyons qu'il serait avantageux d'utiliser le système MKSA, qui peut être employé sous une forme unitaire dans tous les chapitres de la physique.

Mentionnons enfin que ce cours est introduit comme manuel dans l'enseignement supérieur de la R.D.A. Il se présente dans des conditions techniques excellentes et rendra sans aucun doute un bon service aux professeurs et aux étudiants. *C. Ruscior*

20. ROSE M. E., *Elementary Theory of Angular Momentum*, John Wiley & Sons, New-York, Chapman & Hall, Ltd., Inc., London, 1957, 248 pp.

Conţinutul cărţii lui M. E. Rose, *Teoria elementară a momentului unghiular*, este divizat în două părţi.

În prima parte intitulată *Teoria generală*, conținînd 6 capitole, se dă, după o vedere succintă a proprietăților unor operatori matriciali, definiția operatorilor „moment unghiular (spin)", se studiază compunerea a două și trei momente unghiulare, definindu-se cu această ocazie coeficienții lui Klebsch—Gordon, respectiv ai lui Racah, discutîndu-se și proprietățile lor, și se elaborează, de asemenea, reprezentările matriciale ale operatorilor de rotație, precum și definiția operatorilor „tensor ireductibil".

În partea a doua a lucrării, intitulată *Aplicații* și conținînd alte șase capitole, se ilustrează teoria expusă prin o serie de aplicații privind: cîmpul electromagnetic, momentele statistice ale sistemelor compuse din particule încărcate și din dipoli magnetici elementari, particule cu spin intrinsec 1/2 și 1, nucleele orientate, schemele de cuplare în reacțiile nucleare, precum și funcțiile de undă pentru sisteme cu particule identice.

La sfîrșitul cărții se găsesc apendicii cu coeficienții lui Klebsch-Gordon și Racah, cu matricile de rotație și cu armonicele sferice.

Lucrarea, tratînd cu deosebită competență și cu ajutorul metodelor moderne de investigații (elemente de teoria grupurilor și de algebră tensorială) una din problemele importante ale dezvoltării teoriei fizice a structurii atomului și nucleului, prezintă un real interes pentru fizicieni și pentru cei ce se ocupă cu probleme de mecanică cuantică.

*

Книга *Элементарная теория углового момента* М. Е. Роуз, состоящая из двух частей, по 6-ти глав каждая, первая охватывающая общую теорию и вторая—применения разъясняющие эту теорию, своим исчерпывающим содержанием и современным научным оформлением вносит крупный вклад в трактовку одной из важных проблем теории физической структуры атома и ядра. *E. Luca, N. Irimiciuc*

21. KLEIBER-HAMMER, *Lehrbuch der Physik*, R. Oldenburg, München, 1957, 368 S., 495 Abb.

Cartea se adresează institutelor politehnice și anume, studenților ce studiază cursul de Fizică generală. Capitolele cărții cuprind numeroase probleme de fizică, la nivelul necesar inginerilor. Cartea poate fi de folos pentru studiul individual al studenților.

*

Vorstehendes Buch ist für Studierende an Ingenieurschulen gedacht, denen es die physikalischen Grundlagen für ihr technisches Studium vermitteln soll. Das Buch kann auch sehr gut an Fachschulen verwendet werden. Man hat versucht durch dieses Buch soweit es der Umfang zulässt ein einigermassen abgerundetes physikalisches Wissen zu bieten. Das Buch kann wärmstens für Ingenieur- und Fachschulen anempfolen werden. *N. Calinicenco*

22. WAGENBRETH O., *Geologisches Kartenlesen und Profilzeichnen*, B. G. Teubner Verlasges., Leipzig, 1958, 189 S.

În prima parte a cărții se face o scurtă descriere a cartării topografice, dîndu-se noțiuni de cartare geologică și norme de întocmire a hărților geologice. Se dau de asemenea semnele convenționale necesare întocmirii complete a hărților geologice, atît pentru diferite forme de teren, cît și semne caracteristice sau culori pentru fiecare tip de rocă din cele trei serii de roci: magmatice, sedimentare și metamorfice.

Se trece apoi la folosire a hărților geologice și la trasarea profilelor, făcînd numeroase secțiuni, care pot constitui un valoros material didactic demonstrativ util pentru o înțelegere cît mai justă a fenomenelor geologice.

În cap. V se tratează foarte detaliat noțiuni de stratigrafie și de tectonică. Se descriu diferite hărți și profile în strate orizontale, în strate înclinate și în strate verticale, dînd diferite secțiuni și cartări în aceste regiuni. Se descriu cutările din scoarța pămîntului, fluxurile și faliile și se dau exemple de strate de încălecare sau pînze de șariaj. Se descriu de asemenea interesante exemple de discordanțe stratigrafice. Mai pe scurt se descriu formele de zăcămînt a rocilor eruptive intrusive, diverse tipuri de filoane și forme de zăcămînt la rocile efusive.

În capitolul VI se dă o privire de ansamblu asupra cartării geologice a diferitelor regiuni din RDG.

Capitolele de tectonică și de stratigrafie, tratate destul de dezvoltat, își găsesc aplicare

în geologia tehnică, disciplină care predă cunoştinţe generale de geologie inginerilor constructori, şi care are drept scop de a indica punerea în practică a acestor cunoştinţe în practica inginerească.

*

Die Arbeit behandelt klar und ausführlich, die Begriffe des geologischen Kartenlesens und Profilzeichnens für verschieden gefaltet vorliegende Gesteinschichten.

Es wird ausführlicher der Abschnitt über Stratigraphie behandelt, für verschiedene Lagerungsformen.

Um die geologischen Phänomene besser verstehen zu können wird ein reiches demonstratives Material benützt.

Das Buch hat eine besondere Verwendung für Bauingenieure beim Planen, dadurch dass alle Bauarbeiten an geologische Bedingungen gebunden sind. In dem Buche werden die am meissten begegnete Fälle behandelt. *O. Nichita*

23. LAFFITTE P., *Introduction à l'étude des roches métamorphiques et des gites métallifères*, Masson & Cie, Paris, 1959, 343 pp.

Lucrarea constituie un studiu introductiv de Petrologie modernă. Autorul expune relaţiile care există între noţiunile fundamentale ale Chimiei fizice şi ale Termodinamicii şi problemele petrologice. Pierre Laffitte transpune în petrografie principiile de bază fizico-chimice şi termodinamice.

Acest studiu urmăreşte să orienteze cercetătorii către o metodă petrografică nouă, precisă şi riguroasă.

Într-o formă clară şi concisă se expun o serie de noţiuni în legătură cu structura materiei, o serie de noţiuni fizico-chimice şi termodinamice, insistîndu-se în special asupra acelora care sînt mai des solicitate în literatura geologică de specialitate, ca de exemplu: energia de ionizare, potenţialul de oxido-reducere, regula fazelor, echilibrul termodinamic. Expunerea este însoţită de numeroase exemple din petrografie, prezentate în scheme şi grafice, ceea ce face ca lucrarea să fie uşor accesibilă şi acelora care au specialitatea de bază geologia.

În ultima parte se prezintă cîteva probleme ale geologiei rocilor metamorfice. Se discută în mod critic interpretările bazate pe diferite ipoteze şi se încearcă o explicare a lor documentată pe baza noţiunilor fizico-chimice şi termodinamice expuse în lucrare.

Numeroase trimiteri bibliografice la fiecare capitol permit cititorului să adîncească noţiunile ştiinţifice tratate mai rezumativ, noţiuni care sînt absolut necesare pentru o interpretare riguros exactă, de calitate.

Lucrarea este foarte utilă geologilor ce urmăresc să se familiarizeze cu noţiunile fizico-chimice şi termodinamice ce le sînt necesare.

*

Книга предназначается геологам желающим ознакомиться с необходимыми им знаниями по термодинамике и физической химии, направляя исследования к точному методу современной петрологии.

В ясной и сконцентрированной форме автор излагает петрографические принципы на базе термодинамики и физической химии.

Труд представляет собой введение в современную петрологию. *C. Botez*

24. *** *Handbuch der Automatisierungs-Technik*, Herausgeber: Dr. K. Kretzmann, Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik, GmbH, Berlin-Borsigwalde, 484 S.

Teoria şi practica automatizării ocupă din ce în ce mai mult loc în paginile revistelor de specialitate şi, paralel cu apariţia cercetărilor originale, se publică din ce în ce mai multe lucrări monografice, manuale, cărţi şi tratate, consacrate domeniului vast care cuprinde maşinile electronice, regulatorii automaţi etc.

Acest manual, consacrat tehnicii proceselor de automatizare, elaborat de un colectiv, cuprinde, o dată cu expunerea succintă a aparatului de investigaţie matematic (ecuaţii diferenţiale ordinare liniare, variabilă complexă) nu prea complicat, descrierea, schemele şi eventual şi fotografiile diferitelor auxiliare din tehnica automatizării, rolul tuburilor şi transistorilor ca elemente constitutive a instalaţiilor electronice, dispozitive hidraulice

pneumatice şi mecanice folosite în problema reglării, tehnica reglării automate, maşini matematice cifrice şi analogice. Partea a doua a volumului (pp. 309 şi următoarele) este consacrată variatelor aplicaţii ale automatizării în domeniile mecanic, energetic, administrativ ş. a. Datele bibliografice se găsesc la finele fiecărui capitol în parte, iar un indice de nume şi altul de materii sînt inserate la sfîrşitul volumului.

Literatura folosită este în cea mai mare parte opera cercetătorilor germani şi, în mod redus, anglo-saxonă. Cititorul trebuie să o completeze cu importante date noi în domeniu ce se pot culege din vasta bibliografie sovietică, iar redactorul cărţii, în ipoteza unei noi ediţii a ei, să aibă grije să completeze în consecinţă conţinutul acestui volum.

*

Das *Handbuch der Automatisierungstechnik* in seinem ersten Teil die Hilfsmittel der Automatisierungstechnik behandelt, und zwar die verschiedenen Einrichtungen zur Messwerterfassung, die Funktion von Röhren und Transistoren als unentbehrliche elektronische Bauelemente, die wirkungsweise mechanischer, hydraulischer und pneumatischer Stellglieder, die Arbeitsweise von digitalen und Analogierecheneinrichtungen und die allgemeine Regelungstechnik. Im zweiten Teil des Buches sind zahlreiche Beispiele für die Anwendung dieser Technik, in der mechanischen Fertigung, Energiewirtschaft, Absatzwirtschaft und des Bürobetriebs. Schriftum, Namen, Sachwörter. Neue Ausgabe muss verschiedene wichtige Bücher und Artikeln Sowjetwissenschaftler und einige neue Arbeiten der angel-sächsischen Literatur behandeln. *C. Buda*

25. ЗУБОВ В. И.. *Математические методы исследования систем автоматического регулирования*, Судпромгиз, Л., 1959, 324 стр.

Diferite probleme dictate de practica reglării automate au condus în ultimii ani la studiul schemelor matematice constituite din sisteme nestaţionare neliniare de ecuaţii diferenţiale ordinare, şi, în consecinţă, la cercetarea comportării curbelor integrale ale unor astfel de sisteme. Atare probleme decurg din confruntarea proceselor tranzitorii şi acelor de regim permanent. În această lucrare autorul, folosind numeroase rezultate cuprinse într-o altă carte recentă a sa (*Metodele lui A. M. Leapunov şi aplicarea lor*, ed. Univ. de Stat din Leningrad, 1957), precum şi într-o vastă literatură, datorită în bună parte cercetătorilor sovietici (68 titluri, pp. 320—322), studiază îndeosebi următoarele probleme: 1. Studiul stabilităţii mişcărilor stabilizate în sisteme nestaţionare; 2. Evaluările deviaţiilor între procese tranzitorii şi mişcări stabilizate; 3. Construirea soluţiilor unor sisteme nestaţionare de ecuaţii diferenţiale ce constituie scheme matematice a multor sisteme de reglare automată; 4. Determinarea caracteristicilor de probabilitate ale proceselor tranzitorii stocastice; 5. Studiul stabilităţii mişcărilor de regim stabilizat în cazuri critice; 6. Determinarea domeniilor de stabilitate în spaţiul datelor iniţiale şi în spaţiul valorilor admisibile ale parametrilor.

Volumul este subdivizat în opt capitole şi cinci anexe: I. Teoremele generale relative la stabilitatea mişcării; II. Studiul proceselor tranzitorii în sisteme liniare cu coeficienţi variabili; III. Evaluarea comportării proceselor tranzitorii în sisteme neliniare; IV. Construirea soluţiilor sistemelor neliniare de ecuaţii diferenţiale în vecinătatea unui punct singular regulat; V. Studiul proceselor tranzitorii într-un sistem nestaţionar sub acţiunea perturbaţiilor permanente; VI. Studiul problemei de stabilitate în cazuri dubioase; VII. Studiul oscilaţiilor periodice şi aproape periodice în sisteme neliniare; VIII. Aplicarea maşinilor electronice de calcul la analiza şi sinteza sistemelor de reglare automată. Anexa I. Metode de aproximare a familiilor de soluţii ale ecuaţiilor diferenţiale. Anexa II. Teoria sistemelor liniare staţionare cu argument întîrziat. Anexa III. Asupra funcţiilor de corelaţie pentru soluţii stocastice. Anexa IV. Descrierea programării (în vederea adaptării calculelor la maşina STRELA). Anexa V. Autooscilaţii şi convergenţa.

Ref. subliniază îndeosebi, în imposibilitatea de a se opri în detaliu asupra acestei lucrări meritorii şi de actualitate, următoarele contribuţii originale ale autorului. La p. 11, cap. II, construcţia domeniului de stabilitate în spaţiul parametrilor unui sistem de reglare automată se bazează pe o metodă originală de determinare a mărimilor b_{ij} relative la ecuaţia caracteristică $|B-\varrho E| = 0$, $B = E + 2(P-E)^{-1}$, direct prin elementele matricii P, sistemul de ecuaţii fiind $\dot{x} = Px$, în care x este un vector n-dimensional, iar P — o

matrice patratică ce are ca polinom caracteristic $|P - \lambda E| = 0$. La p. 23, cap. VI, se expun o serie de propoziţii noi relative la studiul stabilităţii sistemelor de forma $\partial y_s / \partial t = f_s(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_k, t)$, $(s = 1, 2, \ldots, k)$, $\partial x_j / \partial t = g_j(x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_k, t)$, $(j = 1, 2, \ldots, n)$, în care f_s, g_j sînt continue în vecinătatea punctului $x_1 = \ldots = x_n = y_1 = \ldots = y_k = 0$ şi $t \geqslant 0, f_s(x_1, \ldots, x_n, 0, \ldots, 0, t) = 0$, $g_j(0, \ldots 0, t) = 0$.

*

Le réf. donne ci-dessus quelques détails concernant la contribution originale de l'auteur à l'elaboration de son nouveau livre *Méthodes mathématiques dans l'étude des systèmes de réglage automatique*, dont le but consiste dans: 1. L'étude de la stabilité des mouvements stabilisés pour les systèmes non stationnaires; 2. L'évaluation des déviations entre les procès transitoires et les mouvements stabilisés; 3. Constructions des solutions pour certains systèmes différentiels — schémas de nombreux systèmes de reglage automatique; 4. La détermination des caractéristiques de probabilité des procès transitoires stochastiques; 5. L'étude de la stabilité des mouvements d'un régime permanent dans des cas critiques; 6. La détermination des domaines de stabilité dans l'espace des données initiales et dans celui des valeurs admissibles des paramètres.

On doit mentionner aussi le chap. VIII consacré à l'application des machines électroniques à l'étude des systèmes de réglage automatique. Le programe élaboré est immédiatement utilisable pour les machines STRÉLA. *D. Mangeron*

26. TOMOVIC R., *Calculateurs analogiques répétitifs*, Collection de Monographies de l'Association internationale pour le calcul analogique, Masson et Cie, Paris, 1958, VIII + 186 pp.

Acest volum este primul din seria de monografii publicată de *Asociaţia internaţională de calcul analogic*. Volumul este consacrat în întregime problemelor relative la analizorii diferenţiali repetitivi. Partea I (pp. 3—56) expune probleme de teorie, stabilitate şi precizie a analizorilor diferenţiali. Autorul insistă şi asupra criteriilor practice menite a evalua precizia soluţiei obţinute. Partea II este consacrată realizării elementelor de calcul şi instalaţiilor complete. Aici nu se expun decît dispozitive pur electronice, net superioare diferitelor montaje electromecanice. O atenţie deosebită este acordată problemelor neliniare interesînd analizorii (pp. 85—119). Partea a treia a volumului (pp. 143 şi următoarele) cuprinde expunerea unei serii de exemple din domeniile ecuaţiilor diferenţiale ordinare şi integrale. Un capitol se ocupă aici de analizorii diferenţiali ultrarapizi ce prezintă un interes deosebit pentru teoria şi practica modernă.

*

Cet ouvrage est le premier dans une série de monographies publiées sous les auspices de *l'Association Internationale pour le Calcul analogique*. L'étude est consacrée entièrement aux problèmes des analyseurs différentiels répétitifs. La première partie traite la théorie, la stabilité et la précision des analyseurs différentiels. L'auteur y expose les principes de la solution des problèmes mathématiques quant aux équations différentielles par la voie analogique et les principes de l'analyse des erreurs des analyseurs différentiels. La deuxième partie (pp. 57—142) est consacrée à la réalisation des éléments de calcul et des installations complètes. Une pleine attention est donnée à la partie nonlinéaire des analyseurs, avec un paragraphe spécial sur les opérateurs universels nonlinéaires. La troisième partie est consacrée aux exemples d'application des machines répétitives aux équations différentielles ordinaires et aux équations intégrales. Conclusion. Bibliographie. Index alphabétique des noms propres. Index alphabétique des sujets. Le réf. remarque l'utilisation, entre autres, de la riche série de travaux publiés par l'Institut d'automatique et télémécanique de Moscou. *C. Onu*

27. BELL D. A., *Electrical Noise. Fundamentals and Physical Mechanism*, D. Van Nostrand Company Ltd., London, 1959, XII + 342 pp.

Acest volum reuneşte recentele cercetări în importantul domeniu consacrat studiului zgomotului electric ce interesează astăzi specialiştii în telecomunicaţii, televiziune, radar, radio-astronomie, tehnica măsurătorilor ş. a. El reuneşte într-o sinteză reuşită mulţimea de articole elaborate de autor şi de alţi specialişti, înserată în ultimii 20 ani (intervalul scurs de la apariţia cunoscutei cărţi a prof. E. B. Moullin, *Spontaneous Fluctuations of Voltage*, 1938) în diferite reviste de specialitate, relative la mecanismul

zgomotului în diverse scheme fizice. Plecînd de la sinteza problemei de echipartiţie şi a problemei lui Nyquist (pp. 37—68), autorul stabileşte relaţii strînse între zgomotul lui Johnson şi mecanismul conductibilităţii electronice, ţinînd seama de o serie de cercetări proprii precum şi de numeroase contribuţii ale fizicienilor moderni.

Toate capitolele cărţii sînt, ca să zicem aşa, saturate de cele mai variate aparataje de investigaţie matematică puternică, dintre care unul sau două pot fi mai puţin familiare chiar şi specialiştilor, fapt care arată necesitatea adîncirii şi lărgirii programelor de matematică prevăzute pentru viitorii ingineri.

Ref. subliniază îndeosebi capitolul consacrat studiului zgomotului în filme metalice, nesistematizat pînă acum în cărţi, precum şi studiului zgomotului lui Barkhausen, în care se expun, paralel cu teoriile actuale, numeroase date experimentale legate de probleme inginereşti de înaltă tehnicitate.

Fiecare capitol este prevăzut cu o bibliografie selecţionată şi nu cu o bibliografie mai completă, această întrucît o bună bibliografie asupra subiectului a apărut în 1955 (P. L. Chessin, *A Bibliography on Noise*). Indicele de materii şi de nume uşurează mult folosirea cărţii.

*

The main object of this book, the first to originate from the London office of Van Nostrand, is to give an exposition of what the author — a well known authority on the mechanisms of electrical noise — considers to be the useful ideas and knowledge about this subject of practical engineering importance. It is concerned with fundamental principles and physical mechanisms, and covers a large field, including historical theory and up to day explanations using many different mathematical techniques. Many engineers of the older generations will lack these techniques, and even mathematicians, physicists and more recently graduate engineers may find one or two of them unfamiliar.

The author has made a special study of Nyquist's original derivation of the fordamula for voltage fluctuation across a resistor. There is also a good comparison with equipartition theory (pp. 37—68). His own work on the relation between Johnson noise is combined with a review of parallel contributions by several physicists. The section on retarding-field diodes includes experimental work, especially on cylindrical diodes.

The chapter on V. H. F. valves covers travelling-wave tubes, including recent work on low-noise guns and noise-free fast-wave amplifiers, parametric amplifiers including those involving a change of frequency, and masers, including the concepts of negative-temperature Johnson noise and the two-cavity unidirectional maser. The chapter on noise in metal films is a valuable review of information on this subject, and the chapter on Barkhausen noise includes both the theories and the experimental data and related them to the engineering problems.

Each chapter is provided only with selected references, and not with a complete bibliography. The author points out a good bibliography work *A Bibliography on Noise* by P. L. Chessin. Name Index and Subject Index.

This valuable book is intended for research workers in electrical engineering and applied physics and in particular those working on telecommunications, television, radar, radio-astronomy, data-transmission and many others domains of modern science.

Gh. Vasiliu

28. BOWER J. L., SCHULTHEISS P. M., *Introduction to the Design of Servomechanisms*, John Wiley & Sons Inc. New York, Chapman & Hall, Limited, London, 1958, XI + 510 pp.

Conţinutul volumului constituie temelia unui curs universitar ţinut la Universitatea Yale şi consacrat introducerii în teoria servomecanismelor. Se presupun drept cunoştinţe iniţiale teoria ecuaţiilor diferenţiale liniare precum şi teoria circuitelor liniare. În expunerea unei introduceri cu caracter matematic se dau o serie de date relative la serii Fourier, integrala Fourier, transformata Laplace ş. a., discutîndu-se şi un număr de probleme care stau la baza analizei armonice. În expunerea unei introduceri cu caracter de mecanică teoretică se dau schematizat rezultatele cunoscute din domeniul teoriei stabilităţii şi criteriul lui Hurwitz. În partea pregătitoare consacrată problemelor de electrotehnică generală se expun schematic paragrafele legate prin conţinutul lor de criteriul Nyquist şi de diagrama Bode. Începînd cu cap. 7 (pp. 210 şi urm.) se expun diverse probleme de tehnica proiectării servomecanismelor.

Ref. insistă îndeosebi asupra problemei fundamentale, în dezvoltare neîncetată astăzi pe plan mondial, reflectată mereu şi la noi în diferite lucrări originale prezentate la ultimele sesiuni ştiinţifice, consacrate studiului diverselor aspecte de neliniaritate ce se întîlnesc în proiectarea servomecanismelor. Aici îşi găsesc loc şi expuneri de diferite procedee de analiză armonică ş. a. ale diverselor sisteme ce conţin elemente neliniare. Literatura citată la subsolurile numeroaselor pagini din această parte a cărţii este nouă şi, fiind înserată în diferite reviste de specialitate din perioada 1950...1956, şi-a găsit loc şi în o serie de referate publicate în revistele de bibliografie electrotehnică şi electronică cu caracter internaţional, începînd cu fundamentala revistă sovietică РЖЭ.

Volumul se încheie cu reproducerea schemelor de funcţionare a unui număr de servomecanisme precum şi a funcţiilor lor de transfer. Un indice de materii (pp. 507—510), nu însă şi de nume, completează volumul.

*

This book deals with topics covered in the servomechanisms program at Yale University during the past ten years. It emphasizes a basic understanding of stability and feedback system design, both single and multiple-loop. The authors provide a systematic approach to design, dealing with the principal performance requirements, such as harmonic response, time response, error coefficients and noise response, and giving attention, underlined above by the Rev., to the common aspects of nonlinear operation. No previous background is assumed aside from a knowledge of linear circuit theory and some understanding of linear differential equations. An appendix covering servomechanism components as well as one index are included. *C. Buda*

29. ARTUS W., *Einführung in die elektrische Nachrichtentechnik*, R. Oldenbourg Verlag, München, 1957, 486 S.,

Problema propagării undelor electromagnetice în sistemele elementare de telecomunicaţii, a cărei cunoaştere stă la baza formării inginerilor şi tehnicienilor din telecomunicaţii, constituie subiectul acestei cărţi.

Fenomenele de propagare sînt studiate atît prin teoria conductibilităţii cît şi prin teoria radiaţiei electromagnetice. Rezultatele obţinute în forma generală sînt apoi aplicate la circuite liniare (dipoli, cuadripoli, lanţuri de cuadripoli), circuite de înaltă frecvenţă, antene.

Exemplele şi temele de control care completează fiecare capitol reflectă stadiul actual al tehnicii şi uşurează studiul individual.

*

Предмет настоящей книги — распространение электромагнитных волн в простых системах электросвязи, главная задача в обучении инженеров и техников связи.

Явления распространения объясняются как теорией проводимости, так и теорией электромагнитных излучений. Общие полученные выводы переносят к линейным цепям (двухполюсники, четырехполюсники, цепочки четырехполюсников), высокочастотным цепям антенам. Примеры и контрольные упражнения дополняющие каждую главу облегчают освоение материала.

Книга предназначена для студентов и инженеров связи. *Gh. Şerban*

30. PHILIPPOV E., *Grundlagen der Elektrotechnik*, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K. G., Leipzig, 1959, 662 S.

Destinată studenţilor facultăţilor de electrotehnică, cartea prezintă, într-o tratare modernă, o fericită îmbinare a aspectelor fizice şi matematice ale noţiunilor de bază din electrotehnica teoretică: cîmpul electric, curentul continuu, cîmpul magnetic, regimul variabil, curenţii alternativi. Deşi foarte concisă, tratarea circuitelor cu elemente neliniare, a curenţilor nesinusoidali şi a sistemelor polifazate nesimetrice permite cititorului familiarizarea cu aceste noţiuni.

Unele probleme de mare importanţă pentru tehnica modernă ca: feritele, curentul electric în gaze, în vid şi în semiconductoare, precum şi unele aplicaţii ale acestora îşi găsesc tratarea cuvenită.

*

Destiné aux étudiants des facultés d'électrotechnique, le livre représente une réunion armonieuse des aspects physiques et mathématiques des principes de l'électrotech-

nique théorique : le champ électrique, le courant continu, le champ magnétique, le régime variable, les courants alternatifs. Bien que très concises, les parties corcernant les circuits à éléments nonlinéaires, les courants nonsinusoïdaux et les systèmes polyphasés asymètriques permettent au lecteur une bonne assimilation de ces notions.

L'auteur n'a pas négligé les problèmes qui intéressent la technique moderne, par exemple la théorie des ferrites, le courant électrique dans les gaz ou dans le vide et les sémiconducteurs et leurs applications. *Gh. Şerban*

31. FRUNGEL F., *Impulstechnik*, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K. G., Leipzig, 1959, 575 S.

Din ce în ce mai frecvent se foloseşte în diferite ramuri ale tehnicii descărcarea condensatoarelor pentru transformarea energiei electrice în impulsuri de energie de altă natură : căldură, lumină, raze X, sunet, cîmp magnetic etc. Cartea tratează aspectele constructive şi funcţionale importante în această tehnică, precum şi metodele de măsură specifice.

O mare parte din material reprezintă lucrări originale ale autorului efectuate timp de 20 ani, parte din ele încă inedite.

Cartea este bogat ilustrată cu fotografii, scheme şi figuri şi va fi deosebit de apreciată de fizicieni şi de inginerii electrotehnicieni.

*

De plus en plus souvent les différentes branches de la technique utilisent la décharge des condensateurs pour transformer l'énergie électrique en impulses d'énergie d'une autre nature : chaleur, lumière, rayons X, son, champ magnétique. Le livre expose les plus importants aspects constructifs et fonctionnels concernant cette branche de la technique et les méthodes de mesure spécifiques.

Un grand nombre de problèmes présentés dans le livre constituent une synthèse des travaux en partie inédits, que l'auteur a effectué durant 20 ans. Le livre richement illustré par des figures, schémas et photographies sera bien accueilli par les physiciens et les ingénieurs électriciens. *Gh. Şerban*

32. IVAL T. E., *Electronic Computers. Principles and applications*, London, Iliffe & Sons Ltd., New York, Philosophical Library, 1956, VIII + 167 pp.

Ref. indică mai jos cîteva detalii relative la această carte introductivă în problema tehnicii folosirii maşinilor matematice.

*

This book is a non-mathematical introduction to the principles and applications of computers employing valves and other electronic devices. The treatment has been made as general as possible in order to give a broad background picture of the whole field of computing, from which the reader can pass on to more advanced and specialized studies. Contents : 1. Evolution of the computers ; 2. General principles of computing ; 3. Analogue computer circuits ; 4. Equipment of analogue computers ; 5. Applications of analogue computers ; 6...7. Digital computers circuits ; 8. Storage systems ; 9. Digital computer equipment ; 10. Applications of digital computers ; 11. Computers of the future. *Gh. Vasiliu*

33. SEIDL K., *Elektromaschinen*, Bd. **I, II**, Wien, Franz Deuticke Verlag.

Cartea tratează unele capitole consacrate maşinilor electrice clasice şi speciale în următoarea ordine : transformatoare, maşini asincrone, maşini sincrone, maşini de curent continuu, maşini de curent alternativ cu colector, cascade.

Capitolul introductiv tratează principiile teoretice de electrotehnică necesare în studiul maşinilor electrice şi prezintă o comparaţie între tipurile de maşini.

Fiecare capitol cuprinde date relative la construcţia maşinii, principiul de funcţionare, fenomenele de bază şi un paragraf cu consideraţii teoretice. Se tratează şi problema oscilaţiilor maşinilor cu flux transversal.

Cartea este concepută ca manual pentru şcolile tehnice medii şi superioare.

*

Le livre est consacré à l'exposition du fonctionnement des machines électriques classiques et spéciales, à savoir : transformateurs, machines asynchrones, machines synchrones, machines à courant continu, machines à courant alternatif à collecteur, couplages en cascade. *I. Bergman*

34. BLASCHKE W., MÜLLER H. R., *Ebene Kinematik*, Mathematische Einzelschriften, Bd. **5**, Herausgegeben von Wilhelm Blaschke, Hamburg, Verlag von R. Oldenbourg, München, 1956, 269 S.

Cartea recenzată, ce va fi urmată—aşa cum se anunţă în prefaţă—de volumul II *Cinematica în spaţiu*, este rodul bogat al experienţei didactice a primului dintre autori, începută acum circa 55 ani la Institutul politehnic din Graz, al muncii sale de cercetare ştiinţifică, soldată, în domeniul cinematicii, în afară de un mare număr de articole originale, şi cu un volum cu acelaşi titlu (Leipzig, 1938), combinat cu fructul rezultat din predarea acestei discipline de către coautorul cărţii.

Prin anvergura problemelor tratate, prin folosirea sistematică a unor puternice metode de investigaţie ştiinţifică cum sînt de pildă, „reprezentarea cinematică", metoda triedrului mobil, metoda planului complex ş. a., precum şi prin includerea în volum a unui număr de cercetări originale proprii sau ale altora, această carte s-a ridicat simţitor peste nivelul cărţilor similare, atrăgînd atenţia numeroşilor specialişti care au recenzat-o favorabil curînd după apariţie (a se vedea, de ex., R. Bogdan şi Cr. Pelecudi, St. şi Cerc. de Mec. apl., 1958, **9**, *2*, p. 492; Hölig W., Arch. techn. Messen, 1956, *25*), R 107; Brennecke E., Z. Vermessungswesen, 1956, **81**, *8*, S. 316; Haacke W., Phys. Bl., 1956, **12**, *8*, S. 369 ş. a. ş. a.). Cartea se situează totodată în şirul din ce în ce mai mare de volume elaborate dincolo de lagărul nostru socialist în care se acordă atenţia cuvenită strălucitei contribuţii în domeniul cinematicii datorită marilor savanţi ruşi şi sovietici (Cebîşev, Jukovski ş. a.).

Partea I-a a cărţii (pp. 9–112) este consacrată studiului *în mic* a fenomenelor de mişcare plană cu un grad de mobilitate. Aici se include, în afară de ansamblul problemelor ce constituie baza teoretică a teoriei mecanismelor plane, şi un şir de probleme interesînd geometria diferenţială a curbelor de ordine şi clase superioare, ce se întîlnesc des în aplicaţii (curbe de bielă ş. a.).

Partea II-a studiază *în mare* fenomene de mişcare plană cu un grad de libertate. Aici îşi găsesc loc diferite rezultate de geometrie integrală relative la ariile diferitelor traiectorii şi a curbelor asociate acestora, făcîndu-se drept aplicaţie studiul unor planimetre.

Partea III-a, deschizînd, prin introducerea şi folosirea sistematică a formelor Pfaff, vasta perspectivă a studiului unitar al fenomenelor de mişcare cu mai multe grade de libertate, este consacrată problemelor de mişcare cu două grade de libertate în plan.

Partea IV-a, consacrată problemelor de reprezentare cinematică, indică o cale de extindere fructuoasă a studiului cinematicii, prin tratarea geometriei cvasieliptice şi a problemelor de mişcare corespunzătoare. O bogată bibliografie, un indice de nume şi un indice de materii întregesc acest volum, indispensabil cercetătorilor în domeniul mecanicii şi a teoriei mecanismelor şi maşinilor.

*

The Rev. give above some details concerning this extraordinarily inclusive and very remarkable book on plane kinematics. The main features of this work and its greatest virtue are the systematic use of the „Kinematical mapping" and of the moving frame. These features as well as a great reachness of many original problems will be very appreciated by all students on mechanics and the theory of mechanisms and machines alike. *O. Munteanu, Gh. Tudor*

35. KAUDERER H., *Nichtlineare Mechanik*, J. Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1958, XII+684 S.

Studii moderne contemporane, executate la un nivel de precizie mai ridicat, a celor mai variate fenomene, au pus în evidenţă, printr-o abstractizare adecvată, schemele matematice ale acestora, constituite din *ecuaţii diferenţiale* (ordinare sau cu derivate parţiale, integrodiferenţiale, integrale sau—într-un cuvînt—funcţionale) *neliniare*. Ca o ulte-

rioară aproximare mai adîncă a realităţii obiective, în ultimele două decenii s-a dezvoltat şi a căpătat o importanţă deosebită în ştiinţă şi tehnică un nou domeniu de mecanică, numit de către creatorii săi, savanţii sovietici acad. N. M. Krîlov şi acad. N. N. Bogoliubov, *mecanica neliniară*. Această ramură actuală a mecanicii teoretice, dezvoltată iniţial îndeosebi în cadrul *mecanicii vibraţiilor*, s-a extins şi se extinde astăzi din ce în ce mai mult, cuprinzînd într-însa capitole noi de *elastomecanică neliniară*, *plastomecanică neliniară* ş. a. ş. a.

Volumul recenzat, ce şi-a atras foarte curînd după apariţie numeroase aprecieri pozitive (a se vedea, de pildă, Parkus H., Österr. Ingr-Arch., 1958, **12**, *1-2*, S. 111; Szabó I., Bautechnik, 1958, **35**, *11*, S. 454, Albrecht R., Z. angew. Phys., 1958, **10**, *7*, S. 348; Ziegler H., Schweiz. Bauzeitung, 1958, **76**, *44*, S. 661-662; Reissig R., Z. angew. Math. u. Mech., 1958, **38**, *11-12*, S. 486-487; Marguerre K., VDI-Zeitschrift, 1959, **101**, *2*, S. 75 ş. a.), conţine o expunere sistematică a cercetărilor la scară mondială în domeniul teorici elasticităţii neliniare şi a teoriei oscilaţiilor neliniare elaborate şi publicate pînă pe la mijlocul anului 1956. Prima parte a cărţii conţine, în cadrul teoriei elasticităţii, teoria stărilor de deformaţie şi de solicitare, principiile şi metodele variaţionale ale lui Ritz şi Galerkin. Se menţionează prezenţa soluţiilor exacte în cazurile: stării de tensiune hidrostatice; forfecării sau întinderii unidimensionale; forfecării pure; torsionării unui cilindru de rotaţie. Se consideră apoi starea de tensiune plană, problema de încovoiere, precum şi starea de tensiune a corpurilor dotate cu simetrie axială. Aici şi-au găsit loc generalizările neliniare ale cunoscutelor probleme de mecanică neliniară a unui disc în rotaţie, a unei sfere şi a unui tub cu pereţi subţiri, precum şi problema de torsionare a unei grinzi cilindrice cu secţiune arbitrară. Ultimul paragraf al primei părţi (§ 5) este consacrat studiului încovoierii plăcilor subţiri.

Conştiincioasa şi competenta elaborare a acestei părţi de elastostatică neliniară ar fi fost şi mai completă dacă s-ar fi urmărit în original şi nu în traduceri, ce apar de regulă cu întîrziere, bogatul material recent sovietic, ce se înserează fără încetare, îndeosebi în cunoscuta revistă Прикладная Математика и Механика, care constituie continuarea naturală, neliniară, a monumentalei opere a acad. N. I. Mushelişvili şi a şcolii sale.

Partea a doua a cărţii, consacrată mecanicii neliniare a vibraţiilor, mult mai mare ca volum (începe la p. 156), este şi mai bine închegată. Fără îndoială că la aceasta a contribuit faptul că numeroase cărţi sovietice de teoria vibraţiilor au fost traduse fără întîrziere şi în alte limbi şi, pe de altă parte, studii sistematice în acest domeniu sînt mai vechi şi au permis cristalizări adecvate mai timpurii. Ajunge să se menţioneze aici, în afara de opera clasică a acad. Krîlov şi Bogoliubov, cărţile lui Andronov şi Haikin, Minorsky, Lefschetz ş. a. ş. a.

Subdivizată în părţi consacrate studiului oscilaţiilor sistemelor cu un singur grad de libertate şi apoi cu mai multe grade de libertate, cartea studiază sisteme autonome şi neautonome. Deosebit de preţioase sînt variatele metode de determinare a soluţiilor aproximative precum şi numeroasele probleme de tehnică înaltă deosebit de interesante. Ajunge să menţionăm aici următoarele probleme: oscilaţii torsionale ale unui cilindru circular, oscilaţii longitudinale ale unei grinzi, oscilaţii de încovoiere ale unei grinzi cu lege neliniară de elasticitate, oscilaţii ale corzilor şi grinzilor cu capete rigide ş. a. ş. a.

Bibliografia principală este dată în text la subsolul paginilor. Un indice de materii uşurează munca cercetătorului.

Fără îndoială că această operă, în bună parte de pionierat, va contribui simţitor la punerea unui fundament solid al clădirii de mecanică neliniară—această a doua aproximaţie a realităţii obiective — indispensabilă matematicienilor, fizicienilor şi inginerilor de astăzi.

*

È oramai ben noto che quasi tutti i problemi di meccanica, schematizzati di regola in equazioni differenziali, sono, rigorosamente parlando, nonlineari, è cioè debbono essere espressi mediante equazioni differenziali nonlineari. La linearizzazione, applicata sistematicamente da vari decenni, alla elastostatica ed alla meccanica delle vibrazioni, pur conducendo ad una teoria ben cristalizzata ed elaborata, ha messo da anni in rilievo vari discordanze tra la realtà obbiettiva ed i risultati teorici conseguiti dalla meccanica lineare. Donde la necessità di allargare il campo di ricerca, che vi conduce man mano alla costruzione di un nuovo edificio grandioso, detto di *meccanica nonlineare*, di cui il

nome ed una ricca messa di risultati è stata data per la prima volta dagli accademici sovietici N. M. Krylov e N. N. Bogoliubov.

L'A., introducendo, nella prima parte del libro consacrata all'elastostatica, invece della nota legge lineare di Hooke, una legge nonlineare di tensione, estensione che corrisponde meglio al comportamento di molti materiali utilizzati tutt'ora in tecnica, elabora la teoria corrispondente e ne applica i risultati ai numerosi problemi che ne costituiscono l'estensione di elastomeccanica classica. Il grande e competente lavoro conseguito non aveva che da guadagnare se, oltre ai numerosi risultati conseguiti nel dominio dagli scienziati sovietici (Galerkin, Novojilov ed altri ancora), utilizzati dall'autore tramite opere tradotte dal russo, vi si facesse direttamente appello ai fonti originali.

La seconda parte del libro, molto più ampia (dalla p. 156 in poi), è cristallizzata meglio ancora della prima. Ciò non può recar meraviglia se ci si pensa al fatto che per la prima parte l'A. ne ha conseguito quasi un'opera di pionierato, allorchè per i numerosi parti di meccanica nonlineare delle vibrazioni se ne conoscono già parecchi libri di anvergura. Questa seconda parte è suddivisata corrispondentemente allo studio dei sistemi oscillatori con uno o con più gradi di libertà. Si debbono mentovare qui in modo speciale, oltre l'esposizione preziosa di vari metodi d'investigazione matematica delle soluzioni con approssimazione desiderata, un grande numero di problemi altamente interessanti di alta tecnica. Ad esempio, studio di oscillazioni torsionali di un cilindro circolare, oscillazioni longitudinali di una trave, oscillazioni flessionali di una trave con elasticità nonlineare, vibrazioni delle corde e travi aventi le estremità rigide ecc. ecc.

Il vasto materiale del libro, presentato in solita forma tradizionalmente eccellente, permette di approfondire vieppiù nuovi problemi di meccanica nonlineare — questa seconda approssimazione della realtà obbiettiva — indispensabile oggidì tanto ai matematici ed ai fisici quanto agli ingenieri di ogni specialità. *D. Mangeron*

36. *** *Structura şi Cinematica mecanismelor*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 528 pp.;
TUTUNARU D., *Mecanisme cu came*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 335 pp.;
MAROŞ D., *Cinematica roţilor dinţate*, Ed. Tehn. Buc., 1958, 327 pp.;
MANOLESCU N. I., MAROŞ D., *Cinetostatica şi Dinamica*, Ed. Tehn., Buc., 1958, 376 pp.

Conţinutul volumelor recenzate, publicate în condiţii optime de către Editura Tehnică sub titlul generic de *Teoria mecanismelor şi a maşinilor*, răspunde la exigenţele mereu crescînde ale învăţămîntului nostru tehnic superior, ale cabinetelor tehnice de la uzine şi fabrici, ale institutelor de proiectări ş. a., care îşi unesc eforturile pentru a contribui din plin la rezolvarea cît mai grabnică cu putinţă a fundamentalei probleme de automatizare a proceselor de producţie. Cuprinsul acestei opere, aflată în elaborarea colectivului constituit din D. Tutunaru, D. Maroş, N. Manolescu şi V. Manafu, a fost anunţat în linii mari în lucrarea *Studii, cercetări şi perspective de dezvoltare a Teoriei mecanismelor şi maşinilor în Republica Populară Romînă*, prezentată de D. Mangeron şi R. Bogdan la cea de a doua Conferinţă Unională de Teoria mecanismelor şi maşinilor (Moscova, 24 ... 28 martie 1958).

Primul volum este împărţit în trei părţi: Structura mecanismelor, Cinematica gragrafică şi Mecanisme cu cuple inferioare. În cadrul metodelor pentru determinarea mobilităţii şi pentru clasificarea mecanismelor se foloseşte clasificarea Assur-Artobolevski pentru mecanismele plane şi clasificarea generală în familii după Dobrovolski. Un capitol (IV, pp. 96—114) este consacrat mecanismelor cu lanţ cinematic complex, obţinute prin legarea mecanismelor din familii diferite. Partea a doua, ce cuprinde în afară de metode grafice şi unele metode grafo-analitice, este consacrată studiului distribuţiei de viteze şi acceleraţii, studiului cinematic al grupelor lui Assur, şirului de probleme referitoare la cercuri de inflexiune şi centre de curbură, studiului cinematic introductiv al mecanismelor spaţiale şi studiului cinematic al mecanismelor cu ajutorul diagramelor. Aici şi-a găsit loc şi un paragraf consacrat *metodei acceleraţiilor reduse*, elaborată de un colectiv de la Iaşi şi apreciată în mod deosebit în volumul *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории мамин и механизмов*, (АН СССР, Институт Машиноведения, М., 1958, стр. 7—8, 24—25).

În partea a III-a se studiază principalele mecanisme cu cuple inferioare, se face sinteza elementară a mecanismelor plane articulate precum şi sinteza mecanismelor cu metoda curbelor focale. Conţinutul acestor din urmă două capitole constituie o introducere ce va trebui dezvoltată, dată fiind importanţa problemei de sinteză a mecanismelor,

precum şi datorită faptului că literatura universală dispune acum de trei opere noi, de valoare, consacrate sintezei mecanismelor plane, elaborate de acad. I. I. Artobolevski; I. I. Artobolevski, N. I. Levitski şi S. A. Cerkudinov, R. Beyer (a se vedea şirul de recenzii asupra acestor volume înserat în acest *Buletin*, 1959, V (IX), *1—2*).

Volumul al doilea din această serie, consacrat studiului mecanismelor cu cuple cinematice superioare, cuprinde probleme în legătură cu teoria, proiectarea, executarea şi exploatarea mecanismelor cu came de diferite construcţii. Încadrîndu-se lăudabil într-un şir încă restrîns de cărţi ce se ocupă de studiul camelor în întreaga literatură mondială, volumul începe prin expunerea studiului celor două probleme principale ale mecanismelor cu came plane, şi anume: analiza şi sinteza acestor mecanisme. Expunerea problemei esenţiale a proiectării mecanismelor cu came plane este dezvoltată atît din punctul de vedere al legii de mişcare a tachetului, cît şi a unghiului de presiune al camei. Se insistă cu acest prilej asupra trasării unor profile aproximative, studiindu-se şi gradul de aproximaţie obţinut, precum şi asupra problemei obţinerii de gabarite optime.

Partea a doua a volumului se ocupă de studiul unor mecanisme cu came spaţiale, prezentînd date şi aplicaţii cu privire la construirea camelor la strungurile automate. Deosebita atenţie ce se acordă în ultimii ani proiectării diverselor mecanisme spaţiale şi bogatul material elaborat într-o seamă de lucrări originale apărute în URSS, la noi în ţară şi alte ţări, consacrat, de pildă, sintezei camelor spaţiale cu două grade de mobilitate, va permite cu ocazia unei noi ediţii o adîncire simţitoare şi a acestei părţi din volum.

Cel de al treilea volum, răspunzînd nevoilor imediate ale tehnicii şi reflectînd bogata literatură de specialitate (bibliografie: 152 titluri + 27 standarde ş. a.), tratează cinematica roţilor dinţate. Materialele, astăzi clasice, sînt ordonate în trei părţi mari: Cinematica suprafeţelor primitive; Cinematica suprafeţelor de angrenare reciprocă şi prelucrarea danturilor; Principiile cinematice ale maşinilor de prelucrat danturi. Subliniind o bună îmbinare între partea a treia, de aplicaţie, şi diferitele teorii geometrice din partea a doua a cărţii, exprimăm nădejdea de a vedea introduse, cu ocazia celei de a doua ediţii, rezultatele studiilor noilor sisteme de angrenare, datorite prof. dr. M. L. Novikov (disertaţia de doctor în ştiinţe tehnice, Moscova, 1954),expuse în detaliu la cea de a doua Conferinţă unională de TMM, deja menţionată, de prof. dr. G. G. Baranov.

Tot aici va trebui să se continue folosirea noului şir de lucrări ale lui F. L. Litvin (lucrările sale din 1949 şi 1951 sînt citate în bibliografie) relative la cercetările sale fundamentale în domeniul teoriei roţilor dinţate plane necirculare (a se vedea volumul său *Некруглые зубчатые колеса*, Машгиз, М., 1956), precum şi a recentelor lucrări ale lui N. I. Kolcin (în bibliografie este citată o lucrare din 1948) consacrate elaborării diverselor grafice inginereşti relative la acoperirea angrenărilor în evolventă sau la stabilirea bazelor unei metode diferenţiale de studiu al angrenărilor dinţate (Труды Ленингр. Полит. Ин-та им. М. И. Калинина, 1955, *182*; Труды Сем. ТММ, 1957, **XVI**, *64*).

Ultimul volum, a cărui tematică coincide cu acea parte de TMM ce s-a recomandat insistent a fi dezvoltată în toate direcţiile posibile încă în cadrul hotărîrilor plenarei de închidere a celei dintîi Consfătuiri de TMM (Moscova, iunie 1954), cuprinde în cele două mari părţi ale sale dezvoltarea unor probleme de *cinetostatica* şi *dinamica mecanismelor şi maşinilor*. Din conţinutul celor trei capitole de cinetostatică: Studiul forţelor cunoscute care formează datele iniţiale ale unui calcul cinetostatic; Calculul forţelor necunoscute fără a se ţine seama de frecări; Frecarea în mecanisme, Ref. subliniază efortul depus de autori de a adînci ultimul capitol, de mare importanţă în practică. Aici s-au inclus printre altele şi diferite rezultate ale unor cercetări romîneşti ce se continuă cu asiduitate şi succes vădit în cadrul Institutului de mecanică aplicată „Traian Vuia".

Dat fiind rolul unui astfel de capitol de strîngere a legăturii între teorie şi practică va trebui să se ţină seama, cu ocazia unei noi ediţii, de numeroasele rezultate apărute în acest domeniu, în ultimii ani, în revistele de specialitate (în bibliografia citată folosirea revistelor de specialitate nu este încă sistematică) şi, în particular, de studiile cristalizate în volumul consacrat Consfătuirii asupra problemelor de frecare şi uzură (Moscova, 15...17 noiembrie 1954).

Dintre cele cinci capitole din partea II-a: Transmiterea lucrului mecanic şi a puterii; Mişcarea maşinii sub acţiunea forţelor exterioare; Neregularitatea mişcării maşinii-Volantul; Reglajul mişcării maşinii - Regulatoarele; Echilibrajul maselor, subliniem con-

ţinutul celui de al patrulea capitol, ce face puntea de legătură cu vastul şi actualul domeniu—*teoria reglării automate*. Poate că ar fi trebuit redate ceva mai multe detalii de calcul în legătură cu expunerea legată de echilibrarea maselor în cazul maşinilor cu unul sau mai mulţi cilindri (de pildă, aşa cum sînt date în volumul lui C. Biezeno şi R. Grammel, citat în bibliografie).

În rezumat, lucrarea analizată este o operă monografică ce-şi găseşte la ora actuală puţine similare în lumea întreagă.

Ea este de un real folos inginerilor, tehnicienilor şi proiectanţilor, fiind totodată un bun izvor de îndrumare, pentru cursurile institutelor noastre de învăţămînt superior tehnic, conţinînd, în afară de TMM şi numeroase exemple luate adesea din practica industrială din ţară. Ea poate servi drept bază de plecare pentru o nouă ediţie în care urmează a se ţine seama de diversele cercetări în acest domeniu, înserate în revistele de specialitate (în ipoteza că Editura Tehnică programează o atare ediţie curînd după 1960, ar trebui să fie luat în studiu sistematic ansamblul lucrărilor publicate pînă la finele anului 1960). O atare operă, întreprinsă, firește, de un colectiv lărgit, va atrage atenţia lumii ştiinţifice şi va putea fi tradusă şi în alte limbi.

*

Ces volumes font part d'une série d'ouvrages monographiques consacrés à la théorie des mécanismes et des machines, à savoir: I. Structure et Cinématique des mécanismes; II. Mécanismes aux cames; III. Cinématique des roues d'engrenages et IV. Cinéstostatique et Dynamique. Nul doute que cet ouvrage, dont l'anvergure et l'exécution sont devenues possibles seulement dans les cadres de la révolution culturelle qui accompagne la construction du socialisme dans la République Populaire Roumaine, recevra un bon accueil de la part de la grande masse de tous ceux qui peuvent jouir chez nous de la science et de l'expérience mise au service du peuple. Le réf. donne ci-dessus en roumain, quelques détails concernant ces quatre volumes. *D. Mangeron*

37. ROTHBART H. A., *Cams. Design, Dynamics, and Accuracy*, John Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, Limited, Inc. London, 1956, XIV+350 pp.

Importanta problemă de adîncire neîncetată a analizei şi sintezei mecanismelor cu came şi-a găsit în ultimii ani, în afară de o lungă serie de articole înserate în diferite reviste de specialitate, o cristalizare preţioasă într-un şir de lucrări monografice, dintre care trebuie citată în primul rînd cartea prof. dr. N. I. Levitski (M., Машгиз, 1954), consacrată complexului domeniu legat de proiectarea raţională a mecanismelor cu came.

Volumul recenzat, cunoscut deja cercetătorilor din ţara noastră printr-o dare de seamă apărută în St. şi Cerc. Mec. Apl. (R. Bogdan şi C. Pelecudi, 1958, **IX**, *4*, p. 1101), caracterizat pozitiv şi în referatul acad. I. I. Artobolevski, *Starea actuală a teoriei maşinilor şi mecanismelor*, expus la plenara de deschidere a celei de a doua conferinţe unionale de TMM (Moscova, 24...28 martie 1958), este o lucrare monografică de seamă consacrată construcţiei mecanismelor cu came plane şi spaţiale. Aici sînt studiate diferite legi de mişcare ale organelor conduse precum şi variate metode de proiectare a profilelor camelor. Menţionăm interesul deosebit pe care-l prezintă problema expusă în detaliu de autor relativă la legile de mişcare ale organelor conduse, reprezentate sub formă de polinoame (pp. 193-229). Cartea conţine, de asemenea, şi expunerea unui şir de probleme de dinamica mecanismelor cu came, precum şi studiul preciziei legată de reproducerea profilelor de came şi de tehnologia fabricării acestora.

Fără îndoială că această carte, deosebit de utilă proiectanţilor diverselor maşini rapide, a lanţurilor şi servomecanismelor folosite în diferite automatizări a proceselor de producţie, va fi urmată de o monografie destinată aceluiaşi subiect, care însă va include într-însa şi puternice metode de investigaţie matematică interesînd domeniul mecanismelor cu came, reflectate într-o serie de articole, recenzate pozitiv în revistele de bibliografie matematică şi mecanică cu caracter internaţional (РЖ Мат., РЖ Мех., Math. Rev., Z. f. Math.).

*

Акад. И. И. Артоболевский, в своем фундаментальном докладе *Современное состояние теории машин и механизмов*, представленном на пленарном заседании открытия Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам теории машин и механизмов (М., 1958, АН СССР, Ин-т Машиноведения), остановившись, в частности,

на важных и существенных результатах полученных в исследовании кулачковых механизмов, весьма положительно отзывается о „капитальной монографии" Х. А. Ротбарта, где дан обзор конструкций плоских и кулачковых механизмов. В книге рассмотрены различные законы движения ведомых звеньев и методы проектирования профилей кулачков. Особый интерес представляет вопрос, рассмотренный автором, о законах движения ведомых звеньев, представленных в форме полиномов. Работа содержит также изложение вопросов динамики кулачковых механизмов и точности воспроизведения профилей кулачков в связи с технологией их изготовления.

Реф. рассматривает выше, на рум. языке, несколько более детально, содержание этой книги, уже известной румынскому читателю и по аннотации о ней, помещенной в журнале Studii şi Cercetări de Mecanică aplicată (Р. Богдан, К. Пелекуди, 1958, **XI**, *4*, стр. 1101). *C. Drăgan*

38. NIEMANN G., *Maschinenelemente*, Bd. **I**, *Grundlagen, Verbindungen, Lager, Wellen und Zubehör*, 4. berichtiger Neudruck, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 308 S.

Valoarea cărţii reiese şi din faptul că în decurs de zece ani au apărut patru ediţii, fără modificări esenţiale în text. Faţă de prima ediţie apărută în anul 1950, această a patra ediţie aduce doar unele mici corecturi şi unele indicaţii asupra celor mai noi norme DIN.

Modul de tratare a conţinutului reprezintă un exemplu reuşit de sinteză; într-un număr relativ redus de pagini se tratează complet, pe baza unui vast şi modern material documentar, domeniile specificate în titlul cărţii.

Conţinutul cărţii este de înalt nivel ştiinţific şi tehnic; stilul clar şi concis, modul de întocmire şi de aranjare în text a tabelelor şi figurilor permite înţelegerea şi folosirea cu uşurinţă a manualului.

Cap. I.—*Consideraţiuni generale*—în care se dau o serie întreagă de principii generale necesare proiectării, calculului de rezistenţă, obţinerii formei optime etc., cu considerarea factorului economic, în legătură cu natura materialului şi a procesului tehnologic de execuţie, întregeşte în mod ingenios conţinutul; cartea permite astfel o utilizare independentă şi generală pentru calculul, proiectarea şi construcţia organelor de maşini, dovedind totodată înalta concepţie, vasta şi îndelungata experienţă a autorului în domeniul organelor de maşini precum şi o excepţională capacitate de sinteză.

Trebuie remarcată de asemenea şi contribuţia editurii Springer la prezentarea cărţii în condiţii optime, pe pagini de format mare, ceea ce de asemenea uşurează folosirea ei.

Cu mult interes este aşteptat cel de-al doilea volum.

*

Der Inhalt des Buches ist von hohem wissenschaftlichen und technischem Wert, und hat eine klare und deutliche Darlegung; die Art der Gestaltung und Reihenfolge der Tabellen und Abbildungen im Text macht dass es leicht verstanden und gebraucht werden kann.

Mit der gebührenden Darlegung aus Abschnitt I — *Grundlagen* — erhält das Buch eine selbständige und allgemeine Anwendung, und beweist zugleich den hohen Anschauungsbegriff, die reiche und langjährige Erfahrung sowie aussergewöhnliche Synthetisierungsfähigkeit des Verfassers.

Unter den vielen Verdiensten des Buches, befindet sich auch dasjenige, dass es sowohl für das Studium als auch für das Entwerfen von Maschinenelementen gebraucht werden kann.

Hervorzuheben wäre ebenfalls auch der Beitrag des Springer-Verlages der die besten Bedingungen beim vorzeigen des Buches versichert hat, auf Seiten von grösserem Format, was seinen Gebrauch erleichtert.

Wir erwarten mit viel Interesse die Erscheinung des zweiten Bandes.

N. Popinceanu

39. SCHIMPKE P., HORN H. A., *Praktisches Handbuch der gesamten Schweisstechnik*, Bd. **III**, *Berechnen und Entwerfen der Schweisskonstruktionen*, unter besonderer Mitarbeit von Dr. Ing. J. Ruge, Zweite neubearb. Aufl., Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 335 S.

Cartea conţine şapte capitole, inclusiv introducerea. Capitolul 2 tratează despre materiale, sudabilitatea lor precum şi despre alte proprietăţi ale acestora legate de teh-

nica sudurii; capitolul 3 conţine criterii generale de calcul static şi la oboseală, clasificarea sudurilor, precum şi eforturile din cusăturile sudate. Aceste două capitole întregesc conţinutul cărţii, conferindu-i o utilizare independentă, fără a avea la dispoziţie celelalte două volume (I şi II). În capitolul 4 se tratează, cu exemple bine alese, calculul sudurilor la solicitări statice şi în cap. 5—cel la solicitări dinamice, în construcţia de maşini, în construcţiile metalice ale macaralelor şi podurilor. Capitolul 6 se ocupă cu reguli şi forme constructive necesare la proiectarea construcţiilor sudate, cu considerarea construcţiilor uşoare. Capitolul 7 tratează exemple numeroase de construcţii sudate, realizate în diverse domenii constructive.

Modul de tratare este concis şi la un înalt nivel ştiinţific şi tehnic. Expunerea conţinutului este clară şi bine sintetizată. Lucrarea reflectă nivelul actual de dezvoltare al calculului şi tehnicii de proiectare a construcţiilor sudate.

Deosebit de important şi util este faptul că se dau indicaţii complete asupra calculului îmbinărilor sudate supuse solicitărilor dinamice.

Cartea poate fi utilizată atît ca manual cît şi mai ales ca îndrumar pentru calculul şi proiectarea construcţiilor sudate.

*

In den sieben Kapiteln des Buches wird auf hohem wissenschaftlichem und technischem Niveau, das Berechnen und Entwerfen von Schweisskonstruktionen ruhender und dynamischer Beanspruchungen behandelt, was verschiedene Konstruktionsgebiete betrifft, wie: Maschinenbau, Bau von Stahltragwerken der Krane, Brückenbau, Kessel- und Behalterbau, u. s. w.

Der Inhalt des Buches begründet sich auf eine ausgedehnte und sehr moderne Literatur, mit zahlreichen Konstruktions- und Rechnungsbeispielen, welche ausgedehnte Erfahrung und hohe Syntethisierungsfähigkeiten des Verfassers auf diesem Gebiet beweisen.

Obwohl uns der 1. und 2. Band fehlt, wird festgestellt, dass durch den Inhalt des 2. und 3. Abschnittes, das Buch, unabhängig, sowohl als Lehrbuch, wie vorallem als Handbuch für Rechnen und Entwerfen gebraucht werden kann. *N. Popinceanu*

40. BRANDENBERGER H., *Funktionsgerechtes Konstruiren*, SDV — Fachbücher, Schweiser Druck- und Verlagshaus AG, Zürich, 1958.

Cartea se ocupă cu problema referitoare la punctele de vedere, regulile şi legile ce trebuie respectate în domeniul construcţiei de maşini pentru a se obţine realizări cu forme care să corespundă din punct de vedere funcţional.

În primele 4 capitole (I—IV) se tratează legile şi punctele de vedere generale prin respectarea cărora se obţin construcţii funcţional corespunzătoare; se insistă asupra examinării comparative a mai multor soluţii, asupra necesităţii utilizării standardelor, modelelor, a tipizărilor, etc., precum şi asupra rolului experienţei constructorului.

În celelalte 3 capitole (V—VII) se dau exemple pentru rezolvarea construcţiilor ce corespund funcţional la şuruburi şi îmbinări cu şuruburi, la lagăre cu alunecare, la roţi dinţate şi angrenaje cu considerarea corijărilor danturilor, la dispozitive şi la diverse ansamble de maşini unelte.

Textul este însoţit de 170 figuri şi 49 tabele cu extrase din standarde.

Cartea este de un real folos pentru cei ce se ocupă cu proiectarea şi construcţia maşinilor.

Conţinutul cărţii se bazează pe o profundă documentare ştiinţifică şi pe experienţa îndelungată a autorului.

*

Das Buch behandelt Gesichtspunkte, Regeln und Gesetze, die im Maschinenbau beachtet werden müssen, um Verwirklichungen, die vom Funktionsstandpunkt aus entsprechen sollen zu erhalten.

Beispiele werden an Schrauben, Lagern, Zahnrädern, Vorrichtungen und Maschinenbaugruppen gegeben.

Das Buch ist dem Maschinenentwerfer — und Bauer von wahrem Nutzen. Sein Inhalt stützt sich auf eine moderne Buchbehandlung und beweist eine vieljährige Erfahrung des Verfassers. *N. Popinceanu*

41. DIACONESCU I., POP S., CORODEANU I., *Mașini unelte*, vol. **I**, Ed. Transp. și Telecom., Buc., 1959, 464 pp.

DIACONESCU I., SÎRBU G., VOICU O., *Mașini unelte*, vol. **II**, Ed. Transp. și Telecom., Buc., 1959, 536 pp.

Tratatul este pregătit pentru a apare în patru volume. Primele două volume apărute tratează problemele generale și comune ale mașinilor unelte.

Volumul I tratează bazele fizice ale așchierii, sculele folosite la mașinile unelte, procedeele de prelucrare a metalelor prin așchiere, acționarea mecanică și electrică a mașinilor unelte.

Volumul II tratează organele, acționarea hidraulică, ungerea, răcirea și recepția mașinilor unelte.

Ca urmare a dezvoltării industriei noastre constructoare de mașini unelte, au fost realizate în RPR mașini unelte de înaltă tehnicitate. Unele din aceste mașini sînt exportate și în alte țări cu veche tradiție tehnico-industrială. Ținînd seama de marea varietate a tipurilor de mașini unelte existente, precum și de dezvoltarea rapidă a construcțiilor noi, autorii pun la îndemîna proiectanților, constructorilor și celor care întrebuințează mașinile unelte (ingineri, mecanici, tehnologi etc.) o bogată documentație pentru cunoașterea construcției și funcționării mașinilor unelte.

Materialul vast, bazat pe o bogată bibliografie la zi, este prezentat sub o formă judicios sistematizată și într-un stil clar și concis. La aceasta se adaugă numeroasele fotografii, figuri, schițe, scheme, diagrame, tabele și exemple numerice de calcul, care ușurează înțelegerea textului de către cititor.

Lucrarea cuprinde materiale care nu au fost publicate pînă acum în limba romînă, cum sînt cele referitoare la acționarea mecanică și electrică a mașinilor unelte (vol. I, partea a doua și a treia) și față de marea diversitate a materialului este fără îndoială unică în literatura noastră de specialitate.

La toate cele arătate este de remarcat forma de prezentare deosebit de îngrijită și condițiile tehnice ireproșabile sub care se prezintă acest tratat.

Lucrarea, așa cum apare, este un rezultat a unei lăudabile munci colective la care, în afară de autori, au colaborat numeroși specialiști la controlul științific și la coordonare a materialului.

*

В первых двух (из четырёх программированных) томах авторы рассматривают общие и частные проблемы стружкорежущих станков, а также и актуальные задачи национальной машиностроительной промышленности.

Референт подчёркнуто отмечает исключительно богатый информативный научный материал предлагаемый читателю в ясном обдумано систематизированном изложении снабженным крупным количеством иллюстрационного материала и, широко обхватывающей последние новости науки, цитированной литературой.

Отмечается также особая заботливость авторов по отношению к форме изложения и технического оформления рецензированных томов. *T. Fărcaș*

42. RULLMAN G., *Wissenswertes über Edelstähle und Edelstahllegierungen*, Fragen der Materialwirtschaft, Heft *10*, Verlag Die Wirtschaft, Berlin, 1959, 188 S.

Cartea constituie un auxiliar prețios pentru cei care se preocupă de oțelurile aliate. Utilizarea tot mai largă a oțelurilor aliate, în domeniul construcțiilor de mașini și de aparate, a adus la o fabricație tot mai variată a acestor oțeluri, pentru a corespunde cît mai multor condiții tehnice impuse diferitelor organe de mașini.

Pentru o orientare mai justă în alegerea oțelurilor aliate în diferitele domenii constructive și pentru a se putea efectua uneori schimbarea unor oțeluri cu altele, corespunzătoare din punct de vedere al proprietăților fizico-mecanice, autorul a cuprins în această lucrare toate oțelurile germane, grupate după destinația lor și o listă de corespondență între oțelurile aliate germane și sovietice.

Cartea poate fi utilizată cu succes de către constructori, tehnologi, institutele tehnice de învățămînt superior și institutele de proiectări, precum și de cei ce se preocupă de aprovizionarea cu aceste oțeluri.

*

În letzter Zeit finden die Stahllegierungen immer mehr Verwendung. Die grosse Zahl der Stahllegierungen wurde dadurch nötig, dass diese den Arbeitsbedingungen auf verschiedenen Gebieten entsprechen sollen. Die korreckte Wahl dieser Stähle ist von besonderen Bedeutung für Bauingenieure, Technologen, technische Institute und Entwurf. Von besonderer Hilfe ist dabei vorliegendes Buch von Ing. G Rullman.

Das Buch enthält ebenfalls eine sehr wertvolle Korrespondenz zwischen verschiedenen Stählen die nach den SES- und TOCT-Normen hergestellt sind. *C. Picoş*

43. WESTHOF G., *Temperaturmessung und Temperaturregelung im Betrieb*, VEB Verlag Technik, Berlin, 168 S.

Cunoaşterea tuturor fazelor proceselor tehnologice este o condiţie necesară pentru realizarea rentabilităţii întreprinderilor industriale. În sectorul industrial, unde căldura este utilizată în procesele tehnologice, măsurarea şi reglarea temperaturii constituie una din condiţiile de bază pentru asigurarea unui proces optim de lucru. Măsurarea şi reglarea corectă a temperaturii necesită cunoştinţe referitoare la metodele de măsurare, dispozitive şi aparate de măsură precum şi referitoare la mărimea erorilor posibile ale acestora.

Avîntul dezvoltării industriale impune într-o mai largă măsură automatizarea instalaţiilor, care aduce pe lîngă îmbunătăţirea calitativă a fabricaţiei şi reducerea preţului de cost. Pentru extinderea automatizării diferitelor instalaţii este necesară cunoaşterea principiilor de reglare a temperaturii.

Cunoştinţele necesare pentru măsurarea şi reglarea temperaturilor, expuse succint şi într-o formă accesibilă întregului personal tehnic ce lucrează în acest domeniu, constituie conţinutul cărţii pe care o prezintă autorul.

*

Für die Verbesserung der Herstellungsprozesse, in denen die termischen Prozesse eine grosse Rolle spielen, ist von grosser Bedeutung eine richtige Temperaturregelung zu sichern. Dem Verfasser ist es gelungen die nötigen Kenntnisse auf diesem Gebiete systematisch zu behandeln.

Durch den Inhalt so wie auch durch die Art in dem das Problem behandelt wird, wendet sich das Buch an das technische Personal das auf diesem Fachgebiet arbeitet und trägt zur Verbesserung ihrer Fachkenntnisse bei. *C. Picoş*

44. * * * *Metal fatigue*, edited by J. A. Pope, Chapman & Hall Ltd., London, 1959.

Cartea prezintă un număr de conferinţe ţinute la secţiunea de ingineri a Universităţii din Nottingham, în septembrie 1955, asupra oboselii metalelor.

Conferinţele păstrează forma lor iniţială şi sînt grupate în trei părţi: 1. Noţiunile de bază despre oboseală; 2. Proprietăţile la oboseală ale materialelor metalice şi ale elementelor din construcţiile metalice; 3. Încercările la oboseală ale elementelor din construcţiile metalice.

Oboseala metalelor, editată de J. A. Pope, foloseşte atît inginerilor cît şi studenţilor din ingineria mecanică şi civilă, deoarece cartea reprezintă o clară expunere a cunoştinţelor moderne din acest domeniu.

*

The boock presents a number of lectures about the metals fatigue held in the Engineering Department of the Nottingham University, in September 1955.

The lectures preserve the initial form and are grouped in three parts: 1. The fundamentals of fatigue; 2. The fatigue properties of engineering materials and components; 3. Fatigue testing of engineering components.

Metal fatigue, edited by J. A. Pope, availes to the engineers and to the students in mechanical and civil engineering, because it is a clear exposition of the modern knowledges in the respective domain. *T. Fărcaş, B. Gheorghiu*

45. BOURDIER M., LACHAUD C., *La métallurgie des produits semi-ouvrés en cuivre et alliages de cuivres*, Centre d'information Cuivre-Laitons-Alliages, Paris, 148 pp.

Lucrarea se ocupă de stadiul actual al metalurgiei cuprului şi aliajelor sale, din uzinele franceze, căutînd să redea o vedere de ansamblu asupra metodelor de prelucrare a produselor semifabricate de diferite tipuri. Astfel sînt trecute în revistă metodele şi utilajele folosite în metalurgia extractivă a cuprului precum şi aliajele cuprului, folosite curent în practică.

Pe larg este redată apoi metalurgia prelucrătoare a semifabricatelor din cupru şi aliajele lui, constînd din turnare, extrudare, laminare (bare, table, ţevi etc.), fabricarea ţevilor prin electroliză, tragere şi trefilare, îndreptarea produselor, fabricarea cablurilor, etc. Pentru fiecare gen de prelucrare se indică diferitele metode folosite, utilajele, fluxul tehnologic şi operaţiile suplimentare necesare. Un accent deosebit este pus pe tratamentele termice aplicate acestor produse, indicîndu-se şi utilajele folosite în acest scop. Ca urmare, se tratează în mod special, într-un capitol aparte, probleme de pirometrie. Lucrarea se încheie cu tratarea problemelor legate de controlul produselor finite, precum şi controlul pe parcursul procesului tehnologic de fabricaţie.

Materialul necesar autorii l-au cules din uzinele a douăzeci şi nouă de societăţi franceze, care lucrează în specialitate.

Cunoaşterea în ansamblu a acestei metalurgii, chiar sumară, va permite celor ce folosesc produsele acesteia să se orienteze mai uşor în alegerea raţională a formelor şi secţiunilor necesare. Reunind într-un singur studiu indicaţiile asupra diferitelor operaţii care formează obiectul acestei industrii, autorii au avut drept scop principal de a uşura colaborarea dintre producători şi beneficiari, atît de necesară pentru ambele părţi, şi de a arăta posibilităţile acestei metalurgii, sensul ei de dezvoltare, precum şi progresul pe care-l putem aştepta în viitor.

*

Dans le présent travail les auters s'occupent, en général, de l'état actuel de la métallurgie du cuivre et de ses alliages, dans les usines françaises. On a cherché à donner une vue d'ensemble des méthodes employées pour obtenir les produits finis de différents types (coulée, laminage, étirage, tréfilage, etc.).

En connaissant, même sommairement, dans son ensemble cette métallurgie, ceux qui utilisent ces produits pourront s'orienter plus facilement dans le choix rationnel des formes nécessaires ; toutefois la collaboration entre producteurs et bénéficiaires en sera facilitée. *Gh. Ailincăi, C. Ciochină*

46. ESPE W., *Kovar*, C. F. Winter'sche Verlagshandlung, Füssen, Bayern, 1956, 88 S.

Aliajul fier-nichel-cobalt, cunoscut de către specialişti sub denumirea de *Kovar* a devenit foarte utilizat în tehnica vidului şi în construcţia diferitelor aparate tehnice, datorită proprietăţilor sale speciale.

În monografia asupra acestui aliaj, autorul a cuprins toate cunoştinţele actuale, referitoare la fabricaţia, proprietăţile şi domeniile de întrebuinţare ale acestui aliaj.

Cartea este foarte utilă atît prin conţinutul său cît şi prin faptul că se adresează în egală măsură metalurgiştilor, constructorilor, fizicienilor şi chimiştilor.

*

Die Stahlnickellegierung von den Fachleuten unter der Benennung *Kovar* bekannt» ist in letzter Zeit im Bau verschiedener technischen Apparate sehr benützt worden, wegen seiner besonderen Eigenschaften.

Der Verfasser hat in der Monographie über diese Legierung alle bisjetzigen Kenntnisse über seine Herstellung, Eigenschaften und Anwendungsgebiete zusammengefasst.

Das Buch ist sehr nützlich sowohl durch seinen Inhalt wie auch dadurch dass es sich in gleicher Weise allen technischen Kreisen adressiert. *Gh. Ailincăi*

47. JOHNSON L. W., BRADBURY E. J., *Corrosion—Resistant Materials in Marine Engineering*, Mond Nickel Co, Lt., Thames House — Millbank, London, 39 pp.

Materialul expus în broşură se ocupă cu studiul coroziunii la echipamentul industrial maritim. Acest studiu îmbracă trei aspecte: a) Elementele teoretice generale asupra

problemei coroziunii; b) Mediile corozive întîlnite în mod obişnuit în ingineria navală; c) Metalele şi utilajele utilizate în acest scop, indicîndu-se proprietăţile lor privind rezistenţa la coroziune.

Lucrarea interesează direct pe tehnicienii care lucrează în domeniul construcţiei de utilaj naval maritim (vase maritime, ansambluri sau piese destinate acestora şi diverse alte echipamente speciale care lucrează în contact cu apa de mare).

*

This paper, after a brief introduction to the theoretical aspects of corrosion, describes the corrosive media normally encountered in marine engineering and the general corrosion-resisting properties of the metals and alloys used in these applications.

Gh. Ailincăi, B. Gheorghiu

48. TSOCHNER H., *Toleranzen, Passungen, Grenzlehren*, 2. bearb. u. erw. Aufl., Akad. Verlagsges. Geest u. Portig, K. G., Leipzig, 1959.

Aşa cum arată şi titlul cartea cuprinde trei capitole şi anume: I. Toleranţe; II. Ajustaje şi III. Calibre.

La tratarea toleranţelor pe lîngă toleranţele lungimilor se insistă şi asupra altor mărimi tolerabile ca: unghiuri, timp, temperatură etc. Se insistă în mod special asupra exemplelor de calcul cu toleranţe.

Tratarea ajustajelor se face ţinîndu-se seama de corespondenţa ISA-DIN. Şi în acest capitol un loc important îl ocupă exemplele de calcul şi tabele cu recomandări pentru utilizarea diverselor ajustaje; se tratează de asemenea ajustajele la rulmenţi, la filete, la dinţii roţilor dinţate.

La capitolul calibre se insistă asupra calibrelor pentru alezaje, arbori şi filete şi de asemenea asupra exemplelor de utilizare şi de calcul.

Cartea conţine un bogat material de specialitate, bine sintetizat şi uşor asimilabil; prin modul de expunere şi prin numeroasele exemple de calcul cartea este accesibilă majorităţii categoriilor de tehnicieni ce lucrează cu toleranţe, ajustaje şi calibre.

*

Das Buch hat einen reichen Inhalt an Fachwissenschaft und beweist eine vielseitige Erfahrung des Verfassers. Durch die synthetische Art der Darlegung und durch die zahlreichen Abbildungen gebührt dem Verfasser das Verdienst das Buch dem Grossteil der Techniker, die mit Toleranzen, Passungen und Grenzlehren arbeiten, leicht zugänglich gemacht zu haben.

N. Popinceanu

49. *** *Steigerung der Wirtschaftlichkeit und der Produktivität durch die Schweisstechnik*, Verlag Friedr. Vieweg u. Sohn, Braunschweig, 1957, 143 S.

Cartea prezintă referatele şi discuţiile ce au avut loc la consfătuirea jubiliară ce s-a ţinut la Essen în iunie 1957, în legătură cu mărirea economicităţii şi productivităţii prin tehnica sudurii.

Se prezintă, în general, indicaţii preţioase asupra utilizării, productivităţii şi costului construcţiilor sudate în diferite domenii constructive ca: construcţia de diverse agregate, generatoare electrice, vapoare, maşini unelte grele, construcţii metalice în general, maşini de ridicat, maşini de transportat etc.

Se dau, la nivelul actual al cunoştinţelor, o serie de date comparative importante între costul construcţiilor sudate şi al celor turnate, în funcţie de diversele procedee de sudură, între sudarea manuală şi cea automată etc. Unele comparaţii arată şi diferenţierile ce există în acest domeniu între ţările din Europa de apus şi Statele Unite.

Cartea aduce un preţios aport în ceea ce priveşte utilizarea sudurii în tehnică, la nivelul actual.

*

Das Buch behandelt die Refferate und Besprechungen, die bei der Jubileumsbesprechung in Essen, Juni 1956, stattgefunden haben.

Die Vergleichsdaten beziehen sich auf die Produktivität und Wirtschaftlichkeit der Anwendung der Schweisstechnik.

N. Popinceanu

50. BIAGGI P., *Les convoyeurs à courroies caoutchoutées*, Dunod, Paris, 1958, X + 336 pp.

Stăpînind cu siguranţă problemele specifice ale construcţiei, calculului şi exploatării transportoarelor cu bandă şi fiind la curent cu cele mai recente realizări ale tehnicii occidentale în domeniul acestor transportoare, autorul a reuşit să ofere cititorilor o lucrare completă, logic închegată şi metodic expusă.

După cîteva generalităţi strict necesare orientării de ansamblu a cititorului (cap. I şi II), sînt prezentate succesiv (cap. III) organele componente ale unui transportor cu bandă (banda, şasiul cu rolele de reazem, tobele, capul de acţionare, dispozitivele de întindere etc). Problemele generale ale transportoarelor cu bandă (alegerea vitezei şi lăţimii benzii, stabilirea productivităţii şi determinarea pantei limită) sînt tratate în cap. IV. Pentru proiectanţi prezintă un deosebit interes cap. V în care este expusă metodica proiectării transportoarelor cu bandă. Faptul că la alcătuirea acestui capitol s-a ţinut seama şi de relaţiile empirice şi de recomandările birourilor de studii ale diferitelor fabrici specializate în producţia transportoarelor cu bandă precum şi prezenţa unui mare număr de abace face ca prin conţinutul său acest capitol să răspundă în mod eficient principalelor probleme ce trebuie rezolvate în munca de proiectare. Persoanele destinate să folosească transportoarele cu bandă găsesc indicaţii preţioase pentru activitatea lor în cap. VI, VII şi VIII care tratează problemele alegerii, montajului şi întreţinerii unor astfel de transportoare precum şi problemele economice ridicate de construcţia şi exploatarea lor. Construcţiile speciale de transportoare cu bandă (transportoare cu bandă portantă şi lanţuri sau cabluri de tracţiune precum şi transportoarele cu bandă mobile) sînt prezentate în cap. IX—XI. Ultimele două capitole (cap. XII şi XIII) dau cîteva indicaţii însoţite de numeroase fotografii privind domeniul de utilizare al transportoarelor cu bandă.

*

L'utilisation toujours plus répandue des convoyeurs à courroies caoutchoutées dans les domaines les plus divers d'une part, et le nombre réduit des ouvrages de synthèse d'autre part, ce sont là deux des raisons qui rendent intéressant de premier abord le livre de P. Biaggi aussi bien pour les constructeurs que pour tous ceux qui s'occupent de l'exploitation des convoyeurs à courroies caoutchoutées.

Pour le lecteur attentif d'autres raisons d'apprécier ce livre s'ajoutent à celles déjà signalées, à savoir : l'auteur fait preuve non seulement d'une profonde connaissance des problèmes concernant le calcul, la construction et l'exploitation des convoyeurs à courroies caoutchoutées, mais aussi il est informé de toutes les récentes réalisations de la technique occidentale dans le domaine respectif.

L'auteur a offert à ses lecteurs un traité complet, logiquement construit et d'une exposition méthodique, qualités qui rendront agréable et utile sa lecture, non seulement pour les spécialistes, mais tout aussi bien pour toute autre personne d'une qualification technique appropriée s'intéressant à ces engins qui sont d'une si large utilisation dans la manutention mécanique.

C. Linde

51. ПАРНИЦКИЙ А. Б., ШАБАШОВ А. П., *Мостовые краны общего назначения. Конструкция, расчет, эксплуатация*, Изд. II, испр. и доп., Машгиз, Москва-Свердловск, 1958, 403 стр.

Lucrarea recenzată are scopul să facă cunoscut tuturor celor interesaţi stadiul actual al remarcabilelor realizări sovietice în domeniul construcţiei şi calculului podurilor rulante cu două grinzi, cu acţionare electrică, de destinaţie generală.

Bazaţi pe o cunoaşterea aprofundată a problemelor ridicate de construcţia şi calculul podurilor rulante şi a celor mai noi realizări ale industriei sovietice în acest domeniu, autorii au reuşit să ofere cititorilor o lucrare completă şi didactic alcătuită. După cîteva generalităţi asupra podurilor rulante (cap. I) se abordează cu competenţă problemele determinării valorilor de calcul ale sarcinilor şi acele ale alegerii materialului şi rezistenţei admisibile (cap. II). Organele de maşini specifice (palanele, cîrligele, tobele, frînele etc.) sînt prezentate în cap. III—V şi X—XII, iar organele de maşini de destinaţie generală, folosite şi în construcţia podurilor rulante, în cap. VI-IX. Înfăţişarea diferitelor construcţii de cărucioare şi de poduri rulante este redată în cap. XIII şi XIV. O dezvoltare mai largă este acordată construcţiei metalice a podurilor rulante (cap. XV-

XVII), expunîndu-se calculul grinzilor principale alcătuite atît sub formă de grinzi cu zăbrele cît şi sub formă de grinzi cheson. Cap. XVIII şi XIX sînt destinate prezentării, construcţiei şi calculului mecanismelor pentru deplasarea podurilor rulante şi amortizorilor de la capetele căii. Persoanele interesate în utilizarea podurilor rulante găsesc indicaţii preţioase în cap. XX–XXII, în care sînt tratate problemele legate de ungerea, exploatarea şi repararea acestor maşini de ridicat. Ultimul capitol al lucrării (cap. XXIII) aduce o notă de valoroasă originalitate prin prezentarea ultimelor rezultate ale cercetărilor făcute în domeniul construcţiilor metalice ale podurilor rulante de mare capacitate de ridicare.

Lucrarea recenzată se bazează pe o bogată bibliografie (66 titluri) care cuprinde, printre altele, şi ultimele lucrări asupra podurilor rulante ale cunoscutului institut din URSS de cercetări ştiinţifice în domeniul maşinilor de ridicat şi transportat (ВНИИПТМАШ). Prezenţa a numeroase planşe şi tabele ce conţin parametrii standardizaţi pentru diferite organe de maşini precum şi prezenţa exemplelor de calcul fac din lucrarea recenzată un preţios îndrumar în activitatea de proiectare a podurilor rulante.

*

С глубоким знанием проблем по строительству, расчету и эксплуатации мостовых кранов, а также и новейших успехов в советской промышленности, авторы предлагают читателю исчерпывающий, методично составленный, материал по этой области.

Референт подчеркивает как особое достоинство труда тот факт, что читатель получает возможность ознакомиться с высоким современным уровнем научных исследований ВНИИПТМАШ – а и кафедр по техническим специальностям ВУЗ-ов СССР.

Прекрасно оформленная рисунками, многочисленными таблицами и расчетными примерами, книга представляет собой необходимый справочник для исследователей и работников по расчету, строительству и эксплуатации мостовых кранов. *C. Linde*

52. КОСТИН М. И., ШИМАНОВИЧ С. В., *Экскаваторы. Справочник*, Изд. II, ГНТИМЛ, М., 1959, 524 стр.

Ediţia a doua a îndrumarului conţine completări şi îmbunătăţiri faţă de prima ediţie apărută în 1954. Îndrumătorul conţine datele constructive şi parametrii de lucru ale excavatoarelor fabricate recent în Uniunea Sovietică. Prima parte se referă la excavatoarele cu mai multe cupe.

La fiecare tip de excavator sînt arătate domeniile de întrebuinţare, schema cinematică a transmisiilor, schemele de acţionare a cablurilor, schema hidraulică sau pneumatică a comenzilor şi caracteristicile tehnice ale excavatorului.

*

Der Wegweiser der Autoren K o s t i n und S c h i m a n o v i t s c h umfasst zahlreiche Daten über die Bagger die jetzt in der Sowjetunion hergestellt werden.

Dieser Wegweiser enthält eine Syntheze sämtlicher bedeutenden Daten die zur Ausbeutung und Besorgung der verschiedenen Bagger gebraucht werden.

Seine besondere Eigenschaft besteht darin, dass er eine ordnungsgemässe Darstellung eines umfangreichen dokumentarer Materials in Bezug auf diese komplexen Maschinen aufweist. *D. Şerban*

53. MANEA GH., BOŞIANU O., CHIŞU A., SĂVEANU L., *Organe de Maşini*, vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1958, 856 pp.

În Editura Tehnică (Bucureşti, 1956), sub semnătura aceluiaşi colectiv a apărut *Organe de Maşini*, vol. **I**, (663 pp., 787 fig.) şi care conţine următoarele capitole: cap. I — Consideraţii generale; cap. II — Organe de asamblare şi parţial cap. III — Organele mişcării de rotaţie: osiile şi arborii, organele de sprijinire, fusurile şi pivoţii, teoria hidrodinamică a ungerii şi lagărele prin alunecare.

Acest al doilea volum are următoarea structură: continuarea cap. III — Organele mişcării de rotaţie: lagărele prin rostogolire, cuplajele, cap. IV — Organele transmisiilor mecanice: roţi cu fricţiune, angrenaje, transmisii prin curele şi transmisii prin lanţ; cap. V — Organele mecanismului cu bielă-manivelă: manivele şi arbori cotiţi, biele, capul de cruce, pistoanele, volantul şi cap. VI — Organele pentru închiderea circulaţiei fluidelor: organele de închidere cu ventil, cu sertar, cu cep şi cu valvă.

Conţinutul acestui al doilea volum, dealtfel ca şi cel al primului volum, este de un înalt nivel ştiinţific şi tehnic şi se bazează pe o bibliografie bogată şi totodată modernă.

Modul de tratare al capitolelor este unitar şi cuprinde: caracterizarea, clasificarea, descrierea, calculul, detaliile constructive şi de proiectare a organelor de maşini. Capitolele şi uneori chiar subcapitolele sînt însoţite de exemple de calcul şi de proiectare din cele mai reprezentative, cartea putînd servi nu numai pentru studiu dar tot atît de bine şi pentru proiectare în institutele de proiectări, fapt care dovedeşte în acelaşi timp şi îndelungata experienţă a autorilor în domeniul proiectării organelor de maşini.

Cu dezvoltarea judicioasă dată cap. I din vol. I — Consideraţii generale, obiect, istoric, principii generale de calcul şi proiectare, coeficienţi de siguranţă, materiale, noţiuni de toleranţă şi ajustaje, standardizare, ambele volume capătă posibilităţi de utilizare independentă şi generală, fiind utile tuturor studenţilor facultăţilor tehnice.

Trebuie remarcat faptul că cele două volume de *Organe de Maşini* constituie prima încercare de tratare globală şi unitară a organelor de maşini la noi în ţară.

*

Второй том учебника по курсу *Детали машин* составляет продолжение первого тома, выпущенного в 1956 г. теми же авторами и тем же издательством, впервые в нашей стране, охватывает в своем изложении все детали машин включая и шатунно-кривошипный механизм, а также и детали запорного приспоссбления для циркуляции флюидов.

Учебник, предназначенный МВО РНР для студентов ВУЗ-ов, может служить также хорошим справочником для инженеров проектантов. *N. Popinceanu*

54. ЧЕРНАВСКИЙ С. А., ИЦКОВИЧ Г. М., КИСЕЛЕВ В. А., БОКОВ К. Н., БОНЧ-ОСМОЛОВСКИЙ М. А., КОЗИНЦЕВ Б. П., *Проектирование механических передач, учебносправочное пособие по курсовому проектированию деталей машин*, Машгиз, М., 1959, 740 стр.

În carte sînt date pe scurt o serie de elemente cu privire la calculul şi construcţia unor ansamble şi organe de maşini. Astfel, după cîteva noţiuni introductive asupra conţinutului temelor de proiectare, asupra executării desenelor şi întocmirii memoriului justificativ de calcule, se analizează următoarele probleme: calculul cinematic şi alegerea electromotorului, generalităţi asupra reductoarelor, calculul transmisiilor dinţate, proiectarea reductoarelor planetare, proiectarea reductoarelor cu transmisie melcată, calculul arborilor şi al lagărelor, detalii constructive în legătură cu reductoarele şi sisteme de ungere, trasmisii prin curele şi lanţuri, proiectarea variatoarelor, calculul cuplajelor, calculul arcurilor.

Tratarea acestor probleme este făcută deosebit de clar şi concis, autorii reuşind ca într-un număr de pagini relativ redus să prezinte sinteza unui bogat material documentar, îmbinat cu o vastă experienţă. În scopul folosirii cu uşurinţă a cărţii sînt indicate numeroase date asupra unor coeficienţi experimentali, precum şi extrase din standarde.

Pentru o mai bună înţelegere a chestiunilor tratate, care de altfel se remarcă printr-o ordonare judicioasă, principiile de calcul şi de proiectare sînt însoţite de numeroase exemple de utilizare a lor. Se accentuează asupra unor factori de mare importanţă în ceea ce priveşte execuţia şi exploatarea cum ar fi: siguranţa în funcţionare, factorii tehnologici, factorii economici. Sînt recomandate criterii de alegere a construcţiei celei mai raţionale, corespunzătoare unor condiţii impuse.

De asemenea, avînd în vedere importantul rol pe care-l au în proiectare factorii economici, în exemplele citate mai sus sînt introduse şi calcule economice orientative.

Manualul-îndreptar de faţă a avut la bază cartea *Proiectarea la cursul de Organe de Maşini*. Faţă de aceasta au fost dezvoltate o serie de capitole, s-au introdus capitole noi (variatoare, reductoare planetare), ţinîndu-se seama de ultimele date căpătate în cercetarea domeniilor tratate.

Întrucît proiectarea (calculul şi construcţia) diferitelor tipuri de transmisii mecanice prezintă un deosebit interes practic, îndreptarul constituie un preţios sprijin în munca studenţilor de la institutele de învăţămînt superior tehnic (tehnologi, energetici etc.).

*

В относительно малом количестве страниц, авторы съумели ясно и сконцентрированно изложить богатый документальный и экспериментальный материал по расчёту и конструированию устройств и деталей машин. Для большего освоения материала, принципы расчёт и проектирования сопровождаются многочисленными конкретными примерами. Рекомендуются общие критерии выбора наиболее рациональных, с точки зрения функционирования, конструирования и эксплуотации, решений. Предлагаемый труд служит ценным подспорьем для студентов ВТУЗ-ов. *M. Gafiţeanu*

55. ПОНОМАРЕВ С. Д., БИДЕРМАН В. Л., ЛИХАРЕВ К. К., МАКУШИН В. М., МАЛИНИН Н. Н., ФЕОДОСИЕВ В. И., *Расчёты на прочность в машиностроении*, т. **I**, Машгиз, М., 1956, 862 стр.; т. **II**, Машгиз, М., 1958, 974 стр.; т. **III**, Машгиз, М., 1959, 1118 стр.

Volumul **I** conţine două părţi şi tratează bazele teoretice de calcul la rezistenţă precum şi metodele experimentale de determinare a eforturilor şi deformaţiilor; se tratează de asemenea calculele la rezistenţă şi rigiditate a elementelor de construcţii solicitate static.

Volumul **II** conţine patru părţi şi tratează calculul plăcilor rotunde şi dreptunghiulare, calculul învelişurilor, al tuburilor cu pereţi groşi, al eforturilor de contact, al organelor de maşini din mase plastice; cuprinde de asemenea calcule în domeniul deformaţiilor mici elastoplastice precum şi în domeniul fluajului stabilizat şi nestabilizat.

Volumul **III** cuprinde calculul organelor de maşini solicitate dinamic, teoria vibraţiilor, calcule la solicitări cu şoc, la oboseală precum şi calculul la flambaj al tijelor comprimate şi a arcurilor etc.

Faţă de lucrarea *Bazele metodelor moderne de calcul la rezistenţă în construcţia de maşini* (vol. **I** şi **II**), Машгиз, М., 1950, 1952, conţinutul acestor trei volume este mult mai dezvoltat şi completat cu un nou şir de capitole avînd totodată capitole prelucrate şi completate atît cu exemple de calcul cît şi cu diverse probleme îndrumătoare; conţine de asemenea rezultate din noile cercetări ştiinţifice ale autorilor.

Conţinutul celor trei volume recenzate este bazat pe o vastă şi modernă bibliografie.

În concluzie lucrarea de faţă constituie un ajutor preţios atît în domeniul calculului şi proiectării maşinilor cît şi mai ales în munca de cercetare ştiinţifică.

*

Der erste Band enthält zwei Teile und handelt über die theoretischen Grundlagen der Festigkeitsberechnung so wie auch über die experimentellen Methoden für die Feststellung der Spannungen und Verformungen; es behandelt ebenfalls die Berechnung auf Spannung und Steife der statisch belasteten Konstruktionselemente.

Der zweite Band enthält vier Teile und handelt über die Berechnung der runden und rechteckigen Platten, der Schalen, der dickwandigen Rohre, der Berührungsspannungen; er enthält ebenfalls Berechnungen in dem elastoplastischem Gebiet so wie auch des stabilisierten und unstabilisierten Kriechens.

Der dritte Band enthält die Berechnung der dynamisch belasteten Maschinenelemente, die Theorie der Schwingungen, Stossbelastung, Ermüdung so wie auch das Knicken von gedrückten Stäben und Federn.

Im Vergleich mit der Arbeit *Die Grundlagen der modernen Spannungsrechenmethoden im Maschinenbau* (Bd. **I** u. **II**), Машгиз, М., 1950, dgl. 1952, ist der Inhalt dieser drei Bände viel reicher und durch eine neue Reihe von Abschnitten ergänzt, viele Abschnitte sind umgearbeitet und mit Rechenbeispielen so wie auch andere wegweisende Probleme ergänzt; enthält ebenfalls Ergebnisse über die neusten wissenschaftlichen Studien der Verfasser.

Der Inhalt begründet sich auf ein reiches und modernes Schrifttum. In Zusammenfassung kann man sagen dass vorstehende Arbeit eine grosse Hilfe auf dem Gebiet der Berechnung und des Entwerfen von Maschinen und besonders für wissenschaftliche Studien darstellt. *N. Popinceanu*

56 BOWDEN F. P., TABOR D., *Reibung und Schmierung fester Körper*, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959, 430 S., (aus dem Englischen übersetzt).

Cartea se ocupă cu descrierea proceselor fizice şi chimice ce iau naştere la alunecarea suprafeţelor corpurilor tari, precum şi cu mecanismul frecării şi al ungerii la limită; sînt expuse în general cercetările experimentale ale autorilor şi ale colaboratorilor lor.

Primele trei capitole se ocupă cu rugozitatea suprafeţelor şi cu metodele de măsurare a ei, cu mărimea suprafeţei de contact a corpurilor solide, cu calculul şi măsurarea temperaturii suprafeţelor în frecare şi cu studiul coeficientului de frecare static şi dinamic.

În restul capitolelor se tratează despre deteriorarea suprafeţelor în frecare, influenţa păturilor de metal moale asupra frecării; se trece apoi la studiul modului de acţionare al aliajelor pentru lagăre cu considerarea uzurii, temperaturii şi a ungerii.

Cu precădere se tratează mecanismul ungerii la limită, influenţa stratului limită de fluid, influenţa păturilor de corpuri străine precum şi reacţiile chimice cauzate de frecare.

În cuprinsul cărţii se caută de asemenea o explicaţie a fenomenului de uzură metalică.

Se prezintă un bogat material experimental şi teoretic, bazat pe o bibliografie modernă; cartea este foarte utilă pentru studiu dar mai ales pentru cercetare ştiinţifică.

*

Das Buch handelt über die Untersuchungen der physikalischen und chemischen Vorgänge die beim Gleiten fester Körper erscheinen so wie auch über der Mechanismus der metallischen Reibung und der Grenzschmierung; es werden im allgemeinen die experimentellen Forschungen der Verfasser und ihrer Mitarbeiter festgelegt.

Es wird ein reiches theoretisches und praktisches Material vorgezeigt, das sich auf ein modernes Schrifttum begründet; das Buch ist von hohen wissenschaftlichen Niveau und für Studium und besonders für wissenschaftliche Forschungen sehr nützlich

N. Popinceanu

57. WANSLEBEN F., *Die Theorie der Drillfestigkeit von Stahlbauteilen*, Stahlbau-Verlag G.m.b. H., Köln, 1956, 51 S.

Broşura tratează despre torsiunea împiedecată la elementele construcţiilor de oţel. După ce se expune solicitarea la torsiune uniformă atît la bare drepte cît şi la bare curbe, se elucidează torsiunea împiedecată, analizîndu-se apoi o serie de cazuri particulare ca: bare cu o variaţie uniformă a secţiunii, bare cu secţiuni variabile, bare cu încărcare uniformă, grinzi cu zăbrele, precum şi secţiuni casetate. Cercetările teoretice sînt completate cu exemple şi indicaţii practice.

Cartea reprezintă o sintetizare a acestei probleme, cuprinzînd şi cercetări proprii în acest domeniu.

*

Vorstehende Arbeit bildet einen wertvollen Beitrag zum Problem der Drillfestigkeit von Stahlbauteilen dadurch dass es alle bisherigen Untersuchungen zusammenfasst. Der Wert wird noch dadurch erhöht dass auch eigene Untersuchungen das Bekannte ergänzen.

Es ist von besonderen Nutzen für alle auf dem Gebiete des Stahlbaues arbeitenden Ingenieure.

T. Silion

58. RESINGER F., *Der dünnwandige Kastenträger mit einfachsymmetrischen, verformbaren Rechteckquerschnitt unter Biege und Torsionsbelastung*, Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues, Heft *13*, Stahlbau-Verlag G.m.b. H, Köln, 1959, 73 S.

Lucrarea se ocupă cu calculul grinzii chesonate cu pereţi subţiri, de secţiune dreptunghiulară, cu un ax de simetrie, supusă la încovoiere şi torsiune; ea aduce o completare la studiile lui E b n e r referitoare la secţiuni cu două axe de simetrie.

După ce se dă teoria generală a chesoanelor prizmatice în analogie cu relaţia celor trei momente, se tratează cazul încărcării simetrice şi antisimetrice, ţinîndu-se seama

de rigidizările nodurilor. De asemenea se studiază cazul cînd pereţii grinzii chesonate se înlocuiesc cu grinzi cu zăbrele sau cadre, se expune apoi calculul la torsiune a grinzii chesonate în cazul „sistemului de două grinzi" de înlocuire.

Torsiunea grinzilor chesonate este studiată în două ipoteze: legăturile exterioare static determinate şi static nedeterminate. Lucrarea conţine un număr suficient de exemple de calcul pentru a ilustra cele tratate.

*

В работе изучается задача тонкостенной балки прямоугольного замкнутого профиля с одной осью симметрии, встречающейся в проектировании мостов. Автор продолжает работы Е б н е р а, относящиеся только к прямоугольным сечениям с двумя осями симметрии, разрабатывая сперва общую теорию тонкостенной балки в аналогии с уравнением трех моментов и случай симметричной и обратносимметричной нагрузки, затем случай когда полные стены заменяются решеткой и рамами, а также кессонная конструкции заменяется „двухбалочной системой".

В заключении решается задача кручения тонкостенной балки в случае статически определимых и статически неопределимых связей. Дано много численных примеров.

N. Orlovschi

59. SWAINGER K., *Analysis of Deformation,* vol. **3**, *Fluidity*, Chapman & Hall, 1956, 266 p.

Volumul **3** al lucrării *Calculul deformaţiilor* de K. S w a i n g e r cuprinde pe de o parte o critică a teoriilor clasice referitoare la mecanica fluidelor incompresibile, şi curgerea vîscoasă a fluidelor şi solidelor (N a v i e r, S t o k e s, E u l e r, B e r n o u l l i etc.), pe de altă parte o teorie proprie în acest domeniu.

Volumul cuprinde 7 capitole: Introducere, Formulare matematică, Formulare matematică clasică, Vîscozitate, Curgere plană, Curgere vîscoasă tridimensională, Deformaţii-fluiditate, Condiţiile la limită şi influenţa lor asupra curgerii.

Înţelegerea conţinutului acestui volum necesită cunoaşterea materialului expus în vol. **1** şi **2** întrucît lucrarea concepută de Swainger (în 4 volume) reprezintă o nouă teorie, fondată pe alte ipotezè decît cele cunoscute, ale altor autori ca P r a g e r, P r a n d t l etc.

Lucrarea prezintă interes în studiul teoretic şi experimental al deformaţiilor.

*

Третий том работы Ш в а й н г е р а, *Расчет деформаций*, содержит критику классических теорий механики незжимающихся жидкостей и вязкой текучести тел, а также и новую теорию применяемую в этой области.

Основы новой теории, изложенные в первых двух томах, заметно отличаются от других известных (напр. П р а г е р а, П р а н д л я и др.).

Книга предназначена для научных работников в области теории деформаций.

N. Orlovschi

60. BEEDLE L. S., *Plastic design of steel frames*, J. Wiley a. Sons, New-York, Chapman a. Hall, London, 1958.

Noua lucrare referitoare la calculul structurilor în domeniul plastic — prima de acest fel apărută în SUA — prezintă un deosebit interes pentru inginerii constructori.

Plecînd de la date experimentale reprezentative şi folosind un bogat material bibliografic, în prima parte a lucrării autorul prezintă sub o formă concisă şi extrem de clară teoria şi metodele calculului plastic al structurilor, inclusiv influenţa forţelor axiale şi tăietoare, probleme de stabilitate, cazul sarcinilor repetate etc., precum şi calculul deformaţiilor. Un capitol este destinat îmbinărilor şi realizării podurilor la construcţii metalice.

A doua jumătate din volum este consacrată problemelor practice de proiectare. În lucrare se dau, în detaliu, toate indicaţiile, elementele şi tabelele necesare folosirii cît mai comode a calculului plastic în proiectarea structurilor metalice (grinzi continue şi cadre diferite). Această parte a lucrării, pe lîngă că ilustrează atît avantajele cît şi simplitatea calculului plastic, prezintă un considerabil interes pentru inginerii constructori, care au fost lipsiţi pînă acum de un ghid detaliat în acest domeniu.

*

This new work on plastic design of structures—the first of the kind in U.S.A.—is a book of considerable interest for civil engineers.

Based on representative experimental data and using a vast bibliographic material, the author—in the first part of his work—presents, with clarity, in a extremely concise style, the theory and methods of plastic analysis of structures, including problems regarding the influence of axial and shear forces, stability, repeated loads, etc., as well as the computation of deflections. A whole chapter deals with connections with special attention to the joints in metallic structures.

The second half of the work is devoted to practical problems of design; it provides detailed information and all necessary elements and tables for most convenient use of plastic analysis for metallic structures design (continuous beams and different frames).

This part of the work, not only demonstrates both the advantages and simplicity of plastic analysis, but is extremely useful too, for civil engineers, who up to now lacked a detailed design guide. *A. Şesan*

61. PARCEL J., MORMAN R., *Analysis of statically indeterminate structures*, John Wiley a. Sons, New-York, Chapman a. Hall, London, 1955.

Deşi, mai ales în ultimul timp, au apărut numeroase tratate pentru calculul structurilor static nedeterminate, prezenta lucrare se impune atît ca manual didactic cît şi ca tratat pentru inginerii din proiectare.

Trebuie menţionate cu deosebită apreciere, capitolele 1 şi 2 în care se dezvoltă pe larg diferite metode de calcul a deformaţiilor, însoţite de numeroase exemple de calcul.

Dacă metodele generale de calcul sînt prezentate succint în capitolul 3, în următoarele trei capitole (4, 5 şi 6) se dezvoltă pe larg metodele speciale, de largă folosinţă în calculul structurilor. În capitolele 7 şi 8 se aplică aceste metode la calculul grinzilor continue şi a cadrelor, iar capitolul 10, destinat studiului arcelor, încheie problemele de calcul a structurilor clasice.

Ultimul capitol (11) tratează calculul unei structuri statice speciale—a podurilor suspendate.

Sistematizarea deosebit de judicioasă a materiei şi expunerea ei clară şi riguroasă, precum şi alegerea adecvată a exemplelor de calcul sînt o mărturie a bogatei activităţi didactice a autorilor.

Această lucrare este deosebit de indicată pentru studenţi, foarte utilă inginerilor proiectanţi şi—graţie modului original în care se tratează anumite capitole—prezintă un deosebit interes pentru cercetători.

Cititorii sînt pe deplin îndreptăţiţi să aştepte apariţia lucrării referitoare la structurile speciale, anunţată de autori.

*

Parmi les nombreux traités concernant le calcul des structures statiquement indéterminées, parus dernièrement, le présent ouvrage s'impose non seulement en tant que manuel pour l'enseignement, mais aussi comme traîté à l'usage des ingénieurs.

Nous faisons une mention spéciale quant aux chapitres 1 et 2 qui développent d'une manière ample les différentes méthodes de calcul des déformations, tout en donnant de nombreux exemples de calcul.

Les méthodes générales de calcul sont exposées dans le 3-ème chapitre ; les trois chapitres suivants (4, 5, 6) exposent des méthodes spéciales, assez largement utilisées, pour le calcul des structures. Dans les chapitres 7 et 8 on applique ces méthodes au calcul des poutres continues et des cadres, tandis que le chapitre 10 est consacré aux arcs.

Le dernier chapitre (11) expose le problème du calcul d'une structure statique spéciale, à savoir, les ponts suspendus.

La distribution judicieuse du matériel, l'exposé clair et rigoureux, de même que le choix adéquat des exemples de calcul, constituent d'autres mérites de ce traité.

Cet ouvrage est particulièrement indiqué pour les étudiants et très utile aux ingénieurs.

Nous attendons la parution du volume annoncé par les auteurs, concernant l'étude des structures spéciales. *A. Şesan*

62. SATTLER K., *Theorie der Verbundkonstruktionen*, 2. Aufl., Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1959, Bd. I, 272 S.; Bd. II, 241 S.

Lucrarea lui K. Sattler, apărută în 1953, este oferită specialiştilor în actuala nouă ediţie, în două volume. În acest interval de timp autorul a mai publicat un număr de articole în legătură cu betonul armat precomprimat, domeniu care în actuala ediţie se bucură de atenţia cuvenită. Lucrarea se ocupă cu calculul construcţiilor complexe de oţel şi beton, cum sînt, de exemplu, construcţiile de beton armat beton precomprimat cît şi conlucrarea construcţiilor metalice cu plăcile de beton armat, obişnuit şi beton precomprimat. Volumul I cuprinde teoria generală a sistemelor static determinate şi nedeterminate. De o deosebită atenţie se bucură în lucrare influenţa curgerii lente şi a contracţiei betonului asupra stării de eforturi a diferitelor structuri şi în special asupra sistemelor static nedeterminate. De asemenea este larg analizată şi influenţa variaţiei în timp a modulului de elasticitate al betonului. În volumul II sînt date o serie de exemple de calcul în scopul elucidării teoriei expuse în volumul precedent. Aici sînt tratate sisteme static determinate şi static nedeterminate cu secţiuni compuse din beton şi oţel. Structurile alcătuite din arce de beton armat, grinzi continue şi cadre din beton precomprimat, grinzi continue cu inima plină şi zăbrele din oţel precum şi cadrele metalice care conlucrează cu dale de beton armat obişnuit şi precomprimat se bucură de o tratare minuţioasă şi cuprinzătoare. Lucrarea prof. K. Sattler este deosebit de interesantă şi utilă pentru inginerii care se ocupă cu acest fel de construcţii, în special pentru faptul că tratează în mod unitar problema structurilor precomprimate şi construcţiilor de oţel şi beton care conlucrează.

*

Vorstehende zweite Auflage der Arbeit von Dr. Ing. K. Sattler, in zwei Bänden, erweitert in grossem Masse die Kentnisse die sich in der ersten Auflage befinden haben und führt ebenfalls neue Kentnisse ein, wie, zum Beispiel, den Spannbeton.

Ref. gibt oben in rumänischer Sprache einige Einzelheiten über dieses besonders nützlichen Werk und hebt hervor dass wir hier zum ersten Mal eine einheitliche Methode zur Behandlung der oben gezeigten Bauten begegnen, die es erleichtert diese Probleme, die heute an Tagesordnung bei der Planung und dem Bau der Brücken ist, recht gründlich zu verstehen. *M. Botez*

63. *** *Dezvoltarea industriei socialiste în RPR*, Ed. Şt., Buc., 1959, 598 pp.

Lucrarea *Dezvoltarea industriei socialiste în RPR* însumează unsprezece studii, la a căror elaborare a contribuit un larg colectiv de ingineri şi economişti specialişti în diferite ramuri industriale.

Aşa cum rezultă din lectura întregii lucrări, clasa muncitoare din ţara noastră, condusă de Partid, a dovedit că poate construi, „fără burghezie şi împotriva burgheziei" o orînduire social-economică prosperă, care pune în centrul activităţii sociale, omul cu nevoile sale.

În toate domeniile activităţii social-economice s-au obţinut succese deosebite. Prezentării realizărilor remarcabile obţinute în industrializarea socialistă a ţării îi este consacrat acest volum.

Indicînd situaţia grea a industriei, slab dezvoltată şi anarhică, din Romînia burghezo-moşierească, care nu permitea o valorificare raţională a bogăţiilor naturale ale ţării, lucrarea citată relevă—într-o înlănţuire firească—succesele obţinute pe calea industrializării socialiste.

În trecut economiştii burghezi, la adăpostul aşa numitelor teorii cu privire la caracterul „eminamente agricol" al vechii Romînii, sau al teoriei „statului ţărănesc", încercau să ascundă, de fapt, incapacitatea orînduirii burghezo-moşiereşti de a organiza dezvoltarea armonioasă a forţelor de producţie. Teoria retrogradă a permanentizării caracterului agricol al ţării noastre a fost sfărîmată de munca şi lupta dusă de Partidul Comunist Romîn.

În Raportul Politic al CC al PCR, ţinut la Conferinţa Naţională din octombrie 1945, tov. Gh. Gheorghiu-Dej a arătat care era substratul de clasă al teoriilor şi teoreticienilor care susţineau că Romînia este o ţară „eminamente agricolă".

„Aceşti teoreticieni căutau în fond să justifice existenţa şi interesele marii moşierimi. Ei tindeau să ţină Romînia în condiţii de inferioritate faţă de statele mari industriale, să rămînem tributarii acestor state în ce priveşte produsele industriale. Împiedecînd dezvoltarea industrială a Romîniei ei împiedecau prin aceasta dezvoltarea culturală şi bunăstarea materială a maselor largi populare. Împiedecînd dezvoltarea industrială a Romîniei, deci crearea unei industrii metalurgice care să fabrice tractoare şi maşini agricole, ei împiedecau în fond dezvoltarea agriculturii, nepunîndu-o pe baze ştiinţifice, nefolosind maşinile şi tehnica modernă pentru a mări randamentul muncii, a mări producţia şi a ridica nivelul de trai al ţărănimii. Împotriva acestor teoreticieni reacţionari, care căutau să facă din ţara noastră un apendice al marilor state industriale, ne-am ridicat din totdeauna noi, marxiştii, comuniştii, susţinînd că progresul ţării noastre este în directă şi nemijlocită legătură cu progresul industrializării ţării şi că de tăria industrială a ţării depinde în mare măsură însăşi independenţa statului nostru" (Gh. Gheorghiu-Dej, *Articole şi cuvîntări*, Ed. PMR, Buc., 1951, pp. 53—54).

Le această Conferinţă Naţională a PCR (1945) s-a arătat nu numai necesitatea, ci s-a demonstrat posibilitatea industrializării, elaborîndu-se în acelaşi timp planuri concrete de refacere şi dezvoltare continuă a industriei ţării noastre.

Ca urmare a folosirii înţelepte a legilor economice de dezvoltare a societăţii, prin aplicarea creatoare a măreţei experienţe sovietice din acest domeniu, Partidul Muncitoresc Romîn a urmat consecvent politica leninistă de industrializare socialistă a ţării noastre, asigurînd în primul rînd dezvoltarea industriei grele, cu pivotul său principal— industria constructoare de maşini unelte.

Lucrarea cuprinde unsprezece capitole, care, cu excepţia ultimului, tratează, fiecare, cîte un domeniu al industriei (energetică, minieră, siderurgică, a petrolului, chimică etc.), studiat după un plan sistematic şi larg cuprinzător. Astfel, pentru fiecare ramură industrială sînt analizate, în paragrafe speciale, elemente de istorie a creerii şi dezvoltării sale, structura ramurii şi organizarea ei, dinamica producţiei, repartiţia teritorială în trecut şi în prezent, indicii de mecanizare, rolul, locul şi importanţa ramurii respective în ansamblul economiei naţionale, perspectivele de dezvoltare etc.

Se evidenţiază faptul că valorificarea bogăţiilor naturale ale ţării, în vederea dezvoltării unei industrii grele puternice, nu putea fi înfăptuită fără ca toate aceste bogăţii să intre în stăpînirea poporului, pentru ca să poată dispune de ele în folosul său. Partidul a subliniat faptul că: „măreaţa cucerire a poporului nostru muncitor—naţionalizarea principalelor întreprinderi industriale, bancare, miniere, de transporturi şi asigurări — a creat putinţa trecerii pe drumul industrializării socialiste a ţării" *(Rezoluţii şi Hotărîri ale CC al PMR,* 1948...1950, Ed. PMR, Buc., p. 293).

O dată cu trecerea la conducerea planificată a economiei naţionale linia generală a politicii de industrializare socialistă a ţării şi-a găsit expresia, succesiv, în planurile anuale de stat pe 1949, 1950, în planul de 10 ani de electrificare a ţării, în primul şi al doilea plan cincinal.

În anii de economie planificată industria construcţiilor de maşini, ca şi celelalte ramuri industriale, nu numai că şi-a sporit volumul, dar a asimilat producţia unui mare număr de noi produse. Aceasta a făcut ca necesarul de maşini şi utilaje pentru înzestrarea ramurilor economiei naţionale să se acopere într-o măsură mereu crescîndă din producţia proprie. Dezvoltarea cu precădere, se arată în lucrarea recenzată, a sectorului producerii mijloacelor de producţie, a determinat o schimbare simţitoare a structurii producţiei industriale. Semnificative sînt ritmurile de creştere ale grupelor economice *A* (sectorul producţiei mijloacelor de producţie) şi *B* (sectorul producţiei bunurilor de consum) din industrie ca şi schimbarea greutăţilor specifice. Dacă în 1948 ponderea grupei *A*, în totalul producţiei industriale, era doar de 49,4% iar a celei *B* de 50,6%, în anul 1958 ponderea grupei *A* s-a ridicat la 58,5% iar a grupei *B* a scăzut în mod corespunzător la 41,5%, cu toată creşterea absolută a producţiei bunurilor de consum realizată în această perioadă.

Lucrarea se încheie cu un capitol de sinteză intitulat „Privire de ansamblu asupra dezvoltării industriei în RPR", care prezintă cititorului o imagine atotcuprinzătoare asupra ansamblului de probleme privind industrializarea ţării noastre.

Aşa cum rezultă din acest capitol, succesele obţinute de poporul nostru muncitor pe calea industrializării socialiste au dus la creşterea continuă a venitului naţional şi au făcut posibilă creşterea de la an la an a veniturilor oamenilor muncii.

Bogăţia materialului prezentat în lucrarea *Dezvoltarea industriei socialiste în RPR* relevă în limbajul concis şi convingător al cifrelor marile realizări obţinute în crearea şi dezvoltarea continuă a industriei noastre socialiste.

Toate studiile înserate în acest volum au la bază o bogată documentaţie cifrică. Iar pentru a asigura o privire de sinteză şi o înţelegere mai clară a succeselor obţinute în industrializarea socialistă a ţării noastre, fiecare capitol prezintă numeroase reprezentări grafice care înfăţişează, printre altele, nivelul, structura şi ritmul acestei dezvoltări.

Colectivul de autori a reuşit în cele 498 pagini să pună la îndemîna cititorului o valoroasă lucrare de sinteză cu privire la dezvoltarea industriei socialiste în RPR.

Lucrarea recenzată se adresează tuturor specialiştilor din domeniul industriei şi este utilă atît pentru economişti cît şi pentru ingineri întrucît ei găsesc adunat în acest volum un material deosebit de preţios, pe care vor avea adesea prilejul să-l folosească în studiile lor şi în munca lor de zi cu zi.

*

Книга *Развитие социалистической промышленности в Румынской Народной Республике* — результат работы обширного коллектива инженеров и специалистов различных областей науки и техники. Первые 10 глав отражают данные о достижениях трудящихся масс страны в разнообразных отраслях (энергетика, рудная промышленность, нефтяная промышленность, чёрная металлургия и др.) Указывая на замечательные успехи в выполнении планов, под руководством Румынской Рабочей Партии и ценнейшей братской помощию Великого Советского Союза, в дружеском сотрудничества со странами народной демократии и всего социалистическоголагеря.

Для каждой отрасли промышленности излагается её история, развитие, структура, роль, место и значение в совокупности народного хозяйства, перспективы её дальнейшего развития.

Последняя глава „Общий взгляд на развитие промышленности в РНР (11-я), иллюстрируемая синтетическими цифровыми данными, а так же и многочисленными графиками, ярко говорит об уровне, структуре и режиме этого успешного развития.

Работа несомненно необходима для широкого круга инженеров, экономистов, специалистов других областей и служит ещё одним поводом к новым ярким успехам строительства социализма в РНР. *D. Rusu, N. Davideanu*

64. KNAUTHE E., *Ökonomischer Nutzen und Finanzierung von Investitionen in der volkseigenen Industrie*, Verlag Die Wirtschaft, Berlin, 1958, 206 S.

Cartea *Eficienţa economică şi finanţarea investiţiilor în industria socialistă* reprezintă o analiză exactă, ştiinţifică, a problemei actuale a determinării eficienţei economice a investiţiilor în Republica Democrată Germană.

În tratarea acestei probleme se analizează mai întîi procesul de reproducţie a fondurilor fixe, pe urmă eficienţa economică a investiţiilor în industrie, aprecierea eficienţei economice pentru obiecte de investiţii izolate precum şi finanţarea investiţiilor.

Problemele teoretice sînt completate cu exemple practice. Cartea este un preţios ajutor pentru inginerii economişti.

*

Der Verfasser behandelt in dem Buche das aktuelle Problem der Beurteilung des Ökonomischen Nutzens von Investitionen die in der volkseigenen Industrie gemacht werden. Die Arbeit gewinnt durch die Verbindung die zwischen Theorie und Praxis hergestellt wird, einen besonderen Wert für die praktische Lösung dieses Problems in der DDR.

Es kann für Studierende sowohl wie auch für Wirtschaftler wärmstens anempfohlen werden. *T. Silion*

65. MAIEVSCHI M., KIŞINEVSCHI I., TREBICI VL., *Dicţionar Economic-Financiar Rus-Romîn*, Ed. Şt., 1957, 736 pp.

Cartea sovietică, expresie a celei mai înalte şi progresiste culturi a omenirii, reprezintă pentru oamenii muncii din ţara noastră un ajutor nepreţuit pentru însuşirea experienţei marelui popor sovietic în construirea socialismului.

Dicţionarul recenzat este o operă de valoare, menită a contribui la umplerea golului adînc resimţit în rezolvarea problemei deosebit de grele de traducere şi folosire,

în cadrul unei terminologii corecte şi adecvate, a vastei game de lucrări de specialitate sovietice în domeniul ştiinţelor economice şi, mai ales, a disciplinei financiare.

Printre numeroasele particularităţi care constituie laturile deosebit de apreciate a dicţionarului, citäm, de pildă, gruparea termenilor economici-financiari pe probleme, în două limbi, ce permite folosirea acestei părţi a dicţionarului şi ca dicţionar terminologic romîn-rus.

*

Si sottolineano qui sopra alcune particolarità di questo dizionario economico-finanziario romeno-russo, di fondamentale importanza nella risoluzione del problema dell'adempimento di traduzioni corrette nel dominio, dalla lingua ove il contributo attuale in ogni ramo dello scibile è brillante, profondo ed assai spesso ad un livello imparagonabile.

W. Świzewski

66. KARNIOL Z., NEUMANN C., ŢIŢEICA R., *Dicţionar politehnic*, Ed. Tehn., Buc., 1957, IV+768 pp.

Impetuosul avînt de industrializare şi efortul general de ridicare a nivelului ştiinţific şi tehnic, declanşate şi susţinute de construire a socialismului în ţara noastră, au avut drept urmare o dezvoltare niciclnd întîlnită a artei tipografice şi apariţia masivă a cărţilor, tratatelor şi manualelor, în cele mai variate domenii ale ştiinţei şi tehnicii.

Apariţia *Dicţionarului Politehnic*, precedată de mai multe lucrări din acelaşi domeniu, îşi are la bază drept sursă de documentare *Lexiconul tehnic romîn*. Dicţionarul conţine, pe lîngă termenii de tehnică generală şi cei specifici tuturor ramurilor de industrie, noţiunile de bază din domeniul ştiinţelor exacte (matematici, mecanică, fizică, chimie), cum şi unii termeni din domeniul tehnicii economice, strîns legaţi de preocupările tehnicienilor. Colectivul de elaborare are meritul de a fi căutat să folosească în formularea definiţiilor noţiunilor introduse o formă accesibilă unor pături cît mai largi de oameni ai muncii. Numeroase schiţe, scheme şi desene sînt reproduse cu grija caracteristică Editurii Tehnice, ce devine fără îndoială o adevărată tradiţie.

Studiul de dezvoltare prin care trecem şi programul de lucru din ce în ce mai vast al Editurii Tehnice face îndreptăţită încrederea că nu mai sîntem departe de clipa apariţiei dicţionarelor speciale, destinate diferitelor ramuri ale ştiinţelor exacte [1]).

*

Le Réf. souligne ci-dessus les caractéristiques du nouveau *Dictionnaire polytechnique*, publié récemment pour le public roumain.

S. Oprişor

67. * * * *Lexiconul Tehnic Romîn*. Elaborare nouă, întocmită prin îngrijirea Asociaţiei ştiinţifice a inginerilor şi tehnicienilor din RPR (ASIT) de un colectiv sub conducerea prof. dr. ing. Remus Rădulet, t. **I** (*A-Ap*), 1957, XI + 548 pp.; t. **II** (*Ar-Bk*), 1957, VIII+539 pp.; t. **III** (*Bl-Cau*), 1958, VII+592 pp.; t. **IV**, (*Cav-Cola*), 1958, V+572 pp.; t. **V** (*Colb-Cy*), 1958, IV+660 pp., Ed. Tehn., Buc.

Asociaţia ştiinţifică a inginerilor şi tehnicienilor din Republica Populară Romînă, pentru a sprijini tehnica şi ştiinţa romînească, ce se află într-un avînt fără precedent în această epocă de construire a socialismului în ţara noastră, a editat între anii 1949 ... 1956 *Lexiconul tehnic rom'n*, operă de informare enciclopedică în domeniile tehnicii şi ştiinţelor ei de bază. Lucrarea are şapte volume şi un indice alfabetic, cu un total de 7 689 pagini. Ea cuprinde definiţiile şi principalele cunoştinţe referitoare la 48 763 de termeni directori de tehnică şi ştiinţă, în ordine alfabetică şi urmaţi de termeni corespunzători în cinci limbi străine. Prin această lucrare ASIT a contribuit la unificarea şi fixarea terminologiei tehnice, cum şi la ridicarea nivelului de cunoştinţe profesionale al oamenilor muncii din patria noastră.

Ediţia de faţă este o nouă elaborare, mult mai vastă şi mai aprofundată decît cea veche. Astfel, împrumuturile din prima elaborare a *Lexiconului* nu constituie, în primul volum, nici o zecime din materialul nou. Noul material reflectă numeroşi termeni, discipline şi ramuri tehnice noi, mergînd astfel în pas cu dezvoltarea şi succesele uriaşe ale tehnicii, cu instalarea şi punerea în funcţie a numeroase întreprinderi noi în ţara

[1]) A se consulta în această ordine de idei *Dicţionar economic-financiar rus - romîn*, întocmit de M. Maievschi, I. Kişinevski şi Vl. Trebici, sub redacţia lui M. Maievschi, Ed. Şt., Buc., 1957, 736 pp. (recenzia publicată în acest *Buletin*).

noastră. „Traducerile în limbi străine — spune în prefaţă colectivul *Lexiconului tehnic romîn* — au fost suprimate, fiindcă între timp au apărut cîteva dicţionare, cum şi fiindcă în intervalul 1947... 1956 termenii noştri tehnici au cîştigat stabilitate".

Punînd la dispoziţia oamenilor muncii acest nou mijloc de consultare, mai amplu şi mai adînc decît prima elaborare, ASIT şi-a îndeplinit cu prisosinţă una din sarcinile principale în munca de ridicare a calificării cadrelor tehnice, iar Editura Tehnică a reuşit să răspundă pretenţiilor de artă tipografică la nivelul corespunzător eforturilor de fond depuse în vederea întocmirii acestei opere cu adevărat mari. Prin apariţia celei de a doua ediţii a *Lexiconului tehnic romîn* s-au asigurat premizele necesare pentru a se putea păşi la elaborarea sistematică a dicţionarelor tehnice, specifice diferitelor ramuri de industrie şi variatelor domenii ale ştiinţelor exacte, în plină înflorire în RPR.

*

Le Réf. souligne ci-dessus quelques détails concernant la seconde édition du *Vocabulaire roumain des sciences techniques (Lexiconul tehnic romîn)* dont la richesse du contenu et la teneur typographique constituent bien justement les motifs d'orgueil de l'Association scientifique des ingénieurs et techniciens et de l'Éditure Technique de notre pays. La parution de cette nouvelle édition, profondement revue et augmentée, contribuera sans aucun doute à l'essor des sciences et de la science de l'ingénieur, sans égal dans l'histoire de notre peuple. *D. Mangeron*

68. JAMES G., JAMES R. C., *Mathematics Dictionary*, Second Ed., D. van Nostrand Co., Inc., Princeton, New York, 1959, 546 pp.

Necesitatea interpretării matematice a datelor experimentale face indespensabilă cunoaşterea elementelor de matematică clasică şi modernă pentru cercurile din ce în ce mai largi de cercetători de pe glob. Acest dicţionar răspunde nevoilor imediate de astăzi în această ordine de idei.

Extins faţă de prima ediţie (1949) la un vast număr de noţiuni noi care reflectă capitolele de algebră modernă, teoria numerelor, topologie, spaţii vectoriale, teoria jocurilor, programare liniară şi dinamică, analiză numerică şi maşini matematice, volumul recenzat cuprinde definiţii explicite, în limba engleză, a circa 7000 termeni, noţiuni şi relaţii matematice. La finele volumului se găsesc înserate, în afară de un număr de tabele utile (printre care trebuie menţionată lista simbolurilor uzuale în matematică), patru dicţionare care indică echivalentele în limba engleză a circa 1600...2000 termeni matematici din limbile rusă, germană, franceză şi spaniolă.

Creşterea impresionantă a numărului de reviste de specialitate matematică în lumea întreagă şi folosirea limbilor menţionate precum şi a limbii italiene ca limbi de uz internaţional curent, fac ca acest dicţionar să fie deosebit de util.

Pentru noua ediţie se recomandă includerea unui dicţionar italiano-englez, similar cu cele patru menţionate mai sus, precum şi complectarea cît mai atentă a volumului cu termeni matematici încă neincluşi şi importanţi, ca, de pildă, functor, funcţia Leapunov, metoda Ritz-Galerkin, metoda Krîlov-Bogoliubov ş. a. La aceasta trebuie adăugată perfecţionarea unor definiţii, ca, de pildă, aceea de vector.

Gama preocupării dicţionarului, începînd cu termenii elementari de aritmetică, geometrie diferenţială, teoria funcţiilor de variabilă reală şi complexă, calcul diferenţial şi integral, ecuaţii diferenţiale, teoria grupurilor şi calcul matricial şi terminînd—în afară de mulţimea de noţiuni ce corespunde domeniilor deja menţionate—cu teoria generală a integrării, ecuaţii funcţionale, mecanică analitică, teoria probabilităţilor şi statistică, fac ca acest volum să fie indispensabil astăzi oricărui fond de bibliotecă publică sau privată. El îmbogăţeşte seria de dicţionare matematice mai vechi (de ex., F. Müller, *Mathematisches Vocabularium*, Leipzig, 1900) şi se adaugă cu succes la seria nouă din care face parte, de pildă, *Mathematisches Wörterbuch Russisch-Deutsch-Englisch* (Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1959, 244 S.).

*

Bei dem immer wachsenden Interesse fast aller Wissenschaftler der Welt für die mathematische Literatur und dem absoluten Mangel an guten Fachwörterbüchern dürfte das Erscheinen dieses Werkes sehr begrüsst werden. Sehr vorteilhaft ist die Beigabe einiger kurz gefassten Russisch-Englisch, Französisch-Englisch, Deutsch-Englisch Fachwörterbüchern (je etwa 2000 Stichwörter). Diese kurze mathematische Enzyklopädie ent-

hält mehr als 7000 Definitionen, Erklärungen u.s.w. Es ist wünschenswert für die neue (dritte) Ausgabe auch Italienisch-Englisch Fachwörterbuch sowie manche mathematische wichtige Fachausdrücke (z. B. Funktor) beizufügen. Alles in allem wird das Buch aller Fachleute, Ingenieure und Naturwissenschaftler von grossem Nutzen sein. *V. Şciurevici*

69. GRIER PARKE III N., *Guide to the literature of mathematics and physics including related works on engineering science*, Second revised edition, Dover Publications, Inc., New York, 1958, XVIII+436 pp.

În intervalul scurs de la prima ediţie (1947) a volumului recenzat aici, au apărut cîteva mii de noi titluri de cărţi din domeniile interesînd matematicile, fizica şi tehnica înaltă ce foloseşte puternice aparate matematice de investigaţie ştiinţifică. Reflectînd tendinţa generală a preocupărilor oamenilor de ştiinţă, noul volum cuprinde menţionate şi clasate mult mai multe volume de matematică aplicată faţă de primul. Acest lucru este cu tolul normal dacă ne gîndim că în revistele de bibliografie matematică cu caracter internaţional, în frunte cu РЖМат., capitole speciale din ce în ce mai vaste sînt destinate ramurilor noi, apărute şi dezvoltate în ultimii zece ani (cibernetica, teoria jocurilor, teoria maşinilor matematice de calcul).

Este foarte probabil că orice încercare de genul cărţii de faţă şi avînd cam acelaşi număr de pagini ar rămîne astăzi prin forţa lucrurilor incompletă. Ajunge să ne gîndim numai la numărul revistelor de specialitate ce apar astăzi în atîtea ţări ale lumii. Totuşi, autorul a făcut multe eforturi pentru a răspunde sarcinii care şi-a asumat-o. Astfel, a reuşit să includă, spre deosebire de unele cărţi de bibliografie apărute în occident, un mare număr de cărţi şi tratate ale autorilor sovietici, încă netraduse în alte limbi în momentul apariţiei cărţii.

După partea introductivă în care cititorul poate găsi indicaţii asupra principalelor opere de sinteză ştiinţifică (dicţionare, enciclopedii, tratate, serii monografice, bibliografii ş. a.), începînd cu p. 79 se dau indicaţii bibliografice pe domenii de specialitate, aranjate după ordonarea adoptată de marile reviste de bibliografie matematică şi fizică cu caracter internaţional. Volumul se încheie cu un îndeajuns de vast indice de autori (circa 4000 nume) precum şi cu un indice de materii.

*

Questa seconda edizione del *Guida* include quasi raddoppiato il numero dei libri di specialità ivi mentovati in un apposito ordine usato tuttora dalle riviste di bibliografia matematica e fisica di carattere internazionale. Di un'utilità incontestabile, il volume riflette lo sforzo dell'autore di includervi almeno una parte riflettente la cospicua letteratura scientifica pubblicata da tanti illustri rappresentanti nel dominio della scienza sovietica. L'indice di nomi (circa 4000) è abbastanza ricco. Il Rif. ne indica qui sopra, in lingua romena, alcuni dettagli concernenti questo volume il quale è bene che sia completato con un secondo contenente gli indirizzi e le indicazioni bibliografiche relarive alla totalità delle riviste di specialità. *A. Oprea*

70. KUNZE H., *Bibliotheks-Verwaltungslehre*, Bd. I, VEB Otto Harassowitz, Leipzig 1956, IX+342 S.

Volumul referat, primul din seria consacrată problemei de dezvoltare a bibliotecilor ştiinţifice, conţine un vast, sistematic şi bine documentat material relativ la complexul ansamblu de probleme privitoare la conducerea bibliotecilor. Dată fiind competenţa autorului şi ţinînd seama de materialul extrem de vast ce reflectă practica îndelungată a bibliotecilor ştiinţifice de specialitate germane, prelucrat şi concentrat în vederea înserării în acest volum, ref. socoate utilă fie chiar şi o extrem de succintă trecere în revistă a conţinutului cărţii, recomandînd-o în mod deosebit celor interesaţi. În afară de concluzii (cap. IX, pp. 327 şi urm.), volumul se ocupă de următoarele probleme mari: I. Baza de informaţie ştiinţifică a conducerii bibliotecii; II. Funcţionarea şi structura ştiinţei bibliotecare; III. Colaboratorii bibliotecii; IV. Teoria conducerii bibliotecii şi biblioteconomie; V. Constituirea fondului unei biblioteci; VI. Prelucrarea fondului; VII. Tehnica conducerii; VIII. Clădirea bibliotecii.

*

Le réf. donne ci-dessus quelques détails concernant cet important volume consacré à l'ensemble de problèmes relatifs à l'organisation et à l'art de diriger les bibliothèques scientifiques. *E. Strat*

71. SCHEELE M., *Die Lochkartenverfahren in Forschung und Dokumentation mit besonderer Berücksichtigung der Biologie*, Zweite bearb. u. erw. Aufl., E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1959, VIII+256 S.

72. SCHEELE M., *Literatur über Lochkartenverfahren*, Schlitz & Hessen, H. Guntrum II. K. G., Buchdruckerei und Verlag, 1959, 116 S. Beilage von 30 grünen und 30 roten Stichlochkarten in gesondertem Karton.

Eforturile susținute ale cercetărilor din domeniul biblioteconomiei de a oferi celor interesați date bibliografice cît mai complete, într-un timp minim și cu economii însemnate de materiale, și-au găsit, ca urmare a celei mai mari revoluții științifice recente făcută de matematicieni și cristalizată în făurirea mașinilor matematice de calcul, imbolduri deosebit de prețioase. Ele constă în elaborarea diferitelor *fișe perforate*, cerute de specialiști în cadrul variatelor procedee de *programare liniară* și *neliniară* în vederea rezolvării problemelor de știință, tehnică, lingvistică, biologie etc., din ce în ce mai numeroase și mai complexe, cu ajutorul mașinilor matematice de calcul.

Primul volum este consacrat expunerii teoretice în acest domeniu.

Cel de al doilea volum cuprinde indicații bibliografice asupra metodelor de elaborare a fișelor perforate (1999 titluri). Numărul problemelor bibliografice ce se rezolvă cu ajutorul acestui volum, grație și anexei ce constă din $2\times30=60$ fișe perforate, sînt destul de numeroase. Astfel: 1. Problema găsirii titlului exact al lucrării pentru care nu se cunoaște decît subiectul și autorul, se rezolvă cu ușurință, întrucît bibliografia este ordonată după autori în ordine alfabetică; 2. În mod analog se rezolvă problema găsirii titlurilor tuturor lucrărilor unui autor dat; 3. Problema găsirii titlurilor tuturor lucrărilor ce se încadrează într-una din cele 30 teme după care este subdivizat materialul bibliografic consemnat în volum se rezolvă pe baza numerelor perforate din două fișe (una verde și una roșie) care poartă pe bordura de sus numele temei dorite. Fișele verzi se referă la primele 999 lucrări numerotate, trecute în bibliografie, iar cele roșii — la următoarele, numerotate de la 1000 la 1999; 4. Problema de găsire a titlurilor tuturor lucrărilor care răspund la două sau mai multe din cele 30 teme menționate se rezolvă citind la lumină numerele ce corespund perforărilor comune la șirul de fișe roșii (sau verzi) suprapuse corespunzător temelor alese. Ref. subliniază meritul deosebit al acestei bibliografii legat de rezolvarea problemei 4.

*

The bibliography reviewed here is intended to accompany the second German edition of the bok *Die Lochkartenverfahren in Forschung und Dokumentation...* reviewed above. The bibliography (1,999 titles) is based on a set of edge-noched punch cards, each of these with a capacity of 1,000 serial numbers corresponding each to an individual title. As this bibliography corresponds to 30 key-words, the book is accompanied by $2\times30=60$ of the cards. The Rev. gives above in Rumanian some details concerning both this useful books and the occasion it gives to obtain practical experience in arriving at a suitable code and at an effective choice of key words. *E. Strat*

73. *** *Brockhaus der Naturwissenschaften und der Technik*, 4. Auflage, F. A. Brockhaus, Wiesbaden, 1958, 640 S.

Progresele științei și tehnicii moderne reclamă ediții cît mai dese, mereu revăzute și completate, a dicționarelor specializate. Textele lor necesită o elaborare adecvată în vederea propagării cuceririlor realității obiective în masele largi ale oamenilor muncii. Paralel cu un dicționar politehnic îngrijit, apărut în patria noastră (a se vedea acest *Buletin*), și cu un vast dicționar politehnic publicat în URSS, se înregistrează apariții din ce în ce mai dese de astfel de dicționare și în alte țări. Noua ediție, a patra, a dicționarului de știință și tehnică referat aici, este complet prelucrată, conținînd 1268 coloane, 2500 figuri, 44 planșe colorate sau simple ș. a. Probe de extragere a termenilor matematici au dat rezultate bune. De pildă, sînt definite corect, la locul corespunzător, noțiunile de hipersuprafață, sistem hipercomplex, funcție hipergeometrică,...

*

Der Ref. gibt oben, in rumänischer Sprache, einige Einzelheiten über diese völlig neubearbeite vierte Auflage des *Brockhaus des Naturwissenschaften und Technik*. Das Band enthält 1268 Spalten Text mit rund 2500 Abbildungen im Text und auf 44 bunten und einfarbigen Kunstdrucktafeln, sowie 87 Übersichten. *V. Sciurevici*

74. SERVOTTE J. B., *Dictionnaire commercial et financier français-néerlandais-anglais-allemand*, Ed. Brepols-Turnhout, Anvers, 903 pp.

Ref. dă mai jos unele detalii asupra dicţionarului de utilitate incontestabilă elaborat de J. B. Servotte. Volumul conţine o serie de termeni interesînd probleme comerciale, financiare şi economice. Clasaţi în ordinea alfabetică în limba franceză, termenii menţionaţi îşi au în dreptul lor echivalentele în limbile olandeză, engleză şi germană.

*

Le dictionnaire comprend une série de locutions et termes commerciaux, financiers et économiques, classés alphabétiquement en langue française, avec, en regard, les équivalents néerlandais, anglais et allemands.

En dehors des termes précités, l'ouvrage contient un choix d'expressions d'usage courant dans la correspondance commerciale.

L'ouvrage présente une incontestable utilité pour tous ceux qui, par la nature de leurs occupations, ont des relations d'affaire avec le monde commercial et financier de l'Europe du nord-ouest. *M. Maievschi*

75. * * * *Handbuch der technischen Dokumentation und Bibliographie*, Bd. **I**, Verlag Dokumentation der Technik, München, 1959, 231 S.

Creşterea rapidă, la scară mondială, a numărului revistelor de specialitate tehnică şi în consecinţă şi a articolelor diferiţilor cercetători ce se înserează într-însele impune luări de măsuri sistematice şi urgente pentru a se putea valorifica marea bogăţie a gîndirii ştiinţifice şi tehnice înalte închisă în totalitatea acestor publicaţii. Ajunge să menţionăm aici cu titlu de exemplu faptul că, celebra revistă sovietică РЖМех. consacrată bibliografiei de mecanică cu caracter internaţional a înserat circa 8 800 recenzii în 1956, iar în 1959 aproape 15 000. Volumul recenzat caută să vină în ajutorul cercetătorilor prezentînd schematic şi concentrat unele date relative la publicaţii şi articole tehnice de specialitate apărute în ultima vreme în lumea întreagă. Astfel, după prezentarea unor date relative la clasificarea zecimală internaţională se dau tabele, cu regret încă incomplete, de institute de învăţămînt tehnic superior din diferite ţări ale lumii, de titluri de reviste care înserează articole de tehnică, cu indicaţia oraşului în care se publică ş.a. O pagină de la finele vol. I indică conţinutul vol. **II**, consacrat datelor asupra literaturii de specialitate pe domenii. Aşteptîndu-i apariţia, socotim utilă reluarea unor astfel de ediţii la intervale de timp scurte (de ex.: din doi în doi ani), cu condiţia de a fi din ce în ce mai perfecţionate şi completate cu diferite date la zi.

*

Le réf. donne ci-dessus quelques détails concernant ce volume, le premier d'une série vraiment utile consacrée aux données bibliographiques relatives aux publications de plus en plus nombreuses intéressant la science de l'ingénieur. Tout en attendant le second volume de cette série, on exprime l'espérance qu'une seconde édition ne tardera pas, revue et augmentée par d'autres données reflectant la réalité objective dans ce domaine. Il faudra compléter, entre autres, la liste des écoles ou instituts polytechniques existants dans différents pays, la liste des périodiques de spécialité, etc. *S. Deleanu*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul V (IX), Fasc. 3–4, 1959

CĂRŢI PRIMITE
ПОЛУЧЕННЫЕ КНИГИ
BOOKS RECEIVED
LIVRES REÇUS
EINGEGANGENE BÜCHER
LIBRI RICEVUTI
LIBROS RECIBIDOS

1. ТРАПЕЗНИКОВ С., *Исторической опыт КПСС в социалистическом преобразовании сельского хозяйства*, Госполитиздат, М., 1959.
2. КЕЛЛЕ В., КОВАЛЬЗОН М., *Формы общественного сознания*, Госполитиздат, М., 1959.
3. АЙ СЫ-ЦИ, *Лекции по диалектическому материализму*, Госполитиздат, М., 1959.
4. * * * *Основы макрсистской философии*, Госполитиздат, М., 1959.
5. ГАФУРОВ В. Г., *Некоторые вопросы национальной политики КПСС*, Госполитиздат, М., 1959.
6. MĂTĂSARU TR., *Balastiere şi cariere*, Ed. Tehn., Buc., 1958, 432 pp.
7. BUICAN G., *Elemente de acustică muzicală*, Ed. Tehn., Buc., 1958, 374 pp.
8. * * * *Manual pentru calculul construcţiilor*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 1962 pp.
9. * * * *Calcule şi probleme de chimie fizică*, vol. **I**, Ed. Tehn., Buc., 1959, 466 pp.
10. GRUMĂZESCU M., ŞTIUBEI P., *Instalaţii de amplificare şi de distribuţie a sunetului*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 364 pp.
11. * * * *Utilaje şi scule moderne folosite la perforarea găurilor de mină*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 84 pp.
12. HEROVANU M., *Introducere în fizica atmosferei*, Ed. Tehn., Buc., 1957, 310 pp.
13. ROBOVICI G., *Cărbunii activi*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 225 pp.
14. HOROVITZ B, *Angrenaje cilindrice*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 380 pp.
15. POPOVICI C., *Stelele, date fizice, structura internă, originea şi evoluţia lor*, Ed. Tehn., Buc., 1958, 285 pp.
16. * * * *Agendă de metalurgie 1959*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 348 pp.
17. ONCESCU N., *Geologia Republicii Populare Romîne*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 544 pp.
18. * * * *Manualul inginerului mecanic*, vol. **II** *(Organe de Maşini)*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 267 pp.
19. VLĂDEA I., *Bazele teoretice ale termotehnicii*, Ed. Tehn , Buc., 1957, 378 pp.
20. BADEA L., GRIGORIU I., *Controlul şi reglarea automată în tehnologiile chimice*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 324 pp.
21. GHELEŞEL V., BOIANGIU D., MUSTAFA M., VASILESCU GH., *Organe de Maşini, culegere de probleme*, Ed. Tehn., Buc , 1958, 441 pp.
22. IONESCU S., *Elemente de radiochimie*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 182 pp.
23. MAZILU P., *Statica construcţiilor*, vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1959, 1035 pp.
24. OŢEL I., *Tehnologia cărnii*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 443 pp.
25. NECŞOIU C., *Culegere de probleme de fizică*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 502 pp.
26. * * * *Tabele matematice*, Ed. Tehn., Buc., 1959, 282 pp.
27. * * * *Les Congrès et Colloques de l'Université de Liège*, vol. **7**, *Étoiles à raies, d'émission*, Inst. d'Astrophysique, Cointe-Sclessin, Belgique, 1958.
28. GIBRAT R., *Rapport sur l'énergie des marées*, Toulouse, 1957.
29. * * * *Laboratoires d'hydraulique et de mécanique des fluides*, Travaux et publications Toulouse, 1958.

30. LAUBENGAYER A. W., *Experiments and problems in general Chemistry*, Rinehart & Company, Inc., New-York, 1959.
31. MILOBEDZKI TADEUSZ, *Szkola analizy Jakosciowej*, Państwowe Widawnictwo Naukowe, Warszawa, 1958.
32. * * * *Les Congrès et Colloques de l'Université de Liegè*, vol. 8, *L'adsorption et la catalyse hétérogène*, Univ. de Liège, 1958.
33. CHELMEZIU N. G., SUCIU P. N., *Identificarea lemnului*, Ed. Tehn., Buc., 1959.
34. MIHAILOVIČ D., *Elementi vektorske algebre i analiticke geometrije u prostoru*, Nolit, Beograd, 1958.
35. * * * *Terminologiskā vārdnīca, Metalu tehnologija un masīnu elementi*, Latvijas SSR, Zinātnu Akadēmijas Izd., Rīgā, 1958.
36. KAHAN TH., *Les cavités électromagnétiques et leurs applications en radiophysique*, Gauthier-Villars, Paris, 1956.
37. COSTA DE BEAUREGARD O., *Théorie synthétique de la relativité*, Les grands problèmes des sciences, VIII, Gauthier-Villars, Paris, 1957.
38. PRIWALOW I. I., *Einführung in die Funktionentheorie*, Bd. I, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Bibliothek, *21*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1959.
39. * * * *Colloque de Géométrie différentielle globale*, Bruxelles 19...22 décembre 1958, CBRM, Librairie Universitaire, Louvain, 1959.
40. * * * *Colloque de Topologie algébrique*, Louvain 11...13 juin 1956, Georges Thône, Liège, 1957.
41. KUBELKA V., *Tuky, oleje a emulse v kozeluzstvi*, Vydavatel'stvo Slovenskej Akadémie Vied, Bratislava, 1954.
42. JAMBOR J., *Chemické rozbory v stavebníctve*, Slovenká Akadémia Ved, Bratislava, 1953.
43. * * * *Sborník Státního vyzkumného ustavu tepelné techniky*, SNTL, 1958.
44. * * * *Guida alla legislazione nucleare*, Federazione Nazionale Aziende Elettriche Municipalizzate, Roma, 1959.
45. CAPORASO M., NAPIONE G., *Codice dell'elettricità*, Federazione Nazionale Aziende Elettriche Municipalizzate, 1955.
46. * * * *Gli ammortamenti nell'industria ellettrica*, Federazione Nazionale Aziende Elettriche Municipalizzate, Roma, San Remo, 1954.
47. САДОВ Ф. И., КАРЧАГИН М. В., *Отделка тканей*, Гизлегпром, Москва, 1958.
48. МУСИН А. Ч., *Разработка пологопадающих рудных месторождений системой с открытым очистным пространством применительно к условиям Джезказгана*, Изд. АН Каз. ССР, Алма-Ата, 1959.
49. РЕЗНЯКОВ А. Б., *Метод подобия*, Изд. АН Каз. ССР, Алма-Ата, 1959.
50. ПРЕСНЯКОВ А. А., *Пластичность металлических сплавов*, Изд. АН Каз. ССР, Алма-Ата, 1959.
51. ВЕСЕЛОВСКИЙ И. Н., *Христиан Гюйгенс*, Учпедгиз, Москва, 1959.
52. * * * *Научные исследования в области борьбы с внезапными выбросами угля и газа*, Материалы научно-технической конференции по борьбе с внезапными выбросами угля и газа, состоявшейся в г. Сталино в ноябре, 1955 г., Углетехиздат, Москва, 1958.
53. ILKOVIČ L., *Fyzika*, Slovenské Vydatatel'stvo Technickey Literatúry, Bratislava, 1959.
54. ЖУРАХОВСКИЙ А. Ф., *Проекторные сплавы содержащие кальций*, Киев, 1957.
55. ТИХОНОВ В. А. и сотр., *Практикум по химии кремния и физической химии силикатов*, Львов, 1957, ЛГУ.
56. РЕУТОВ О. А., *Теоретические проблемы органической химии*, Изд. АН СССР, М., 1957.
57. * * * *Менделеев Дмитрий Иванович, Жизнь и труды*, Изд. АН СССР, М., 1957.
58. ДУБИНИН М. М., *Исследование в области абсорбции газов и паров углеродными абсорбентами*, Изд. АН СССР, М., 1956.
59. ОБРУЧЕВ В. А., *Основы геологии*, Изд. АН СССР, М., 1956.
60. ПОЛЫНОВ Б. Б., *Избранные труды*, Изд. АН СССР, М., 1956.